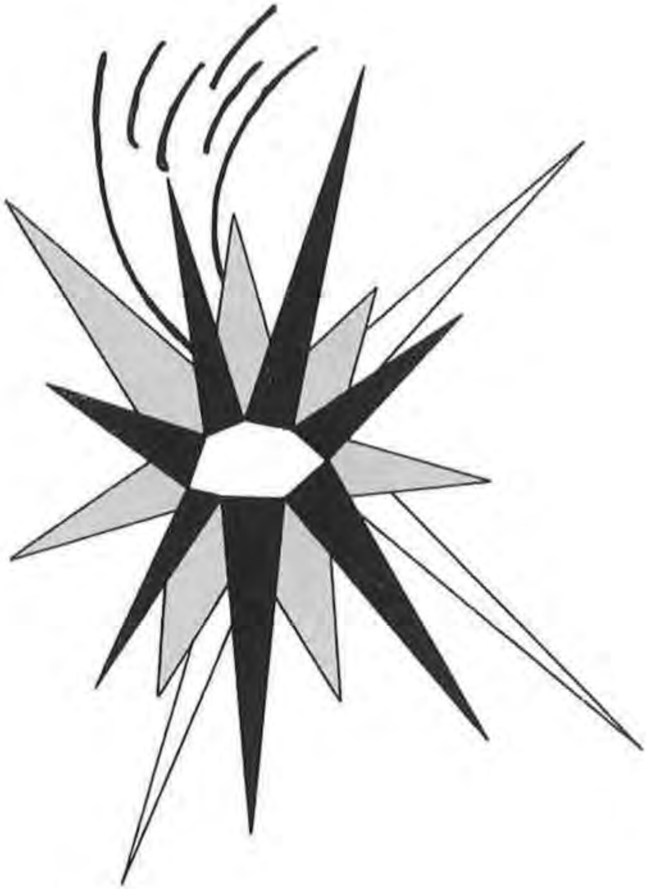
128



MATH ECOLE

AVRIL 1987
26e ANNÉE

MATH-ECOLE 128

26e ANNÉE Paraît cinq fois par an MAI 1987

Editorial

Faire équipe

Les «équipes pédagogiques» genevoises ont fêté récemment leur dixième anniversaire. L'équipe, sous des aspects divers, permet à un enseignant non titulaire de classe d'appuyer un groupe de ses collègues et cherche à promouvoir une participation accrue des parents à la vie scolaire. Relativement controversé en ses débuts, ce nouveau mode de fonctionnement a peu à peu acquis droit de cité et fait la preuve de son efficacité, tant en ce qui concerne les vertus de la coopération entre plusieurs enseignants que dans le bénéfice que peuvent en retirer les élèves.

Une telle coopération, dans un milieu qui, traditionnellement, considérait l'individualisme comme une qualité cardinale, demande de la part de ceux qui s'y engagent un investissement important, une grande disponibilité envers les élèves et, plus important encore, la faculté d'écouter et d'entendre le point de vue d'autres adultes, de composer, de remettre en question ses propres points de vue en matière de pédagogie.

Pourtant, compte tenu de l'évolution du métier d'enseignant, du niveau des compétences et du volume des connaissances nécessaires pour assurer un enseignement de qualité aujourd'hui, la mise en commun des capacités respectives et le partage des efforts de formation continue constituent probablement l'un des rares moyens susceptibles d'apporter, dans le cadre d'un groupe scolaire, la maîtrise de la totalité des éléments qui entrent en jeu dans l'action éducative.

On peut se demander si cette notion d'équipe éducative ne devrait pas trouver davantage sa place dans le cadre de la formation des maîtres, aussi bien pour la formation initiale des futurs enseignants, qui paraît souvent morcelée, qu'en ce qui concerne les recyclages et les formations continues, largement confiés à des spécialistes qui, par la force des choses, ont souvent gardé des disciplines qui ne les concernent pas directement l'image forgée au cours de leur propre jeunesse.

Certes, loin de nous l'idée de récuser la nécessité impérative de pouvoir compter sur d'excellents spécialistes et nul ne peut dominer complètement tous les domaines qui interviennent dans la formation d'un enfant ou d'un adolescent. Il n'en reste pas moins que l'individu est un. Sa capacité de jouer les caméléons au fil des heures, de s'adapter à des exigences fort diverses, d'accepter que les mêmes mots prennent des significations différentes selon les disciplines, ne constitue pas une justification suffisante au faible degré d'intérêt accordé à la coordination entre les différentes matières.

Les «équipes pédagogiques» interdisciplinaires de formateurs d'enseignants, pour autant qu'elles veuillent bien se créer, pourraient probablement apporter une contribution positive à la résolution du problème lancinant de la surcharge des programmes.

Raymond Hutin

Comptage et écriture des égalités dans les premières classes d'enseignement primaire

par François Conne, maître-assistant F.P.S.E.

«L'élève a des cadres limités pour écrire ce qu'il fait».

Jean Brun

Introduction: Dénombrement, comptage, calculs

Parmi les activités numériques élémentaires, je distinguerai tout d'abord entre dénombrement et calcul. Les **dénombrements** traitent de quantités préalablement données (collections concrètes ou figurées) et s'accompagnent toujours de la récitation (exprimée ou mentale de la comptine ou plus généralement du recours à tout autre type de compteur). Les activités de dénombrement consistent à coupler ce compteur – la récitation de la comptine – avec l'énumération des éléments de la collection. Elles ne permettent pas seulement l'évaluation de quantités mais aussi celle de certaines de leurs transformations suite à des adjonctions ou des retraits, ainsi que leurs comparaisons (même si bien entendu il n'est pas nécessaire dans ce cas de dénombrer les quantités à comparer). Formellement, un seul compteur, et de là un seul système symbolique suffit au dénombrement. Cependant suivant l'ordre de grandeur de la quantité à évaluer et des conditions de ce travail, le recours à des systèmes de marquage auxiliaires peut s'avérer nécessaire. Les **calculs** traitent les opérations numériques reflétant les transformations et comparaisons des quantités. Portant sur des entités abstraites, les calculs recourent à des systèmes symboliques plus ou moins élaborés qui jouent le rôle de supports aux actions. Je distingue alors les comptages et les calculs numériques. Les **comptages** s'apparentent aux dénombrements parce qu'ils utilisent comme support des systèmes symboliques figurant des quantités. On peut dire que dans le comptage les calculs sont médiatisés par le recours aux opérations de dénombrement (ou d'opérations directement dérivées du dénombrement). Le critère définissant un comptage sera donc tout naturellement celui de la récitation de la comptine ou d'une séquence de celle-ci, et ceci quel que soit le support figuratif utilisé (ou son image mentale): jetons, doigts, traces écrites, nombres figuratifs, bouliers, réglettes, etc. Les **calculs numériques** traitent eux aussi des opérations en recourant à des supports symboliques variés (matériels ou images): boulier, écritures, prononciation orale des nombres composés... mais ne recourent pas à un compteur – ou à la récitation de la comptine. A ce niveau, c'est la connaissance de la structure de la comptine (ou de l'organisation numérique) qui intervient, à la fois au travers de la mémorisation des tables des opérations numériques (addition, multiplication) et au travers de l'application des règles de numération (dérivées des axiomes structurels numériques telle l'associativité, la commutativité, la distributivité, etc.). Ces règles de numération ne sont pas connues en tant que telles mais sont représentées par le biais de règles d'écritures (ou plus généralement par le biais de règles de transformation des représentations symboliques). Ces **traitements symboliques:** écriture, réorganisation, disposition des calculs, etc. permettent de **substituer à une opération de calcul une autre ou une séquence d'autres opérations plus élémentaires mais équivalentes.** Bien sûr la disposition en colonne, l'effectuation d'une addition colonne par colonne, les règles de retenues, ainsi que la lecture du résultat sont des exemples de calcul numérique répondant aux critères susmentionnés. Mais de même le calcul mental (procédant d'un autre découpage des données), le calcul sur boulier, répondent aussi à ces critères. Plus près des comptages on considérera aussi comme calculs numériques les opérations visant à simplifier le calcul ou le comptage, ainsi le fameux «*passage à la dizaine*»

$$8 + 6 = (8 + 2) + 4$$

ou d'autres méthodes

comme par ex. $45 + 8 = (45 + 10) - 2$.

Considérant la question sous l'angle des supports symboliques auxiliaires j'ai montré comment dénombrements, calculs, comptage et calculs numériques se hiérarchisent selon la richesse et la complexité des outils utilisés. Mais ceci n'épuise de loin pas la question des représentations symboliques. Pour la question générale des représentations, je renvoie le lecteur à l'article de G. Vergnaud. Ici je vais considérer un autre aspect de cette question. En observant le travail en classe, on n'échappe pas à l'examen du rôle que les systèmes de représentation jouent dans l'échange entre maîtres et élèves, à la fois pour signifier à ces derniers une tâche précise et pour leur permettre de rendre compte de leur travail au travers de leurs réponses. Dès le moment où on demande l'effectuation de dénombrements ou de calculs aux élèves, ces deux fonctions des représentations symboliques (support – communication) sont étroitement liées et c'est sur leur articulation que progresse l'apprentissage. Je vais examiner en détail cette question à propos des comptages et des écritures d'additions simples, en ligne

$$a + b = c \quad ou \quad a = b + c$$

qui sont utilisés en Suisse romande pour cette phase de l'apprentissage (du dénombrement au comptage vers la présentation de quelques règles de calcul numérique). Ceci concerne les deux premières classes de l'enseignement primaire (enfant d'âge 7-8 ans).

I. Comptages

En termes de comptage, une addition est un parcours dans la suite numérique. On «*fait nombre*»: 2 plus 4 fait 6. On «*compte jusqu'à*»: *5 plus 3, 12345, 6, 7, 8* sous entendu: «*j'ai compté jusqu'à 8, ça fait 8*». Le parcours peut être effectué dans le sens ascendant (addition) ou le sens descendant (soustraction): *8 moins 2: (8)... 7, 6.* Cependant, même pour la soustraction ce dernier type de parcours est bien moins souvent pratiqué. A partir d'une certaine maîtrise du comptage, l'enfant ne compte plus tout mais considère une donnée comme point de départ puis poursuit la récitation de la comptine pour un certain nombre de pas et considère le nombre sur lequel il a ainsi abouti:

3 plus 4, (3) 4567.

Ceci lui permet, entre autres, de compter sur ses doigts même pour des nombres plus grands que dix. Un élève m'a ainsi dit un jour ne pas pouvoir compter 8 plus 6 parce qu'il *«n'avait pas assez de doigts»*, il voulait que je lui *«prête des doigts»*. Mais ce même élève, au même moment a pu trouver en comptant sur ses doigts combien faisaient *58 plus 6.* L'exemple de comptage à rebours donné ci-dessus est du même type.

Le comptage suppose deux niveaux numériques, décalés. La suite des nombres (qu'on peut identifier à des bornes d'un parcours) et le dénombrement – via un compteur – des pas. Compter sur les doigts c'est alors représenter ce nombre de pas sur ses doigts tandis que l'attention mentale se centre sur la récitation de la comptine. J'ai pu observer un élève de 2P qui, en voulant expliquer à son jeune frère d'école enfantine comment compter sur les doigts 8 plus 8, a confondu ces deux systèmes. Il a commencé par représenter 8 avec ses doigts: main gauche ouverte et 3 doigts de la main droite. Puis il a continué à lever des doigts en recomptant jusqu'à 8. Un: annulaire de la main droite levé; deux: auriculaire de la main droite levée; puis n'ayant plus de doigts, fermeture de la main gauche et levée successive des cinq doigts; puis n'ayant de nouveau plus de doigts, fermeture de la main droite et pouce de la main droite levée. Mais déjà l'élève se faisait de plus en plus hésitant. Le voilà maintenant avec la représentation de 6 avec les doigts (main gauche et pouce droit levé), le voilà au bout de «son addition» de 8, mais sans aucun résultat visible. Alors l'élève se reprend et recommence.

Il ferme ses mains mais compte cette fois à partir de 8 en levant les doigts: *9, 10, 11, ... 16.* Voilà, il a levé 8 doigts, il peut s'arrêter sur le dernier nombre récité, c'est 16, c'est la réponse.

Ainsi la difficulté principale du comptage porte sur la coordination de ces deux séries numériques. Je vais donner d'autres exemples. L'élève peut compter comme un pas le nombre de départ. Cette erreur est bien connue, elle est fréquente dans le cas du comptage à rebours. Et *8* moins *2* fait *7* parce que *8, 7.*

Il convient de décrire comment cette erreur peut s'accompagner d'un comptage sur les doigts. L'élève lève 8 doigts puis baisse successivement le majeur et l'index. Il reste donc 6 doigts levés mais l'élève ne les prend pas en considération et s'arrête – comme dans le cas d'une addition – **au dernier nombre prononcé** –, en l'occurence le 7. Cette erreur très fréquente amène enseignants ou parents à conseiller l'élève *«de ne pas compter le 8»*, mais ceci n'est pas une explication très efficace et peut amener à d'autres confusions. Il est tout aussi peu efficace d'interdire le comptage sur les doigts sous prétexte que ceux-ci seraient *«à l'origine de la confusion»*. C'est au contraire à l'élève d'apprendre, au cours d'expériences numériques diverses, à contrôler l'usage de ses outils. Voici un long exemple mettant en jeu diverses confusions liées. Un élève de 2P compte *13-7*, il me demande s'il peut le faire sur les doigts. J'accepte. Il lève alors ses 10 doigts, puis, tout en récitant la comptine à rebours baisse successivement 7 doigts. Puis il regarde ses mains, 3 doigts restent levés, réponse: *«ça fait 3!»*. Un camarade lui rétorque: *«ça fait 6!»*. Il décide alors de reprendre son comptage en dessinant puis en cochant des croix. Il dessine en ligne 13 croix, puis en coche 7 sans rien dire, puis il compte les croix non cochées et s'exclame *«de Dieu, ça fait 6!»*. Il est visiblement surpris. Il s'arrêterait là mais je lui demande de me montrer comment il fait. Il dessine 13 croix. Puis coche à partir de la droite en récitant cette fois-ci la comptine à rebours: *13, 12, 11, 10, 9, 8, 7*. Il compte de temps en temps le nombre de coches. Puis compte les croix non cochées, 6, *«ça fait 6»*. Mais il hésite et refait. Dessin de 13 croix, puis il saute la première croix à droite en disant: *«je ne compte pas le 13»*. Puis il coche successivement les coix en comptant à rebours:

x	*x*	*x*	*x*	*x*	*x*	*ẋ*	*ẋ*	*ẋ*	*ẋ*	*ẋ*	*ẋ*	*x*	,
						7	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*		

s'arrête lorsqu'il a prononcé 7 et dit: *«ça fait encore 6»*. Puis se reprend: *«ah non ça fait 7»* (Il a compté la croix tout à droite non cochée). Je lui demande: *«t'en a enlevé combien?»*. Il compte que 6 seulement sont cochées. Il coche alors une nouvelle croix à la suite des autres et dit: *«ça fait 6»*. Le lendemain je lui demande de compter 15 moins 8. Il déclare: *«avec les croix, ça va mieux»*. Il reprend son idée de *«ne pas compter le 15»*, de ne pas cocher la croix de droite, et de compter à rebours:

x	*x*	*x*	*x*	*x*	*x*	*ẋ*	*ẋ*	*ẋ*	*ẋ*	*ẋ*	*ẋ*	*ẋ*	*ẋ*	*x*
						7	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	

et il trouve qu'il en reste 6. Je lui propose alors de faire avec des ronds pour qu'on voie mieux les coches. Je lui dis *«Dessine 15 ronds, puis tu en enlèves 8 et il en reste?»*. Il dessine alors ainsi:

0 0 0 0 0 0 0 / 0 / 0 / 0 / 0 / 0 / 0 / 0 / 0

et répond: *«eh bien c'est 7!»*. Je suis très surpris de cette façon de faire. L'élève ne coche pas les ronds mais fait une coche entre deux ronds. De cette manière, il ne *«compte pas le 15»*. Peut-être représente-t-il ainsi le geste d'écarter du doigt successivement 8 jetons? On le voit, plusieurs erreurs interviennent au cours de cet entretien mais le plus intéressant est le passage d'un système de représentation (support symbolique) à un autre et les surprises que cela cause. Enfin l'élève reporte une règle apprise sur les doigts *(«je ne compte que le 13»)* sur le support des petites croix! Ces erreurs peuvent réapparaître alors à propos d'autres comptages. Ainsi une élève de 2P comptait: *4 fois 6, 29* sur ses doigts (le comptage d'une multiplication ne peut être qu'une itération d'additions). Elle commençait son comptage à 6 puis itérait 4 fois celui-ci:

$$\frac{\underline{6\ 7\ 8\ 9\ 10\ 11}}{6} \qquad \frac{\underline{12 \dots 17}}{6} \qquad \frac{\underline{18 \dots 23}}{6} \qquad \frac{\underline{24 \dots 29}}{6}$$

Dans tous ces cas, la différence entre les bornes du comptage (départ et fin) et celle du nombre de pas porte à des confusions. Ceci apparaît très tôt dans une erreur jusque là peu décrite parce que en général mal comprise par les adultes. Cette erreur consiste à se tromper sur le signal d'arrêt de la récitation de la comptine. Par exemple, devant compter *2 + 6*, l'élève trouve la réponse *6*. L'élève a en fait compté *(2), 3, 4, 5, 6* et, considérant mentalement ce *6*, croit qu'il a effectué les 6 pas demandés. Il s'arrête et répond par le dernier nombre récité (ou s'il s'aperçoit de quelque étrangeté dira le nombre suivant). Cette erreur ne se produit pas si le choix du nombre de départ est la plus grande des données: *6 + 2* ne peut pas donner *6* ni *2*, car on compte d'emblée au-delà: *7, 8*. Ainsi outre qu'un comptage a + b avec b est moins coûteux pour l'élève (donc aussi, mieux contrôlable) il est déjà, de fait plus fiable. D'autres erreurs peuvent porter sur le contrôle du nombre de pas. Ainsi par exemple de *6 à 15 : 4*, par oubli d'une main (l'élève compte avec la main gauche et tient son crayon de la main droite). Enfin, nous l'avons vu aussi, le type de support symbolique auxiliaire peut porter à des confusions.

Ainsi devant complémenter de *3 à 8*, un élève de 1P trouve la réponse *2*. Il me montre avec ses doigts; il commence par lever 8 doigts, puis porte son attention sur sa main gauche (5 doigts levés) et 3 doigts levés. Ainsi en abaissant 2 doigts (annulaire et auriculaire de la main gauche) il passe de la **représentation** de 3 (en oubliant les 3 doigts de la main droite qui sont restés levés) à **celle** de 8 (en retrouvant la configuration de départ: main gauche ouverte, 3 doigts de la main droite levés).

Donc je représenterai le comptage additif dans les termes suivants: *«Le nombre de départ, suivi d'un nombre de pas donne un nombre d'arrivée»*. Cette relation étant fixée, la connaissance de deux de ces éléments suffit à la détermination du troisième et les 3 cas formellement possibles correspondent aux trois types connus du comptage.

comptage direct: *départ, nombre de pas* ---------------------- ► *arrivée*
ex. 3 plus 4: 3, 4 5 6 7, 7

comptage complémentaire: *départ, arrivée* ------------► *nombre de pas*
ex.: de 3 aller à 7: 3, 4 5 6 7, 4

comptage à rebours: *arrivée, nombre de pas* -------------------► *départ*
ex.: de 3 aller à 7: 3, 4 5 6 7, 4

comptage à rebours: *arrivée, nombre de pas* -------------------► *départ*
ex.: 7 moins 3: 7, 6 5 4, 4

Remarques

1. Ainsi dans un comptage, deux vections sont couplées: l'ordre de la suite des opérations et l'ordre de la suite numérique.
2. Une propriété du comptage qui, en amont, tire son origine de ce qu'on appelle la vicariance des dénombrements (le résultat d'un dénombrement ne dépend pas de l'ordre dans lequel on a énuméré les objets) et qui, en aval donnera la commutativité de l'addition (le résultat d'une somme ne dépend pas de l'ordre dans lequel on prend les données) fait qu'on peut toujours intervertir le nombre de départ avec le nombre de pas. Ceci permet comme nous l'avons vu de raccourcir les comptages additifs (effectuer *6 + 2 soit 6, 7 8* pour compter *2 + 6)*. Ceci permet aussi de ramener les 3 cas présentés ci-dessus à deux cas dont les plus commodes sont: le comptage direct et le comptage complémentation. Le comptage à rebours est alors ramené à un comptage complémentation par inversion de l'ordre et échange entre nombre de pas et nombre de départ: 13 moins 7 devient: de 7 aller à 13. A la fin de la 2e primaire bien des élèves pratiquent spontanément cet échange. Cependant lorsqu'on demande si c'est la même chose, beaucoup répondent «non» et d'autres pensent que c'est juste sur tel ou tel cas qu'ils ont pu constater par comptage, ce n'est pas une règle générale.
3. Vu sous cet angle, ce qui différencie ces 3 modalités de comptage, c'est l'orientation du sujet vers la retenue de tel ou tel nombre comme résultat final. Le lecteur se réfèrera aux petites flèches dessinées sur les exemples ci-dessus). Formellement, il s'agit d'une simple interversion entre signal d'arrêt du comptage et nombre retenu. Alors que quand je compte 3 plus 4 je m'arrête lorsque j'ai fait 4 pas et retiens le dernier nombre prononcé, 7, quand je compte de 3 aller à 7 je m'arrête lorsque j'ai prononcé 7 et retiens le nombre de pas effectués. Ainsi donc les confusions que j'ai évoquées dans mes exemples ne paraissent ni fortuites ni anecdotiques mais portent sur le noyau même du comptage (ou plus généralement des relations entre les opérations numériques telles qu'elles se révèlent dans le comptage).

II. L'écriture en ligne dans les exercices de comptage

Jusqu'ici j'ai privilégié dans ma description deux systèmes symboliques particuliers qui sont deux compteurs naturels à savoir la comptine (suite ordonnée des noms de nombres) et les doigts de la main (qui sont aussi utilisés dans un certain ordre). J'ai aussi fait état d'un troisième système de marques (croix, ronds, coches). J'ai aussi montré que les comptages mettant en jeux deux séries numériques, les bornes et les pas, nécessitaient le recours à deux systèmes de compteurs au moins (2 systèmes symboliques).

Mais pour son usage, l'école emprunte aux mathématiques l'écriture conventionnelle en ligne:

$a + b = c$ *(ex.* $5 + 18 = 23$*)*

Dans les mathématiques celle-ci sert à présenter l'addition et les relations qui s'y rattachent, puis est reprise par l'algèbre. Dans ce cas cette écriture ne préjuge en aucune façon des moyens d'effectuer les calculs exprimés. **A l'école primaire cependant, ces écritures interviennent comme code de calculs effectués par comptage.**

Ne pas percevoir cette distinction amène à confondre la signification mathématique des opérations numériques et la signification qu'elles prennent pour des élèves en train de s'approprier les nombres au travers des comptages et des premiers calculs.

Faisons un rapide survol des exercices des 4 premières années primaires. Les dénombrements mettant en jeu la correspondance terme à terme et la récitation de la comptine sont proposés dans l'avenue *«ensembles et relations»* en première primaire. L'avenue *«opération»* débute, elle, par la présentation systématique des premiers nombres, c'est à dire par leur présentation en tant que quantités mais aussi par la présentation de leurs décompositions en sommes de nombres inférieurs. Ainsi par exemple la fiche OP6 en 1re année, présente toutes les décompositions du nombre 6. Dès le départ des écritures avec égal (final et égal initial) sont présentées sous forme lacunaire:

$(a + b = c \text{ ou } c = a + b)$.

Par exemple la fiche OP4 en 1re année présente le nombre 4 et ses décompositions sur des diagrammes ensemblistes s'accompagnant d'écritures lacunaires ... = ... + ... L'analyse des tâches proposées aux élèves montre que l'écriture en ligne est le code des comptages. Ces écritures apparaissent dés les premiers exercices de présentation des nombres et de leurs compositions et décompositions. Généralement ces exercices ont la forme suivante: le comptage est suggéré par la présence de supports figurant diversement les quantités: ensembles, dominos, graduations colorées etc. On peut les dénombrer en récitant la comptine. A de très rares exceptions près, ces exercices sont accompagnés d'écritures en lignes lacunaires permettant de fait un comptage direct, c'est-à-dire sans dénombrement préalable des éléments figurés. Dès le 6e exercice de la deuxième année pourtant, les écritures avec égal initial $(c = a + b)$ disparaissent. Ceci est sans doute dû à l'introduction de la soustraction et l'usage du signe –. Mais au cours de cette année apparaissent aussi d'autres écritures: en colonne, sous forme de machines numériques, qui vont petit à petit supplanter l'écriture des calculs en ligne. Celle-ci disparaît presque entièrement des manuels de 3e primaire et de 4e primaire. Elle n'est en fait reprise que ça et là pour illustrer des propriétés plus subtiles (par ex.: $134 - 17 = 136 - 19$ dans OP *26 et 27* en 3P; $5 \times 6 = 15 \times 2$ dans OP40 en 3P; ou encore *2 3 0* en base quatre s'écrit $2 \times (4 \times 4) + 3 \times 4 + 0 = 32 + 12 = 44$ dans la fiche NU 17 en 4P; ou encore la distributivité dans la fiche OP27 en 4P: $12 \times 5 = (10 \times 5) + (2 \times 5) = 50 + 10 = 60$.

Remarque à propos de la position du signe égal

A son origine, $a + b = ...$ exprime une tâche d'addition, tandis que $c = ...+...$ exprime une tâche de décomposition. Ceci correspond à exercer la table d'addition *«dans les deux sens»*. L'usage actuel dérive de cet usage. Mais la justification des méthodologies est autre. Elle considère en effet que $3 + 4$ *ou* 7 sont deux écritures désignant le même nombre et que ce sont de ce fait deux écritures équivalentes. C'est ce qu'exprime l'égalité: $3 + 4 = 7$ *ou* $7 = 3 + 4$. Peu importe l'ordre puisque ces deux écritures sont mises sur le même plan. Cependant si on considère que $3 + 4 = 7$ exprime un comptage, le point de vue change. Car 7 exprime alors le résultat du comptage (ou du calcul) $(3 + 4)$ et 7 sont alors plus que des écritures désignant un même nombre, ce sont les termes d'une opération! C'est ici que le point de vue théorique de la méthodologie se trouve en porte à faux avec l'usage scolaire.

III. L'interprétation de l'écriture en ligne et des écritures lacunaires

Les élèves recourent tout d'abord à l'écriture des nombres comme d'un compteur. Ils retranscrivent la comptine ou une séquence de celle-ci. On peut le remarquer à la lecture des fiches d'exercice de certains élèves en 1re primaire. Certains adaptent même l'écriture en ligne à cet usage. Ainsi une élève avait écrit

$$4 + 4 = 5 + 6 = 7 + \underline{8}$$

tout en prenant soin de souligner son résultat, 8. Ce type d'écriture où l'élève représente tout le parcours qu'il effectue se retrouve dans d'autres situations. Ainsi, à la faveur d'un exercice de complémentation donné sous forme lacunaire, on trouvera pour $4 + ... = 7$ la réponse $4 + 5\ 6 = 7$. Mais on trouve aussi $7 = ... + ...$ complété en $7 = 8 + 9$ *etc.*

Il est bien entendu que l'élève attribue à l'écriture en ligne une signification qui se réfère à la tâche qui lui est associée, c'est-à-dire dans notre cas aux comptages. Si certains élèves confondent l'écriture donnée à celle de leur propre comptage (ce qui est correct dans le cas d'additions directes $a + b = ...$ *ou* $... = a + b$) **la plupart interprètent cependant cette écriture comme le code d'un parcours additif de la suite des nombres tels que je l'ai décrit au paragraphe I.** Ainsi par exemple, en répondant à l'item $... + 3 = 9$, l'élève bien qu'il inscrive sa réponse, c'est-à-dire le résultat de son comptage, ne reconstitue pas l'écriture de ce dernier, mais celle d'une addition dont l'un des facteurs manquait. Dans $... + 3 = 9$, 6 est le résultat de l'élève mais 9 est le résultat du comptage représenté par l'écriture en ligne. Il est difficile de savoir si ceci n'est qu'une adaptation scolaire ou si, plus profondément, cela rencontre les représentations spontanées du sujet. Plus d'un observateur a été surpris de constater que beaucoup d'élèves, en situation de résolution de problèmes, représentaient leur réponse sous forme d'une écriture additive même si, dans leur résolution, ils avaient effectué une soustraction ou une complémentation. Mais nous-mêmes sommes dans le même cas puisque, ne disposant pas d'écriture pour représenter l'opération de complémentation (dans une écriture qui restituerait la succession donnée → résultat), nous l'évoquons au travers de l'écriture lacunaire d'une addition:

$a + ... = c$ *ou* $... + b = c.$

L'écriture lacunaire est donc le fragment d'un code représentant un comptage. La tâche de l'élève ne se limite pas à trouver l'élément manquant. Car pour ce faire il faudra au préalable qu'il interprète l'écriture, c'est-à-dire qu'il détermine les données ou ce qui est encore plus précis qu'il détermine le rôle que joue chacune d'elles: départ, nombre de pas, arrivée. Pour ce faire l'élève se basera sur l'organisation des symboles représentés, essentiellement sur leurs places relatives, mais aussi, en un second temps semble-t-il, sur l'ordre de grandeur des données numériques. Il ne suffirait pas à l'élève de se restreindre à la seule considération des données numériques puisque avec 2 nombres on peut effectuer plusieurs comptages différents.

Ainsi l'écriture en ligne est **interprétée.** C'est-à-dire que les symboles écrits sont mis en correspondance avec un comptage et les supports symboliques qui s'y rattachent. Par exemple tel élève à la lecture de la donnée $3 + ... = 8$ va représenter 3 ou 8 ou les deux avec ses doigts et entamer un comptage. D'autres vont récolter 3 jetons, auxquels ils rajoutent 8 jetons. Etc. Cette médiation par une procédure de comptage, c'est-à-dire par une séquence précise d'actions portant sur des supports donnés, fournit à l'élève un solide point de repère. Ceci n'est pas le cas pour d'autres exercices. Par exemple ceux qui consistent à compléter l'écriture fragmentaire d'une relation numérique: *a...b* à compléter par l'écriture d'un des 3 signes $>$,=, $<$. Ex. *2 ... 8,* tous les élèves savent dire lequel des deux nombres est le plus petit, le plus grand. Mais plusieurs élèves se trompent et confondent les signes $>$ et $<$. Ceci est dû au fait qu'ils traduisent mot à mot leur propre comparaison avec la comparaison à restituer. Par exemple certains élèves, en lisant *2...8,* compareront 2 à 8 et diront *«2 est plus petit que 8»* ce qui sera traduit mot à mot par $2 < 8$. Mais malheureusement d'autres compareront *8 à 2* et diront: *«8 est plus grand que 2»* ce qui, traduit mot à mot **sur la forme de la donnée,** aboutit à $2 > 8$. Comme pour le calcul lacunaire, la difficulté est de dissocier entre la comparaison qui est écrite et celle que l'élève fait. Mais une comparaison est une action purement mentale, automatique. L'élève ne dispose pas ici de suffisamment de points de repères pour être totalement sûr.

IV. Les principaux résultats d'une recherche sur les écritures lacunaires en fin de première primaire

J'ai fait une recherche sur le calcul lacunaire auprès d'une centaine d'élèves de première primaire des cantons de Vaud et de Genève. La passation s'est faite en mai.

Le premier résultat de cette recherche est que les erreurs des élèves provenaient de l'interprétation des données et non pas de l'effectuation des comptages.

Secondement, les élèves qui étaient capables d'envisager une complémentation (qui ne se contentaient pas d'additionner les données) étaient capables de déterminer si celle-ci était possible *(3 +... = 8)* ou impossible *(9 +... = 4)*.

La recherche a montré en outre que les élèves se basent sur la configuration générale des données lacunaires plus que sur tel ou tel indice partiel, et que d'autre part le signe égal n'était pas tant interprété comme le signe d'une comparaison (équivalence) que comme le signe précédant le résultat «*a plus b ça fait* ...(suit la réponse) «ou» *pour faire c et j'ai a, il faut* ... (suit la réponse)». Ce qui traduit bien un parcours additif de la suite des nombres.

Plusieurs élèves développent leurs propres règles d'interprétation sans que celles-ci aient été même mentionnées par l'enseignant ou les parents. La plus prégnante de ces règles est celle d'un ordre séquentiel gauche/droite, qui voudrait que le résultat, donc le plus grand nombre car il s'agit d'additions, soit écrit en position finale tout à droite. De là de fréquentes confusions qui consistent à interpréter l'item *7 = 2 + ...* comme additif et de répondre 9. Quelques élèves se basent sur cette règle pour interpréter de façon cohérente tous les items, et ceci a été vu aussi pour des élèves comptant correctement que pour d'autres qui donnaient des réponses plus élémentaires (par ex.: *7 = .8. + .9. et .4. + .5. = 6)*.

De plus, de nombreux élèves qui répondent correctement procèdent en fait à une lecture inversée des items à égal initial: *11 = 5 + 6* est lu de droite à gauche ce qui restitue à la lecture la séquence donnée → résultat: *6 + 5 = 11*. Ceci a posé quelques problèmes pour la soustraction puisque *8 = 13 − 5* ne peut pas se lire *5 − 13 = 8*. Je pense que c'est ceci qui a provoqué l'abandon d'écritures à signe égal initial dès la 2e primaire.

V. Objets d'enseignement

Les écritures lacunaires ne sont pas seulement présentes dans les exercices scolaires ou les activités proposées aux élèves. Elles servent en outre à désigner des modalités de comptage, des opérations, voire des compétences que les élèves devront acquérir dans tous les textes relatifs au plan d'études, aux programmes ou à la méthodologie d'enseignement. Ainsi, au travers de tous ces usages, l'écriture des égalités additives vient à acquérir une signification scolaire particulière. Cette signification dérivée a même pour les élèves, plus de réalité que la signification mathématique d'origine. Une écriture de type lacunaire provoque immédiatement un calcul de la part des élèves, tandis que beaucoup restent passifs devant la présentation d'une écriture complète même fausse. Ils n'ont pas d'eux-mêmes l'idée de vérifier l'exactitude de l'égalité quand bien même nous sommes certains que celle-ci ne leur saute pas aux yeux (contrairement à nous qui avons mémorisé les sommes élémentaires).

Le fait que la forme lacunaire ne se limite pas à être un exercice, une situation problème dans laquelle on place l'élève, mais qu'elle en vient à représenter les objets mêmes de l'enseignement est caractéristique de l'enseignement des mathématiques, et fait partie de la transposition didactique du savoir mathématique. On utilise aussi dans l'enseignement des langues des exercices lacunaires, mais ces formes restent des exercices d'application et n'accèdent pas au rang des notions à enseigner. C'est le cas en mathématiques, et ceci se passait déjà dans les programmes traditionnels avec les problèmes d'arithmétique.

Bibliographie

CONNE François: **La Transposition didactique à travers l'enseignement des mathématiques en première et deuxième année de l'école primaire.** Thèse de doctorat F.P.S.E., Université de Genève.

Une épreuve de calcul en première primaire. INTERACTIONS DIDACTIQUES, 1984, No.6. F.P.S.E. Université de Genève.

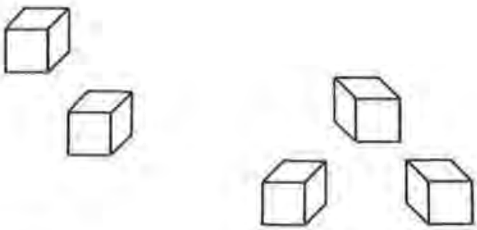
Comptages et écritures d'égalités lacunaires. A paraître.

FAYOL Michel: Nombre, numération, dénombrement: que sait-on de leur acquisition? **Revue française de Pédagogie.** 1985, No.70 pp.59-77.

VERGNAUD Gérard: Concepts et schèmes dans une théorie opératoire de la présentation. **Psychologie française,** 1985, No.30-3/4, pp. 245-252.

Jeu des cinq cubes ou le pentacube gagnant

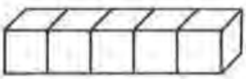
rapporté par Marcelle Georg



Voici:

un JEU bref, simple, à deux joueurs.

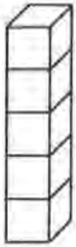
Position de départ:



Règle:

> Chaque joueur, à tour de rôle, **déplace un seul cube** et le **pose** obligatoirement à un **étage supérieur** de celui où il se trouvait précédemment.

⚠ Le pentacube doit rester en un seul morceau.



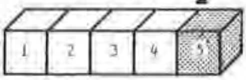
But du jeu:

Réussir à placer le pentacube verticalement.

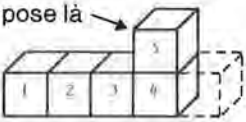
Le GAGNANT est celui des deux joueurs qui place le **dernier** cube du pentacube vertical.

Position de départ:

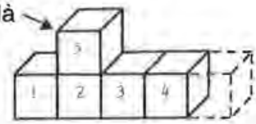
Si je prends ce cube



et que je le pose là



ou là



est-ce important?
est-ce meilleur?

Dans ces conditions,

- quelles sont les figures différentes obtenues avec 5 cubes?
- quelles sont celles qui me seront favorable?

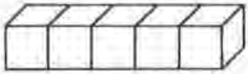
TOI **MOI** **TOI** **MOI** **TOI** **MOI**

- comment noter ce qui se passe à chaque coup?

Ce JEU donne l'occasion:

- d'appliquer une STRATÉGIE gagnante en peu de coups,
- de la cerner,
- de la roder,
- de la définir,
- de la justifier par une énumération systématique des coups possibles, en tenant compte de l'intervention du partenaire.

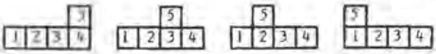
Ce JEU se prête à une analyse mathématique intéressante.



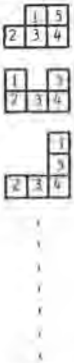
- PRENEZ CINQ CUBES de même couleur!
- JOUEZ selon la règle, à tour de rôle!
- GAGNEZ à tous les coups, si...!

- ANALYSER chaque coup!
- REPRÉSENTEZ les combinaisons possibles, les configurations obtenues au cours de la partie!
- DÉMONTREZ ainsi s'il est plus avantageux de jouer le premier ou le second!

1er coup

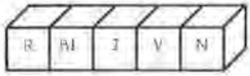


2e coup



Comment s'organiser pour représenter les combinaisons possibles et choisir celle qui est la plus favorable pour gagner?

... et si les cubes étaient de couleurs différentes, le jeu serait-il plus, ou, moins contraignant?



Ateliers de mathématiques et évaluation

par François Jaquet

Pour évaluer les connaissances et le travail de leurs élèves de sixième, en mathématiques, un groupe d'enseignants de l'Ecole secondaire de la Chaux-de-Fonds élabore une série d'épreuves, reprises d'année en année, analysées systématiquement question par question, adaptées en permanence en fonction des remarques des maîtres et des résultats des élèves.

Cet instrument d'évaluation se développe régulièrement depuis une dizaine d'années; ses utilisateurs sont de plus en plus nombreux et il y a actuellement suffisamment de questions expérimentées pour constituer une à deux épreuves au moins sur chaque thème du programme de sixième. *

Elargissement de l'évaluation

Si les premières questions élaborées cherchaient essentiellement à mesurer des connaissances ponctuelles ou des techniques de calcul, le besoin d'évaluer d'autres types d'objectifs plus révélateurs des capacités réelles et des potentialités des élèves s'est rapidement manifesté. Et ce n'est pas par hasard que ce besoin s'est cristallisé sur les «ateliers» et autres recherches proposés par les ouvrages romands de sixième année.

Ces activités s'inscrivent en effet dans la ligne des innovations de l'enseignement des mathématiques qui paraissent aujourd'hui les plus prometteuses. On en parle beaucoup, on a envie de vivre ou jouer une «situation mathématique» dans sa classe, on s'y lance parfois. Mais on ne sait pas encore très bien comment évaluer le travail des élèves dans ce domaine.

A priori, une «banque d'épreuves» semble mal s'accommoder de questions qu'on trouve habituellement en «mathématiques récréatives» et qu'on ne peut ni exercer ni réviser en vue d'une interrogation écrite. Il semble également que les objectifs de développement et d'autonomie ne peuvent être mesurés par des épreuves communes à plusieurs classes, dont les résultats doivent pouvoir être comparés et analysés. Enfin, la confusion entre «évaluation» et «attribution de notes» semble aussi faire obstacle à l'introduction de casse-têtes, jeux, problèmes logiques et recherches inédites dans un instrument de caractère normatif.

L'expérience a tout de même été tentée, d'envisager une épreuve faisant un pas dans la direction des «ateliers» de mathématiques.

Les conditions de passation

Afin de conserver l'ouverture du thème, la motivation des élèves, le plaisir de la recherche, il fallait fixer des modalités de passation plus souples que celles des épreuves habituelles:

- Les maîtres intéressés choisissent librement le moment de passation, seule la durée est fixée (une période de 45 mn) dans le souci de pouvoir comparer les résultats des différentes classes. Cette limitation, regrettable au plan de l'activité mathématique, est atténuée par les possibilités de reprise ou de poursuite du travail des élèves, après le relevé des résultats intermédiaires de la première période.
- Les élèves sont avertis qu'ils ne s'agit pas d'une épreuve en vue d'une note. On leur demande de choisir, parmi les huit questions proposées, celles qui les intéressent. On les prévient que certaines de ces questions sont difficiles et qu'il ne faut pas s'obstiner sur un obstacle mais plutôt passer à un autre problème. L'objectif qui leur est proposé est de «trouver le plus de choses possibles».

* Des informations plus détaillées sur cette banque d'épreuves peuvent être obtenues chez l'auteur de cet article: F. Jaquet, Ecole secondaire, avenue des Forges 16, 2300 La Chaux-de-Fonds.

- Les élèves marquent d'une croix les questions qu'ils choisissent et essayent de résoudre.
- Sur la feuille de résultats établie pour l'analyse générale, les maîtres jugent chaque question de chaque élève selon cinq catégories:

  «n.a» pour les questions non abordées (non choisies par l'élève),
  «A» pour celles qui ont été choisies, mais sans succès,
  «B» lorsqu'il y a quelques éléments de réussite,
  «C» lorsque la réussite est moyenne à bonne,
  «D» en cas de réussite totale.

  (Les critères détaillés d'appartenance aux catégories A, B et C sont décrits plus loin, avec les résultats.)

  Les maîtres peuvent procéder à des analyses plus fines des réponses de leurs élèves, pour leur usage personnel, d'après les copies ou les brouillons.

Les questions

Bien que présentées aux élèves sous le titre «ateliers», les questions choisies ne possèdent pas les caractéristiques de problèmes ouverts ou de situations mathématiques permettant des développements, relances, recherches autonomes, travaux de groupe, etc. Les contraintes de l'épreuve commune: le temps, la forme écrite de présentation, la précision des critères d'évaluation menant à une analyse générale des résultats, une certaine conformité aux pratiques habituelles des élèves et des maîtres, limitent sensiblement les ouvertures souhaitées.

Ces questions ont cependant été reconnues différentes des exercices spécifiques de certaines notions, plus originales ou motivantes mais surtout mettant en œuvre des procédures de résolution inédites, hors des schémas rencontrés fréquemment par l'élève.

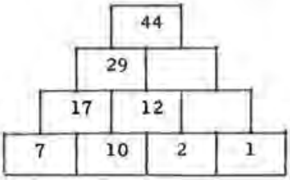
La plupart de ces questions sont une deuxième ou une troisième version, établies à la suite d'expérimentations des années précédentes.

1. Pyramides de briques

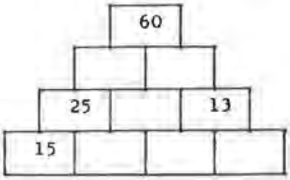
La règle de construction de ces pyramides est très simple:

Chaque brique vaut la somme des deux briques sur lesquelles elle repose.

Tu peux vérifier cette règle dans cette pyramide et trouver ensuite les deux valeurs qui manquent.



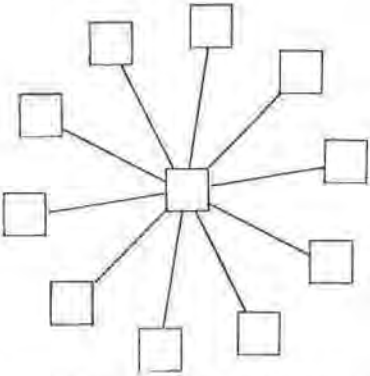
Ici, c'est un peu plus difficile, mais tout de même possible de trouver les valeurs des briques.



2. Le carrousel

Il faut placer chaque nombre naturel de 1 à 11 dans l'une des onze cases vides de cette figure en respectant la règle suivante:

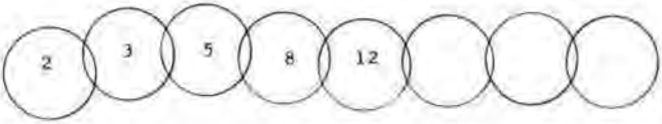
La somme de trois nombres d'un même axe doit être toujours la même.

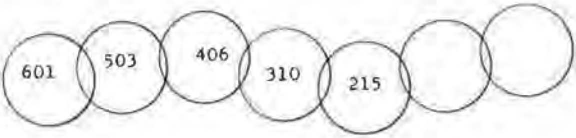


3. Les chaînons manquants

Ces deux chaînes sont construites logiquement. Il y a une règle qui permet de passer d'un chaînon au suivant.

Trouve les nombres qu'il faut mettre dans les chaînons vides.

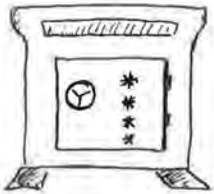




4. La clé du coffre

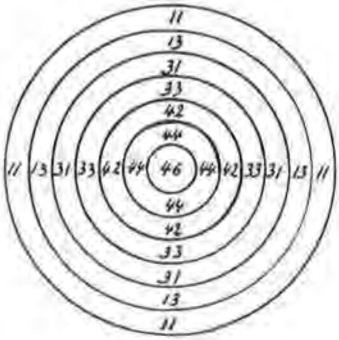
L'oncle Sam a mentionné sur son testament que sa fortune reviendrait à celui de ses neveux qui trouverait la combinaison de son coffre à partir des données suivantes:

- Cette combinaison est un nombre de quatre chiffres, tous différents,
- le premier est pair,
- la somme des deux premiers est 15,
- le troisième est la différence des deux premiers,
- le premier chiffre est le produit du troisième par le quatrième.



Quel nombre faudra-t-il composer pour ouvrir le coffre?

5. Drôle de cible



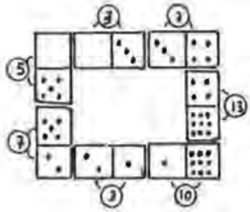
Arthur a planté ses flèches sur cette cible particulière.

Il a obtenu un total de 100 points!

Comment est-ce possible?

Combien de flèches a-t-il mis dans la cible pour arriver à ce total remarquable?

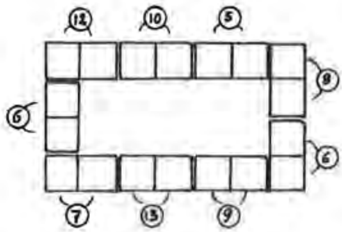
6. Avec des dominos



Ces dominos sont disposés en respectant la règle du jeu:

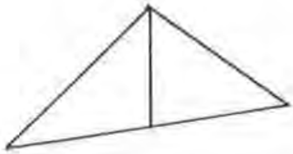
Deux dominos ne peuvent se toucher que par des parties qui portent le même nombre de points.

Les nombres encerclés indiquent la somme des points des deux parties de chaque domino.



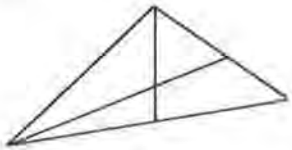
A toi de dessiner les points de ces dominos, toujours en respectant la règle du jeu.

7. Triangles camouflés

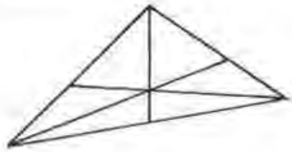


Dans cette figure, on peut distinguer 3 triangles: le grand, celui de gauche et celui de droite.

a) En ajoutant un segment, on obtient de nouveaux triangles. Combien trouves-tu de triangles en tout dans cette figure?

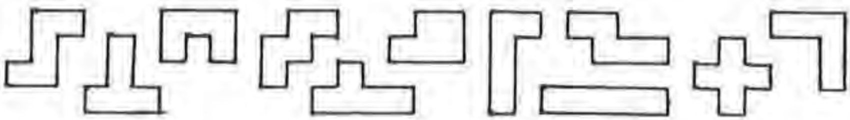


b) Trouve un moyen de désigner les triangles que tu découvres dans cette nouvelle figure et note leur nombre.



8. Pentominos

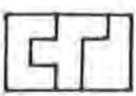
Les pentominos sont des figures formées de 5 carrés. Voici les douze pentominos:

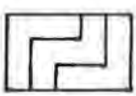


Un rectangle de 3 × 5 peut être recouvert de plusieurs façons à l'aide de pentominos.

En voici trois exemples, avec des pentominos...

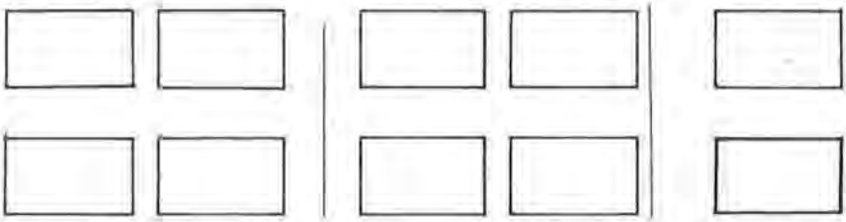
... tous différents ... pas tous différents ... tous de même type





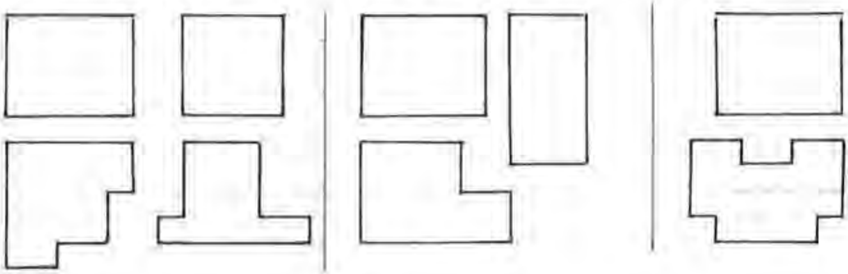
a) Trouve d'autres façons de recouvrir, lorsque c'est possible, le rectangle de 3 × 5 avec des pentominos...

... tous différents ... pas tous différents ... tous de même type



b) Essaie aussi de recouvrir les figures suivantes, lorsque c'est possible, avec des pentominos...

... tous différents ... pas tous différents ... tous de même type



Les résultats

168 élèves, de 8 classes (a,b,c,d,e,f,g,h) ont passé l'épreuve.

Pour chaque question, les critères d'appartenance aux catégories B, C et D sont précisés. (n.a signifie «non abordé» et A «échec»).

Les résultats s'organisent ainsi:

- au-dessus de l'axe: le **nombre d'élèves de la catégorie** suivi, entre ( ), du **pourcentage** correspondant;
- sur l'échelle: les **catégories** n.a - A - B - C - D, la **réussite moyenne,** notée R, de tous les élèves ayant choisi la question (à l'exclusion de la catégorie n.a) et la **«position moyenne» de l'ensemble des élèves,** notée * .
- au-dessous de l'axe: les **«positions moyennes» des classes,** notées a b,c,...

Exemple: A la question 1,6 élèves (4%) n'ont pas abordé le problème (n.a) alors que 110 (65%) ont répondu correctement (D). La réussite moyenne (R) des élèves ayant choisi la question se situe entre C et D (5 à 7 cases et 8 cases justes). La position moyenne (*) de l'ensemble des élèves est un peu inférieure, celle des élèves de la classe (a) correspond à C (5 à 7 cases), la réussite est presque totale (D) pour la classe (b).

1. Pyramides de briques

D: les 8 cases justes (des deux pyramides)
C: de 5 à 7 cases, B: de 1 à 4 cases justes.

```
6(4)           3(2)            42(25)          7(4)         110(65)
n.a ────────── A ───────────── B ══════════════ C ─ * ─ R ────────→ D
                                            h a fdg c e    b
```

2. Le carrousel

D: les 11 cases, C: 7 à 10 cases (3-4 axes), B: 5 à 6 cases (2 axes)

```
49(29)          37(22)          4(2)            13(8)           65(39)
n.a ─────────── A ───────────── * ══════════════ R C ─────────────→ D
                c     h       f  dag               b    e
```

3. Les chaînons manquants

D: Les 5 nombres (17, 23, 30 et 121, 28), C: 3 ou 4, B: 1 ou 2.

```
31(18)          12(7)           16(10)          49(29)          60(36)
n.a ─────────── A ══════════════ B ═════ * ════ C R ─────────────→ D
                                 a      bcdeh f g
```

4. La clé du coffre

D: la clé (6932), C: une erreur, B: 2 ou 3 chiffres cohérents.

```
47(28)          35(21)          5(3)            29(17)          52(31)
n.a ═══════════ A ══════════════ * ══════════════ R ─ C ═════════→ D
                    h  a d  c  f         e  bg
```

5. Drôle de cible

D: 8 flèches (6 × 13 et 2 × 11), C: une faute, B: essais pertinents.

```
66(39)          74(44)          16(10)          6(4)            6(4)
n.a ─────────── * A ═══ R ═════ B ══════════════ C ══════════════→ D
          f dgah bc   e
```

6. Avec des dominos

D: solution correcte, C: une erreur (règle non observée), B: essais respectant les sommes données.

```
16(10)          54(32)          21(12)          16(10)          61(36)
n.a ═══════════ A ══════════════ B ═ * ═ R ═══ C ═══════════════→ D
                         fg     a  hd    ce           b
```

7. Triangles camouflés

D: a) 8, b) 16, C: a) ou b) réussi, B: réponses proches de 8 ou de 16.

```
11(7)           50(30)          58(35)          46(27)          3(2)
n.a ─────────── A ══════════════ * R ════════════ C ──────────────→ D
                      h de agf      bc
```

8. Pentominos

D: plus de 10 recouvrements corrects et différents, C: de 5 à 10 solutions correctes, B: de 3 à 5.

```
22(13)            26(15)              50(30)          48(29)              22(13)
 n.a ────────────── A ═══════════════ B * ═ R ════ C ══════════════════► D
                         b     g  f        a hc d e
```

Evaluation de l'épreuve

Les maîtres et élèves sont unanimes, l'épreuve a été bien accueillie. Les uns parce qu'elle a permis d'observer une grande motivation, un travail intense et de nombreuses démarches originales. Les autres parce qu'elle représentait un nouveau type d'interrogation, sans jugement et attribution de note.

Quelques remarques de détail proposent des améliorations des consignes de correction ou relèvent des difficultés recontrées: «Bien des élèves ne connaissent pas les dominos et utilisent des nombres plus grands que 6». «Les élèves effacent leurs tentatives infructueuses, ce qui rend l'évaluation difficile.»

Les maîtres qui avaient choisi les questions n'attendaient pas de tels taux de réussite car elles leur semblaient difficiles. En fait, seul le problème de la cible (question 5) s'est révélé trop ambitieux, compte tenu du temps limité à une période de 45 mn, car il nécessite une longue recherche systématique et de très nombreuses additions.

La réussite d'ensemble pour les autres questions, (R) des élèves entrés en matière, se situe aux environs de la catégorie C: réussite moyenne à bonne.

Evaluation par classe

Si les résultats font apparaître la position de chaque classe participante sur l'échelle des catégories «n.a - A - B - C - D», ce n'est pas dans le but d'établir un classement ou un jugement. (Il faut préciser à ce propos que chaque maître est le seul à pouvoir reconnaître sa classe parmi les lettres, a,b,c.., qui les désignent.) C'est pour répondre à un besoin de points de repère que cette information est donnée. On manque en effet de critères d'évaluation pour ce type de questions et il est important de connaître la distribution des résultats pour estimer la performance moyenne de ses élèves sur chaque question.

On constate que l'influence de la classe n'est pas déterminante pour les questions 1,3,5 et 7 qui présentent une distribution très compacte. L'effet est plus important pour les questions 2,4,6 et 8 dont le choix ou la réussite peuvent être favorisés par un travail précédent, en classe, sur les carrés magiques, les nombres croisés, les dominos, les pentominos, etc.

A titre d'exemples, voici quelques considérations - tout à fait fictives - que pourraient faire les maîtres en recevant leurs résultats:

- b: «Je m'attendais à une bonne réussite de la question 6 parce que j'ai proposé de nombreuses activités sur les dominos au cours de l'année, mais, en revanche, je ne m'explique pas pourquoi le phénomène ne s'est pas reproduit pour la question 8 car nous avons aussi beaucoup travaillé avec les pentominos.»
- a: «Dans les autres épreuves, ma classe se situe toujours nettement au-dessus de la moyenne. Ce n'est pas le cas ici. L'an prochain, j'essayerai de faire quelques ateliers avec mes élèves.»

On entend dire parfois que le type de questions proposées dans cette épreuve est «élitaire», qu'il ne convient qu'aux bons élèves, qu'il «désécurise» les autres, etc.. Or, sur les huit classes participantes, sept étaient de section classique ou scientifique, une seule de section moderne-préprofessionnelle. Les résultats ne permettent pas de distinguer cette classe alors que, pour les autres épreuves, les différences de développement des élèves conduisent à des analyses séparées en raison de l'écart important entre les taux de réussite des deux sections.

On ne tirera pas de cette première expérience une infirmation des propos pessimistes cités ci-dessus, on se contentera de souhaiter que les élèves dits «moins doués» puissent, à l'image de ceux de la classe concernée ici, mener une activité mathématique valable sur des questions qui sortent des schémas habituels.

Evaluation des élèves au sein d'une classe

Le tableau des résultats de chaque classe est riche en information. Il peut confirmer des capacités déjà constatées en d'autres circonstances. Il peut aussi révéler des aptitudes que ne laissaient pas apparaître des épreuves plus traditionnelles. Il peut encore avoir des effets en retour sur le déroulement du travail de la classe.

Voici un extrait du tableau des résultats de ma classe, suivi de quelques constatations et effets:

MATH 6 ATELIERS RESULTATS

Classe 1S13 Effectif: 19 Date 22.5.86

Elèves: Qu:	1	2	3	4	5	6	7	8
J.	D	–	D	D	–	D	D	D
C.	D	–	D	D	B	D	C	C
V.	D	–	–	–	A	–	A	B
V.	B	–	C	B	–	D	B	D
P-O.	D	D	B	D	–	A	A	–

–	1	11	3	4	7	4	1	4
A	0	4	1	7	7	3	3	1
B	4	0	2	1	4	0	5	1
C	0	1	7	2	0	1	8	7
D	14	3	6	5	1	11	2	6

- J. a confirmé sa réputation de «fort en math.» de la classe. Il a mené à bien 6 des 8 recherches proposées, en 45 mn!
- C. réussit habituellement très mal ses interrogations écrites; il fait des fautes de calcul, répond «à côté» des questions. Mais c'est un passionné de jeux et casse-têtes. L'épreuve lui a bien convenu.
- V. méticuleux et toujours soucieux de bien faire n'a pas trouvé grand'chose en 45mn. Je l'ai encouragé à poursuivre et, au cours des semaines suivantes, il m'a souvent apporté des solutions de petits problèmes analogues trouvés dans les journaux et revues.
- V. était fière de son travail, c'est elle qui avait le plus de solutions pour les pentominos.
- A la demande pressante de certains élèves (C. en particulier) qui trouvaient injuste de ne pas noter cette épreuve qu'ils avaient bien réussi dans leur carnet scolaire, j'ai décidé d'en tenir compte «positivement» (à partir d'un seuil de réussite de 3 «D» ou 2 «D» et 2 «C»). La note était facultative, elle a été demandée par 9 élèves.
- La question 7, abordée avec un succès moyen par la majorité des élèves a été reprise la semaine suivante et développée en situation mathématique sur des dénombrements de triangles.

Conclusion

L'épreuve présentée ici, comme toutes celles de la banque, a le mérite de «fonctionner» et d'apporter des informations plus étendues qu'une épreuve traditionnelle élaborée par un seul maître à l'usage de sa classe.

Elle sera reprise, améliorée et complétée par d'autres questions. Elle continuera ainsi à susciter des échanges entre ses utilisateurs et le groupe de maître chargé de la gestion de la banque.

Mais on perçoit déjà ses limites et les risques qu'il peut y avoir à la considérer comme une norme pour un thème aussi ouvert que celui des ateliers mathématiques.

Il faudra qu'elle conserve son caractère dynamique, qu'on trouve des problèmes plus riches et plus significatifs, des critères permettant d'évaluer plus finement l'activité de l'élève et ses démarches.

L'enjeu est de taille, car l'avenir des véritables activités mathématiques repose sur la possibilité de les évaluer, dans la pratique de l'enseignement.

J. A. 1211 GENEVE 6

TABLE DES MATIÈRES

Abonnements:

Suisse: F 15.—, Etranger F 17.—, CCP 12 - 4983. Paraît 5 fois par an. Service de la Recherche Pédagogique; 11, r. Sillem, CH 1207 Genève. (Tél. (022) 35 15 59).

Adresse: Math-Ecole; 11, rue Sillem, Ch-1207 Genève; CCP 12 - 4983

Imprimerie Fiorina, 1950 Sion