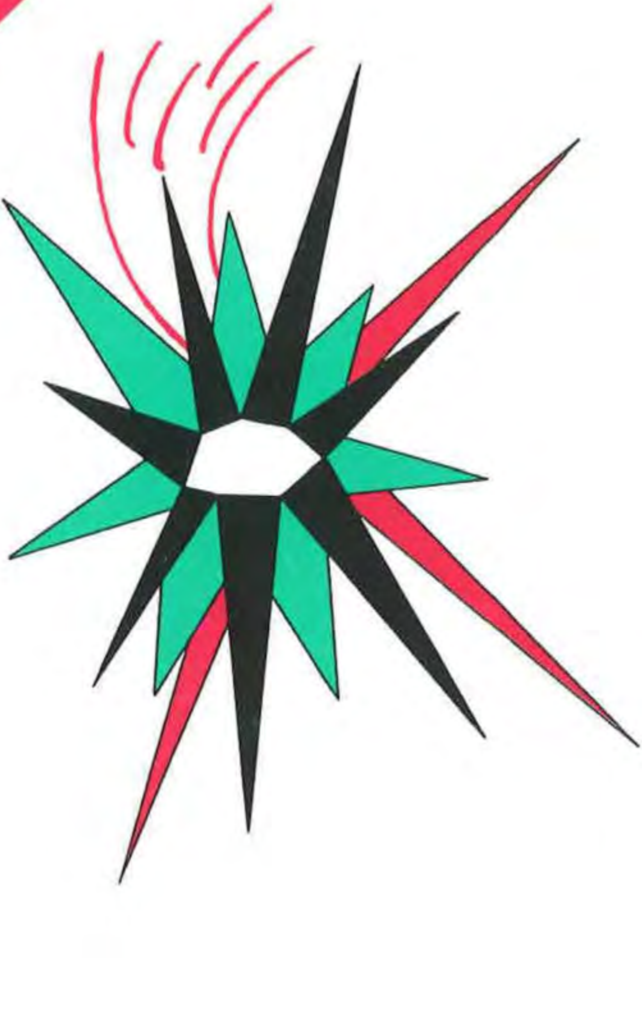
25 ans

125



MATH ECOLE

NOVEMBRE 1986
25e ANNÉE

Pour marquer son 25e anniversaire, la revue

MATH-ECOLE

vous convie à participer à la conférence qui sera prononcée le

Samedi 29 novembre 1986
à 15 heures

par

Jean-Blaise GRIZE

LANGAGE DE RAISONNEMENT ET LANGUES DE COMMUNICATION

Aula de l'Ecole normale de Fribourg
Rue de Morat 36

Enseignants, parents et enfants sont de plus cordialement invités à visiter

l'exposition de matériel didactique

(hall d'entrée de l'Ecole normale de Fribourg,
du 26 novembre au 5 décembre de 0900 h. à 1800 h.,
samedi 29, de 0900 h. à 1200 h., fermée le dimanche 30 novembre)

et à participer à des

ATELIERS MATHEMATIQUES

ouverts à l'Ecole normale de Fribourg

du mercredi 26 au vendredi 28 novembre de 1630 h. à 1800 h.
et samedi 29 novembre de 0900 h. à 1200 h.

Les enseignants de 5e ou 6e primaires qui le souhaiteraient peuvent y participer avec leur classe

du mercredi 26 au vendredi 28 novembre
de 1000 h. à 1130 h. ou de 1400 h. à 1530 h.

(inscription préalable auprès du secrétariat de l'Ecole normale, délai: samedi 22 novembre)

MATH-ECOLE 125

25e ANNÉE — Paraît cinq fois par an — NOVEMBRE 1986

Editorial

Marquer le temps

Cinq, sept, douze, vingt-cinq, cinquante... nombres magiques, nombres médiatiques, l'homme est ainsi fait, poussière de poussière dans le cosmos, instant d'instant face à l'éternité, qu'il a besoin de célébrer des anniversaires pour s'assurer qu'il existe.

La rédaction de Math-école n'échappe pas à la règle et fête, en publiant ce cent-vingt-cinquième numéro, ses noces d'argent avec ses lecteurs de Romandie, d'Europe et d'Outre-mer. Vingt-cinq ans, pour une revue spécialisée en éducation, c'est un bel âge. Et c'est grâce à vous tous, fidèles abonnés, grâce aussi au soutien sans défaut des autorités politiques et scolaires des cantons, celles du Valais d'abord qui accueillirent les premières publications dans «l'Ecole Valaisanne», celles de Genève et de Neuchâtel ensuite qui offrent avec fidélité l'abonnement à leur corps enseignant, celles des autres cantons aussi qui manifestent de l'intérêt pour nos efforts, que nous pouvons avec vous nous réjouir de ce succès, saluer le travail des pionniers et formuler nos espoirs pour l'avenir.

Math-Ecole n'existerait pas sans l'engagement intense de son fondateur, Samuel Roller, sans son courage, son entregent et cette foi qui surmonte toutes les difficultés. Il a su pressentir la caducité d'un enseignement de l'arithmétique exclusivement utilitaire et promouvoir, avant la mode de la mathématique moderne, la valeur hautement formative de cette discipline. «A bas Euclide», criait Dieudonné; «A bas les mathématiques modernes, sources de tous les maux», diront plus tard des personnalités aussi célèbres que peu au fait des vrais problèmes de l'éducation. Foin de tout cela dans la pensée de Samuel Roller, mais une confiance sans défaut dans les pouvoirs de l'enfant, dans la compétence et la générosité des maîtres, et l'assurance aussi que l'apprentissage est ouverture au monde ou qu'il n'est pas.

Lors de sa création, en 1962, la revue était intitulée «Les nombres en couleurs». Ce titre rappellera aux plus anciens l'aventure passionnante de ces petits bâtonnets de bois qui, faisant en quelques années le tour du monde, allaient mobiliser dans les années cinquante, tous ceux qui croyaient à la possibilité d'améliorer l'enseignement du calcul.

C'est l'occasion de rappeler la mémoire de Georges Cuisenaire, aussi génial inventeur que modeste instituteur, de saluer le travail opiniâtre de Madeleine Goutard et les enthousiasmes de Caleb Gattegno, de souligner l'engagement des ouvriers de la première heure en Suisse romande: Berthold Beauverd, Léo Biollaz, Alice Cullaz, Andrée Forestier, Arlette Grin, Gaston Guélat, Evelyne Jacques, Colette Rohrbach, Nicolas Savary, Yvonne Savioz, Nadine Weyl, et tant d'autres que j'aurais aimé connaître et qui me pardonneront de ne citer que ceux qui m'ont nourri de leur exemple ou de leurs écrits. Tous ont largement contribué à préparer le terrain nécessaire à la réforme fondamentale qui allait suivre.

Avec l'adoption d'un nouveau titre, en janvier 1967, la revue marquait son intention de*«préparer les élèves à opérer au sein de la mathématique moderne»* et de *«nous ouvrir à toutes les méthodes que nous jugerions bonnes pour atteindre cet objectif»* car *«le concept mathématique ne réside pas dans tel ou tel matériel mais se dégage progressivement de la manipulation de chacun d'eux»* [1].

C'est cette idée de mathématique moderne qui, après les premiers engouements liés notamment au colloque de Royaumont, déclencha tant de polémiques et de controverses dans la mesure où elle servit de prétexte à un amalgamme dans lequel intervinrent l'élitisme contre la démocratisation des études, l'humanisme contre la science, l'algèbre contre la géométrie, l'abstrait contre le concret, la tradition contre le modernisme. Que l'on se soit déclaré pour ou contre, la mathématique moderne focalisa probablement, dans un moment d'éclatement des structures et des valeurs traditionnelles, l'angoisse face au sentiment diffus et confus d'une inadaptation généralisée des systèmes éducatifs par rapport aux changements explosifs de la société.

Pour controversée qu'elle fut, cette démarche aura permis une réflexion approfondie sur les mathématiques elles-mêmes, sur leur place dans l'enseignement, sur la manière de les enseigner et de les apprendre, et nous ne saurions passer sous silence l'apport considérable des Zoltan Dienes, Lucienne Félix, Maurice Glaymann, Frédérique et Georges Papy, Laurent Pauli, Nicole Picard, André Revuz, Willy Servais, qui allaient mobiliser les enseignants pendant plusieurs années, bouleverser les programmes des écoles secondaires et influencer très fortement la rédaction des plans d'études romands de 1972 et 1979 pour l'école primaire.

Ici encore, des noms m'échappent mais l'engagement des Théo Bernet, Charles Burdet, André Calame, Gérard Charrière, André Delessert, Roger Sauthier pour ne citer qu'eux, comme l'inlassable dévouement des animateurs et des méthodologues de tous les cantons, ont permis de façonner cette mathématique nouvelle tout en évitant par ajustements successifs les excès qui marquèrent certaines écoles étrangères.

Dans cet hommage, nous ne saurions passer sous silence l'influence considérable des maîtres dont l'œuvre transparaît, même lorsqu'ils ne sont pas cités, dans l'esprit de nombreux articles, Jean Piaget bien sûr, et Ferdinand Gonseth, et Georges Polya, mais aussi Henri Bergson, Robert Dottrens, Louis Meylan, Samuel Roller qui, chacun à sa manière, ont contribué à faire comprendre que la formation de l'homme d'aujourd'hui ne peut se réduire à l'acquisition de quel-

[1] Samuel Roller in Math-Ecole No 26.

ques règles, que l'apprentissage est avant tout affaire d'activité du sujet et que le développement de la personne constitue l'une des conditions de survie des démocraties.

Mais rien n'aurait été possible sans l'intérêt, l'enthousiasme, l'abnégation, l'esprit critique aussi, de plusieurs centaines d'enseignants de ce pays qui, parfaitement conscients du fait que l'école n'avait plus les moyens de répondre pleinement à sa mission de formation, cherchaient de toutes leurs forces et de toute leur intelligence à découvrir les nouvelles voies qui leur permettraient de répondre au défit posé à l'école par une société en profonde mutation.

Avec l'introduction des programmes romands pour le six premières années de la scolarité obligatoire, Math-Ecole a pris le parti de jouer pleinement le jeu de la coordination romande au risque, faut-il le dire, d'y perdre un peu de son identité et de sa vocation de ferment novateur. Il s'agissait en effet de ne pas déconcerter un corps enseignant engagé dans une mutation difficile et de considérer que le changement, quel qu'il soit, demande la maturation du temps. Au cours des dix dernières années, l'accent a été mis sur l'accompagnement de la réforme et l'élargissement de la formation des maîtres. Grâce à la contribution bénévole de nombreux auteurs, titulaires de classes aux prises avec le quotidien, spécialistes de la mathématique et de la pédagogie, animateurs, méthodologues, chercheurs, ce sont près de 1400 pages qui ont été consacrées à la rénovation de l'enseignement de la mathématique dans sa conception romande. Mais s'il est facile de compter les pages, c'est une tout autre affaire que de mesurer, la mesure étant par définition une approximation, l'impact et la qualité de cet effort.

Durant cette décennie, les passions se sont atténuées et les controverses se sont portées sur d'autres terrains. Pour un œil non averti, la mathématique paraît avoir retrouvé sa sérénité et l'enseignement de cette discipline son rythme de croisière. De là à considérer que des efforts de maintenance et de développement ne sont plus nécessaires, il n'y a qu'un pas que nous nous garderons de franchir dans un temps où l'émergence de certaines idées réductrices émanant de milieux peu au fait du véritable enjeu de la formation mathématique pourait inciter à une démobilisation.

L'esprit de l'époque est au rejet des excès de la science et les débats sur la société, l'écologie ou l'informatique, pour ne citer que quelques exemples, prennent souvent des accents rousseauistes. L'opposition entre esprit de finesse et esprit de géométrie revient à l'ordre du jour alors que nous avons grand besoin de cultiver l'esprit de finesse **et** celui de géométrie. Ne nous trompons pas de cible. La maîtrise de la société postindustrielle ne peut se concevoir dans un rejet de l'esprit scientifique qui, il faut bien en convenir, n'est encore guère entré dans nos écoles jusqu'à ce jour. Les enfants et les adolescents d'aujoud'hui auront besoin demain d'une solide formation scientifique pour ne pas se laisser assujettir par la technologie informatique ou médiatique. Rien ne sert d'opposer humanisme et science qui sont deux volets d'un seul et même problème. La société postindustrielle qui nous est annoncée ne peut se concevoir dans un rejet de l'esprit scientifique mais bien dans un dépassement de celui-ci par l'émergence de valeurs nouvelles.

Parmi les questions qui restent ouvertes, il n'est pas interdit de se demander si la ou les mathématique(s) est/sont encore moderne(s). Ce terme si controversé a recouvert au moins trois choses différentes, ce qui n'a pas contribué à faciliter les échanges de vue:

- une progression de la science mathématique, la mathématique moderne;
- un enseignement moderne des mathématiques;
- un enseignement des mathématiques pour une société moderne.

Rappelons à ce propos que le colloque de Royaumont fut organisé en 1959 à l'instigation de *l'organisation européenne de coopération économique* et que ce sont les économistes et les capitaines des grandes industries qui ont les premiers manifesté leur inquiétude face à un enseignement qui leur paraissait incapable de préparer le personnel technique dont ils auraient besoin. Vingt-sept ans plus tard, on semble parfois avoir un peu oublié que la réforme de cet enseignement n'est pas imputable au seul corps enseignant.

Rappelons aussi que le principe de la démocratisation des études, dans une société où il n'y a plus guère de place pour des ouvriers non qualifiés, demeure plus que jamais une nécessité impérieuse. Mais cette démocratisation ne doit en rien être comprise comme une réduction des niveaux de performances. Elle signifie avant tout que les systèmes éducatifs ont charge de tout mettre en œuvre pour réduire le gaspillage de matière grise et de potentiel d'aptitudes. Or, on est encore loin du compte dans ce domaine , les mythes de la validité des mauvaises notes comme moyen d'encouragement à l'effort et de la sélection précoce comme réponse aux besoins de la division du travail étant encore solidement ancrés.

Si chacun s'accorde pour admettre que nous sommes incapables de déterminer avec précision quels seront les besoins des adultes de l'an 2000, si tout le monde accepte que la formation initiale doive préparer une mobilité professionnelle qui verra les gens changer deux ou trois fois de métier au cours de leur vie professionnelle, nombreux sont encore ceux qui refusent d'en tirer les conséquences qui s'imposent et qui voudraient conserver au système éducatif le caractère qu'ils ont eux-mêmes connu dans leur enfance et qui leur paraît rassurant.

Math-Ecole a toujours milité et continuera de militer pour une formation de haut niveau, cette formation devant être, pour chaque individu, la meilleure possible compte tenu de ses aptitudes et de ses intérêts. Ce point de vue implique que, comme dans bien d'autres secteurs de l'activité humaine, du sport à la médecine, on considère les élèves comme des personnes et non comme les éléments d'un groupe qui, parce qu'ils ont le même âge, doivent absolument être soumis au même traitement. Le défi de l'éducation, en cette fin de siècle, réside dans la capacité de différencier et d'individualiser les apprentissages. De nombreux signes montrent que cette perspective commence à pénétrer les esprits mais il reste bien du travail à faire pour passer des idées aux actes.

Quel que soit l'ordre d'enseignement, l'apprentissage de la mathématique poursuit un triple but:

- Participer à la formation de l'intelligence
- Développer une culture,
- Acquérir des techniques de résolution de problèmes.

Le débat porte souvent sur la proportion respective de ces trois dimensions. Leur énoncé suffit à démontrer que le problème de l'enseignement de cette discipline est loin d'être simple et que, dans ces trois aspects, bien des points demeurent obscurs.

C'est dire aussi que la tâche de Math-Ecole n'est pas terminée. La réforme conduite sous l'étiquette des mathématiques modernes a connu ses grandeurs, ses excès, ses perversions peut-être, notamment dans le domaine du langage et du formalisme. Elle a laissé des traces et constitue sans aucun doute un acquis positif. Dans l'enseignement primaire principalement, rien ne sera jamais plus comme avant.

Par ailleurs, les préoccupations d'ordre didactique et la prise en compte de l'élève comme sujet apprenant, très présentes dans la scolarité élémentaire, prennent une place toujours plus large dans l'ensemble des établissements scolaires, notamment ceux qui sont chargés des formations continues ou des recyclages en cours d'emploi.

En outre, la généralisation de l'informatique dans tous les secteurs de l'activité humaine crée des besoins de formation nouveaux qui demandent des aptitudes jusqu'ici peu prises en compte dans les systèmes éducatifs.

Tout ceci nous conduit à penser que la prochaine réforme de l'enseignement de la mathématique est en marche. On en perçoit les signes avant-coureurs. Très probablement, cette réforme prendra une dimension interdisciplinaire marquée. Issus de la révolution industrielle du 19e siècle, nos systèmes éducatifs basés sur le principe de la classe d'âge et sur une sélection de type uniforme ne permettent plus de répondre aux besoins d'une société dans laquelle la formation ne saurait se cantonner à une certaine période de la vie. On ne peut plus se permettre de sortir de l'école à quinze ou à dix-huit ans en poussant un ouf de soulagement. L'école, de passage obligé, devient un tremplin pour une formation qui dure toute la vie. Paradoxalement, nous rejoignons en ceci la formation humaniste de la Renaissance.

L'école a d'abord été un privilège. Elle est devenue pour beaucoup une obligation. Elle est aujourd'hui un droit et une nécessité. Le développement des cours du soir et des formations complémentaires montre qu'elle est en passe de devenir un besoin vital pour tous. Par conséquent, la mission essentielle de la scolarité obligatoire consiste à ouvrir des portes, à donner le goût d'apprendre, à préparer les apprentissages ultérieurs, aussi bien ceux des futurs apprentis, des étudiants, que de tous les hommes et femmes qui, à un moment de leur existence, auront l'obligation ou l'envie de se remettre à l'étude.

En toute modestie, nous pouvons assigner à notre revue la tâche de contribuer, dans la marge de ses forces et de ses moyens, à promouvoir cette formation prospective, de participer aussi aux efforts entrepris pour que chaque enfant ou adolescent, quelles que soient ses aspirations ou ses difficultés, éprouve en classe un sentiment de satisfaction et de plénitude, de contribuer enfin à l'émergence des valeurs et des compétences qui devraient assurer à l'homme du XXIe siècle les possibilités de vivre en harmonie avec le monde intellectuel, scientifique et culturel qui sera le sien.

La tâche est énorme, exaltante. Elle est à la mesure de tous ceux qui, par leur engagement, ont permis de fêter cet anniversaire et qui, dès demain, rejoints et dépassés par la génération qui monte, vont se remettre à l'ouvrage pour trouver des réponses aux problèmes nouveaux qui surgissent chaque jour.

Raymond Hutin

Un peu de logique

Deux jeunes filles papotent durant une promenade. Elles parlaient de Aki, de Bauzi, de Knirps et de Dicki. La maîtresse, qui avait entendu une partie de leur conversation leur demanda: «De quoi parlez-vous donc»? L'une des élèves répondit: «D'une fille, d'un garçon, d'un chien et d'un chat». – «Et qui est quoi»? Les jeunes filles n'avaient aucune raison de garder un secret, mais elles ne voulaient pas rendre la chose trop facile et donnèrent les précisions suivantes:

«Si Aki n'est pas le garçon et si Bauzi n'est pas la fille, alors Knirps est le chien».
«Si Dicki n'est pas le chat, alors Bauzi est le chien, à condition que Aki ne soit pas la fille».
«L'une au moins des trois assertions suivantes est vraie: Knirps est le chat, Dicki est le garçon, Aki est le chien».
«Si la fille n'est ni Knirps ni Dicki, alors Bauzi est le chien».
«Et si...»
«C'est assez, vos données sont suffisantes» interrompit la maîtresse».

Comment s'appellent donc le garçon, la fille, le chien et le chat?

Trajectoire

par Marika Andrès

Juin 1962, avec un brevet d'enseignement en poche, je me croyais formée pour donner des leçons de calcul à mes futurs élèves durant de nombreuses années.

J'avais, au cours de mes études pédagogiques, découpé quantité de petites silhouettes (chaque enfant devant avoir son matériel individuel pour travailler la décomposition ou la recomposition des nombres).

Je connaissais les feuillets de calcul qui permettraient de fixer les étapes de notre travail. Pourtant, lorsque je suis nommée à la tête d'une classe enfantine, j'obtiens tout de suite le matériel des réglettes Cuisenaire qui m'oblige à repenser (déjà...) mon enseignement.

De là mes premières expériences, premiers enthousiasmes, premières envies de rencontrer des collègues pour communiquer et échanger des travaux.

Les livres de Cuisenaire, de Goutard, sont lus, commentés.
Monsieur Gattegno apporte ses lumières sur un chemin mathématique pavé de réglettes de couleur.

Ces rencontres sont l'occasion de développer une collaboration avec des collègues appartenant à l'Ecole moderne française.

Mes préoccupations mathématiques débouchent sur une réflexion pédagogique touchant à tout notre enseignement.

C'est alors que l'on me parle de «mathématique moderne».

Très sceptique, je me rebiffe en pensant... comme tout le monde (??) que ce nouveau changement ne sera qu'une mode? Il me semblait cependant que pour pouvoir critiquer, il fallait être informée sur «l'objet».

Les ouvrages de Dienes, Picard, Papy me guident dans mes premiers tâtonnements. Des réglettes Cuisenaire, matériel unique utilisé pour les leçons, nous ouvrons nos recherches en classe sur l'espace, le nombre, les relations d'ordre, d'équivalence, exploitant notre environnement proche.

Le souci pédagogique prend progressivement la place la plus importante. L'observation de l'enfant dans sa démarche d'apprenant me passionne. Il n'y a pas de questions types engendrant la réponse attendue. Il s'agit de favoriser le tâtonnement expérimental de l'enfant, de trouver les situations qui encouragent cette démarche.

Cependant, le besoin d'en connaître plus dans le domaine mathématique, sur la genèse des différentes notions à aborder restera encore quelque temps insatisfait.

Vous avez certainement compris que «l'objet» sur lequel j'ai voulu m'informer a suscité en moi un intérêt croissant.

Dès 1970, lorsque je fus à mon tour chargée de former mes collègues dans le domaine de l'enseignement de la mathématique, j'ai eu la chance de pouvoir partager cet intérêt avec de nombreux enseignants.

En regardant le chemin parcouru, dès lors, je constate que ce besoin de réflexion continue a été alimenté par tous ceux qui cheminaient avec moi.

Pour mieux apprécier le parcours, pour reconnaître les cheminements, pour mieux comprendre où mènent certains «chemins de traverse» [1], j'ai eu la chance de rencontrer sur ma route des guides compétents, pédagogues, méthodologues et mathématiciens; chaque spécialiste apportant les éléments indispensables à ma propre progression.

[1] Cahier No 23 du S.R.P.

Avec une calculatrice de poche

L'image ci-dessous illustre les possibilités pédagogiques offertes par la calculatrice de poche. Comme bon nombre de maîtres et de parents ignorent encore les usages remarquables et variés qu'on peut en faire dans l'enseignement, nous en donnons (cf. p. 11) quelques exemples, afin de prouver que telles machines vont bientôt devenir indispensables dans les salles de classe.

«Je répète. Si sur cinq calculatrices j'en ôte trois, combien en reste-t-il?»

Quelques temps forts pour une réforme

par François Bourquin et Monique Theurillat

Sollicités par le rédacteur en chef, nous nous sommes mis à deux – une ancienne déléguée à la mathématique et un responsable de la coordination de l'introduction des programmes romands dans le canton de Neuchâtel – pour tenter de répondre à cette demande en plongeant dans nos souvenirs, sans prétention bien sûr, mais, devrait-on le dire d'emblée, avec un certain plaisir!

Le temps du volontariat

1969/1970, les bruissements de la réforme du programme de mathématique se font persistants, inquiétants même. Les cours facultatifs offerts pour permettre de comprendre cette discipline sont pris d'assaut. On retrouve les leçons de «math» caractéristiques du gymnase. On passe même un test (autocorrectif s'il vous plaît) pour accéder au cours de complément! Langage nouveau, finalité inconnue, plan d'étude hermétique, il fallait quelque courage!

Le temps de l'enthousiasme

On recherche de futurs animateurs, titulaires d'une classe-pilote, chargés d'appliquer avec une année d'anticipation le nouveau programme. Aucune difficulté pour les trouver! C'est aussi l'étape méthodologique. On y parle beaucoup de Piaget, de Picard, de Dienes. On découvre les moyens d'enseignement romands, souvent encore à l'état de manuscrits. On confectionne tout le matériel de manipulation prévu par la méthodologie: figurines de tous types, bateau, voiture, basse-cour, veau, vache...

C'est également la découverte de la valeur de travail en groupes. Diable, la généralisation avec les collègues est à la porte! C'est aussi pour les animateurs-enseignants la participation directe, pour la première fois, à la gestion d'un réforme, à son application et à sa mise en place.

On recherche même le menuisier qui va réaliser l'indispensable petite table de manipulations avec son plateau instable, ses chevalets et ses bancs dont il faudra agrandir les gabarits en passant de 1re en 2e, puis de 2e en 3e années primaires. En fait, le «coin-mathématique» était né!

Le temps de l'engagement

Les animateurs-enseignants, après avoir vécu et appris, enseignent à l'ensemble de leurs collègues confrontés pour la première fois aux réalités du programme romand de mathématique. On applique, on applique. La méthodologie sur les genoux à la table de manipulations, mais on applique! La mathématique nouvelle passe! Les excès de dogmatisme ne sont pas rares: interdiction de faire ceci, interdiction de faire cela. Débat épique sur la forme des étiquettes pour les classements ou encore sur la manière d'écrire les bases. Mais tout cela est nécessairement rassurant, il faut aussi se créer un langage commun.

Il y a les réactions aussi: on joue en classe, on ne fait plus de livret, donc on ne saura plus calculer. C'est alors le temps de l'information. Combien de parents avons-nous rencontrés, combien en avons-nous convaincus du bien-fondé de la démarche? Beaucoup, puisque nous appliquons toujours!

Le temps des doutes et du scepticisme

La réforme atteint le degré moyen, comprenez les 4e et 5e années primaires. La résistance à la nouveauté s'organise. La crainte des épreuves d'orientation, le passage à l'école secondaire n'y sont pas étrangers. L'aspect cyclique du programme est souvent mal compris. Les «réalistes» du degré moyen veulent des acquis de la part des «généreux» du degré inférieur. Il faut alors à nouveau expliquer, convaincre, organiser les rencontres nécessaires, maîtriser le débat à l'interne, assurer le passage harmonieux au secondaire.

Le temps des ajustements et des adaptations

Sur le plan officiel, c'est toute la procédure d'expérimentation,. conduite par la Commission d'évaluation mathématique (CEM) et l'IRDP. C'est le temps des questions, des interrogations, de la synthèse des constats qui aboutissent à la parution de la deuxième édition des moyens d'enseignement.

C'est aussi le temps des options personnelles de l'enseignant qui a pris ses distances, qui maîtrise mieux programmes et moyens, qui relativise l'utilité de certains apprentissages. On ne confond plus moyens, outils et finalités. Le bon sens a supplanté le dogmatisme!

Le temps du confort

Bien installé dans des moyens réajustés, on savoure, la quiétude retrouvée. Y aura-t-il une troisième édition? Il n'y a plus guère d'interpellation à ce sujet. En un sens, c'est dommage! N'y aurait-il donc plus rien de neuf en mathématique moderne? Et les récents travaux de la CEM repris par le GRAP? L'espoir subsiste.

Le temps de conclure

L'opération mathématique a bénéficié de l'enthousiasme et de la dynamique des premières réalisations de la coordination. Elle a passé dans les classes.

Elle a permis un réel renouvellement de l'enseignement de cette discipline, même si certains aspects quelque peu révolutionnaires ou simplement excessifs ont été gommés par la pratique quotidienne.

De Genève au Jura, les élèves utilisent les mêmes moyens d'enseignement. Mais elle aura également intéressé, voir dérangé les parents qui se sont vus dans la nécessité de suivre des cours. Ils ne savaient plus tout: leurs enfants avaient quelque chose à leur apprendre!

Elle aura aussi intéressé les députés de nos Grands Conseils...

Elle aura enfin modifié nombre d'éléments dans la conception des devoirs à domicile et de l'évaluation du travail des élèves.

Première discipline coordonnée, elle aura tracé la voie pour les autres. Somme toute un bilan positif.

Avec une calculatrice (cf. p. 8)

Qestion 1: *Une calculatrice coûte 24 fr. Combien coûtent 4 calculatrices?*

Qestion 2: *De combien de façons différentes peut-on distribuer 18 calculatrices à 24 élèves?*

Qestion 3: *Si l'on jette une calculatrice dans une fontaine, elle atteint le fond en 4 secondes. Quelle est la profondeur de la fontaine?*

Qestion 4: *De combien de manières différentes peut-on ordonner les lettres du mot «calculatrice»?*

Qestion 5: *Une calculatrice de poche a une épaisseur de 7 mm. Combien faut-il de calculatrices superposées pour atteindre la hauteur du Dôme de Cologne?*

Qestion 6: *En deux minutes un élève peut détruire une calculatrice de poche. En combien de temps 10 élèves parviendront-ils au même résultat?*

(On conseille de ne traiter la question 6 qu'à la fin de l'année scolaire!)

A propos du 25e anniversaire de Math-Ecole

par Charles Burdet

Au cours de ces 25 dernières années, l'enseignement de la mathématique à l'école primaire a connu une évolution si importante qu'il nous est encore difficile d'en mesurer toute l'étendue.

Et Math-Ecole était là; comme on pourrait le dire en termes journalistiques, «au cœur de l'événement». Il serait long de faire l'inventaire de tous les apports, aussi bien dans le domaine de la matière que dans celui de la pédagogie, qui ont marqué la mathématique enseignée au niveau élémentaire et dont cette publication s'est fait l'écho.

Chacun, selon ses intérêts et selon sa conception de l'enseignement, pourra mettre en évidence les éléments qui lui paraissent les plus importants.
Pour ma part, je relèverais ici trois points qui, à mon avis, méritent d'être relevés.

- la réforme des programmes
- la coordination intercantonale
- le suivi pédagogique

La réforme des programmes

Dans les années 60, la réforme des programmes est apparue comme une révolution et si l'on prend la peine de relire quelques articles parus dans la grande presse à cette époque, on se rend compte, avec le recul, que certaines déclarations avaient de quoi ébranler plus d'un parent, voire plus d'un enseignant. Il est vrai que certains protagonistes du changement avaient des vues un peu trop exclusives. Mais ces excès ont-ils été finalement inutiles ou nuisibles? Ne fallait-il pas que l'aiguille du balancier aille un peu trop loin pour que le changement s'opère effectivement?

Peu à peu, les notions inconnues jusqu'alors sont entrées dans le langage mathématique de nos élèves. Un «éclairage» nouveau a été donné aux objets étudiés. La connaissance intuitive des notions liées aux ensembles, aux relations, en particulier aux fonctions, aux structures, a fait partie du bagage mathématique de tout enfant de l'école primaire. Ainsi l'élève est appelé à développer en lui toute une série d'aptitudes mathématiques que l'homme doit de plus en plus maîtriser dans la société d'aujourd'hui, par exemple la capacité de classer, de trier, de sélectionner, celle qui consiste à saisir les informations sous forme codée – notamment graphique –, celle de mettre en relation les phénomènes.

Dans l'inventaire des apports nouveaux, il serait d'ailleurs faux de se limiter aux questions ensemblistes. L'attention portée à la numération, à la vision topologique de l'espace, à la logique, a aussi fait partie du renouvellement.

La coordination intercantonale

Il s'agit avant tout de la coordination romande. Sous l'impulsion des instituteurs eux-mêmes, la coordination entre les divers cantons de la Suisse romande s'est engagée au moment où, un peu partout dans le monde, l'enseignement des mathématiques était repensé. Dans un certain sens, il devenait plus aisé de construire un programme commun de mathématique sur des bases nouvelles, plutôt que d'essayer d'adapter les programmes existants, tant les différences d'un canton à l'autre étaient grandes. Certes, les éléments de référence étaient encore minces, les expériences bien limitées; aucune d'elles n'avait été menée à grande échelle. Dans ces conditions, on ne pouvait guère avoir une vision prospective exacte. Il fallait que l'expérimentation porte sur la généralisation d'un programme totalement nouveau. Etait-il raisonnable de penser qu'un tel programme pouvait être en vigueur pendant plusieurs décennies? Certainement pas. C'est pourquoi, dès son introduction, celui-ci fut considéré comme expérimental. Il n'en demeure pas moins que la coordination romande dans l'enseignement des mathématiques a joué un rôle décisif. Au début, en tout cas, les mathématiques ont rendu cette coordination crédible. L'impact aurait été bien différent si elle avait dû se limiter à des disciplines comme l'histoire et la musique, pour ne citer qu'un exemple.

Le suivi pédagogique

Compte tenu des conditions dans lesquelles le nouveau programme romand de mathématique était introduit, il devenait indispensable que le suivi pédagogique soit organisé de manière bien structurée. On ne peut que se féliciter maintenant du travail remarquable qui a été mené à l'échelle intercantonale. Les échanges d'expériences, les études approfondies des diverses parties du programme ont ainsi permis d'apporter les éléments correctifs indispensables. L'impulsion donnée au départ a été suivie, analysée, contrôlée.

Le rôle joué par Math-Ecole dans ces circonstances est à souligner tout particulièrement. Les nombreux articles rédigés par des praticiens, notamment les compte-rendus d'expérience, ont montré la part qu'il convenait d'accorder à la pédagogie.

On constate avec satisfaction que les changements qui ont marqué l'enseignement des mathématiques à l'école primaire portent avant tout sur la manière d'enseigner, sur la méthodologie. Cette prise de conscience au niveau de la pédagogie s'étend d'ailleurs aux autres disciplines. On ne peut que souhaiter qu'elle reste la préoccupation dominante de tous les enseignants.

Le non-mathématicien au mathématicien: «Je trouve votre travail assez monotone». Le mathématicien de répliquer: «C'est possible. Mais par contre il est stable et non borné»!

D'un style à l'autre

par André et Jacques-André Calame

Dans ces quelques pages, nous avons tenté de mettre en forme une de nos fréquentes conversations sur l'enseignement des mathématiques, de collègue à collègue, par ailleurs père et fils. Nous nous sommes limités ici à l'évolution du contenu et du style des moyens d'enseignement dans les 25 dernières années, en prenant pour référence notre terrain d'engagement professionnel: Neuchâtel.

On peut, nous semble-t-il, percevoir deux vagues principales de réformes. La première, celle des années 60, est venue de haut en bas; elle a eu pour but la réforme du contenu de l'enseignement mathématique au Gymnase d'abord, dans les écoles secondaires ensuite. La seconde vague, de bas en haut, est née de réforme de l'enseignement primaire à travers Circe I, puis Circe II. Tout en modifiant aussi les contenus, elle s'est attachée beaucoup plus encore aux relations entre maître et élèves, et vise à développer dans la classe un climat nouveau. Son but est peut-être plus pédagogique que mathématique.

La réforme des années 60, à la suite de Royaumont (1959), s'est inspirée des programmes établis lors des rencontres de Zagreb et Dubrovnick. L'influence bourbarkiste y est nette, avec le souci de l'unité des mathématiques – même de la mathématique pour certains –. Les traditionnelles subdivisions en arithmétique, algèbre, géométrie, trigonométrie, etc. s'estompent pour dégager des structures: groupes, espaces vectoriels, anneaux ou corps. Il convient de souligner qu'à Neuchâtel, grâce à Laurent Pauli alors directeur du Gymnase cantonal, la géométrie a toujours gardé une place de choix dans l'enseignement rénové. On le doit sans doute à l'influence de deux maîtres éminents de l'EPF de Zurich, Gonseth et Kollros, qui ont ainsi marqué de manière indirecte nos efforts de réforme. On pourrait dire que le célèbre «A bas Euclide» de Dieudonné n'a pas conduit à balancer par dessus bord tout ce qui n'était pas vecteur et algèbre linéaire, mais s'est traduit par une sorte de «Vive le programme d'Erlangen» de Félix Klein. En effet, les notions de transformations sont devenues les supports de l'enseignement des isométries, des homothéties et similitudes à l'école secondaire. Au Gymnase, ce sont les affinités, les homologies étudiées soit dans le cour principal de mathématiques, soit en géométrie descriptive ou en cours à option de géométrie. Dans la recherche de point de vue unitaire des mathématiques, bien plus que le langage ensembliste, c'est la notion de fonction, d'application, de transformation qui est la notion clé.

Les cours et manuels de cette première réforme sont écrits dans la ligne classique des ouvrages de mathématiques. Le style reste impersonnel et ne s'adresse pas directement au lecteur pour le prendre à témoin. Il s'agit d'ouvrages de référence pour l'élève, mais aussi pour le maître et le texte ne cherche pas à influencer le climat de la leçon, même s'il suggère souvent un esprit d'ouverture et de recherche.

Tout autre apparaît la seconde réforme et il suffit pour s'en convaincre de comparer le style des énoncés d'exercices qui s'adressent à des élèves de 7e ou 8e année de scolarité. On constatera sans peine que l'objectif peut être le même, mais que la formulation de l'énoncé conduira à des réactions de l'élève fort diverses, ce qui tend à dire que le contenu mathématique peut être le même, mais que les aspects didactiques et pédagogiques pour parvenir au but fixé sont eux, assez sensiblement différents.

Exemple: dans le cours qui a suivi la réforme des années 60, et qui a été utilisé jusqu'à aujourd'hui encore dans notre canton, on peut lire dans le thème «Fonctions simples» (8e année, sections classique et scientifique):

«$f: x \longmapsto f(x) = ax$
$g: x \longmapsto g(x) = ax + b$ $\qquad a, b \in \mathbb{R}$

Compléter:

$f(x_1) = ax_1$	$g(x_1) = ax_1+b$
$f(x_2) =$	$g(x_2) =$
$f(x_1 + x_2) =$	$g(x_1 + x_2) =$
$f(x_1) + f(x_2) =$	$g(x_1) + g(x_2) =$
$f(7x_1) =$	$g(7x_1) =$
$7f(x_1) =$	$7g(x_1) =$
$f(-x_2) =$	$g(-x_2) =$
$-f(x_2) =$	$-g(x_2) =$

Constatations et conclusions.»

L'objectif est clair: il s'agit de faire constater que f jouit de deux propriétés dites de la somme et du produit, parce qu'elle est linéaire, et que g ne jouit pas de ces propriétés parce qu'elle n'est pas linéaire.

Quel est le «bagage élémentaire» nécessaire à l'élève pour compléter le tableau?

- une bonne maîtrise des propriétés de l'addition et de la multiplication dans $\mathbb{R}$ (commutativité, associativité, distributivité).
- la distinction entre les différents sens attribués aux lettres:
  - f ou g symbolise le «nom de baptême» de la fonction à étudier;
  - f(x) signifie «image de x par la fonction f'', et x la variable de cette fonction (valeur numérique quelconque dans l'ensemble $\mathbb{R}$);
  - a et b qui sont aussi des variables mais qui symbolisent des familles de fonctions d'une même variable réelle x;
  - x_1 et x_2 qui sont des éléments quelconques pris dans $\mathbb{R}$, mais qu'on choisit et fixe pour un temps (celui de la démonstration ou de l'exercice);
- la mise en relation de cet exercice avec d'autres qui suggèrent une représentation graphique et pourrait aider certains élèves à concrétiser la situation.
- la maîtrise du calcul littéral élémentaire (ax est plus ardu que 2x, et $a \cdot 7x$ n'est pas immédiatement égal à 7ax pour tous!)

Cette liste de prérequis, non exhaustive, est suffisante pour percevoir l'aspect sélectif d'un tel exercice, de même que son caractère académique.

A supposer qu'un élève de 13 ans puisse arriver sans erreur à

$a\,(x_1 + x_2)$ d'une part, à $ax_1 + ax_2$ d'autre part, ou à
$a\,(x_1 + x_2) + b$ d'une part, à $ax_1 + ax_2 + 2b$ d'autre part,

osera-t-il franchir le dernier pas et dire clairement:

Par distributivité de la multiplication sur l'addition dans IR, on constate que f est linéaire et g ne l'est pas?

Nous émettons ici encore quelques réserves.

Pour étayer notre remise en question du souci de démonstration menant à une ambition trop élevée, nous relevons ici quelques expériences faites en France ces dernières années:

1) Lorsqu'on présente à des élèves l'égalité $f\,(x) = 3x$, bon nombre d'entre eux, à 13 ans, commencent par supprimer les parenthèses (inutiles!) autour de x, ce qui les conduit à écrire $fx = 3x$, puis par simplification par x: $f = 3$!!!
2) Les propriétés de linéarité sont utilisées par l'élève bien avant qu'il s'intéresse au cœfficient de linéarité lui-même et à son interprétation dans les cas relevant de la vie courante. En effet, l'élève cherche à travailler horizontalement dans un tableau de valeurs, par analogie, utilisant les deux propriétés de la somme et du produit «intuitivement». Il le fait parce qu'en présence d'unités différentes liées aux ensemble de départ et d'arrivée de la fonction, il éprouve une difficulté devant cette mixité d'unités. Il faut donc attendre relativement longtemps pour qu'il travaille verticalement, en ressentant comme un avantage le fait de calculer le cœfficient de linéarité pour s'en servir et l'interpréter (rapport de deux unités telles que vitesse, masse volumique, etc.).

En conséquence, en 8e année, on trouvera dans le nouveau cours neuchâtelois des exercices laissant apparaître la possibilité d'ouvrir à une généralisation sur la base d'exemples concrets, mais la formalisation ne fera que s'ébaucher en 8e année pour s'achever en fin de 9e année. Nous ne pensons pas que cette manière de faire aura un effet «amoindrissant» sur l'utilisation et la compréhension d'une fonction; au contraire, elle sera peut être moins abstraite pour l'élève.

On pourra proposer en 8e année sous forme de memento à compléter un schéma de la forme suivante:

«Somme» f: $x \longmapsto -3x$

$$
\begin{array}{lll}
2 \longmapsto & f\,(2) = \ldots\ldots & \\
5 \longmapsto & f\,(5) = \ldots\ldots & + \\
7 \longmapsto & f\,(2+5) = \boxed{\ldots\ldots} \quad \ldots \quad \boxed{\ldots\ldots} & = f\,(2) + f\,(5)
\end{array}
$$

... et de même pour la propriété du «produit». On ne passera à la formalisation générale qu'en fin de 9e année, au moment où les notions de calcul littéral et de variable seront mieux maîtrisées.

Il faut se réjouir de l'amorce de besoin de vérification ou d'élaboration de démonstration chez l'élève, mais réfréner l'ambition des années 60 en la différant d'une année ou deux pour qu'elle apparaisse comme un avantage et non comme un obstacle aux yeux de l'élève.

D'ici peu les élèves qui ont vécu toute leur formation mathématique à travers Circe I, II, III et les cours qui leur font suite arriveront dans les écoles secondaires supérieures. Quel accueil y trouveront-ils? La réforme pédagogique décrite ci-dessus pénétrera-t-elle aussi dans les gymnases? Comment créer l'équilibre entre l'esprit de recherche, les situations ouvertes et la forme traditionnellement fermée des problèmes de bachot?

Au moment où l'on s'apprêtait à dresser le bilan des réformes successives est venue la secousse de l'informatique, créant un nouveau rebondissement dans l'enseignement des mathématiques.

Comment l'informatique se situe-t-elle dans la nouvelle approche individualisée de l'enseignement? A notre sens, il faut évoquer ici deux courants:

Le premier courant consiste à concevoir l'informatique comme une nouvelle discipline. Dans ce cas, il y a fort à parier que cette discipline comprendra aussi deux «écoles»:

- celle des informaticiens ayant une conception «pierre par pierre» de la programmation (même au sens le plus large du terme) et qui suivront grosso modo l'un des mille manuels dédiés à la mémoire de LOGO, BASIC, PASCAL... et en feront un enseignement académique.
- celle des pédagogues proches des thèses piagétiennes qui rappellent que l'enfant, ou l'adolescent, forge ses propres connaissances. Le maître, conçu comme animateur et partenaire, donnera des sujets de découverte en programmation, assez libres et ouverts, mais accessibles à l'élève, fondant son choix et son action sur une pédagogie de réussite, où l'erreur est source d'information et de nouveau départ plutôt que signe de sanction.

Le deuxième courant en informatique nous semble consister dans la reconnaissance de l'informatique en tant qu'outil intéressant toutes les disciplines d'enseignement. Dans ce cas, la première «école» décrite dans le premier courant n'a plus de statut! La seconde garde en revanche tout son sens, car la programmation y est conçue comme la recherche d'une stratégie gagnante d'une solution au problème posé en traduisant avant tout un état d'esprit informatique ouvert. Toute recherche menée individuellement ou en groupe voit la durée qu'on lui consacre devenir fonction de l'intérêt qu'on lui porte. Le micro-ordinateur peut alors servir de point de départ, d'outil de recherche ou, plus simplement, servir de moyen mis à disposition du maître pour illustrer une situation (mathématique ou non).

C'est ce deuxième courant qui nous semble devoir être développé dans les écoles secondaires inférieures. Il peut être en particulier utile en mathématique pour:

- développer certains processus logiques («si... alors...» pour n'en citer qu'un frappant);

- développer la rigueur puisque l'ordinateur n'est qu'un exécutant rapide de ce qu'on veut bien lui faire faire;
- ordonner de manière structurée les ordres qui mèneront à la stratégie gagnante (casser le problème en petits morceaux!).

La programmation ainsi conçue, dans une dimension d'ouverture pourra apporter sa pierre à l'édifice mathématique, parce que soucieuse de partir de l'exemple et d'aider à résoudre de vrais situations-problèmes mathématiques qui peuvent intéresser l'élève.

Un physicien et un mathématicien veulent faire cuire de l'eau.

Problème No 1: *En position A il y a un feu et un trépied. En position B se trouve une casserole pleine d'eau. Le physicien résout le problème en mettant la casserole sur le trépied. La solution du mathématicien est la même.*

Problème No 2: *Le feu et le trépied sont toujours en position A, mais la casserole pleine d'eau est maintenant en position C. Le physicien résout le problème en mettant la casserole sur le trépied. Pare contre, le mathématicien déplace d'abord la casserole de la position C à la position B et il est ainsi ramené au problème précédent.*

Vers la fin des finalités?

par André Delessert

«Math-Ecole» fête ses vingt-cinq ans. L'histoire des conceptions de l'enseignement mathématique durant ce quart de siècle ne manquerait pas d'intérêt. Pour la retracer, il faudrait malheureusement plus de talent que je n'en ai. Il m'est difficile cependant de ne pas jeter un regard en arrière sur une période qui est justement celle où je me suis engagé personnellement dans une réflexion sur la fin et les moyens des mathématiques à l'école.

Avec le recul, l'évolution des idées dans l'enseignement mathématique apparaît ponctuée par des mots-clés, des sortes de formules publicitaires dont chacune prétend résumer toute la doctrine du moment. La plus connue d'entre elles, qui a eu la vie dure, est «la mathématique moderne». Se réclamant de la modernité, elle s'inscrivait naturellement dans un phénomène de mode. Sa trajectoire fut semblable à celle de la «géométrie moderne» de nos aînés: à un excès d'honneur succéda un excès d'indignité.

A l'affiche de «la mathématique moderne» figuraient la «structure» et la «construction du nombre». Pour les tenants des structures, les objets mathématiques n'étaient intéressants que par les relations qu'ils entretiennent. A partir des ensembles et en combinant les structures algébriques, topologiques et classificatoires, on pouvait maîtriser la totalité des opérations sur les objets mathématiques. Allant un peu plus loin dans ce sens, certains pensaient que l'enseignement élémentaire des mathématiques pouvait s'organiser autour de la construction du nombre: par des procédures standard, ils se faisaient forts de reconstituer les divers avatars du nombre à partir des ensembles, conformément à certaines structures.

Passons rapidement sur ce que ce programme d'enseignement avait de remarquable mais aussi, hélas, de fragile. Il réduisait les mathématiques à une sorte de langue bien réglée formellement mais pauvre de contenu intuitif. Par exemple la géométrie y était réduite au rôle d'exemple marginal. En outre, il ne prenait pas en compte les personnes chargées de parler cette langue: le mathématicien, l'élève. Les enseignants en ressentirent vite les lacunes. Une petite cohorte d'entre eux se réunirent à l'enseigne de la «redécouverte». L'élève était censé retrouver plus ou moins spontanément les faits mathématiques élémentaires que tant de génies avaient mis des siècles à élaborer. La démesure du projet apparut bientôt.

On vit alors se dresser un nouvel étendard, celui des «objectifs». Derrière lui marchaient, dans un certain désordre, une foule de théoriciens et d'enseignants qui définissaient leur mission par les savoir-faire des élèves. La formation mathématique était déterminée par une liste d'actions et de comportements considérés comme propre aux mathématiciens. En outre, le maître était tenu de pouvoir de justifier son propre comportement, à chaque instant, par la visée d'un ou de plusieurs objectifs. Cette doctrine avait le grand mérite de replacer la relation maître-élève au centre de l'enseignement mathématique. Mais elle risquait de se révéler un carcan pour le maître et pour l'élève. Et c'est, hélas! ce qu'elle est devenue parfois, à force d'atomiser les connaissances et de soumettre chaque acte didactique à une intention «objectiviste».

Aujourd'hui les «finalités» ont pris le relais. L'idée est de conserver l'acquis positif de la doctrine des objectifs tout en déterminant les buts et les méthodes de l'enseignement mathématique d'une manière moins contraignante. Les activités de l'élève sont orientées vers des comportements ou des attitudes comme la créativité ou la curiosité, qui sont intéressants même au-delà de l'école élémentaire, voir de l'école tout court. Parallèlement, le maître gagne une autonomie accrue dans le choix de ses moyens didactiques.

Nous en sommes là aujourd'hui. La doctrine actuelle nous paraît bonne parce que nous comparons ses intentions, qui sont évidemment excellentes, aux réalisations des mouvements précédents, qui étaient humaines, donc imparfaites. Mais la raison et l'histoire nous incitent à prévoir que les finalités auront une fin. Et l'oriflamme d'une nouvelle doctrine agitera ses couleurs toutes fraîches devant l'école.

Il n'y a pas lieu de déplorer ces remises en cause. L'enseignement des mathématiques est un phénomène vivant. La vocation du maître est d'autant plus exaltante qu'elle comporte un peu d'aventure et de risque. Mais il convient de respecter quelques conditions. Les êtres mathématiques usuels sont plus stables que les doctrines didactiques. Il est absurde de vouloir reconstruire l'édifice mathématique sous prétexte de faire évoluer les méthodes d'enseignement. Cela d'autant plus que les fondements des mathématiques – les notions de nombre, d'ensemble, par exemple – sont d'une exceptionnelle complexité. Prétendre les analyser ou les reconstruire à neuf sans bien les connaître expose à de graves mésaventures. L'expérience en a malheureusement été faite.

La recherche continue de nouvelles idées didactiques doit donc s'accompagner d'une stabilisation du trésor des objets mathématiques de l'école. Un effort doit être poursuivi en vue de substituer la langue maternelle au jargon pseudomathématique, de simplifier la terminologie et les notations et de ramener la variété des sujets d'étude à un petit nombre de notions fortes. Comme les fonctions ou les représentations graphiques, par exemple. Et c'est autour de ce pivot que pourra virevolter librement le carrousel des inventions didactiques en mathématique.

Psycho

Diviser 30 par $1/2$ et ajouter 10.

Facile! On obtient 25. Correct?

Géométrie euclidienne plane et micromonde logo

par Mario Ferrario

Dans les années soixante, au moment même où Math-Ecole faisait ses premiers pas, la poussée des «mathématiques modernes» a porté un coup sérieux à l'enseignement de la géométrie plane traditionnelle: «A bas le triangle, à bas Euclide!» ont proclamé quelques figures de proue de la nouvelle tendance.

En quelques années, la place réservée à la bonne vieille géométrie des Grecs s'est considérablement réduite et l'un des plus beaux fleurons de la mathématique est devenu le parent pauvre dans les programmes et les manuels scolaires: le rôle de leader est désormais tenu par l'algèbre. L'apport d'une imprégnation par les structures algébriques a certes permis des gains dans le domaine de la rigueur et dans celui de la compréhension des mécanismes opératoires; en revanche, on a assurément subi des pertes au niveau de la stimulation de l'imagination et à celui du plaisir de la découverte: la satisfaction que procure la réalisation d'une construction géométrique semble en effet plus intense que celle qui est offerte par la résolution d'une équation.

Depuis une dizaine d'années environ, on a pris conscience du vide laissé par la quasi disparition de la géométrie euclidienne plane et celle-ci connaît un léger regain d'intérêt. La démarche pédagogique associée s'est toutefois sensiblement modifiée: essentiellement déductive auparavant, elle est devenue inductive, voire expérimentale; l'observation a remplacé la démonstration. Le succès de la méthode paraît certain puisque, à l'évidence, la plupart des élèves travaillent avec plaisir et la qualité des constructions est satisfaisante.

Il existe toutefois un revers à ce tableau plutôt réjouissant; de nombreux élèves éprouvent de très grandes difficultés à rédiger une description correcte de la construction qu'ils ont effectuée: il arrive qu'une construction manifestement exacte soit accompagnée d'une description incohérente.

Il est rare que des élèves de douze à quinze ans maîtrisent leur langue maternelle au point de pouvoir rédiger la description d'une construction géométrique de manière univoque; cependant, je suis persuadé que la principale raison pour laquelle beaucoup d'entre eux échouent à ce stade réside dans le fait qu'ils ne comprennent pas l'utilité d'une telle rédaction. La construction est exacte, donc le problème est résolu; la description qu'on exige d'eux leur paraît une corvée inutile.

Il en irait tout autrement si l'exactitude de la construction, par conséquent la réponse correcte au problème posé, dépendait d'une description précise et exhaustive de la marche à suivre; c'est-à-dire si la construction géométrique pouvait s'exécuter automatiquement à partir d'une séquence d'instructions exprimées correctement. C'est précisément ce qui a été tenté avec le micromonde LOGO intitulé EUCLIDE dont on trouve ici une description brève et partielle complétée par quelques exemples.

EUCLIDE est un didacticiel au sens large de ce terme; c'est un instrument interactif mis au service des élèves et des enseignants pour appréhender les notions élémentaires de géométrie métrique plane. Le caractère extensible de LOGO permet de créer des procédures qui, pour l'utilisateur, se comportent exactement comme les primitives du langage, sans qu'il soit toutefois nécessaire de connaître ces dernières. Dans le cas d'EUCLIDE, il suffit de fournir à l'élève une liste de quelques instructions et celui-ci aura la possibilité d'effectuer des constructions géométriques à l'écran sur la base d'instructions transmises à l'ordinateur par l'intermédiaire du clavier. La démarche utilisée ne fait pas intervenir l'aspect «tortue» de LOGO, du moins de manière apparente; en outre, pour que la simulation soit aussi proche que possible du dessin habituel, les fonctions mises à la disposition de l'utilisateur permettent d'agir comme s'il s'agissait des véritables outils du dessinateur: crayon, règle, compas, équerre, etc. et les objets dessinés sont des points, des segments, des droites, des arcs, etc.

L'ordinateur sur lequel «tourne» le logiciel EUCLIDE doit posséder des spécifications graphiques suffisamment élevées pour que la précision du dessin corresponde aux exigences d'un dessin géométrique de bonne qualité. Avec le SMAKY-100, on dispose d'un écran dont la résolution est de 600 points graphiques sur 340; on se trouve donc dans la situation d'une feuille de format A4 sur laquelle on effectuerait des constructions avec une précision de 0,5 mm.

En cours de travail, l'utilisateur dispose d'une aide permanente sous la forme de quatres menus qui lui indiquent la liste des instructions disponibles à leur syntaxe; il peut constamment passer d'une liste à l'autre:

a) **Menu OBJ** (OBJets):	liste des **objets graphiques** disponibles ex.: **SEG AB:** *segment d'extrémités A et B*
b) **Menu OPE** (OPErations):	liste des **opérations** sur les objets ex.: **MIL M AB:** *milieu M du segment AB*
c) **Menu INF** (INFormations):	liste des **informations numériques** ex.: **LON AB:** *longueur du segment AB*
d) **Menu HAS** (HASard):	liste des **instructions «aléatoires»** ex.: **PAL A x y:** *point A «quelconque»*

EUCLIDE comporte actuellement un peu moins d'une cinquantaine d'instructions; on peut toutefois déjà effectuer de très nombreuses constructions avec une vingtaine seulement.

La manière la plus efficace de décrire le fonctionnement d'EUCLIDE consiste à développer quelques exemples: ceux qui ont été choisis ici ne nécessitent aucune explication d'ordre mathématique.

EXEMPLE 1

Soit un triangle ABC; construire le cercle circonscrit à ce triangle.

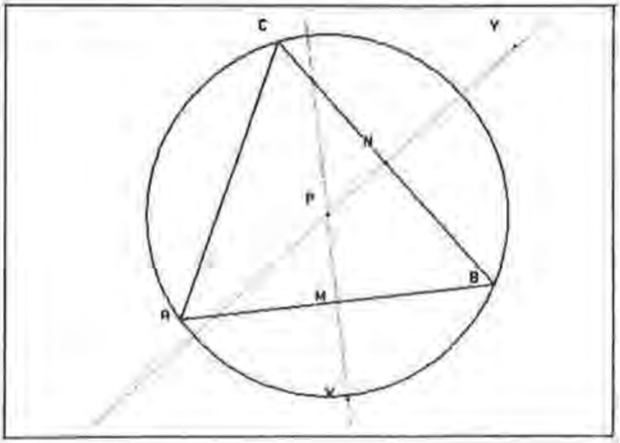
Une des séquences d'instructions possibles est la suivante:
(chaque instruction est accompagnée de sa signification)

PNT A 120 80	:	*dessine le point A de coordonnées 120 et 80 (*)*
PNT B 380 110	:	*dessine le point B de coordonnées 380 et 110*
PNT C 200 310	:	*dessine le point C de coordonnées 200 et 310*
SEG AB	:	*trace le segment AB*
SEG BC	:	*trace le segment BC*
SEG CA	:	*trace le segment CA*
MIL M AB	:	*détermine le milieu M du segment AB*
PER MX AB	:	*trace la perpendiculaire MX à AB par le point M*
MIL N BC	:	*détermine le milieu N du segment BC*
PER NY BC	:	*trace la perpendiculaire NY à BC par le point N*
IDD P MX NY	:	*marque l'intersection P des droites MX et NY*
CEP PA	:	*trace un cercle de centre P par le point A*

(*) Il existe aussi des instructions permettant de placer des éléments géométriques «au hasard» (soit un point «quelconque» A...)

CONSTRUCTION 1

La description ci-dessus correspond à une utilisation d'EUCLIDE en MODE DIRECT; il est aussi possible de travailler en MODE PROGRAMME et d'écrire une procédure qui exécutera la construction automatiquement, par exemple:




```
pour CERCIR
   PNT A 120 80 PNT B 380 110 PNT C 200 310
   SEG AB SEG BC SEG CA
   MIL M AB PER MX AB
   MIL N BC PER NY BC
   IDD P MX NY CEP PA
fin
```

il suffit alors de taper **CERCIR** et LOGO effectue le dessin complet.

EXEMPLE 2

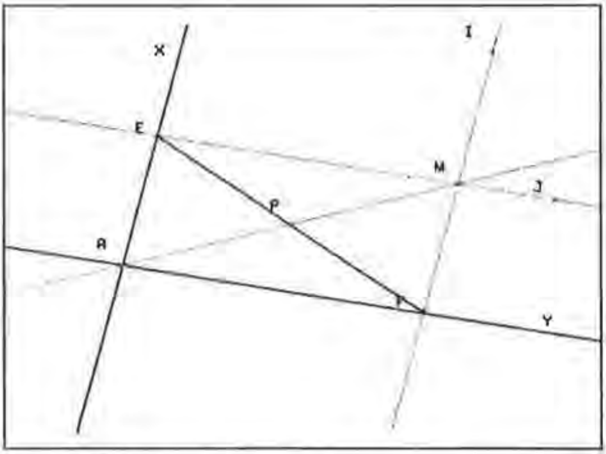
Soit un secteur angulaire XAY et un point P; construire un segment EF dont P est le milieu et tel que E appartienne à AX et F à AY.

Séquence d'instructions avec leur signification

PAL A 80 120	:	*dessine un point «aléatoire» A (env. 80 120) (*)*
DAL AX 10	:	*trace une droite AX par A (direction env. 10)*
DAL AY 105	:	*trace une droite AY par A (direction env. 105)*
PAL P 230 170	:	*dessine un point «aléatoire» P (env. 230 170)*
DRT AP	:	*trace la droite par les points A et P*
RPS PM AP AP	:	*reporte un segment PM de longueur AP sur AP*
PAR MI AX	:	*trace la parallèle MI à AX par le point M*
IDD F MI AY	:	*marque l'intersection F des droites MI et AY*
PAR MJ AY	:	*trace la parallèle MJ à AY par le point M*
IDD E MJ AX	:	*marque l'intersection E des droites MJ et AX*
SEG EF	:	*trace le segment EF*

(*) Au hasard dans un intervalle de plus ou moins dix unités graphiques.)

CONSTRUCTION 2



En mode PROGRAMME, on peut utiliser par exemple la procédure:

```
pour PARTMIL
  PAL A 80 120 DAL AX 10 DAL AY 105
  PAL P 230 170
  DRT AP RPS PM AP
  PAR MI AX IDD F MI AY
  PAR MJ AY IDD E MJ AX
  SEG EF
fin
```

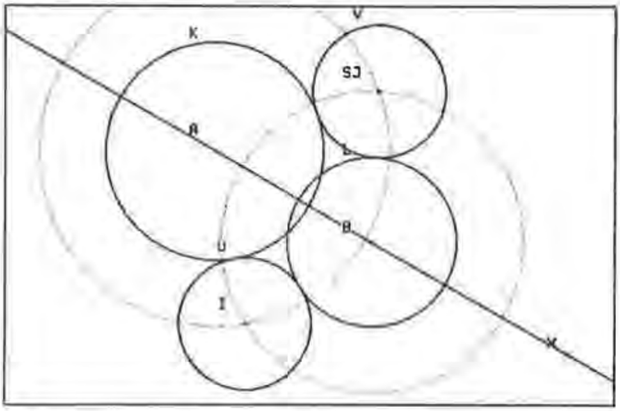
En tapant **PARTMIL**, LOGO effectue le construction ci-dessus.

EXEMPLE 3

Soit un cercle de centre A et de rayon 90 et un cercle de centre B et et de rayon 70, la distance de A à B étant de 150. Construire le(s) cercle(s) de rayon 55 et tangent(s) extérieurement aux cercles donnés.

PNT A 150 210	:	*dessine un point A de coordonnées 150 et 210*
DRD AX 120	:	*trace une droite AX par A et de direction 120*
RPL AB 150 AX	:	*reporte un segment AB de longueur 150 sur AX*
CER AK 90	:	*trace un cercle de centre A et de rayon 90*
CER BL 70	:	*trace un cercle de centre B et de rayon 70*
CER AR 145	:	*trace un cercle de centre A et de rayon 145*
CER BS 125	:	*trace un cercle de centre B et de rayon 125*
ICC IJ AR BS	:	*marque les pts. d'int. I et J des cer. AR et BS*
CER IU 55	:	*trace un cercle de centre I et de rayon 55*
CER JV 55	:	*trace un cercle de centre J et de rayon 55*

CONSTRUCTION 3



Procédure en MODE PROGRAMME:

pour CERTAN
PNT A 150 210 DRD AX 120 RPL AB 150 AX
CER AK 90 CER BL 70
CER AR 145 CER BS 125 ICC IJ AR BS
CER IU 55 CER JV 55
fin

Aussi bien les séquences d'instructions du mode direct que les procédures du mode programme constituent d'authentiques descriptions des constructions proposées; sans elles, l'ordinateur est totalement incapable d'exécuter les dessins. Toute erreur ou toute omission dans une description conduit inévitablement à une construction fausse: la méthode présente donc l'avantage d'être auto-corrective. S'il s'avère que les abréviations (PNT, DRT, CER,...) sont une source de difficultés pour les élèves, elles peuvent être remplacées par des mots complets (POINT, DROITE, CERCLE,...).

S'il travaille en mode programme, l'élève peut évidemment conserver sa «construction-procédure» afin de la modifier ou de la corriger ultérieurement; il peut également obtenir une copie de l'écran au moyen d'une imprimante. Par la suite, des copies de très bonne qualité seront réalisables à l'aide d'un traceur de courbes.

En faisant varier l'une ou l'autre valeur numérique dans une procédure, l'élève peut observer l'influence de telle ou telle donnée et améliorer ainsi la disposition et la présentation du dessin; il peut également utiliser cette possibilité afin d'examiner l'influence des données sur le nombre et la nature des solutions.

L'enseignant peut se constituer un très vaste répertoire de constructions géométriques et, en cas de difficulté, mettre certaines procédures à la disposition de l'élève. Celui-ci peut alors les faire exécuter «pas à pas» au rythme qui lui convient et aussi souvent qu'il en a besoin pour comprendre une démarche.

EUCLIDE est un instrument qui augmente l'autonomie de l'élève sans se substituer à l'enseignant. Il n'effectue aucun raisonnement à la place de l'élève mais il constitue en quelque sorte un miroir de la démarche intellectuelle de l'utilisateur. Cet outil est perfectible et extensible; d'autres fonctionnalités peuvent lui être ajoutées; s'il contribuait tant soit peu à une réhabilitation de la géométrie plane élémentaire auprès des élèves et des enseignants, son auteur serait pleinement comblé.

Un mathématicien, un physicien et un sociologue sont en voyage dans le même compartiment de train, passent une frontière et voient ensemble deux brebis noires.

Le sociologue: «M'est avis que dans ce pays toutes les brebis sont noires».

Le physicien: «Vous n'avez pas le droit d'énoncer une telle affirmation. Tout au plus peut-on dire que dans ce pays il y a deux brebis noires».

Le mathématicien fait un geste de dénégation: «Vous n'avez pas plus le droit d'énoncer cette seconde affirmation. On peut seulement dire que dans ce pays il y a deux brebis noires d'un côté».

Facteurs d'évolution et de mutation scolaire

par Werner Heller

Il y a pour commencer ces enseignants et ces dictaticiens engagés qui mettent au point des idées nouvelles et les expérimentent avec leurs élèves et leurs étudiants. Il faut ensuite, pour faire prospérer et répandre ces idées, un forum, une «foire aux idées». Or, c'est ce que Math-Ecole a réussi à représenter depuis 25 ans, et que la CDIP s'efforce de son côté d'atteindre, depuis 14 ans, avec la même finalité certes, mais par un biais quelque peu différent.

La commission pédagogique de la CDIP s'est penchée sur la coordination de l'enseignement des mathématiques depuis 1972. Dès l'abord, les échanges d'informations ont joué un rôle essentiel dans les milieux gérant cet enseignement, à savoir les enseignants de tous les niveaux, les didactitiens des disciplines, les mathématiciens, les formateurs d'enseignants, les auteurs de moyens pédagogiques et de plans d'études. Il s'agit de diffuser les nouveaux objectifs, les méthodes et les idées nouvelles, de faire part des résultats d'expériences scolaires et d'en débattre, en bref, le mot d'ordre général c'est d'apprendre ensemble et de mettre en commun les acquis.

Le Forum suisse sur l'enseignement mathématique est le carrefour par excellence d'un tel échange d'informations où se cultivent au premier chef les relations interpersonnelles. Mais cela ne suffit pas. Aussi la CDIP publie-t-elle un rapport exhaustif à l'issue de chaque forum, avec l'espoir d'intensifier ainsi l'impact des idées nouvelles sur la méthodologie et la didactique des mathématiques.

Le Groupe avait initialement songé à lancer une revue sur l'enseignement des mathématiques qui soit celle de la CDIP, mais ce projet en est resté là. Nous manquions de temps, de fonds, peut-être aussi de courage et de goût du risque. Nous songions vaguement au modèle de Math-Ecole dont les fondateurs, puis les responsables et les collaborateurs avaient apporté tout un capital d'enthousiasme allié au flair pour la nouveauté et les approches méthodologiques nouvelles, au goût du risque et au courage de soumettre à la discussion publique leurs propres façons de voir les choses.

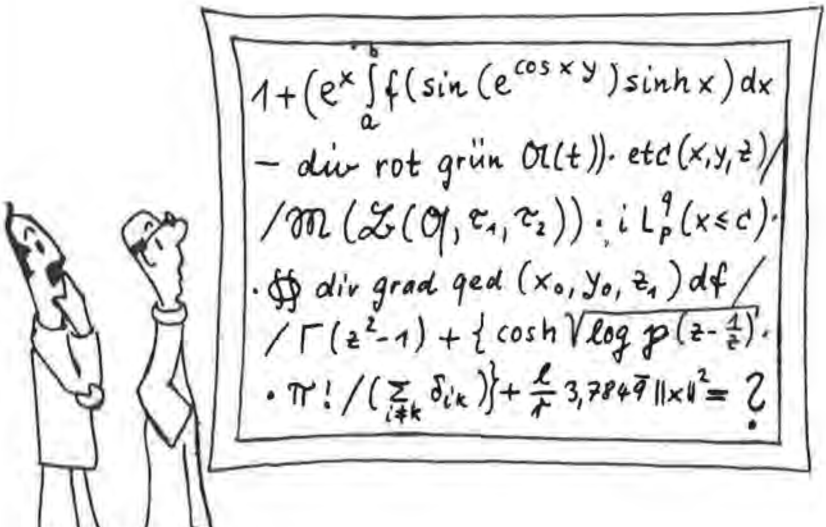
Math-Ecole représente en effet pour la Suisse romande un carrefour d'échanges d'idées et d'informations que la Suisse alémanique ne peut que lui envier [1].

Il constitue lui aussi dans son genre, un forum mathématique écrit de portée régionale, aux effets comparables. Sans lui, la réforme de l'enseignement des mathématiques en Suisse romande aurait sans doute pris un tour fort différent.

[1] Nous ignorons d'ailleurs combien de lecteurs de MATH-ECOLE sont alémaniques. A voir les difficultés qu'on éprouve à nouer le dialogue entre Alémaniques et Romands au Forum mathématique, ils ne devraient pas être bien nombreux.

D'ailleurs, nombre de ses numéros ont repris et débattu des thèmes et des contributions publiés dans le Forum mathématique suisse, s'associant ainsi à l'échange de vues interrégional. Le Groupe mathématique l'en remercie. Il désire également exprimer ici aux éditeurs, à la rédaction et aux collaborateurs de la revue ses meilleurs vœux pour la courageuse poursuite de leur activité, dont l'objectif se recoupe d'ailleurs avec le nôtre: améliorer l'école en assurant la diffusion du débat permanent autour des nouvelles formes d'enseignement des mathématiques.

Dernières volontés



Il avait exprimé le vœu que nous continuions ses calculs à partir du point d'interrogation...

Matériels et modèle, modes et tendances

par François Jaquet

L'anniversaire d'une revue, c'est une incitation à relire les anciens numéros pour y chercher ce qui nous interpelle aujourd'hui, ce qu'on avait oublié, ce qui a subsisté des modes et des tendances, ce qui n'est pas encore résolu.

Comme le champ d'investigation est trop vaste pour qu'on puisse envisager de le parcourir dans son ensemble, il faut se résoudre à faire des choix. Voici donc quelques extraits et citations susceptibles d'alimenter notre réflexion, en 1986 et plus tard, lorsqu'il s'agira d'adapter un plan d'études, de modifier des moyens d'enseignement, de choisir de nouveaux matériels didactiques ou, plus généralement, de gérer l'enseignement des mathématiques pour sa classe ou à l'échelon d'une région.

Les deux premiers extraits sont des travaux d'élèves et leurs commentaires, choisis parmi les nombreux exemples des numéros 17, 18 et 25, (1965 et 1966) à l'époque ou notre revue était publiée sous le titre «Les nombres en couleurs, Bulletin Cuisenaire».

Ces calculs sont la transcription de manipulation de réglettes, le lecteur est simplement invité à «se donner la peine de lire ces compositions mathématiques et accepter de se laisser charmer par elles».

$\frac{1}{2} \times O = j$

$\frac{1}{10} \times O = b$

$\frac{1}{9} \times B = b$

$\frac{1}{8} \times m = b$

$\frac{1}{3} \times B = V$

$\frac{1}{5} \times O = \frac{1}{3} \times V$

$r^c = m + m$

$r \times j = O = 2 \times j = j \times r = V + \frac{1}{2} \times V + b$ (B)

$= 2 \times \frac{1}{4} \times m + c + \frac{1}{5} \times O$

$\frac{1}{2} \times m = c$

$m = r^v = r \times r \times r$ (A)

Jŏng 6 zan

Jöng, six ans (6 zan!)

A. Où l'on voit bien que l'élévation à une puissance remplace avantageusement plusieurs multiplications de nombres égaux ($8 = 2^3 = 2 \times 2 \times 2$).

B. Passage au nombre: $2 \times j = j \times r$; 2 avait été mis à la place de la réglette r.

Inventions sur 42

$42 = [(8\times2)\times2] + 2\times5) = (8\times6) - 2\times3 = (20\times2) + \frac{1}{4}$ de $8 = [(6\times3)\times2]\times2) - 5\times6 =$

$[(2\times4)\times3]\times2) - 2\times3 = [(2\times6)\times4] - \frac{3}{4}$ de $8 = \sqrt[2]{16}\times3)\times4) - \frac{3}{8}$ de $16 = [(\frac{1}{9}$ de $72)\times4] + (\frac{1}{4}$ de $40) =$

$\sqrt[2]{25}\times10) - (16:2) = 82 - (20\times2) = 4^2\times2 + 100:10 = (2^3\times3) - 72:2$.

René $7\frac{1}{2}$ ans

Tout y est: les quatre opérations, les fractions, les puissances, les racines et... la table de multiplication (8 × 2; 8 × 6; 6 × 3; 5 x 6). Il se dégage de ce travail une impression de sûreté et de puissance pleine de promesses.

René à sept ans et demi; c'est un bon élève d'une classe normale. L'école est située dans un quartier résidentiel. La maîtresse, qui sera bientôt quinquagénaire, a suivi deux cours cantonaux; elle participe à des séminaires et se joint à des groupes de travail.

Deux ans plus tôt (numéro 8, 1963), le professeur Z.P. Dienes donne son avis sur les matériels structurés:

...Or il est clair que dès que nous dépassons les simples concepts de nombres naturels et les quatre opérations de base limitées aux petits nombres, il n'existe plus d'expériences réelles qui correspondent aux structures précises que les enfants doivent apprendre...

Si nous voulons que ces enfants basent leur apprentissage sur de l'expérience directe, nous devons leur procurer de telles expériences de façon artificielle, puisqu'elles n'existent pas «naturellement». Nous possédons aujourd'hui des données concernant le résultat de telles expériences artificielles, et on peut dire que des matériels comme le MAB (construit par Dienes) et ceux de Cuisenaire, de Stern ou de Montessori accélèrent le processus de l'apprentissage. Grâce à eux un apprentissage précoce des structures mathématiques est rendu possible, alors que, jusqu'à maintenant, ce dernier n'était concevable que pendant les dernières années d'études et pour les groupes d'intelligence supérieure...

On est allé très loin avec les réglettes Cuisenaire, au point de faire primer les configurations sur les opérations mathématiques, les aspects perceptifs et intuitifs sur les actions réelles. On n'a pas toujours su résister aux tentations d'exploitation abusive du matériel par des adultes, malgré des mises en garde fréquentes, comme celle de S. Roller dans le numéro 71 (1976), lors d'un hommage à G. Cuisenaire.

Les réglettes sont des «modèles». Elles sont un produit de l'intelligence rationalisante. Elles soutiennent l'effort initial de l'esprit qui s'empare du réel pour le maîtriser. Elles sont organes intermédiaires entre cet esprit et la réalité. Mais une fois le processus de contact amorcé, quand l'esprit seul est assez robuste pour raisonner, les réglettes disparaissent. Leur rôle a pris fin.

La vague de la «Math moderne» a suscité, en certains endroits, quelque méfiance à l'égard des réglettes. Jamais cependant on a fait la démonstration qu'elles fussent mauvaises. Matériel, elles sont; matériel, elles demeureront. Panacée, elles ne seront jamais. Leur grande simplicité est pourtant ce qui en assurera le mieux la pérennité. Elles sont «éléments» et avec eux tout peut se construire et se combiner, comme avec les lettres de l'alphabet, comme avec les dix premiers nombres.

Les réglettes direz-vous, c'est de la vieille histoire. A quoi bon y revenir?

Mais, si on parlait des bases de numération différentes de dix qui ont fait leur entrée en force dans nos programmes de mathématique de l'école primaire dès 1973 et s'y maintiennent toujours!

En 1972, dans le numéro 55, voici comment on justifiait leur introduction, du point de vue – semi-officiel – de CIRCE I et des auteurs des moyens d'enseignement:

... Les objections qui surgissent le plus fréquemment sont formulées à peu près comme suit:

- De tout temps, chacun à su compter et a pu effectuer les quatre opérations; alors, pourquoi travailler dans d'autres bases que la base dix?
- On se leurre. L'enfant ne comprendra pas mieux!

Ces remarques, apparemment pertinentes si l'on n'y regarde de plus près, appellent des précisions d'ordre mathématique et pédagogique.

1. Tout système de numération de position repose sur le choix d'une base arbitraire...
2. L'étude de la numération de position dans diverses bases a pour but de conduire à la découverte des conventions qui régissent notre système décimal usuel.
3. Pour l'enfant, les avantages de cette étude sont:
   - qu'il domine mieux la numération décimale parce qu'il en comprend la construction grâce au travail exécuté dans d'autres bases;
   - qu'il reste attentif à la valeur positionnelle de chaque chiffre dans l'écriture d'un nombre;
   - qu'il peut écrire très tôt des nombres de plusieurs chiffres et comprendre la signification de cette écriture en manipulant une collection restreinte d'objets;
   - qu'il comprend les techniques des opérations en découvrant que les démarches sont les mêmes quelle que soit la base choisie.

   ...

6. On se gardera néanmoins de «faire des bases» pour elles-mêmes; répétons: elles doivent servir à la compréhension du système usuel.

Cette dernière mise en garde a-t-elle suffi à éviter les excès?

Grouper des objets, puis des groupements, puis des groupements de groupements, s'est-elle révelée une activité significative pour l'élève? A-t-on pu évaluer les effets du travail en bases différentes de dix sur la compréhension du système décimal?

La question reste ouverte et ce n'est pas le résultat suivant qui permettra d'y répondre (épreuves individuelles de l'IRDP, 2e année, 1978):

Sur 67 élèves interrogés qui ont pu «coder» sans difficulté une collection de vingt-huit objets en base cinq et en base dix à la demande: «groupe-les par cinq» puis «groupe-les par dix»,

qui ont ensuite comparé les codes obtenus | 1 | 0 | 3 | et | 2 | 8 | (sans grand succès),

seuls 34 ont pu répondre «vingt-huit» directement lorsqu'on leur a demandé: «combien y a-t-il d'objets?». Les autres ont dû recompter les objets qu'ils venaient de grouper par dix et de noter | 2 | 8 |.

Demain, nous aurons peut-être à nous prononcer sur un nouveau matériel, un nouveau modèle didactique. La méthode «MATHPATTES» diffusée actuellement en Suisse se présente comme un «merveilleux complément sensoriel de l'enseignement traditionnel». La calculatrice, l'ordinateur sont aussi sur les rangs.

La lecture des anciens numéros de «Math Ecole» nous fournit de précieux précédents historiques qui pourront nous aider, espérons-le, dans nos choix futurs.

Sport cérébral

Découper la lune pour en faire une croix.

On fait remarquer les deux segments de droite aux extrémités et on précise que les deux arcs sont des arcs de cercle de même rayon. D'autre part, il sera nécessaire de retourner l'un des morceaux sens dessus dessous.

Un choix qui s'impose

par Frédéric Oberson

Dans «Mathématique et réalité», une publication de l'IRDP de novembre 1983, Samuel Roller écrivait: «Les années qui se sont écoulées depuis 1972 ont... montré que les enseignants «peuvent plus» qu'ils ne le croyaient lors des premiers «recyclages» et que *la confiance en soi entraînant la réussite, celle-ci fait croître la maîtrise professionnelle.»*

L'écho laissé en moi par les multiples échanges vécus ces dernières années sous le signe du renouvellement de l'enseignement de la mathématique à l'école obligatoire est fait de résonances diverses dont certaines s'accommodent tout à fait de l'optimisme de cette citation alors que d'autres, comme celles liées par exemple à la publication et la généralisation à toutes les classes de 1re année du Cycle d'orientation de l'ouvrage «Mathématique 7e année», incitent plutôt à une seconde lecture plus critique.

«La confiance en soi entraînant la réussite, celle-ci fait croître la maîtrise professionnelle». Paradoxalement cette constatation me paraît susceptible d'être interprétée de deux manières radicalement opposées, mettant en évidence le clivage amorcé chez nous dès 1978, opposant, grossièrement vu, le primaire (1re à 6e années) et le secondaire (7e à 9e années) et, en y regardant de plus près, dans les deux camps, les tenants de l'enseignement traditionnel et les autres. Les réalités se cachant sous les termes «confiance en soi» et «réussite» donnent la clef de cette double interprétation.

Chez les premiers, les enseignants à tendance traditionnelle, cette «confiance en soi» est en fait l'expression de leur confiance en une didactique que Hans Aebli, dans son ouvrage «Didactique psychologique», qualifie de «sensualiste-empiriste»: «Au début de son existence, l'esprit de l'enfant est une sorte de table rase sur laquelle s'impriment progressivement les impressions fournies par les sens. Ce qui varie d'un sujet à l'autre, c'est seulement le degré de «sensibilité», c'est-à-dire la capacité de recevoir des impressions et l'aptitude à extraire les éléments communs aux différentes images, souvent appelée «faculté d'abstraction»...

C'est en accord avec la théorie empiriste de l'empreinte que l'enseignement traditionnel isole soigneusement le traitement de notions qui risquent d'être confondues entre elles par les enfants. «Pour ces enseignants, la réussite est celle qui se caractérise par de bons résultats obtenus à toutes épreuves posant des questions proches des exercices faits en classe.

Pour les autres, les enseignants à tendance «Ecole romande» ou «IRDP-iste» comme entendu déjà, la «confiance en soi» est une confiance en la conception constructiviste de la connaissance décrivant le développement mental comme une construction complexe ayant son fondement dans l'action du sujet. «Sur le plan pédagogique, il en résulte que l'élève, pour comprendre et apprendre véritablement, a le besoin absolu de déployer l'activité de **sa** pensée... Il doit effectuer lui-même une démarche de structuration des contenus d'apprentissage, établir lui-même des liens entre les choses... L'essentiel aussi est qu'il lutte avec les questions qui se posent à lui ou qui lui sont posées, car en s'efforçant de penser, il développe ses capacités de connaissance». («Enseigner les soins infirmiers, pratique d'une pédagogie active», Jean-Claude Richoz). Réussir alors, pour ces enseignants, c'est parvenir le plus souvent possible et avec le plus grand nombre d'élèves possible à concrétiser la finalité première de l'enseignement de la mathématique, à savoir, apprendre à résoudre des problèmes nouveaux.

Mais quel est alors l'impact de cette double interprétation au niveau de la maîtrise professionnelle? Le cycle $\begin{tikzcd}[column sep=small, row sep=tiny] C \arrow[rr] & & R \arrow[dl] \\ & P \arrow[ul] & \end{tikzcd}$ «J'ai confiance en moi, en mes idées pédagogiques et didactiques. Je réussis. Donc, je progresse dans la maîtrise de ma profession». fonctionne assurément. Et, à chaque fois, l'enseignant concerné fait un pas vers plus de maîtrise professionnelle effective. Mais en fait, on assiste au développement parallèle de deux types de maîtrise professionnelle n'ayant rien à voir l'une avec l'autre, s'opposant même de plus en plus compte tenu de leurs perfectionnements successifs. Encore quelques années et, l'informatique aidant (EAO pour les uns, LOGO pour les autres), notre corps enseignant se verra partagé en deux clans n'ayant, pédagogiquement et didactiquement, plus aucune référence commune. Ce qui rend cette situation possible, c'est qu'on permet aux deux types de réussites citées plus haut de jouer chacune son rôle de renforcement dans le contexte de l'autoformation des maîtres. Compte tenu de leur antinomie, c'est une aberration. Choisir est inéluctable. Et choisir bien, entre ces deux types de réussites, à l'aube du vingt-et-unième siècle, relève de l'évidence.

Le problème de Rellich

Un étudiant se promène dans la Weenderstrasse à Göttingen, derrière une jeune fille possédant de très jolies jambes. Question: A quelle distance l'étudiant doit-il suivre la jeune fille pour voir les belles jambes, ou plutôt ce qui en dépasse sous l'ourlet de la robe, sous un angle maximum? On précise que cet ourlet est à 60 cm du sol et que les yeux de l'étudiant sont à 178 cm du sol.

Rellich avait coutume d'ajouter: «Consolez-vous, l'éloignement optimum n'est pas infini et d'autre part la morale ne tend pas vers zéro».

Aux risques de changer

par Gérard Piquerez

«Mais peu à peu, avec la nouvelle génération..., le silence et l'unanimité se réinstallent, de nouveaux manuels sont écrits et une fois de plus on considère que tout va de soi». (Prigogine, La Nouvelle Alliance).

S'engage-t-on aujourd'hui dans un immobilisme frileux en mathématiques enseignées?

On peut concevoir deux chemins menant à l'innovation:

- le premier serait fait d'une résistance farouche au changement, d'une application opiniâtre des mêmes concepts, des mêmes démarches, ceci dans l'attente d'une crise qui mettrait brutalement en lumière les problèmes décisifs. Chacun sent le danger de cet attentisme!
- le second se trouverait dans la recherche continue d'intégration à la pédagogie de perspectives nouvelles et de réponses aux questions d'actualité. Chacun perçoit ici une voie féconde qui peut apporter un moyen de constante adaptation de l'école à la vie.

Certains drôles trouvent le second chemin mauvais. Celui-ci suppose un souci constant d'amélioration, des essais et des évaluations continues, ainsi que le renoncement à la sécurité de normes stables et permanentes. Ce second chemin suscite crainte, incertitude.

Mais ici aussi il faut minimaliser puis assumer les risques de l'aventure des hommes.

Souhaitons que les responsables scolaires choisissent avec sagesse le bon chemin.

Deux personnes voguant dans une montgolfière se sont perdues dans le brouillard. Brusquement ils voient un second aérostier s'approcher d'eux dans la brume et lui demandent: «Pouvez-vous nous dire où nous sommes»? L'interpellé réfléchit longuement et répond enfin: «Vous êtes dans la nacelle d'une montgolfière».

Les deux égarés se regardent d'un air déconcerté. L'un d'eux affirme: «Cet aérostier est un mathématicien.» – «Comment le sais-tu»? – «Premièrement il a réfléchi longtemps avant de répondre, deuxièmement sa réponse est exacte à 100 % et troisièmement son indication nous est parfaitement inutile»!

La numération chez les Quintaroas

par E. Gäumann et L.-O. Pochon

Présentation

Le but que nous poursuivions en proposant l'activité que nous décrivons dans cet article était de mener des élèves de 4e année à faire certaines relations entre codage en base cinq et utilisation de la règle d'échange «par cinq». Ce sujet, extrêmement délicat, ne peut certainement pas être résolu de façon formelle. Nous souhaitions donc profiter de toutes les occasions où ces structures sont naturellement mises en présence et de «nourrir» ainsi l'intuition des élèves sans devoir aboutir à une formulation précise des règles de passage. Le «cas» des Quintaroas, dont l'idée de base a été reprise de travaux effectués par des enseignants français (INRP, 1976), nous a paru intéressant à exploiter dans cette veine.

Déroulement de l'activité

Nous avons mené et observé cette activité à deux reprises. La première fois, l'«existence» des Quintaroas avait été mentionnée dans une discussion à propos des diverses façons de compter. Une esquisse (passablement confuse) du système d'écriture du peuple des Quintaroas avait été présentée aux élèves, très intéressés.

Ils désiraient en savoir davantage. C'est par lettre (envoyée par le deuxième signataire, «ami» de la classe) qu'une explication plus précise du système d'écriture des Quintaroas leur avait été apportée:

«... *C'est un peu plus difficile que je ne le pensais. En relisant les notes du Dr Deka, je me suis rendu compte qu'il existait les Quintaroas du Nord et ceux du Sud. Chacun de ces deux peuples possède son propre système d'écriture des nombres. Je les ai quelque peu confondus, lorsque je vous en ai parlé...*»

Les deux fiches ci-contre étaient jointes à la lettre (cf. pages 40 et 41).

Lors de cette «première», l'enthousiasme avait été général, et nous avions surtout observé l'aisance avec laquelle certains élèves avaient non seulement résolu les «exercices» proposés, mais avaient également fait des rapprochements avec des activités en base cinq, ou le système de numérotation décimale: *«Les Quintaroas du Sud, c'est comme nous. Ceux du Nord, c'est plus dur; il faut faire des dessins»*. Ou bien: *«Avec les Quintaroas du sud, il faut faire attention à l'ordre... il y a une sorte de zéro. Pas au Nord»*.

Quelques élèves avaient même dépassé le niveau de la tâche proposée pour analyser la situation elle-même, et mettre ainsi à jour la démarche des créateurs de l'activité.

Raphaël: *«Les deux tribus n'ont peut-être rien à voir l'une avec l'autre; elles ont le même nom parce qu'elles comptent de la même manière: en base cinq».*

Patrick: *«D'ailleurs, une quinte, c'est cinq».*

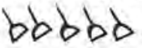
Cette première activité avait été menée en fin de 4e année. C'est sa reprise avec des élèves plus jeunes (début de 4e année) qui nous a permis, grâce à une observation plus attentive, de mieux analyser les difficultés auxquelles les élèves s'achoppent, ainsi que les conquêtes qu'il leur reste à faire dans le domaine de la numération.

Voici une description plus précise du déroulement de l'activité.

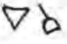
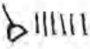
Premier temps: examen rapide des deux systèmes d'écriture
(une demi-période)

On demande aux élèves quelle fiche ils aimeraient étudier en premier lieu. Tous les élèves, sauf un, penchent pour travailler le système du «Nord» qui leur paraît moins ardu (avec les nuances «plus rigolo», «plus facile, donc plus précis»...). L'élève exceptionnel désire travailler le système du «Sud», parce qu'il semble plus «mystérieux». Pendant ce temps, différentes remarques, voire hypothèses, concernant les deux systèmes, sont faites. L'idée de base (quatre ou cinq) apparaît souvent.

Deuxième temps: examen du système du Nord (une demi-période)

Ce travail ne pose pas trop de problèmes. Lorsque le terme «échange» est utilisé, quelques élèves ont éprouvé une certaine réticence à admettre l'équivalence entre  et  .

En effet, une pirogue ne possède que deux pagaies... On trouve ici la difficulté des enfants à travailler avec des valeurs arbitraires. Il est intéressant de relever que les élèves admettent implicitement que les codes doivent être simplifiés et ordonnés des valeurs les plus grandes aux plus petites

(ainsi  et  sont considérés comme «faux»).

De même, des propositions sont rapidement émises, lorsqu'il s'agit d'étendre le système: un teepee pour cinq pirogues, un bison pour cinq teepees, un rond de fumée (poussière de troupeau!) pour cinq bisons, etc.

Troisième temps: étude du système du Sud (une période)

La situation se complique, et les pistes suivies par groupes d'élèves sont diverses:

- Passage par la numération parlée[1]: des élèves aimeraient se ramener à une logique basée sur l'oral: *«comment est-ce qu'on les parle ces nombres?»*
- *Essai d'un système additif: recherche de la valeur à attribuer à un bâton ou à une figure, ou encore au point.*
- *Essai d'un système basé sur des échanges: «le point, c'est un groupement», « |• , c'est une unité et un groupement», « • , c'est un carré, ... non, c'est cinq (donc •• c'est dix)».*
- Approche ordinale: les élèves recherchent une régularité dans la suite: ils remarquent que chaque fois qu'il y a • , on le fait suivre de | .
- Approche d'un système positionnel: des enfants comprennent le six (||). «Le premier bâton, c'est un, et le deuxième, c'est cinq». Ils comprennent également le sept.

Lors de la mise en commun, c'est cette proposition qui rencontre l'accord de tous. Mais, lorsqu'il s'agit de continuer, deux propositions sont faites pour huit: |⊔ et □ (on ajoute un dans les deux cas). Les deux écritures sont admises momentanément comme justes. Les élèves qui ont adopté |⊔ continuent pour neuf |□ . Mais, le passage au dix (qui est donné) n'est pas compris. On adopte donc une loi ordinale: «après □, on met • . Un élève émet clairement l'idée que |• , *«c'est un groupement et rien du tout».* Cependant, le fait que • succède à □, lui fait abandonner l'idée que • , «c'est rien du tout». Pour certains élèves, • sera plutôt l'équivalent de □ . Pour d'autres, ce sera le successeur de □ .

Les tenants du huit, représenté par □ , proposent □ pour neuf. Les élèves de ce groupe, rebutés par les difficultés rencontrées, rejoignent petit à petit l'autre groupe.

A la fin des deux périodes, la plupart des élèves sont capables d'écrire des séquences de codes (fonctionnement ordinal du système). Certains enfants sont à même de comprendre des codes comme l'expression de cardinaux. Toutefois, le • reste un mystère (combien vaut-il?). On admet que le • est là pour dire que «cela va continuer».

Quatrième temps: établissement d'un tableau de correspondance
(trois périodes)

On code tous les nombres compris entre 1 et 320 (les tableaux collés bout à bout forment un rouleau de plus de huit mètres...). Durant cette étape, des explications plus individualisées peuvent être données: révision concernant les

[1] Il pourrait être intéressant de comparer plus attentivement les propositions des élèves aux différents systèmes de numération possibles (Guitel, 1975).

multiples de cinq, propositions de représentation (| , c'est un doigt, |• , une main, ⊥ , deux mains) et, également des questions peuvent être posées: «que font les enfants Quintaroas pour multiplier par cinq?», «comment sont les nombres qui ont un • à la fin?», «⊥| et |⊥ représentent-ils les mêmes nombres et pourquoi?», «et |•| et ||• ?

Progressivement, les élèves montrent une assez bonne maîtrise pour répondre à ces questions. Tous les enfants ne sont, certes, pas capables d'effectuer les passages nouveaux (passage à 125: « |•• *ne peut pas représenter 125, c'est 25»),* mais tous situent les endroits difficiles. *(«je saurais jusqu'à 64, après...?).*

Trois remarques pour conclure

1. Au-delà des anecdotes qui ont trait aux préférences particulières entre les trois systèmes en jeu, il est intéressant de constater que deux aspects ont frappé les élèves: d'une part, il y a risque de l'invention («on ne sait pas si on invente quelque chose, ou si c'est comme cela»); d'autre part certains enfants sont déçus que cet exemple soit inventé de toutes pièces. Un travail ultérieur sur ces documents tirés du livre de Ifrah (1981) a pu leur montrer que la réalité n'est pas si loin de la fiction.
2. Quel degré de compréhension a-t-on atteint? Il est difficile d'interroger directement les élèves sur ce qu'ils ont compris et le temps nous a manqué pour élaborer des tests sophistiqués. Cependant, il est intéressant de relever qu'en cours de travail, un élève ayant éprouvé passablement de difficultés s'exclame subitement: «Je viens de comprendre le Sud»!» On peut lui faire confiance.
   Les questions que les élèves se sont posées relèvent des principes les plus fondamentaux de notre système de numération et nous sommes persuadés que malgré son aspect informel, ce travail aura laissé une trace dans l'esprit des enfants. Il aura été un jalon dans leur prise de conscience des propriétés qui régissent notre système de numération.
3. Du point de vue de l'évolution des systèmes de numération, le maillon important est celui où les collections dessinées par les Quintaroas du Nord sont codées. Nous n'avons (malheureusement) relevé aucune proposition d'élève allant dans ce sens, et nous n'avons pas insisté pour que les enfants effectuent un passage direct du système Nord au système Sud.
   Certains collègues sauront peut-être tirer d'autres partis de cette situation, qui permet, en outre, de sensibiliser les enfants à l'aspect historique et culturel de la connaissance.

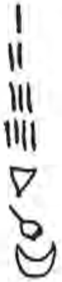
Bibliographie:

Mathématique au cours moyen. Document de recherche No 1, Paris: INRP, 1976.

G. IFRAH. Histoire universelle des chiffres. Seghers, Paris, 1981.

G. GUITEL. Histoire comparée des numérations écrites. Flammarion, Paris, 1975.

Système de notation des Quintaroas du nord

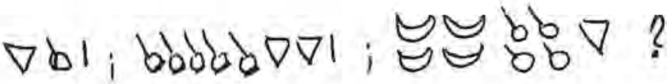


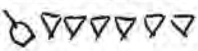
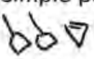
un	(un doigt)
deux	(deux doigts)
trois	(trois doigts)
quatre	
cinq	(une main)
vingt-cinq	(une pagaie)
cent vingt-cinq	(une pirogue)

Voici quelques exemples d'écriture de nombres:

A la place d'écrire 6, les Quintaroas écrivent
A la place d'écrire 16, les Quintaroas écrivent
A la place d'écrire 81, les Quintaroas écrivent
A la place d'écrire 151, les Quintaroas écrivent

Comment écririez-vous 8; 31; 76; 250?

Que signifient 

Le problème des enfants Quintaroas (du Nord) est d'apprendre à écrire les nombres de la manière la plus simple possible. Au lieu d'écrire  par exemple, ils doivent écrire 

Pouvez-vous simplifier les écritures suivantes?

Système de notation des Quintaroas du sud

un	onze	vingt-et-un
deux	douze	vingt-deux
trois	treize	vingt-trois
quatre	quatorze	vingt-quatre
cinq	quinze	vingt-cinq
six	seize	
sept	dix-sept	
huit	dix-huit	
neuf	dix-neuf	
dix	vingt	

Le tableau est incomplet, pouvez-vous le compléter?

Que signifient , , , , ?

Comment écririez-vous 30; 40; 45?

Si cela vous amuse, vous pouvez faire un grand tableau avec trois colonnes comme ceci:

Notre notation	Notation des Quintaroas du Nord	Notation des Quintaroas du Sud
1	|	
2	||	
–	–	–
–	–	–

et aller aussi loin que possible. Vous pouvez aussi répartir ce travail entre vous tous.

Evolution

par Rémy Rosset

1956... dans les écoles, calcul écrit et calcul oral: où sont-ils les petits cailloux, les pives, les jeux préparés par l'instituteur à la veillée? Où sont-ils ces «pauvres» moyens qui permettaient d'encourager les élèves?

Tenu par le programme à parcourir... en vue de l'examen annuel... l'instituteur se devait d'avancer rapidement afin de pouvoir consolider, éventuellement approfondir, les différentes notions essentielles qui, à coup sûr, feraient l'objet du contrôle départemental. La peur de l'examen donnait des ailes à plus d'élèves et de maîtres que l'on pourrait imaginer.

Plus tard, quelques tentatives, quant aux moyens principalement: nouveaux manuels, réglettes de couleur, qui n'ont pas porté les fruits escomptés. Il est peut-être difficile, à commencer par les parents, de faire une distinction entre l'esprit et la forme.

Des idées nouvelles par leur introduction obligatoire, ont paru révolutionnaires:

a) participation active de l'élève
b) développement de la créativité individuelle
c) compréhension des problèmes et résolution par acquisitions de base et raisonnement
d) mémoire quelque peu chassée des préoccupations
e) notion de jeux privilégiée
f) manipulations et expériences diverses.

En aparté, il me souvient d'un petit gars de troisième année qui, alors que l'étude sommaire des surfaces planes courantes était achevée, s'engagea résolument à construire un disque, au tableau noir, à l'aide d'une ficelle et d'une craie. Succès pour l'école? Non! Simplement, Kurt était curieux et ingénieux.

Faut-il opposer mathématiques traditionnelles et mathématiques dites modernes? Prenons un exemple très simple: il est erroné de penser que le livret a toujours été enseigné 1 × 4, 2 × 4, 3 × 4,... D'aucuns ont réussi, et réussissent encore, à ce que la multiplication orale devienne un jeu. L'application des notions «double», «demi», «triple», «tiers» permet aux élèves de l'enseignement primaire de s'amuser avec les nombres 17, 19, voire 23.

Les programmes actuels sont plus riches. La préhension demandée aux enseignants demande bonne volonté, ouverture d'esprit, confiance en soi. Le matériel à disposition, accrocheur, intéressant et vivant, devrait permettre une évolution rapide chez l'enfant, une aisance accrue, un goût pour la recherche, une activité joyeuse.

Est-ce possible de faire un bilan? Entreprise hasardeuse, tant il est vrai qu'il faudrait tenir compte des motivations des enseignants, de l'influence des parents, du pouvoir des masses média.

Le passage d'un enseignement tranquillisant, connu de presque tous les parents, avec un programme qui pouvait être répété, répété encore (sans oublier la brochure des réponses!) à un enseignement tout aussi structuré et impératif n'a pas pu se faire partout avec le même bonheur.

La deuxième demande en particulier:

a) souplesse dans l'interprétation
b) acceptation de plusieurs solutions
c) choix des compléments proposés
d) travail collectif moins important
e) travail par petits groupes intensifié
f) contrôles plus ouverts
g) dialogue pour saisir la démarche de l'élève.

Les élèves peut doués, ou dans une situation familiale catastrophique, ont-ils fait les frais de l'opération?

En juillet 1982, les élèves ont quitté l'école obligatoire en ayant parcouru les programmes successifs des mathématiques dites modernes, durant toute leur scolarité. Première volée! S'il est clair qu'il est facile de relever des lacunes (chose aisée auparavant aussi), il est intéressant de constater que le pourcentage d'élèves qui ont trouvé une place d'apprentissage n'est pas inférieur à celui de 1973.

Les mathématiques dites modernes permettent une ouverture plus grande sur le monde, suscitent une réflexion de qualité. Par ailleurs, l'erreur et la remise en question peuvent être source d'évolution et de dépassement de soi.

Pour conclure, deux perles:

– «Je biffe deux zéros»
– «Je déplace la virgule»,

qui disparaîtront un jour grâce aux efforts consentis par tous ceux qui, sans relâche, travaillent et croient à ce qu'ils font.

Psycho *(suite)*

- *Lancer vos deux mains, doigts bien tendus, sous les yeux de votre partenaire, et demandez: «Combien y a-t-il de doigts»? – «Dix» – «Bien! Et dix mains, cela fait combien de doigts»? – «Cent»! (si vous ne le croyez pas, faites l'expérience...).*
- *Avant la découverte du Groenland, quelle était la plus grande île de la terre?*
- *Un paysan a 17 poules. Le renard les dévore toutes sauf 9. Combien de poules reste-t-il?*

Mathématique moderne et littérature

par D. Poncet

En 1960 François Le Lionnais, journaliste et mathématicien fondait avec l'écrivain Raymond Queneau l'Ouvroir de Littérature Potentielle. L'Oulipo était né. But de ce groupe au nom bizarre: «Proposer aux écrivains de nouvelles «structures», de nature mathématique ou bien encore inventer de nouveaux procédés artificiels ou mécaniques, contribuant à l'activité littéraire; des soutiens de l'inspiration, pour ainsi dire, ou bien encore, en quelque sorte, une aide à la créativité». C'est l'auteur de «Zazie dans le métro» qui parle.

Plus de vingt ans ont passé. Le nouveau-né a bien grandi; il s'est même fait connaître;[1] qui n'a pas entendu parler de «La vie mode d'emploi» que Georges Perec dédia à R. Queneau! Ce livre est un monument oulipien (602 pages, un plan, un index, des repères chronologiques et un rappel des histoires racontées). Il n'est pas inintéressant de savoir que sa construction est fondée sur un bi-carré latin orthogonal d'ordre 10 dont Euler avait conjecturé la non-existence. La visite prend du temps mais est recommandée. Au lecteur pressé mais néanmoins curieux, nous proposons de découvrir sur-le-champ quelques facettes du monde oulipien à travers un petit parcours-test. C'est sans danger, mais attention! les réponses sont évidemment oulipiennes.

1. Que pensez-vous des affirmations suivantes?:
   «Il existe une phrase comprenant deux mots donnés»; «Il n'existe pas plus d'une phrase comprenant deux mots donnés».
2. Compléter la comptine en allant jusqu'à 10.
   «-nde!
   -troi- qua--- --in-
   --- --i- -e-t- hu-t-- neu-- --I-»
3. Compléter: 1, 2, 3, 4, ...
4. Qu'entendez-vous par géométrie?
5. Effectuer le produit matriciel suivant:

$$\left|\begin{array}{llllll} \text{L'} & 1 & 1 & 1 & \text{les} & \text{de l'} \\ \text{Un} & 1 & 1 & 1 & \text{certains} & \text{de l'} \\ \text{Cet} & 1 & 1 & 1 & \text{les} & \text{de l'} \\ \text{L'} & 1 & 1 & 1 & \text{certains} & \text{de l'} \\ \text{Un} & 1 & 1 & 1 & \text{les} & \text{de l'} \\ \text{Cet} & 1 & 1 & 1 & \text{certains} & \text{de l'} \end{array}\right| \times \left|\begin{array}{lll} \text{athlète} & \text{arbitre} & \text{encyclopédie} \\ \text{suisse} & \text{uruguayen} & \text{finlandais} \\ \text{vient} & \text{va} & \text{peut} \\ \text{nettoyer} & \text{réviser} & \text{critiquer} \\ \text{carreaux} & \text{jugements} & \text{décisions} \\ 1 & 1 & 1 \\ \text{administration} & \text{administration} & \text{Unesco} \end{array}\right|$$

[1] On trouvera une bibliographie oulipienne dans: Oulipo, Atlas de littérature potentielle, dans la collection Idées/Gallimard.

6. Dans l'ensemble formé par quatre rois, on considère la loi de composition x · y = z où z est le roi contre lequel complotent le roi x et le roi y quand ils se rencontrent. Quelle propriété possède cette loi si l'on sait que la règle sacrée de Saint-Benoît que voici est respectée:

«*Règle de Saint-Benoît:* soient trois rois parmi vous quatre: le premier roi, le deuxième roi, le troisième roi. Le premier roi est n'importe quel roi, le deuxième roi est n'importe quel roi («le deuxième roi peut-il être le même que le premier» interrompit Eleonor «of course» dit Uther) le troisième roi est n'importe quel roi. Alors: *le roi contre lequel complote le premier roi quand il rend visite au roi contre lequel complote le deuxième roi quand il rend visite au troisième doit être le même roi précisément contre lequel complote le roi contre lequel complote le premier roi quand il rend visite au deuxième, quand il rend visite au troisième.* O.K. dit Uther, ce n'est pas tout. Quand un roi rendra visite à un autre roi ils comploteront toujours contre le même roi. Et si deux rois distincts rendent visite à un même troisième le premier ne complotera jamais contre le même roi que le deuxième. Contre tout roi enfin il sera comploté au moins une fois l'an dans le bureau de chacun des rois. J'ai dit (dit Uther) O.K.? O.K. dit Uther et il mourut.»

7. L'énoncé du problème a malheureusement été victime de la transformation (S + 7, A + 7) qui consiste à remplacer chaque substantif et chaque Adjectif par le septième qui le suit dans le «Petit Larousse Illustré» de 1979. Sachant qu'il est finalement demandé: «décrire, après l'ensoleillement des imams, la réprobation gratinée de la fondatrice inviolable d'une nomination rayonnante quinaire mais non nummulitique»; quelles réponses fournissez-vous? (Le lecteur curieux trouvera bien le Petit Larousse indispensable...).

8. Que pensez-vous des machines à calculer?

Réponses et commentaires

1. Comparez votre réponse à celle de Raymond Queneau dans «Fondements de la littérature d'après David Hilbert».

«Après avoir assisté à Halle à une conférence de Wiener (pas Norbert bien sûr) sur les théorèmes de Desargues et de Pappus, David Hilbert, attendant un train pour Kœnigsberg en gare de Berlin, murmura pensivement: «Au lieu de points, de droites et de plans, on pourrait tout aussi bien employer les mots tables, chaises et vidrecomes.» De cette réflexion naquit un ouvrage qui parut en 1899, *les Fondements de la Géométrie,* dans lequel son auteur établissait de façon définitive (ou provisoirement définitive) l'axiomatique de la géométrie euclidienne et de quelques autres par surcroît. M'inspirant de cet illustre exemple, je présente ici une axiomatique de la littérature en remplaçant dans les propositions d'Hilbert les mots «points», «droites», «plans», respectivement par: «mots», «phrases», «paragraphes».
Les Fondements de la Géométrie étant maintenant traduit en français (par Paul Rossier, Dunod, Paris, 1971) le lecteur pourra facilement se reporter à la formulation originale. Rappelons que Hilbert énonce cinq groupes d'axiomes: d'appartenance, d'ordre, de congruence, de parallèles et de continuité.

PREMIER GROUPE D'AXIOMES (AXIOMES D'APPARTENANCE)

I, 1. – *Il existe une phrase comprenant deux mots donnés.*

Commentaire: Evident. Exemple: soit les deux mots «la» et «la», il existe une phrase comprenant ces deux mots: «le violoniste donne le la à la cantatrice».

I, 2. – *Il n'existe pas plus d'une phrase comprenant deux mots donnés.*

Commentaire: Voilà, par contre, qui peut surprendre.
Cependant si l'on pense à des mots comme «longtemps» et «couché», il est évident qu'une fois écrite cette phrase les comprenant, à savoir: «longtemps je me suis couché de bonne heure», toute autre expression telle que: «longtemps je me suis couché tôt» ou «longtemps je ne me suis pas couché tard» n'est qu'une pseudo-phrase que l'on doit rejeter en vertu du présent axiome.
Scholie: Naturellement si l'on écrit «longtemps je me suis couché tôt», c'est «longtemps je me suis couché de bonne heure» que l'on doit refuser en vertu de l'axiome I, 2. C'est-à-dire qu'on écrit pas deux fois *A la recherche du temps perdu.*»

Le corollaire du «théorème 7» quand à lui ouvre des horizons insoupçonnés, puisqu'il affirme, en effet, que «toute phrase comprend une infinité de mots: on en perçoit qu'un nombre fort limité, les autres se trouvant à l'infini ou étant imaginaires».

2. Voici la réponse de Georges Perec qui va même jusqu'à vain.

Comptine

Inde!
Etroit quartz saint
Que scie cette huître neuve d'Is
Once douce
Tresse qu'à tort je crains
Je sais
Je dis:
Ces thés disent Oui
et disent:
Ne fais vain!

3. La réponse est 5 car vous avez immédiatement reconnu une suite de Queneau de base (1,2,3,4): le terme cherché de la suite est par définition le plus petit entier qui s'écrit de deux manières et de deux seulement comme somme de deux entiers distincts de la base: c'est donc 5 car $5 = 4 + 1 = 3 + 2$.

Saurez-vous montrer que le suivant est 6 en utilisant de la même manière les termes 1,2,3,4,5 obtenus qui servent maintenant de base? mais attention si vous continuez le suivant n'est pas 7 car $7 = 4 + 3 = 2 + 5 = 6 + 1$.

Les suites générales de Queneau ont fait l'objet d'une communication à l'Académie des Sciences.

4. Voici ce qu'en dit R. Queneau dans «Bords»

«Les 5 et 7 février 1934, le mathématicien hollandais van Schouten fit deux conférences en Sorbonne sur le sujet suivant: «Qu'est-ce que la géométrie?». Le signataire de ces lignes qui eut l'honneur et l'avantage d'assister aux dites conférences n'en fut pas le seul auditeur, ce qui montre que même en des temps troublés l'esprit conservait ses droits. Au cours de son exposé, van Schouten passa en revue les différentes définitions proposées de la géométrie depuis celle de Félix Klein. Après avoir montré que chacune d'elles s'avérait peu satisfaisante, il se rallia à celle d'O. Veblen; «On appelle *Géométrie* une branche de la mathématique qu'un nombre suffisant de gens compétents s'accordent à appeler de ce nom pour des raisons de sentiment et de tradition.»

Cette définition n'étonnera que les personnes qui ne connaissent pas celle que le grammairien Virgile de Toulouse donna de la même science en des temps également troublés puisqu'il vécut à l'époque des invasions barbares. La voici: «Geometria est ars disciplinata, quae omnium, herbarum graminumque experimentum enuntiat; unde et medicos hac fretos geometres vocamus id est expertos herbarum.» C'est-à-dire (dans la traduction de l'Abbé A. Tardi):

«La géométrie est un art méthodique qui expose les résultats des recherches faites sur toutes les plantes et sur tous les végétaux; c'est pourquoi nous appelons géomètres, c'est-à-dire experts en plantes, les médecins qui s'appuient sur cet art.»

5. On obtient une matrice de 6 lignes et 3 colonnes dont l'élément situé en haut à gauche affirme que l'«athlète suisse vient nettoyer les carreaux de l'administration» ce qui constitue un hommage un peu appuyé à une légendaire qualité helvétique. L'énoncé figure dans «Meccano» de R. Queneau.

6. La loi de composition est associative. La règle de Saint-Benoît est extraite du «Conte de Labrador». Citons son auteur Jacques Roubaud:

Le conte explore une variante de la relation «x prend y pour z». Il s'agit du prédicat: «x complote avec y contre z».

La table de la loi de composition correspondante satisfait à des propriétés algébriques exprimées par la *règle de Saint-Benoît*. Les éléments de l'ensemble sur lequelle elle opère sont des rois. Il y a aussi un ensemble de quatre reines, qui, selon la même loi, font de la compote.

Dans le conte, le chien et la princesse se proposent de découvrir *a)* de quelle structure algébrique il s'agit précisément; *b)* quel est le rôle joué par chacun des rois.

Le récit dévoile progressivement une énigme, à l'aide d'autres énigmes que le lecteur doit déchiffrer.

Parmi les personnages figure un chien savant qui parlant la bouche pleine dit qu'évidemment «un oue a uatre éleents est orcéent coutati».

7. Q^* et les deux branches de l'hyperbole $y = \frac{1}{x}$ délestées de leurs points d'abscisses rationnelles.

8. Voici l'opinion de R. Queneau tirée de «Petite cosmogonie portative»

> «Les sauriens du calcul se glissent pondéreux
> écrasant les tablogs les abaques les règles.
> Leurs mères les trieuses les pères binaires
> et l'oncle électronique avec son regard d'aigle
> admirent effarés ces athlètes modestes
> pulvérisant les records établis par les
> bipèdes qui pourtant savent compter parler
> soigner. Soigner les sauriens du calcul et les
> bipèdes qui pourtant savent compter parler
> soigner Soigner les sauriens du calcul et les
> bipèdes qui pourtant savent compter parler
> compter parler soigner soigner parler compter
> compter compter compter compter compter compter
> soigner soigner soigner soigner soigner soigner
> parler parler parler des sauriens du calcul
> et parler».

Un politicien, avant de prendre l'avion, demande à un mathématicien quelle est la probabilité qu'une bombe ait été placée dans l'appareil. Le mathématicien fait ses calculs et au bout d'une semaine donne sa réponse: «La probabilité est de un dix-millième».

Le politicien trouve cette probabilité trop élevée et demande au mathématicien s'il n'existe pas une méthode pour la rendre plus faible encore. Le mathématicien disparaît à nouveau durant une semaine et fournit la réponse suivante: «Prenez vous-même une bombe dans vos bagages! La probabilité qu'alors il y ait deux bombes dans l'avion est de un cent-millionième (produit des deux probabilités). De cette façon vous pourrez voyager en toute sécurité»!

Dans ma bibliothèque je n'ai pas deux livres contenant le même nombre de mots. Le nombre de mes livres est supérieur au nombre des mots de chaque livre. Ces deux données sont suffisantes pour que vous puissiez décrire au moins l'un de mes livres. Que contient-il donc?

Si ma bibliothèque compte n livres, on y trouve un livre contenant n-1 mots, un autre avec n-2 mots, ..., un dernier livre sans aucun mot. Sinon les conditions du problème ne sont pas vérifiées. De sorte que le contenu du dernier livre est parfaitement décrit: Il est vide!

Les textes encadrés en fin d'articles sont des extraits traduits de «HUMOR IN DER MATHEMATIK», Friedrich Wille, Göttingen.

J. A. 1211 GENEVE 6

TABLE DES MATIÈRES

Fondateur: Samuel Roller

Comité de rédaction:

MM. Th. Bernet, F. Brunelli, A. Calame, R. Délez, M. Ferrario, F. Jaquet, Y. Michlig, F. Oberson, D. Poncet.

Rédacteur responsable: R. Hutin

Abonnements:

Suisse: F 15.—, Etranger F 17.—, CCP 12 - 4983. Paraît 5 fois par an. Service de la Recherche Pédagogique; 11, r. Sillem, CH 1207 Genève. (Tél. (022) 35 15 59).

Adresse: Math-Ecole; 11, rue Sillem, Ch-1207 Genève; CCP 12 - 4983

Imprimerie Fiorina, 1950 Sion