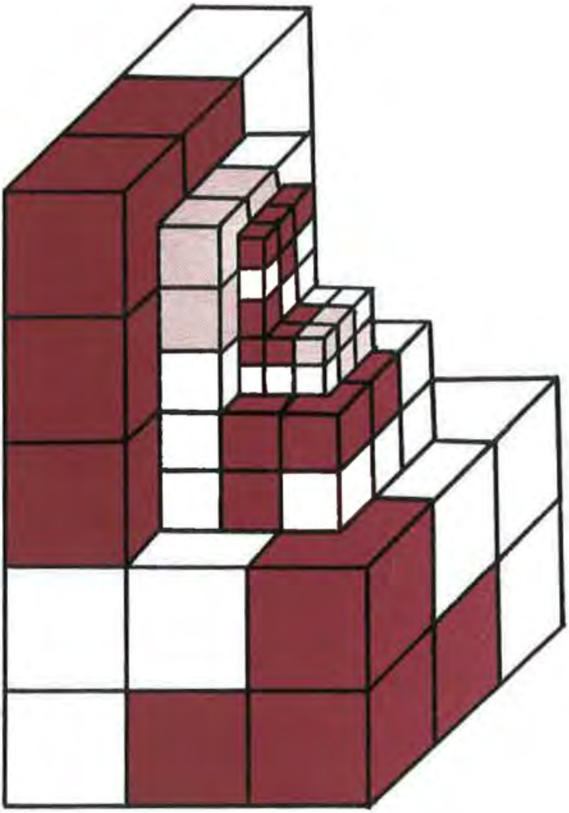
120



MATH ECOLE

NOVEMBRE 1985
24e ANNÉE

MATH-ECOLE 120

24e ANNÉE Paraît cinq fois par an NOVEMBRE 1985

Editorial

Le second palier

La deuxième édition des moyens d'enseignement romands destinés à la sixième année primaire a été distribuée dans toutes les écoles cet automne. Ainsi s'achève, tout au moins provisoirement, une opération de très longue haleine puisque les premiers manuels de la première édition avaient été édités dès 1972. Treize ans pour parvenir, en deux étapes, à munir la totalité de nos élèves de 6 à 12 ans de moyens d'enseignements modernes, attrayants, tenant largement compte des évaluations systématiques conduites par l'IRDP et des opinions des enseignants, c'est à la fois très long et très court.

Très long si l'on songe à l'évolution des idées et aux bouleversements qui ont marqué la dernière décennie: récession économique, crise des valeurs, abandon des grands thèmes de mai 68, émergence de préoccupations nouvelles en matière d'environnement et de qualité de la vie, arrivée en force de l'informatique, resserrement des budgets dans de nombreuses régions, etc.

Bien court si l'on considère la somme d'efforts et la ténacité nécessaires pour parvenir à publier chaque année un nouvel ouvrage qui tienne compte à la fois des possibilités de nos écoles, du développement des enfants, de l'évolution des idées sur les objectifs de l'apprentissage de la mathématique, et surtout de l'extraordinaire diversité qui perdure d'un canton à l'autre dans les mentalités, les besoins socio-économiques, les conceptions de l'orientation et de la sélection scolaires, la formation initiale et continue des enseignants, les systèmes de valeurs, l'organisation des classes et la distribution des horaires.

De l'avis général, les derniers manuels destinés aux clsses de sixième sont une réussite et Math-Ecole s'est assez souvent montré critique à l'égard des systèmes scolaires pour que le lecteur ne voie pas ici une simple flatterie à l'endroit de leurs auteurs. Bien sûr, sur tel ou tel point du plan d'études, sur la répartition entre les exercices individuels et les activités requérant la présence du maître, sur le degré d'approfondissement des notions, sur les possibilités de différenciation en fonction des besoins de chaque élève, les avis seront toujours divergents, aussi bien à l'intérieur d'un canton que d'une région à une autre. N'est-ce pas une gageure que de vouloir réaliser des programmes et des manuels communs alors que les contextes socio-politiques, les débouchés professionnels et les options en matière de sélection sont si divers?

Mais le meilleur manuel ne vaut que par ce que l'on en fait. Par exemple, une utilisation aveugle des fiches destinées aux élèves, sans référence au document prévu pour le maître, pourrait faire passer à côté de l'essentiel, au grand dam de l'enfant. On sait que, pris par les mille et une tâches de son activité quotidienne, l'enseignant a parfois de la peine à trouver le temps des lectures indispensables à son activité professionnelle. C'est peut-être l'un des rôles principaux de la formation continue que de faciliter cet accès aux textes et à la réflexion sans lesquels l'action éducative n'est que travail de routine ou errement.

Raymond Hutin

Ateliers de mathématiques

par Nadia Guillet

Un sous-groupe de la CEM[1] formé d'enseignants romands de divers degrés d'enseignement s'est proposé, au cours des années 1983 à 1985, d'avancer dans **la réflexion concernant une certaine pratique autonome de la mathématique.**

Il s'est très vite avéré que les membres du groupe ne désiraient pas se contenter de **réfléchir à la question** mais voulaient **amorcer une pratique** réelle insérée dans le quotidien de leur propre vie scolaire, qu'ils soient généralistes, professeurs de mathématique ou méthodologues.

Développer l'autonomie en mathématique est un objectif que, pris globalement, plus personne n'ignore ou ne rejette. En revanche, savoir ce que ces mots recouvrent exactement et impliquent journellement dans l'enseignement de cette discipline n'est pas évident pour tout le monde.

Ce qui suit présente une forme de travail qui, parmi d'autres, est susceptible d'aider à atteindre l'objectif en question. Dans les grandes lignes, certains enseignants utilisent déjà ce mode de faire et nous espérons alors simplement enrichir leur réflexion et leur pratique. Mais nous aimerions également encourager nos autres collègues à consacrer une partie du temps imparti à l'enseignement de la mathématique à ce type de travail.

Ateliers mathématiques en 5P

Les options prises pour créer, organiser, alimenter les ateliers sont les suivantes:

- Six ateliers **différents** fonctionnent **simultanément** dans la classe.
- *Organisation pratique:*
  - les pupitres sont rassemblés en six groupes;
  - la totalité des élèves est répartie dans les ateliers, ce qui donne trois à quatre enfants par groupe;
  - les séances d'une heure et quart environ ont lieu une fois par semaine;
  - les groupes d'enfants passent d'un atelier à l'autre;
  - un tableau à double entrée renseigne l'enseignant sur l'avancement global du travail en distinguant ce qui est en cours de ce qui est achevé.

[1] CEM: Commission d'évaluation de l'enseignement de la mathématique.

Remarque: Pour pouvoir respecter le rythme, l'intérêt, les possibilités de chaque groupe, il s'avère indispensable de dédoubler certains ateliers, c'est-à-dire de disposer de fiches et de matériels à deux exemplaires.

– *Choix de la matière*
  Les critères de choix de la matière qui alimente les ateliers sont nombreux. En voici quatre qui sont pris en compte pour l'élaboration du travail:

  - points importants du programme notionnel de l'année;
  - démarches mathématiques ou intellectuelles variées;
  - matériels divers;
  - intérêt du travail par groupe.

Programme notionnel: Au chapitre des opérations, la **division** et la **combinatoire** simple sont retenues, tandis que dans le domaine de la découverte de l'espace, l'attention est portée sur les **constructions géométriques,** la notion de **volume** et la **mesure de lignes.**

Démarches mathématiques ou intellectuelles: La volonté d'enrichir les manières de conduire un raisonnement, d'aborder et d'organiser un travail, de développer les démarches de l'esprit, préside également au choix des activités. Certains objectifs [2] sont particulièrement visés tels que:

Etre capable de prendre des informations,
de décider par soi-même,
de rechercher l'exhaustivité,
de trouver ou de créer une notation adéquate,
de découvrir et d'énoncer une loi,
d'utiliser un raisonnement déductif.

Matériels: Trois types de matériels apparaissent dans les divers ateliers:

– fiches, papier et crayons,
– matériel didactique en deux ou trois dimensions,
– jeux du commerce.

Travail par groupe: Des aspects différents de cette forme de travail sont présents dans les tâches données:

– nécessité du groupe pour parvenir à un produit fini étant donné, par exemple, la complexité ou la longueur du travail;
– possibilité de travailler individuellement mais importance indubitable de la stimulation du groupe;

---

[2] Doc. SRP «Sur les pistes de la mathématique en division moyenne» p. 41 à 43.

– possibilité de travailler simplement côte à côte si le besoin s'en fait sentir chez certains élèves.

Remarque: La formation des groupes d'enfants est laissée à la compétence et à la sensibilité de l'enseignante qui, connaissant ses élèves, sait lesquels il faut ou non associer afin d'obtenir un travail constructif.

Les critères de choix de la matière étant définis, il reste à trouver les idées. Les ouvrages qui en fournissent sont nombreux, à commencer par les documents officiels. La partie délicate est plutôt la rédaction de la **consigne.** Cette dernière, dans l'optique décrite précédemment, doit poser un problème ou donner une tâche dont **le but soit clairement perçu,** ce but n'étant pas nécessairement notionnel. Elle doit également permettre **une ouverture** par extension, généralisation, extrapolation ou analogie. De plus, il est indispensable **qu'elle n'induise pas les démarches** et incite à **la recherche.** Ajoutons qu'elle a des chances de succès si elle est accrocheuse ou si la tâche présente une intérêt autre que la consolidation de mécanismes hypothétiquement utiles dans un avenir lointain pour les enfants!

Remarque: Avant de distribuer les ateliers aux divers groupes, il nous paraît important d'expliquer aux enfants, dans les grandes lignes, les **buts visés:**

Apprendre à
- poursuivre une recherche de longue haleine;
- organiser son activité et choisir ses démarches;
- se donner des buts intermédiaires;
- vérifier son travail;
- relancer soi-même sa recherche;
- faire preuve de curiosité.

Une exigence supplémentaire est présentée: **chaque** enfant a **l'obligation d'écrire** ce qu'il fait et trouve. Il est encouragé à cela non seulement pour la réponse, la remarque ou la loi finale, mais aussi pour les étapes parcourues, les questions et observations intermédiaires, les calculs conduisant aux résultats. Cette exigence se justifie par une nécessité réelle de **communication.** Rares sont les occasions données à l'enfant en mathématique de faire connaître par écrit son processus de travail. Dans le cas des ateliers, il peut avoir besoin d'un conseil ou d'une relance de la part du maître. ce dernier doit donc pouvoir prendre rapidement connaissance des démarches personnelles suivies, souvent variées et inattendues, percevoir la forme de raisonnement et les conduites particulières à l'élève afin d'apporter l'aide adéquate.

Atelier 1 $\boxed{0}$ $\boxed{2}$ $\boxed{4}$ $\boxed{8}$ $\boxed{16}$

Consigne:

- Fais **des additions** avec les nombres

  $\boxed{0}$ $\boxed{2}$ $\boxed{4}$ $\boxed{8}$ $\boxed{16}$

- Tu peux prendre **deux ou plusieurs** de ces nombres.
- Dans chaque addition, tu **ne** peux **pas** utiliser deux fois le même nombre.
- Il est impossible de trouver 21 au résultat!
- Quels sont les autres nombres qu'on ne peut pas touver?

Cette consigne déboussole les enfants. D'une part, il est rare qu'on leur demande de chercher des cas impossibles, d'autre part, la voie n'est pas directe puisque pour les trouver il faut d'abord chercher ce qu'il est possible de faire, observer, découvrir une loi, l'illustrer et essayer de l'expliquer ensuite.

Roberto:

Nom: Roberto

$4 + 12 = 16$ $\quad$ $82 + 16 = 118$ $\quad$ $16 + 2 = 18$ $\quad$ $48 + 16 + 2 = 66$ $\quad$ $16 + 2 + 8 + 4 + 0 = 30$

On ne peut pas faire des additions plus que Trente

$16 + 8 = 24$ $\quad$ $16 + 4 = 20$ $\quad$ $16 + 8 = 24$ $\quad$ $16 + 4 = 20$

j'ai essayé avec 29, ça ne marche pas

J'ai essayé avec 28 et ça na pas marché

et pourtant c'est possible !

Je n'ai pas trouvé les autres nombres qu'on ne peut pas faire

Il n'y en a pas Et oui, il y en a!

$$\begin{array}{r} 16 \\ 8 \\ +\ 2 \\ \hline 26 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16 \\ 8 \\ 2 \\ 0 \\ 4 \\ \hline 30 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16 \\ +\ 8 \\ \hline 24 \end{array}$$

Jai essayé avec trentre et ça marche

J'ai essayé avec 25 et ça ne marche pas

On ne peut pas faire des résultats impairs

Après avoir mal compris le premier point de la consigne, puis rectifié, Roberto calcule le total des cinq nombres à disposition. A partir de là, il amorce une démarche intéressante qu'il a toutefois de la difficulté à conduire avec rigueur; il essaie d'obtenir 29, 28, puis, ayant l'intuition que les nombres impairs ne sont pas réalisables, essaie encore de faire 25 situé entre 24 et 26, déjà trouvés.

Isabel, Catherine, Giovanna:

Isabel
Catherine
Giovanna

$$\begin{array}{r} 16 \\ +8 \\ \hline 24 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16 \\ +4 \\ \hline 20 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16 \\ +2 \\ \hline 18 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16 \\ +0 \\ \hline 16 \end{array}$$

en additionnant des nombres pairs le résultat sont toujours un nombre pair, mais pas un nombre impair alors les nombres que on ne peut pas faire c'est les nombres impairs.

60?

On ne peut pas faire un chiffre plus grand que 30.

Pour ce groupe, il suffit d'une relance muette et écrite de la maîtresse: 60?

On ne peut pas avec des nombres pairs en les ~~ditionents~~ additionnant trouver des nombres impairs.

Pour savoir le plus grand résultat il faut aditioñer les nombres donnés

David, Hung, José

David, Hung, José:

Les choses sont évidentes! On pourrait éventuellement demander à ces enfants d'illustrer leur loi de quelques exemples et tenter la question suivante: pourquoi l'addition de nombres pairs ne permet-elle pas de trouver des nombres impairs?...

possible	impossible
2	1
4	3
6	5
8	7
10	9
12	11
14	13
16	15
18	17
20	19
22	21
24	23
26	25
28	27 jusqu'à l'infini
30	29 31 33

Au cours de cette petite recherche, certains élèves se demandent spontanément ce qui se passerait si les nombres de départ étaient tous impairs. Cette attitude de curiosité est à encourager et il est préférable de permettre, à l'élève qui en fait la preuve, de creuser la question individuellement, plutôt que de lui demander de suivre son groupe dans un nouvel atelier.

Atelier 2 — Division lacunaire

Consigne:

milliers centaines dizaines unités

2 . 7 . : 4 =

Trouve toutes les façons de compléter ce nombre pour que la division par 4 ne donne pas de reste (le résultat doit être un nombre entier).

Après avoir calculé des dizaines de divisions choisies selon une systématique évidente, le groupe des deux Isabel donne le texte suivant:

DIVISION PAR 4.

En unité si on met le 2 et le 6 on a le reste 0.
Mais en unité avec les autres nombres ça ne marche pas.
Pour ce qui concerne les centaines on peut mettre tous les chiffres de 0 à 9.

NOMBRES POSSIBLES.

avec le 2	avec le 6
2072	2076
2172	2176
2272	2276
2372	2376
2472	2476
2572	2576
2672	2676
2772	2776
2872	2876
2972	2976

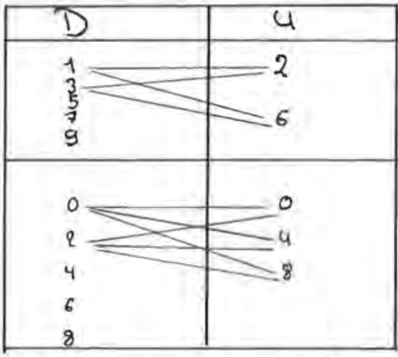
Mª Isabel
Isabel
Mª José
Sonia

Puis les enfants se demandent si leur constatation ne dépend pas de la dizaine qui est donnée. L'activité reprend, les observations et remarques s'étoffent et s'interpénètrent sur la feuille! La recherche est bien comprise comme telle, on voit l'enthousiasme, on perçoit le plaisir intellectuel:

Pour que le reste soit 0 ont utilise aux unité les nombres 2 et 6 et ~~dix~~centaines tous les nombres de 0 à 9. mais la dizaine doit êtres 1,3,5,7,9.

2072 : 4 = 518 r 0	2076 : 4 = 519 r 0
2172 : 4 = 543 r 0	2176 : 4 = 544 r 0
2272 : 4 = 568 r 0	2276 : 4 = 569 r 0
2372 : 4 = 593 r 0	2376 : 4 = 594 r 0
2472 : 4 = 618 r 0	2476 : 4 = 619 r 0
2572 : 4 = 643 r 0	2576 : 4 = 644 r 0
2672 : 4 = 668 r 0	2676 : 4 = 669 r 0
2772 : 4 = 693 r 0	2776 : 4 = 694 r 0
2872 : 4 = 718 r 0	2876 : 4 = 719 r 0
2972 : 4 = 743 r 0	2976 : 4 = 744 r 0

impairs



pairs

Tout ce qu'il y a dans le Tableau c'est le livret de 4.

Les chiffres qui sont avant on s'en moque sauf les deux derniers

Si la dizaine est 0,2,4,6,8 donc nombres paire les unités doivent êtres du livret de 4 pour qu'il reste 0. doivent êtres 0,4,8 pour que le reste soit 0. mais en divisant par 4.

Exemple:

2068 : 4 = 517
- 20
  06
- 4
  28
- 28
  0

2944 : 4 = 736
  28
  14
  12
  24
  24
  0

On est capable de trouver n'importe ~~quel~~ quel ~~résultat~~ reste sans écrire la division. Exemple: 261,438,914 r 2

316,945,920 r 0

Atelier 3

Graduation de mètre

Consigne:

- Tu as, à ta disposition, une bande de java de un mètre et une bande de sept décimètres.
  En **n**'utilisant **que** ces deux bandes sans les plier, trouve le moyen de graduer en décimètres toute la bande de un mètre (de marquer chaque décimètre sur la bande de un mètre).
- Ecris, ensuite, ta façon de procéder, afin que d'autres camarades puissent refaire le même travail que toi.

Face à ce réel problème de mesure, les enfants sont déroutés. Ils essaient par tous les moyens d'introduire un adoucissement dans la consigne si sévère! Ils tentent d'évaluer la longueur de leur crayon, de leur gomme ou simplement de tracer sur la bande de java ce qui leur paraît être approximativement un décimètre, de le reporter dix fois et de le modifier en fonction de l'imprécision d'arrivée.

Ces comportements sont, bien entendu, valables et intéressants. Toutefois, lorsqu'on demande aux élèves de n'utiliser aucun autre moyen de référence que les deux bandes, il se passe un temps assez long avant que l'idée de report systématique d'une bande sur l'autre ne leur viennent à l'esprit. La démarche n'est pas évidente car elle repose sur la notion de complémentarité et de soustraction et l'on sait la difficulté que cela représente pour les enfants.

Il vaut la peine de laisser le temps nécessaire et d'éviter de donner la démarche car, alors, il n'y a plus qu'un procédé à appliquer sans grand intérêt!

La graduation réalisée, les élèves sont placés devant une deuxième tâche peu aisée: établir précisément **une marche à suivre** devant permettre à d'autres camarades de refaire leur cheminement.

Liberté est donnée pour la présentation: phrases, croquis, bande dessinée, opération, etc. Nous n'avons que des textes! Et vous, comment vous y prendriez-vous?

Stéphane, Alain, Massimo (avec l'aide de la maîtresse), puis Anton; précision: la bande bleue vaut sept décimètres, la jaune un mètre.

Mode d'emploi !

On a pris la bande de 7 décimètres, je l'ai collée au début contre le mètre et j'ai pu placer le Zéro et le sept.
Puis j'ai placé la bande bleue à l'autre bout du mètre et j'ai pu trouver le trois et le dix.
On a convenu que de Zéro à trois, sur la grande bande, il y a 3 décimètres. Puis j'ai mis le début de la bande bleue sur le 3, et j'ai pu placer le six sur la grande bande. J'ai fait la même chose en me mettant sur le six et j'ai pu placer
le neuf sur la grande bande.
J'ai placé la fin de la bande bleue sur le neuf. Puis
On a mis la coche sur le cinq et sur le deux. Puis on a convenu que de dix à six il y avait 4 décimètres. Puis on a mis la bande bleue sur le Zéro. Puis on a pu cocher le quatre et on a pu cocher le Huit. Puis on a placé la bande bleue sur le cinq et on a trouvé le un.

Fin

Stéphane Muller

Alain et Massimo.

Comme la bande bleue faisait sept dm on a tiré un trait sur la bande de un mètre. Et on a découvert qu'il restait trois dm. Alors on a retiré un trait qui fait trois dm sur la barbe bleue puis un trait au troisième dm sur la bande de un m. Puis nous avons poussé la bande bleue du troisième au sixième dm et comme le septième était déja fait nous avons eu un dm. Alors nous avons tiré un trait sur la bande bleue. Et depuis là on a pu finir en faisant un dm par un.

Anton

Atelier 4

Parallélépipède rectangle

Consigne:

Voici le croquis d'un parallélépipède rectangle:

Construis **tous** les parallélépipèdes possibles **différents** les uns des autres en utilisant pour chacun les 72 petits cubes en bois ci-joints.

Note chaque fois **les dimensions** du bloc obtenu et **l'opération** qui permet de prouver que les 72 cubes sont utilisés.

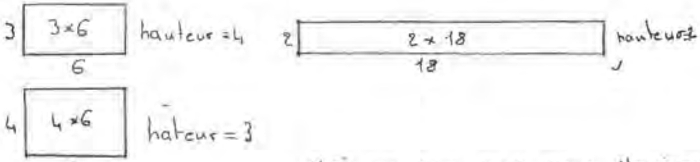
Objectifs de cet atelier:

- se familiariser avec le parallélépipède rectangle;
- prendre conscience des trois dimensions;
- utiliser une unité de mesure de solides;
- mettre en évidence la conservation de volume au travers des changements d'aspect;
- trouver une représentation permettant de se souvenir du solide une fois détruit;
- rechercher l'exhaustivité et, dans ce but, employer une démarche systématique ou une mise en ordre adéquate;
- établir la correspondance entre la situation pratique et l'opération arithmétique qui convient;
- effectuer les décompositions d'un nombre en trois facteurs et juger leur adéquation au réel.

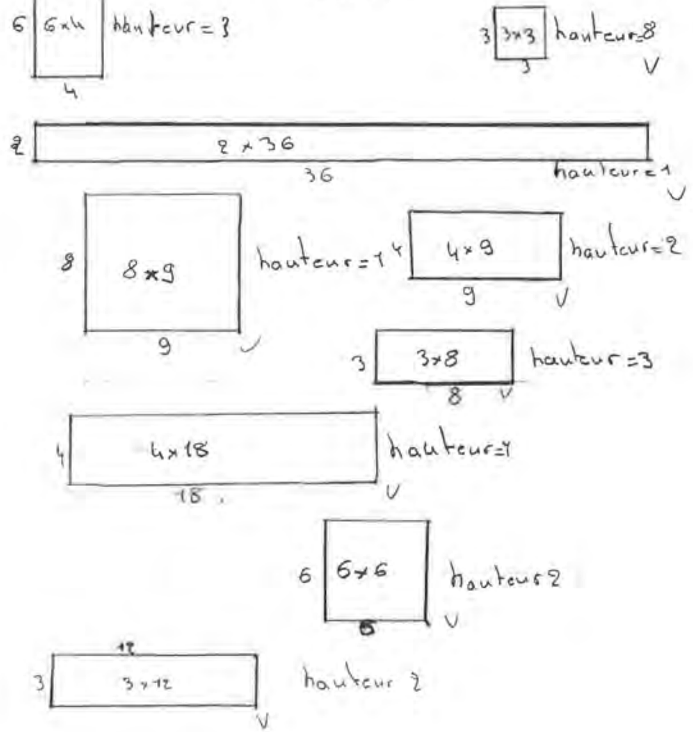
Mélanie ne s'embarrasse pas de représenter la hauteur:

ça marche

Mélanie



j'ai vu que 4×6 nous l'avions inversé.



Ayant probablement peu vu de multiplications de plus de deux facteurs, Mélanie écrit ensuite de fausses égalités du type:

$$3 \times 12 = 36 \times 2 = 72$$

Rendue attentive à cette erreur, elle recourt aux parenthèses sans toutefois en dominer la signification:

$$(3 \times 12) = (36) \times 2 = 72$$

Cela permet à l'enseignante de travailler la difficulté avec elle, en particulier et à chaud, avec utilisation de matériel concret.

Finalement Mélanie note:

Mélanie

1×72×1=72
2×18×2=72
2×36×1=72
3×3×8=72   3×6×4=72
3×12×2=72
4×6×3=72
~~4×6×4=72~~
4×9×2=72
4×18×1=72
6×6×2=72   ~~6×4×4=72~~
8×9×1=72

Avec 5 il y a aucun qui marche

Stéphanie:

Cette élève abandonne les cubes en bois et cherche les décompositions de 72 en trois facteurs. Il faut l'amener à reconsidérer des expressions telles que

$$4 \times 6 \times 3 \quad \text{et} \quad 3 \times 4 \times 6 \text{ etc.}$$

pour en discuter la signification concrète.

stephanie

a× – 4×6×3 = 72

b× ~~3×6×4 = 72~~

c× ~~3×4×6 = 72~~

d× ~~6×4×3 = 72~~

e – 6×6×2 = 72

f× ~~3×8×3 = 72~~

g – 8×9×1 = 72

h× – 3×3×8 = 72

i – 1×72×1 = 72

j – 2×36×1 = 72

k – 2×18×2 = 72

l× ~~4×6×4 = 72~~

m× ~~6×4×4 = 72~~

n – 4×9×2 = 72

o – 4×18×1 = 72

p – 3×19×2 = 72

Remarque

a, b, c, d sont les mêmes tournés

l, m sont aussi les mêmes tournés

f, h sont les mêmes

Emilio, David, Marco:

Une autre façon de présenter les choses:

Hauteur	Longueur	Largeur
1	8	9
1	6	16
1	2	36
1	3	24
1	4	18
1	1	72
2	3	12
3	4	6
3	3	8
4	2	9
6	6	2
18	2	2

Ce sont tous les parallélépipèdes qu'on peut faire Avec septante-deux cubes.

Les ateliers 5 et 6 que nous ne développerons pas ici, sont créés à partir de deux jeux du commerce. L'un touche à **la géomètrie** (constructions aux instruments et symétrie axiale), l'autre à **la combinatoire.**

Pour l'exploitation du premier jeu, voir doc. S.R.P. 83.02 Matériaux pour la mathématique en division moyenne, p. 99 REFLEXION.

Le dernier atelier, lui, propose aux enfants de fabriquer les cartes de jeu manquantes de TIERCE COLOR (Club Nathan). Il s'agit de dessiner, sur chaque fiche, trois des quatre couleurs à disposition, sans répétition. Toutes les cartes possibles différentes étant prêtes, les enfants lisent la règle du jeu et jouent.

Remarque:

Au cours de ce travail qui, en raison du tournus dans les ateliers, peut s'étendre sur plusieurs semaines, les enfants sont appelés à **développer leur autonomie,** que ce soit du point de vue des relances, des démarches ou de l'organisation du travail. cette durée leur impose également de relire ce qu'ils ont écrit au cours d'une séance précédente afin de pouvoir poursuivre. A ce propos, il n'est pas indispensable de toujours demander une mise au net du compte rendu de la recherche. Cette exigence devrait avoir un objectif bien précis ou s'assortir d'une nécessité pratique réelle.

CIEAEM: Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques

La C.I.E.A.E.M. a le plaisir de vous annoncer qu'elle tiendra sa prochaine rencontre internationale à

l'Université de Southampton (Angleterre): du 24 au 30 juillet 1986

Thème retenu: *Mathématique pour les élèves de 14 à 17 ans, est-ce qu'ils en ont vraiment besoin?*

Objectifs: Développer des recommandations qui seront présentées aux séances plénières et seront publiées – avec les exposés faits par les conférenciers.

Si vous voulez recevoir la seconde annonce pour la rencontre CIEAEM 1986 – programme d'activités, frais d'inscription et de participation, renseignements de voyage, etc. – *veuillez écrire avant le 1er novembre 1985,* à l'organisateur local:

Peter Bowie, Shalbourne, Marlborough, SN8 3QD, England

Sous-thèmes:

a) Comment la décision d'apprendre les mathématiques entre 14 et 17 ans est-elle influencée par des facteurs sociaux et psychologiques?
b) Comment pourrait-on améliorer les méthodes et l'organisation de l'enseignement des mathématiques aux élèves de 14 à 17 ans?
c) Comment les besoins mathématiques des élèves plus doués se développent-ils?
d) Comment pourrait-on mieux aider les moins doués dans leurs études mathématiques?
e) Les sciences naturelles, la technologie, l'expérience de la vie active, devraient-elles avoir un rapport avec les mathématiques pour les élèves de 14 à 17 ans?
f) Comment dans l'enseignement mathématique des élèves plus jeunes, pourrait-on prévoir les besoins mentionnés ci-dessus?

Hâte-toi lentement!

une étape du rallye de la soustraction

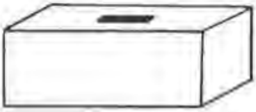
par Marcelle Goerg

Le jeu du trésor

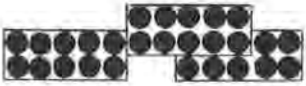
Ce jeu, plus exactement cette activité, présentée par une enseignante de la division élémentaire lors de l'intéressante exposition-math de l'école d'Avully à Genève en décembre 1984, se joue entre deux élèves, mais demande le concours d'un arbitre, le trésorier.

Matériel:

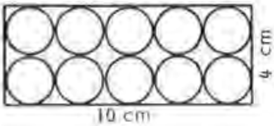
- une boîte tirelire,



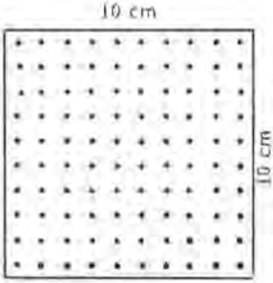
- un porte-monnaie de jetons-unités,
- une vingtaine de cartes de 10 jetons,



(pour préparer ces cartes, coller entre deux feuilles de papier adhésif, une dizaine de jetons, selon le modèle ci-dessous)



- quelques cartes *représentant* 100 jetons pour former de plus grands nombres,

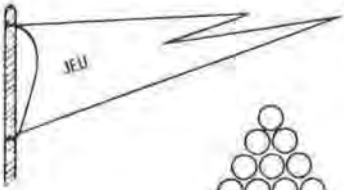


- du papier et un crayon, pour que chaque enfant note le code de la part mise dans la tirelire et puisse faire ses calculs.

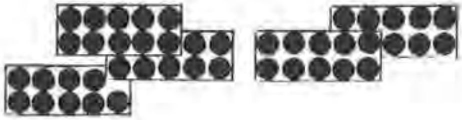
But:

- Constituer un TRESOR avec les parts mises dans la tirelire par les deux enfants,
- retrouver par un calcul, mental ou écrit, la part de l'autre, connaissant le montant du TRESOR et sa propre part.

En d'autres termes, rechercher le cardinal du complémentaire d'un ensemble inclus dans un autre ensemble.



Sur la table, un tas de jetons-unités et de cartes de dizaines.



Règle:

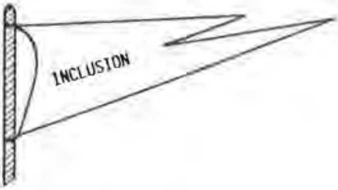
- Chaque joueur prépare en cachette sa participation au TRESOR, la code et la met dans la tirelire.
- Les deux parts sont réunies et forment le TRESOR.
- La tirelire ouverte, le TRESOR est dénombré par le trésorier et codé.
- Chaque joueur essaie de deviner le code de la part que l'autre a mise dans le TRESOR.
- Chaque réponse correcte vaut un point.

Ce jeu, simple dans sa forme, peut se faire à des moments différents de l'apprentissage de la soustraction.

Déroulement de l'activité

Paul et Catherine préparent chacun une collection qu'ils glissent dans la tirelire, ils notent le code sur leur papier respectif.

Le trésorier ouvre la tirelire et annonce le code du TRESOR touvé, la réunion des deux parts constituant le TRESOR.



Dans un premier temps, chaque enfant prend conscience que sa part, dont il a noté le code, fait bien partie du TRESOR, qu'elle est incluse dans le TRESOR, que tous les éléments de sa part sont aussi des éléments de la totalité, mais que sa part ne peut être que plus petite que le TRESOR entier. Il y a nécessairement plus de jetons dans le TRESOR que dans la part qu'il a mise dans la tirelire.

L'inclusion, qui n'est pas une opération, met en relation simultanément la partie et le tout sans qu'apparaisse une quelconque transformation temporelle. Les parts des enfants sont une partition de l'ensemble des jetons du TRESOR. Le sous-ensemble que Catherine doit coder est représenté par le complémentaire de sa part ou la négation de sa part. Le problème est le même pour Paul.

Les jetons de la part de Paul et de Catherine, bien que de même couleur, revêtent un statut différent: «ce sont les miens», «ce sont les tiens»!

Au cours du jeu, si le trésorier donne le code du trésor et vide tous les jetons sur la table, le jeu cesse immédiatement, chacun reprend sa part et les enfants n'ont plus rien à deviner; aucune opération de cette manière ne semble nécessaire.

Par contre, si le trésorier annonce le code représentant la valeur du TRESOR seulement, le problème se situe sur le plan des représentations écrites et s'articule autour de l'idée de complément; l'opération est donc possible.

Comment deviner la part de l'autre?

Elle est de même nature, mais plus petite que la totalité du TRESOR.

Part de Paul + ... = TRESOR
. . . . + part de Catherine = TRESOR
Part de Paul + part de Catherine = TRESOR
Part de Paul = TRESOR − part de Catherine
Part de Catherine = TRESOR − part de Paul

Se définissent ainsi les termes de l'opération, mais pas obligatoirement *l'écriture* d'une soustraction.

Les procédés de calcul sont variés, en voici un par exemple:

39 code du TRESOR
17 part de Paul
17 + ... = 39

Opération résolue par essais successifs:

17 + 20? = 37
17 + 22 = 39

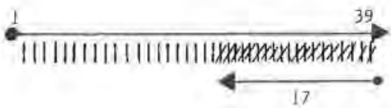
Le calcul mental et ses propres représentations permettent de trouver par des cheminements différents une solution vérifiable par le matériel.

Il est vrai que l'écriture souhaitée pour pratiquer la soustraction 39 – 17 = 22 n'est pas indispensable pour résoudre le problème, et que, si on la veut, il faudra la demander: «Fais une soustraction pour trouver la part de ton camarade!» Cette écriture ne rebute pas les élèves, ils l'utilisent volontiers et racontent: «le TRESOR est de 39, j'enlève ma part et je trouve la tienne qui peut être plus grande ou plus petite que la mienne».

Pour calculer $\boxed{39 - 17 = ?}$
ils se débrouillent...
à l'aide des doigts :

18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31
32 33 34 35 36 37 38 39 → <u>22</u>

ou à l'aide des bâtons :



Ce procédé, s'il persiste en 3P, inquiète l'enseignant, parce que lent, mais rassure l'élève. Il nous montre l'importance qu'il y a pour l'élève de construire le nombre initial, la nécessité qu'il y a de la représenter par unités successives +1, +1, itération positive qui introduit la suite –1, –1.

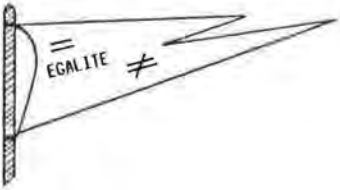
On remarque dans le procédé à l'aide des bâtons l'enchaînement des deux mouvements, le positif jusqu'à 39 et le négatif qui commence à partir du 39e.

Ce procédé en rejoint un autre, plus fréquent par énonciation orale, mais guère plus pratique:

38 37 36 35 34 33 32 31 30 29 28 27 26 25 24 23 22 21 20 19 18 17 !

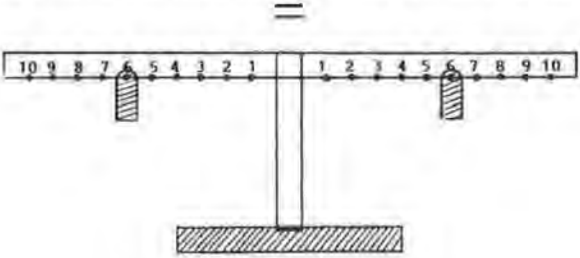
Cette étape de comptage se doit d'être dépassée, certains élèves la prolongent par habitude ou par «confort», «de cette manière, disent-ils, on est sûr que *tout* y est».

L'observation de ces démarches nous donne de précieux renseignements sur les liens que l'enfant établit, les repères qu'il se construit, les freins qui perturbent l'acquisition de nouvelles relations.



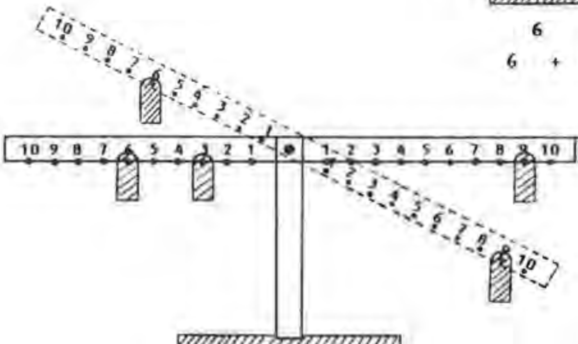
On s'aperçoit que longtemps la notion d'égalité reste liée au signe + et que si l'on veut dépasser une simple jonglerie des signes, on doit travailler cette notion d'égalité et d'inégalité non seulement avec le «signe +» mais aussi avec le «signe –».

La balance mathématique, au délicat maniement, expérimente entre autre ces relations.



$6 = 6$ ou

$6 + (-6) = 0$



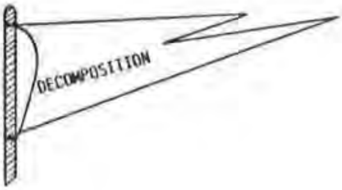
$9 \neq 6$ ou

$9 + (-6) \neq 0$

$9 + (-6 -3) = 0$

Elle offre aussi maintes occasions de décomposition du nombre.

Et, si l'on veut que la décomposition du nombre soit un réel *outil de calcul,* il faut que l'élève prenne conscience des variations des décompositions tant sur le registre additif que soustractif.



$$\begin{array}{rcl}
10 & = & 10 + 0 \\
10 & = & 9 + 1 \\
10 & = & 8 + 2 \\
10 & = & 7 + 3 \\
10 & = & 6 + 4 \\
10 & = & 5 + 5 \\
10 & = & 4 + 6 \\
10 & = & 3 + 7 \\
10 & = & 2 + 8 \\
10 & = & 1 + 9 \\
10 & = & 0 + 10 \\
10 & = & 11 - 1 \\
10 & = & 12 - 2 \\
10 & = & 13 - 3 \\
10 & = & 14 - 4 \\
10 & = & 15 - 5 \\
10 & = & 16 - 6 \\
10 & = & 17 - 7 \\
10 & = & 18 - 8 \\
10 & = & 19 - 9 \\
10 & = & 20 - 10
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c} + \\ \\ \\ - \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc}
10 & = & 9 & + & 1 \\
 & & -1 & & +1 \\
10 & = & 8 & + & 2 \\
 & & -1 & & +1 \\
10 & = & 7 & + & 3
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{ccccc}
10 & = & 11 & - & 1 \\
 & & +1 & & +1 \\
10 & = & 12 & - & 2 \\
 & & +1 & & +1 \\
10 & = & 13 & - & 3
\end{array}$$

Une construction sérieuse des équivalences jusqu'à 18, si elle est bien intériorisée, apporte la maîtrise nécessaire pour qu'une décomposition soit utilisée à la place d'une autre, qu'elle fonctionne dans une opération, qu'elle en facilite la justesse et la rapidité.

Exemple d'élève:

«4 et 5 = 9
parce que 5 + 5 = 10
et que 10 − 1 = 9»

Les relations doivent devenir évidentes sur les quantités:

$$\begin{array}{ccccc}
 & 21 & + & 18 & \\
+1 & & & & -1 \\
 & 22 & + & 17 &
\end{array}$$

mais aussi dans l'articulation des termes:

$$\begin{array}{l} 23 - 4 = 19 \\ 19 + \cdot = 23 \end{array}$$

et dans le choix des décompositions:

$$15 - 6 = ? \qquad \begin{array}{l} 15 = 7 + 8 \\ 15 = 8 + 7 \\ \longrightarrow \boxed{15 = 9 + 6} \\ 15 = 10 + 5 \end{array}$$

L'élève qui connaît la suite des décompositions d'un nombre ne peut en rester là; il doit, s'il veut que son travail soit efficace, en conserver une signification utile, *choisir* celle qui convient pour résoudre l'équation; une élimination rapide de ce qui n'est pas pertinent, un choix économique et réfléchi assure la solidité du calcul.

Tant que les nombres sont «petits», chacun peut en avoir sa propre conception et l'utiliser selon ses règles. Mais franchir la limite des nombres à 2 chiffres s'impose pour comprendre le principe fondamental de la numération, à savoir qu'un même chiffre représente un nombre *n* fois plus grand, en base *n*, s'il est placé dans la deuxième colonne vers la gauche que s'il est placé dans la colonne des unités.

Si les nombres augmentent et que leur signification reste floue, les opérations perdent toute signification.

300 trois cents
$3 \times (10 \times 10)$

$$333$$

$$3\,(10 \times 10) \quad + \quad 3 \times 10 \quad + \quad 3 \times 1$$

Toutefois cet apprentissage ne se fait pas d'un seul coup, l'élève devra se poser des questions au sujet de ces grands nombres, se laisser interroger par eux.

Une approche pédagogique intéressante avec des élèves de 3P est d'utiliser la *calculatrice de poche*, sans autre explication que celle du contact ON , d'observer comment ils s'y prennent pour résoudre ces calculs.

211	+	·	=	400
979	+	·	=	1009
876	+	·	=	945
729	+	·	=	800
326	+	·	=	925

Au début, ils complètent, par tranches successives, ce qui manque, en commençant soit par les unités, soit par les centaines, ce qui provoque des échanges ou des «retenues».

La calculatrice reste inutile pour ce travail jusqu'au moment où ils sont capables de réorganiser eux-mêmes les termes et de découvrir l'utilité de la touche ⊖.

La procédure de «complément» consiste à rechercher, sans faire de soustraction proprement dite, ce qu'il faut ajouter à l'état initial pour atteindre l'état final.

Les nombres se prêtent souvent à un calcul mental, par exemple:

$$729 + \cdot = 800$$

ou

$$\begin{array}{r} 1\,7 \\ + \;\cdot\;\cdot \\ \hline 3\,9 \end{array}$$

mais les degrés de difficultés sont plus ou moins sensibles.

$$\begin{array}{r} 1\,7 \\ + \;\cdot\;\cdot \\ \hline 3\,2 \end{array} \qquad 7 + 5 = 12$$

1 dizaine 2 unités

Ce système est précocement utilisé, toutefois il nous éloigne d'une technique de l'algorithme de la soustraction.

La soustraction n'est pas une nouvelle opération, mais l'inverse d'une autre, l'addition, et se travaille dans un ensemble de nombres entiers naturels, ce qui en limite le jeu des relations.

La compréhension de la notion de soustraction repose, comme toute autre opération, sur la construction du nombre. Cette problématique est déjà celle de l'addition, notion abordée plus tôt dans le programme et qui n'est nullement dissociable de la soustraction.

Toutefois l'élève ne parvient à la notation qu'en passant par la prise de conscience de chaque terme, ainsi que par la signification de leur mise en relations.

On ne fait pas que s'habituer à un autre signe!

La procédure de «différence» consiste à rechercher, par *soustraction* entre les 2 états, final et initial, la valeur de la transformation.

Elle est utilisable avec tous les nombres quels qu'ils soient, mais elle suppose un calcul relationnel plus élaboré que la procédure de «complément». En classe, l'idée de «reste» se travaille, mais si l'on veut que l'élève ne fuie pas dans la procédure de complément, il faut aborder les grands nombres.

L'introduction des grands nombres sous-entend que le système de numération de position est en train de se construire, ce qui nécessite de nouvelles relations entre les nombres pour que les relations multiplicatives sous-jacentes au système se mettent en place:

$$\text{trois cents, } 300,\ 3 \times (10 \times 10).$$

La technique de la soustraction doit tenir compte de cette mise en place, ce qui explique qu'elle peut apparaître plus tardivement, après une approche du concept de multiplication par la mesure d'aire et par le produit cartésien.

Ramener la technique de la soustraction à l'idée que seul un «truc» agissant de colonne en colonne, utile pour la résoudre, appauvrit la compréhension de l'algorithme et conduit à des confusions ou des erreurs du type:

$$\begin{array}{r} 3\,2 \\ -\ 1\,7 \\ \hline 2\,7 \end{array} \longrightarrow \text{7 moins 2!}$$

2 est alors un chiffre et non un nombre faisant partie de 32, il n'est considéré que pour lui-même et si l'élève n'a enregistré que la règle: «pour soustraire on prend le plus grand et on enlève le plus petit», ce retournement est fréquemment constaté.

L'enfant *entend* les grands nombres avant que ceux-ci aient un contenu mathématique et il est surpris plus d'une fois par l'équivalence des écritures de ces nombres.

Donnez-lui 13 billets de 100 francs, il hésite à coder 1300 francs et à être persuadé que s'il reçoit un billet de 1000 francs et 3 billets de 100 francs, il possède la même somme, cette dernière mise étant donnée sous la forme particulière du moins de billets possibles.

Soustrayez 77 francs des 1300 francs, *l'échange* d'un billet de 100 francs en billets de 10 francs s'impose, de même que 1 billet de 10 francs s'échange contre 10 pièces de 1 franc.

$$\begin{array}{rcccc} & & & 9 & \\ & & 2 & \cancel{10} & 10 \\ & 1 & \cancel{3} & \cancel{0} & \cancel{0} \\ - & & & 7 & 7 \\ \hline \end{array}$$

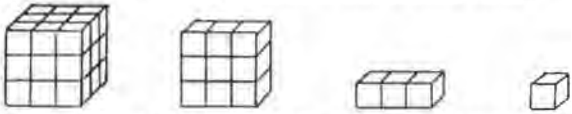
La notation de cette équivalence

$$\boxed{1000}\ \boxed{100}\ \boxed{100}\ \boxed{100} \equiv \boxed{1000}\ \boxed{100}\ \boxed{100}\ \boxed{10}\ \boxed{10}\ \boxed{10}\ \boxed{10}\ \boxed{10}\ \boxed{10}\ \boxed{10}\ \boxed{10}\ \boxed{10}\ \circ\ \circ\ \circ\ \circ\ \circ\ \circ\ \circ\ \circ\ \circ\ \circ$$

n'est pas évidente, l'élève doit avoir le temps et l'occasion de la vérifier.

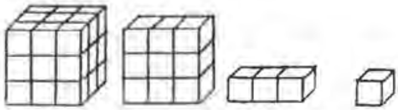
Une démonstration rigoureuse de ces échanges est faite à l'aide du matériel «multibases», distribué à 1 exemplaire par école et destiné aux élèves de 4P.

Exemple en base trois:



Ce matériel, de par sa structure, permet de composer des *équivalences*, de confronter le nombre de pièces à leur valeur.

Voici un code: 1111 en base trois



	1	1	1	1	=	40 unités
	1	1	0	4	=	40 "
	1	0	4	1	=	40 "
	1	0	3	4	=	40 "
	1	0	2	7	=	40 "
	1	0	1	10	=	40 "
	1	0	0	13	=	40 "
		3	0	13	=	40 "
		2	3	13	=	40 "
		.	.	.		
		.	.	.		
		.	.	.		
avec le moins de pièces possibles	1	1	1	1	=	40 unités
avec le plus de pièces possibles				40	=	40 unités

De tels exercices, s'ils gardent leur signification dans la perspective d'un travail sur les écritures, sont fondamentaux.

Pour vous,
qui savez «faire des soustractions»!

- Ecrivez un nombre de trois chiffres, choisissez-le de telle façon qu'il ait pour les centaines un chiffre qui soit plus grand que celui des unités!
- Permutez le chiffre des centaines avec le chiffre des unités!
- Soustrayez ce nouveau nombre du premier!
- Permutez le chiffre des centaines avec le chiffre des unités du résultat obtenu!
- Additionnez ce nouveau nombre au résultat de la soustraction!
- Faites plusieurs essais!
- Que remarquez-vous?
- Pouvez-vous en expliquer la raison?

Références:
G. Vergnaud: L'enfant, la mathématique et la réalité.
N. Guignard: Les chemins de traverse de la mathématique - SRP No 23 - DIP Genève.

Erratum

Une malheureuse coquille s'est glissée dans l'article de François Sigrist, paru dans le numéro 119 de Math-Ecole:

En page 4, il fallait lire:

Le théorème d'Euler s'écrit alors:

$$1 + \frac{2}{a} \leqslant \frac{2}{3} + \frac{2}{m}$$

L'auteur de l'article et nos fidèles lecteurs voudront bien nous en excuser.

Trois petits tests et puis...

par F. Oberson

Je vous propose de réaliser, à l'occasion, les trois petits tests suivants. Le premier avec un enfant de neuf ou dix ans réputé «peu doué» en calcul, le second avec un étudiant ou une étudiante de seize ou dix-sept ans assumant sans difficultés particulières son programme de mathématique, le troisième, une fois dans une classe de 6e primaire, une fois dans une classe de fin de Cycle d'orientation.

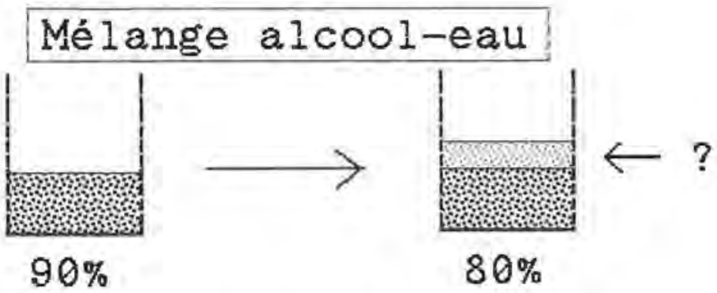
TEST 1: Vous prenez deux feuilles, l'une pour l'élève, l'autre pour vous. Sur la vôtre, vous écrivez un mot, sans le prononcer. Vous demandez alors à l'enfant de dessiner quelque chose sur sa feuille, lui expliquant que son dessin doit vous prouver qu'il comprend bien la signification du mot que vous avez écrit.

On tente un premier essai: vous écrivez, par exemple, le mot TELEVISION, il vous propose son dessin. Si l'on reconnaît effectivement un poste de télévision, c'est parfait; on peut commencer le test. Sinon, vous dessinez le poste de télévision et vous proposez un nouvel exemple.

On commence: premier mot écrit → BOITE
deuxième mot → LAMPE
troisième «mot» → 37

L'état de surprise provoqué très souvent par cette dernière écriture est révélateur de l'absence, chez l'enfant «qui ne sait pas calculer» de toutes représentations associées aux nombres.

TEST 2: Poser le petit problème suivant:



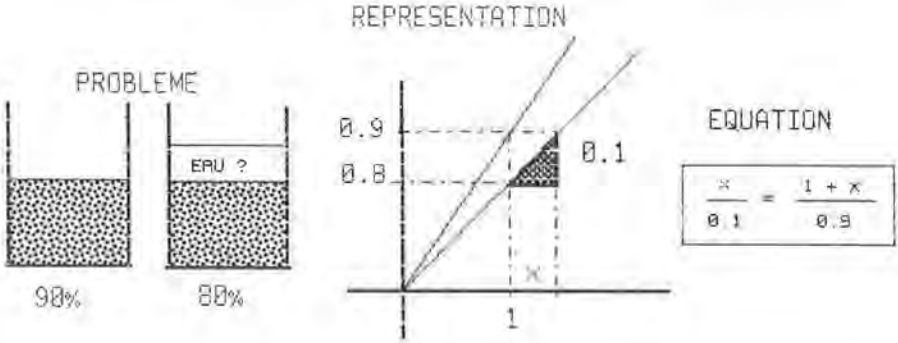
On a, dans un récipient, un litre d'une solution (alcool - eau) à 90 %.
Quelle quantité d'eau faut-il ajouter pour obtenir un mélange à 80 %?

L'état de surprise, cette fois risque bien d'être de votre côté. C'est du moins ce qui m'est arrivé la première fois que je me suis livré à cette expérience avec des étudiants de l'Ecole normale. Dans «Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire - Cycle préparatoire», l'équipe ERMEL (Equipe de Recherche Mathématique à l'Ecole Elémentaire) cite N. Bourbaki en ces termes:

«La capacité de résoudre vite un problème, de s'orienter rapidement vers les opérations de transformation qui s'avèrent fructueuses, est ce qu'on nomme souvent «intuition» ou «don mathématique». Or elle n'est souvent rien de plus qu'une prévision efficace fondée sur «une certaine connaissance du comportement des êtres mathématiques, aidées souvent par des images de nature très variées, mais fondée avant tout sur leur fréquentation journalière».

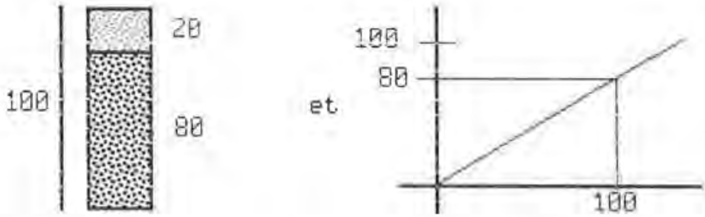
Parmi les êtres mathématiques appelés à jouer un rôle dans la résolution de ce problème, la notion de proportionnalité détient sans conteste le rôle principal. On pourrait donc s'attendre à ce que l'une des images que lui associe de manière privilégiée l'enseignement actuel des mathématiques, à savoir la représentation graphique de fonctions linéaires, aide à une certaine visualisation du problème, permettant une nouvelle interprétation menant à poser en toute sûreté l'équation à résoudre.

Schématiquement, il semble donc légitime de voir fonctionner les trois phases suivantes:



Or, parmi les étudiants à qui j'ai soumis ce problème, la proportion de ceux qui, explicitement ou implicitement se réfèrent à cette démarche est inférieure à 10 %.

Là encore, c'est au niveau des représentations, des images mentales associables aux notions de pourcentages, de proportionnalité qu'à mon sens on peut trouver une explication. Plus précisément dans ce cas, c'est la qualité de ces représentations qui est insuffisante. Il y a en effet une différence fondamentale entre les deux représentations suivantes associables à l'expression 80 %



la seconde ayant l'avantage sur la première de rendre compte immédiatement des équivalences 80 pour 100, c'est comme 40 pour 50, c'est comme 160 pour 200, etc.

Il y a donc intérêt réel à mettre en relation, déjà chez l'élève de 5^{e} ou 6^{e} primaires, ce mode de représentation et des tableaux du type

80	160	40	20	10	1	...
100	200	50	25	12.5	1.25	...

Ceci m'amène au troisième test.

TEST 3: Vous réaliser 2 pendules, l'un court, donc à oscillations rapides, l'autre plus long, donc oscillant plus lentement. On met en mouvement le premier et on détermine combien d'oscillations complètes (aller-retour) il réalise en 45 secondes. On obtient, par exemple, 52 oscillations. On met l'autre pendule en mouvement et on mesure cette fois combien de secondes il lui faut pour réaliser 20 oscillations complètes. Par exemple 32 secondes.

On note au tableau:

	aller-retour	secondes
LENT	20	32
RAPIDE	52	45

On fait constater que la vitesse d'oscillation d'un pendule est indépendante de l'amplitude du mouvement d'aller-retour. (Si l'on veut écarter ce problème, il est possible d'utiliser deux métronomes à la place des pendules).

On met en mouvement les deux pendules juste à l'instant où l'on enclenche un chonomètre.

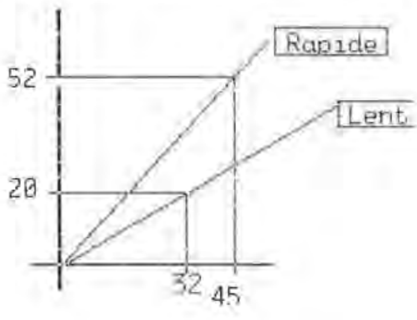
Question: Combien de secondes doivent s'écouler pour que le pendule RAPIDE ait réalisé exactement deux fois plus d'aller-retour que le pendule LENT?

Et là encore, surprise plus que probable! Peut-être même verrez-vous comme moi les petits d'école primaire plus à l'aise que les plus grands qui s'engagent dans une résolution algébrique du problème, finissant par y perdre pied lorsqu'ils aboutissent à

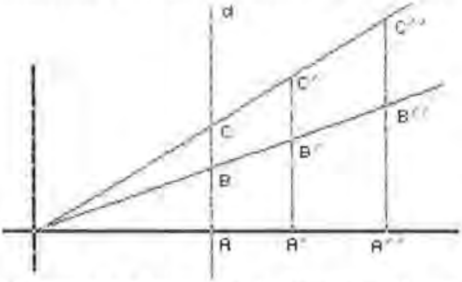
$$\boxed{\left(\frac{40}{32} - \frac{52}{45}\right) t = 0}$$

ne parvenant à interpréter l'unique solution t = 0 tant ils sont persuadés qu'il doit y en avoir une autre.

Mais il y a pire encore. Bien qu'ayant réalisé la représentation suivante



beaucoup d'élèves ne perçoivent pas la proportionnalité qui veut justement que



$$\frac{AC}{AB} = \frac{A'C'}{A'B'} = \frac{A''C''}{A''B''} = K$$

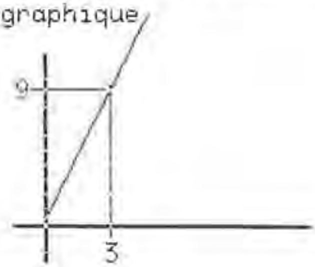
et donc que si le rapport AC/AB est égal à k différent de 2, il restera égal à k, donc différent de 2, où que l'on place la perpendiculaire d. D'où l'unique solution obtenue dans une résolution algébrique menée correctement: t = 0.

Dans ce cas, ce n'est pas la qualité de la représentation associée au problème qui est en cause mais son interprétation. Dans «L'élève et/ou les connaissances scientifiques», A. Giordan et ses collaborateurs précisent: «Le savoir ne remplit pas un vide mais se substitue peu à peu à des représentations spontanées qui expriment la vision que les enfants ont du monde. ... Si l'on ne tient pas compte d'elles, on aboutit semble-t-il à la coexistence chez les élèves de deux systèmes explicatifs parallèles, n'ayant pas prise l'un sur l'autre: l'un est utilisé dans les situations étroitement orientées par le professeur, l'autre ressurgit avec ténacité lorsque la situation change.» C'est à mon avis tout à fait ce qui se passe chez beaucoup d'élèves mis dans la situation du test 3. Convaincus au fond d'eux-mêmes qu'après un certain temps, le pendule RAPIDE doit avoir fait deux fois plus d'oscillations que le LENT, tout leur outillage algébrique de résolution de problèmes se fausse, la notion même de proportionnalité se dégradant même, chez beaucoup, jusqu'à faire disparaître tout lien entre

un tableau du type

3	4	5	...	1	...
9	12	15	...	3	...

et sa correspondance graphique



En conclusion, absence de représentation, insuffisance qualitative de la représentation et représentation non réellement intégrée, voilà à mon avis trois faiblesses capitales présentées chez tout élève en difficulté d'agir avec l'outil mathématique.

Trois petits tests et puis... on devrait pouvoir s'en convaincre!

Références précises:

Sous la responsabilité scientifique de A. Giordan, «L'élève et/ou les connaissances scientifiques», Peter Lang AG, Berne 1983.
ERMEL (Equipe de recherche mathématique à l'école élémentaire), «Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire, Cycle préparatoire», SERMAP OCDL, Paris 1977.

J. A. 1211 GENEVE 6

TABLE DES MATIÈRES

Abonnements:

Suisse: F 14.—, Etranger F 16.—, CCP 12 - 4983. Paraît 5 fois par an. Service de la Recherche Pédagogique; 11, r. Sillem, CH 1207 Genève. (Tél. (022) 35 15 59).

Adresse: Math-Ecole; 11, rue Sillem, Ch-1207 Genève; CCP 12 - 4983

Imprimerie Fiorina & Burgener, 1950 Sion