142

MATH ECOLE

MARS 1990
29e ANNÉE

MATH-ECOLE 142
29e ANNÉE Paraît cinq fois par an MARS 1990

Editorial

Donner du sens!

Entendu l'autre jour à la radio: *«Au 31 décembre 1989 on comptait en Suisse 53 200 personnes de plus qu'un an auparavant, ce qui représente une augmentation de 0,8% de la population qui atteint ainsi 6 673 000 habitants. Mais cette évolution varie sensiblement selon les classes d'âge et se caractérise par un vieillissement de la population. En 1970, le tiers des Suisses avaient moins de 20 ans; aujourd'hui, les jeunes ne représentent plus que le quart d'une population qui, dans l'ensemble a pourtant augmenté de 6,4% au cours de ces vingt dernières années».*

Communiqué banal, comme il en paraît quotidiennement dans nos médias, mais qui exige cependant certaines compétences mathématiques. Nos élèves qui ont terminé leur scolarité obligatoire sont-ils en mesure de le comprendre?

Evidemment, diront les uns, puisque les connaissances nécessaires ont été construites progressivement et abondamment entraînées par des exercices du genre: «complète à l'aide du signe qui convient (>, <, =) 1/3 ... 1/4» ou «prendre le tiers de ...» ou encore «calcule le 0,8% de ...». Non, diront les autres qui ont souvent constaté combien est aléatoire le transfert de ces mécanismes dans des situations réelles où ils devraient être mis en œuvre.

Dans leur dernier bulletin, nos collègues français de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement public (APMEP) dressent un tableau intéressant, après la réforme des programmes entreprise en primaire il y a 9 ans et qui atteint aujourd'hui le secondaire supérieur. Sous le titre *«Les mutations sur les contenus des programmes des collèges. Ils ne savent plus... mais ils savent»,* les notions et connaissances sont regroupées en quatre rubriques: *«ce qui a disparu», «ce qui a été réduit», «ce qui a été développé», «ce qui est nouveau».*

Dans les disparitions on relève, entre autres, le langage ensembliste, le vocabulaire relatif aux qualités des opérations, de nombreuses terminologies, l'*«escorte»* de la relation de Pythagore (Euclide et la hauteur), le pgdc et le ppmc. On peut s'étonner de certaines de ces suppressions mais on constate qu'elles concernent toutes des notions susceptibles d'être entraînées systématiquement ou de faire appel à des formalismes exigeants.

Dans la rubrique des réductions, on trouve le degré de technicité dans le calcul littéral, les factòrisations, les opérations sur les radicaux, la partie *«analytique»* des transformations géométriques.

Dans ce qui a été développé on relève par exemple, les diverses écritures d'un nombre et le choix de la plus pertinente dans une situation donnée, les ordres de grandeur, la pratique de l'application linéaire.

C'est la rubrique des nouveautés qui est la plus copieuse et on y découvre avec plaisir, en majuscules: *«SENS donné aux activités calculatoires, résolution par essais et erreurs, initiation à la démarche algorithmique, activités considérées comme un terrain sur lequel peut s'exercer la DEMARCHE SCIENTIFIQUE (observer, tâtonner, conjecturer, douter, s'auto-contrôler, infirmer, communiquer, valider, démontrer)».*

Ce besoin de sens est affirmé ici avec force et clarté. Il s'insère dans une situation-problème, dans une démarche de recherche. Mais ce sens n'est pas réservé à des activités extraordinaires (qui sortent de l'ordinaire): des ateliers, problèmes ouverts ou autres situations mathématiques. On peut l'introduire dans les problèmes les plus traditionnels comme les calculs de pourcentages ou de fractions.

Par exemple, à partir du communiqué précédent, on peut prendre le temps d'étudier l'évolution de la population de sa commune. Les données sont facilement accessibles et ouvrent un vaste champ de questions. On représentera des fonctions, on construira des diagrammes (dont la pyramide des âges), on calculera des taux, des moyennes, on se livrera à des analyses, des comparaisons, des prévisions.

Dans cette activité, le sens pénétrera naturellement, au fur et à mesure que l'élève-chercheur s'appropriera ses questions. Pour le vérifier, il suffira de s'assurer qu'il est capable de les énoncer dans son langage, avec ses mots. Nul doute, qu'une bonne partie du programme sur les opérations, le calcul des fractions, la linéarité, aura été abordée avec, en plus, une signification que les séries d'exercices répétitifs ne peuvent offrir.

Nos élèves seront alors peut-être capables de comprendre et de porter un jugement autonome sur les prochains articles de leur journal qui traiteront de l'incidence de l'augmentation du taux hypothécaire sur la hausse des loyers, de la limitation des vitesses sur l'émission de gaz, du dernier record à la loterie à numéros sur les impôts du gagnant.

François Jaquet

Cannibales et circuits hamiltoniens

par C. Codourey, maître secondaire de mathématiques

Pourquoi un atelier?

Je considère que le but principal d'un atelier est d'empêcher l'élève de s'enfoncer dans les ornières du savoir, de l'apprentissage souvent par cœur de règles, d'algorithmes, de méthodes spécifiques à la résolution de tels types de problèmes, de la rédaction rigoureuse d'un problème donné, etc.

Certes, tout ceci est nécessaire, mais gardons-nous un peu de temps pour nous évader, pour sortir des sentiers battus et faire place à la réflexion, à la logique, à l'imagination, à l'invention, bref à La Mathématique.

A quoi bon lui attribuer une note?

L'expérience montre que certains élèves, peu doués pour la technique pure, se révèlent avoir une logique, un degré de réflexion ou une imagination supérieurs à la moyenne.

Alors pourquoi ne pas mettre, une fois, une note sur un atelier qui permettra de tester d'autres aptitudes chez l'élève?

Cela donnera l'occasion à certains de révéler un talent caché et d'en être récompensés. D'autre part, cela obligera certains autres à s'ouvrir face à une situation inhabituelle où ils ne peuvent pas recourir immédiatement à tout l'arsenal des techniques bien entraînées qu'ils connaissent.

Atelier en 6C avec évaluation

Temps: trois fois deux périodes

Matériel: – sept feuilles de données
– des jetons de deux couleurs différentes

Connaissances préalables exigées: aucune

But: réflexion, logique, trouver une manière pour résoudre un problème non standard.

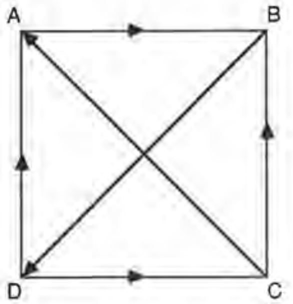
Déroulement des opérations:

Deux premières périodes:

But: se mettre en situation de recherche.
Distribution des pages 1, 2 et 3.

Atelier

1° Soit un carré ABCD :



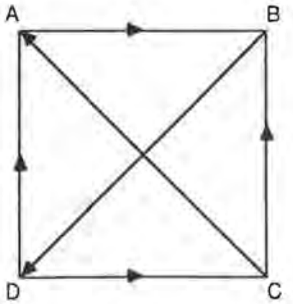
↗	A	B	C	D
A		●		
B				●
C	●	●		
D	●		●	

Les flèches indiquent dans quel sens on peut circuler

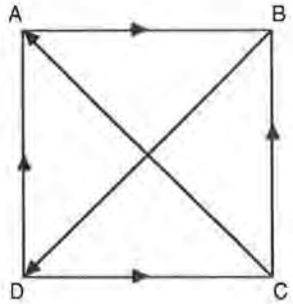
(Par exemple, on peut aller de D à A mais non de A à D)

Tous les chemins possibles sont représentés à l'aide du tableau de droite appelé "**Matrice**". Si le chemin est possible, on met un point, sinon, on laisse la case vide.

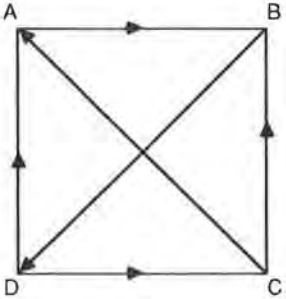
a) Détermine tous les chemins possibles qui passent par chaque point une et une seule fois :



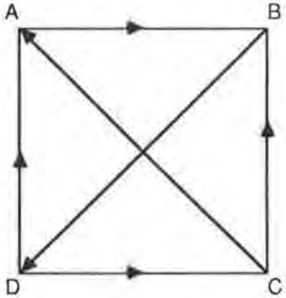
ABDC



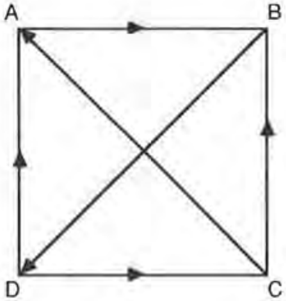
....



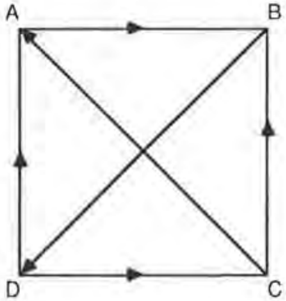
....



....



....



....

b) On dit qu'un chemin est un "**circuit hamiltonien**" s'il permet de retourner au sommet de départ sans repasser sur d'autres sommets. Par exemple, ABDC est un circuit hamiltonien car CA permet de revenir au sommet A.
Parmi tous les chemins que tu as trouvés en a), lesquels sont des circuits hamiltoniens ?

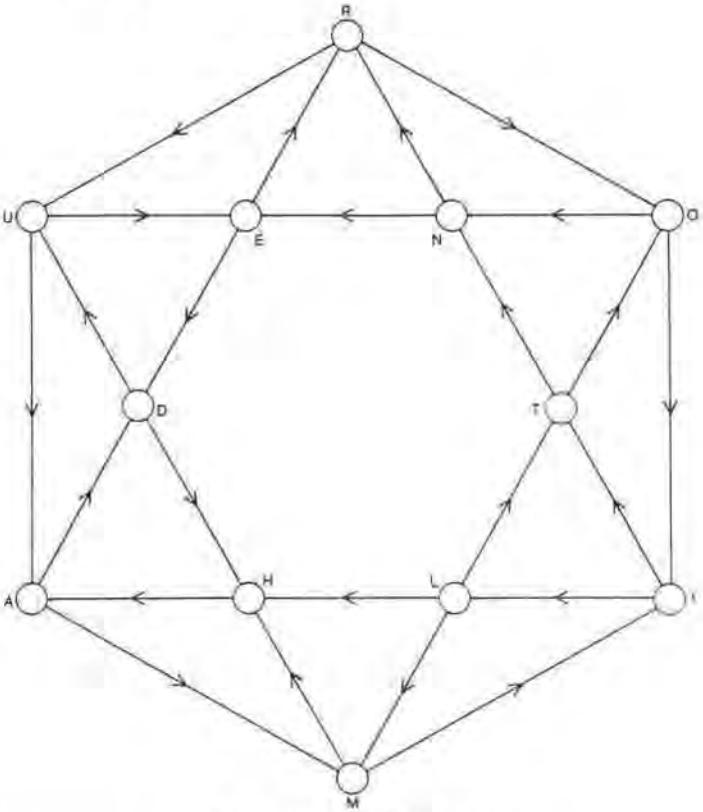
....

....

2° Circuit hamiltonien

Tu pars du sommet R et tu veux visiter chaque sommet une seule fois avant de revenir en R. Comment vas-tu faire ?

Trace en couleur ton circuit.



2. Trouver l'unique circuit Hamiltonien.

3° Un homme, un loup, une chèvre et un chou

Un homme veut traverser une rivière avec un loup, une chèvre et un chou. Sa barque ne lui permet de prendre qu'un des trois à la fois et il ne peut laisser le loup seul avec la chèvre, ni la chèvre seule avec le chou. Comment va-t-il s'y prendre pour faire traverser tout le monde en un minimum de fois ?

4° Les cannibales et les missionnaires

Trois missionnaires et trois cannibales qui se trouvent sur la rive droite d'une rivière veulent rejoindre la rive gauche à l'aide d'une barque qui ne peut contenir que deux passagers à la fois.

Si les cannibales sont plus nombreux que les missionnaires sur l'une des deux rives, les missionnaires seront tués et mangés !

Les missionnaires peuvent-ils traverser la rivière sains et saufs, et si oui, comment ?

4.1 Variante

Même problème mais un seul missionnaire et un seul cannibale savent ramer.

4.2 Variante

Il y a cette fois quatre cannibales et quatre missionnaires et le bateau peut contenir trois personnes. Attention : Sur la barque, comme sur les rives, les cannibales ne doivent pas être plus nombreux que les missionnaires !

4.3 Variante

La barque peut contenir quatre passagers et il y a six cannibales et six missionnaires.

4.4 Variante

La barque peut contenir six passagers et il y a sept cannibales et sept missionnaires.

4.5 Variante

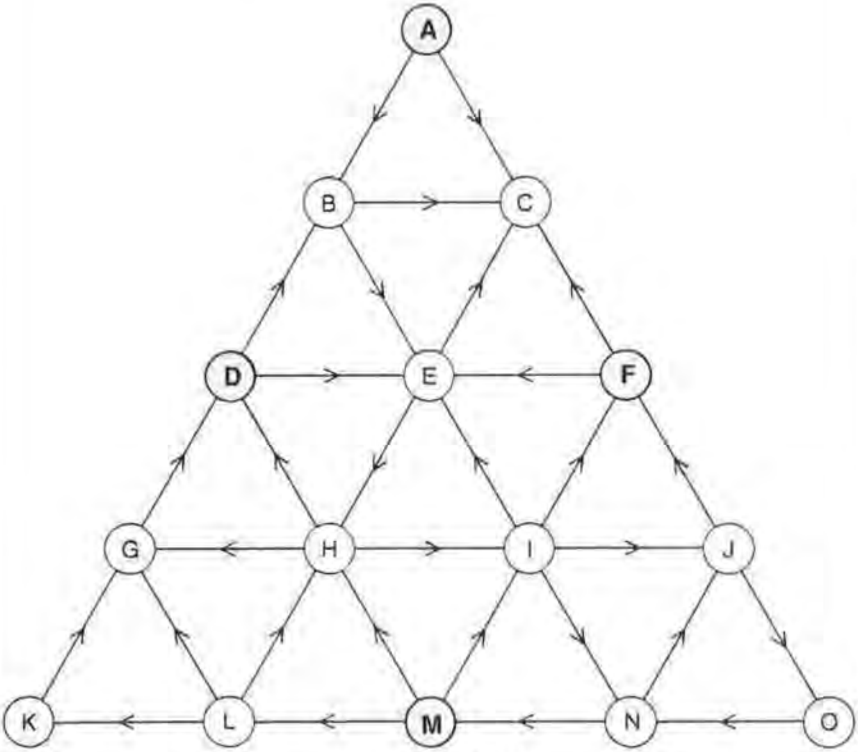
Si la barque peut contenir dix passagers, combien peut-il y avoir de cannibales (= au nombre de missionnaires) pour que la solution minimale soit de cinq traversées ?

5° Le jeu du cul de sac

Se joue à deux. Un pion est posé sur chacun des quatre points A,D, F, M. Chaque joueur déplace à son tour l'un des quatre pions selon l'une des flèches vers un des points adjacents. Plusieurs pions peuvent se trouver sur le même point.

Le joueur qui n'arrive plus à bouger du tout a perdu !

Existe-t-il une stratégie gagnante ?



Le jeu du cul-de-sac.

Page 6

RIVE GAUCHE

missionnaires	cannibales

RIVE DROITE

missionnaires	cannibales

RESUME

3				
2				
1				
0				
m / c	0	1	2	3

3	●	●	●	●
2			●	
1		●		
0	●	●	●	●
m/c	0	1	2	3

3	●	●	●	●
2			●	
1		●		
0	●	●	●	●
m/c	0	1	2	3

3	●	●	●	●
2			●	
1		●		
0	●	●	●	●
m/c	0	1	2	3

3	●	●	●	●
2			●	
1		●		
0	●	●	●	●
m/c	0	1	2	3

3	●	●	●	●
2			●	
1		●		
0	●	●	●	●
m/c	0	1	2	3

3	●	●	●	●
2			●	
1		●		
0	●	●	●	●
m/c	0	1	2	3

3	●	●	●	●
2			●	
1		●		
0	●	●	●	●
m/c	0	1	2	3

3	●	●	●	●
2			●	
1		●		
0	●	●	●	●
m/c	0	1	2	3

3	●	●	●	●
2			●	
1		●		
0	●	●	●	●
m/c	0	1	2	3

Consigne: Lire la page 1, puis répondre aux questions.

Ex. 1: Pas de gros problèmes, un seul élève ne comprend pas la consigne b).

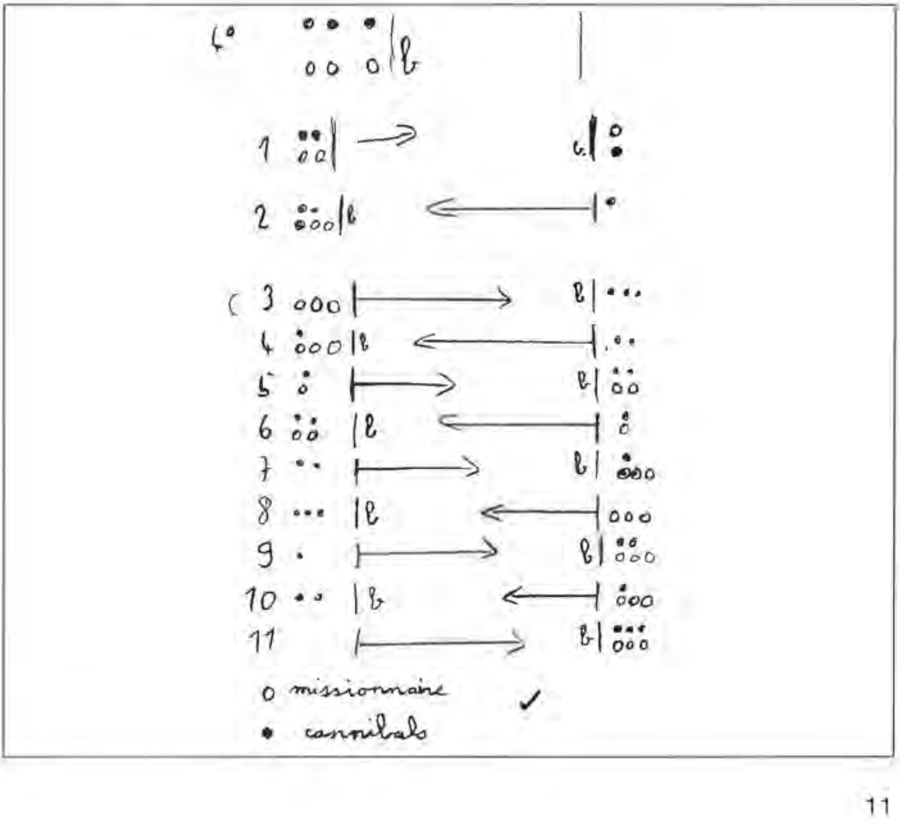
Ex. 2: A l'exception d'un élève, les autres trouvent très rapidement le circuit.

Ex. 3: Un élève trouve rapidement la solution alors que les autres tâtonnent un quart d'heure sans succès. Ils prennent alors des jetons, mettent des marques dessus et simulent la traversée de la rivière. Finalement, ils trouvent tous la solution, mais le développement est loin d'être clair chez chacun.

Ex. 4: Afin que les élèves ne voient pas la suite, le problème 4.0 est donné au tableau. Ils essaient de simuler la traversée avec des jetons mais n'y arrivent pas. Avec six élèves nous simulons alors, dans la classe, la traversée de la rivière. Ils y parviennent, mais sont incapables ensuite de le refaire avec des jetons. Nous recommençons une deuxième fois et là ils réussissent. Puis ils transcrivent leurs résultats verbalement ou schématiquement.

Distribution de la page 5 (jeu) à ceux qui ont terminé.

Fin des deux premières périodes.



3e et 4e périodes:

But: Analyser des données très proches les unes des autres, comportant néanmoins des différences fondamentales, et y adapter sa méthode de travail.

Distribution des pages 4 et 5.

Ex. 4: Chaque élève emploie sa méthode utilisée pour le 4.0, toujours en simulant les traversées avec les jetons. C'est le 4.1 qui leur pose le plus de problèmes. Ils utilisent les deux périodes pour trouver les solutions de cet ex. 4 et pour «les mettre au propre».

Les élèves ayant terminé, réfléchissent au jeu de la page 5.

Fin des 3e et 4e périodes.

5e et 6e périodes:

But: Trouver le lien entre les pages 1, 2 et 4 puis l'utiliser afin de trouver toutes les solutions au problème 4 initial et ceci de manière plus rigoureuse.

Page 6: Les élèves n'ayant pas vraiment trouvé le lien (ce qui est tout à fait normal), je leur distribue la page 6. Les élèves restant bloqués, je les autorise à mettre en commun leurs découvertes.
Sans même remplir les deux colonnes, ils constatent:
- une symétrie entre les deux rives;
- qu'il faut partir de la case (3;3) et arriver à la case (0;0);
- que certaines cases sont interdites.

Ces constatations leur permettent de travailler à nouveau seuls.
Après quelques essais infructueux (ils oublient de vérifier ce qui se passe sur l'autre rive), ils parviennent finalement tous à remplir la matrice.

Distribution de la page 7.

Consigne: Trouver toutes les solutions du problème à partir de ces matrices.

Page 7: Certains élèves trouvent très vite les règles de déplacement, alors que d'autres les découvrent petit à petit. Finalement, je dois expliquer à un seul élève comment cela fonctionne.
Ils découvrent qu'il y a deux manières de partir, par contre certains ne voient pas qu'il existe aussi deux manières de terminer. L'erreur la plus fréquente est le passage de la case (3m;1c) à la case (2m;2c). Grâce à la simulation avec les jetons, ils peuvent vérifier au fur et à mesure leurs solutions.

Fin de l'atelier.

Référence: «Le Monde Mathématique de Martin Gardner». Bibliothèque pour la science. Diffusion Belin. 1986.

3°

aller → la chèvre

rien ← retour

aller → chouse

chèvre ← retour

aller → loup

rien ← retour

aller → chèvre fini 7 voyage ✓ 2p

Damien

③ Il prend en premier la chèvre

" " " deuxième le chou et reprend la chèvr

" " " troisieme le loup et repose la chèvre

" " " quatrième la chèvre.

il fait 7 traversée Peu clair! 1 p

---

l'homme va avec la chèvre, il cherche le chou, il reprend la ~~choux~~ chèvre. il ~~le~~ à laisse, prend le loup et enfin la chèvre!

ça fait 7 traversées Très peu clair

Mathieu

3°

1) Un homme part avec sa chèvre
2) Il revient et prend son loup
3) Il traverse avec son loup
4) revient avec sa chèvre
5) Il dépose sa chèvre et prend son chou il traverse avec son choux
6) Il revient san son choux ni son loup pretsa chèvre. 2p
7) Et il traverse avec sa chèvre ✓

le minimum de chemins possible est 7

1. la chèvre reste l. chou.
2 il revient
3. l. reste chou) prend la chèvre
4. arrive pose la chèvre prend le chou reste chè.
5. pose ~~chou le loup~~ le chou 1p
6. prend la chè.
7. amene de l'autre coté Peu clair !

Evaluation des résultats

Ce travail a été corrigé de la même manière qu'un travail ordinaire:

- distribution de points à chaque exercice
  ex. 1 a) 2 pts b) 2 pts, ex. 2 2 pts, ex. 3 2 pts, ex. 4 6 fois 2 pts, page 6 2 pts, page 7 8 pts.
- estimation du minimum à atteindre (18 points);
- fixation de l'échelle (30 points, échelle de 30).

Il est clair que dans un travail de ce genre, il est nécessaire de donner, durant l'atelier, quelques indications, soit à un élève en particulier, ou carrément à toute la classe, sous peine de voir les élèves rester bloqués au milieu de leur travail.

Même si certains élèves reçoivent plus d'informations que d'autres durant l'atelier, les notes obtenues sont parfaitement représentatives des aptitudes et difficultés apparues chez chacun. En fait, les notes obtenues sont inversément proportionnelles aux nombres de questions posées durant l'atelier.

La moyenne de classe est de 7,8 les notes variant de 5 à 10.

En conclusion, les élèves et moi-même avons eu beaucoup de plaisir à jouer aux cannibales et aux missionnaires, ceci malgré le spectre de la note planant au-dessus de leur tête. Il est clair qu'un atelier doit rester avant tout un jeu où le maître n'est pas forcément l'arbitre.

C'est un moment privilégié où le maître peut avoir un contact plus direct avec ses élèves, ce qui permet de mieux se connaître, de mieux s'apprécier, d'autant plus que c'est un des rares moments où l'on n'est pas obligé de tenir un programme prédéfini, où le temps ne compte pas. Profitons-en au maximum, pour le bien de tous.

Réflexion sur la formation des maîtres de mathématiques

par Michel Chastellain et Jean-Daniel Monod

Cet article résume un rapport destiné à apporter une contribution à la réflexion sur le renouvellement des formations d'enseignants[1] *dont un projet de loi est actuellement en cours d'élaboration dans le canton de Vaud. Au contact de plusieurs collègues, il est apparu que les thèses développées sont susceptibles d'intéresser les enseignants de mathématiques d'autres cantons, voilà pourquoi nous le proposons. Il n'engage cependant que les auteurs: actuel et ancien collaborateurs au séminaire pédagogique des enseignants secondaires.*

La «démobilisation à la formation»

Cette problématique n'est pas nouvelle. En effet, elle a déjà fait l'objet de maints écrits dont nous souhaitons reprendre ici deux points forts.

– Les conditions actuelles de la pratique de l'enseignement ne correspondent pas aux illusions qu'un jeune enseignant a forgées avant et pendant sa formation initiale. Il découvre que son image de l'école est très éloignée de la réalité: les élèves sont souvent peu coopératifs, les pédagogies nouvelles difficiles à gérer, on attend du maître une sélection raisonnable plutôt qu'une évaluation formative, les programmes sont considérables, les échéances des épreuves communes enraient une pédagogie «douce», les phases essentielles de l'apprentissage telles que: la manipulation, le découpage, le pliage, la recherche, ... , sont «sabotées» faute de temps (à disposition), la collaboration entre les maîtres est souvent inexistante, etc.

Face à toutes ces difficultés, le maître souhaite un partage, un dialogue, un échange, une réponse, finalement un appui parce qu'il n'a pas été formé à cette réalité, ni durant ses études universitaires, ni au cours de sa formation initiale. D'ailleurs, on peut affirmer que chaque RENDEZ-VOUS D'ENSEIGNEMENT MATHEMATIQUE[2] apporte la preuve de ce besoin. Dans ces conditions, il faut bien convenir que les cours proposés dans le cadre d'une formation continue ne correspondent généralement pas à ce type de demande.

– Dans les entreprises privées, la formation continue donne des chances de promotion, donc d'une amélioration salariale, et également des possibilités de renouvellement qui ouvrent des portes vers d'autres secteurs professionnels.

---

[1] Le rapport en question s'inspire lui-même du compte rendu de la réflexion sur la formation des enseignants en Suisse romande d'octobre 1987, dans le cadre du Séminaire des Sciences de l'éducation de l'Université de Neuchâtel (Ed. Delval).

[2] Math-Ecole no 140 - Les rendez-vous d'enseignement mathématique.

Cette formation intervient, de plus, en grande partie sur le temps de travail. Un enseignant qui suit une formation continue, lui, n'est pas mieux payé. Il n'a pas plus de pouvoir et n'est guère mieux considéré. De plus, il le fait sur son «temps libre».

Loin de nous l'idée de faire de ce rapport une liste de revendications salariales ou de prétendre que, par suite du manque de formation continue, tous les enseignants sont mauvais. Car heureusement, la formation ne se limite pas aux moments explicitement placés sous cette étiquette: elle est sans cesse en mouvement, ébranlée ou consolidée par les «feed back» que le maître reçoit au jour le jour. Mais, il faut bien reconnaître qu'actuellement il ne se passe pas un seul jour sans que l'école fasse l'objet d'une critique dans les médias; la capacité à enseigner ainsi que la formation des maîtres est très souvent mise ne doute.

Etre un maître...

Pour mieux comprendre les propositions de cours que nous envisageons, il parait primordial d'énumérer quelques aspects de la profession auxquels un maître va être confronté s'il entend «distiller» un enseignement de qualité. Cette liste est loin d'être exhaustive et elle ne fait l'objet d'aucune classification.

Tendre à devenir un bon enseignant de mathématiques, c'est notamment...

... se remettre en cause, reconnaître (souvent) et avouer (parfois) que l'on ne sait pas,

... renouveller son enseignement,

... oser se lancer dans une activité ouverte et la vivre en même temps que les élèves,

... avoir envie de transmettre un savoir et mettre tout en œuvre pour y parvenir, notamment par l'élaboration de moyens pédagogiques favorisant la compréhension,

... réagir «au quart de tour» devant des situations imprévues et «s'en sortir» sans trop de dégâts,

... saisir chaque occasion pour introduire une notion nouvelle,

... favoriser l'installation et le maintien d'une saine atmosphère en classe,

... être proche des élèves, par exemple par un engagement dans des activités «extra-classe»,

... être un moteur, notamment dans des domaines connexes comme: l'informatique, l'Histoire des maths, les sciences en général, ...

... avoir une vision de l'école enfantine à la vie professionnelle,

... être à l'écoute de l'élève, chercher à comprendre son cheminement et le valoriser,

... mettre les élèves en situation de pratiquer des activités mathématiques d'une manière autonome,

... animer des discussions, gérer des confrontations d'idées et, par là-même, favoriser l'argumentation,

... être convaincu de ce que l'on fait, être enthousiaste,

... aimer les enfants et les adolescents,

... .

La formation universitaire est exigée pour que les enseignants secondaires soient des spécialistes dans leur matière. D'accord, mais ce serait une grave erreur d'imaginer que la détention du «savoir» est suffisante pour être un bon maître. L'art de le «faire passer» est tout autant important. Il ne s'agit pas de découper ce «savoir» en tranches, mais bien plutôt de le lier délicatement aux savoir-être décrits ci-dessus.

Tous les enseignants s'accordent à dire que la formation initiale ainsi que la formation continue ne répondent que très partiellement à leur demande, car elles tendent à se cantonner dans des connaissances techniques: *Etre cinq à six heures par jour avec des enfants parmi lesquels on a choisi de vivre empêche qu'on ne se leurre: le «Savoir» s'estompe au profit de la relation, du vécu, de l'épanouissement, de l'éducation...* (Cifali, 1988). Voilà pourquoi une formation continue orientée dans cette direction, serait d'une utilité fondamentale pour chaque maître.

Un projet de contenu

1. Approfondissement didactique

Séminaires d'information et de formation sur les recherches didactiques récentes (âge de compréhension de telle ou telle notion, âge de telle ou telle activité spontanée, ...), visant à mettre l'accent sur certains points du programme.

Séminaires d'information et de formation sur les profils d'apprentissage des élèves (identification sur travaux d'élèves, recherche de remédiation pertinente et différenciée, ...).

Séminaires d'information et de formation sur les apports de la neuropsychologie (les deux cerveaux, quels exercices proposer pour viser l'analogie et l'analytique, quel mariage entre le numérique et les formes géométriques, ...).

2. Amélioration de la gestion de la classe

Le travail de groupe favorise l'autonomie des élèves mais il pose nombre de problèmes: buts – apports – limites – rôle du maître – animation – gestion des différences – ... . Les maîtres s'initient aux contraintes et bénéfices de ce genre d'activité, par un travail en groupe.

3. Evaluation du travail des élèves

Comment évaluer pour former les élèves et non les sanctionner?

Comment gérer la progression de ses élèves dans les limites du programme? (Prise en compte, notamment, des travaux de L. Allal et J. Cardinet).

4. Mise à jour des connaissances scientifiques

Collaboration avec l'Université et l'EPFL, en mathématiques et en informatique, mise en route d'une forme de «troisième cycle vulgarisé» accessible aux enseignants.

Travail interdisciplinaire avec des branches comme la physique, la géographie, les sciences naturelles et le français, par exemple.

5. Rendez-vous d'échanges

Temps de partage des préoccupations, de recharge des batteries, temps pour affiner sa vision de l'enseignement de l'enfantine à la vie professionnelle.

6. Comment répondre aux objectifs «généraux»?

Ateliers visant à favoriser, chez le maître, une attitude en rapport avec des objectifs d'ordre comportemental, plutôt que cognitif. Comment enseigner à résoudre un problème, collecter des informations, transmettre et communiquer un résultat, justifier une démarche, émettre une hypothèse et la vérifier, ... ?

7. Le rôle d'enseignant

Remise en question du statut, de la mission: temps sabbatique, complément de formation de base, choix d'une autre profession, ...

Possibilité de faire le point avec une tierce personne mandatée en tant que consultant. (Cela se pratique régulièrement dans les métiers de relation comme assistants sociaux, éducateurs, psychologues, etc.).

Proposition

L'idée principale est la suivante: la formation initiale demeure la même mais chaque enseignant se voit gratifier toutes les «x» années (par exemple tous les trois ans) d'un «droit à la formation continue». Celui-ci se présenterait sous la forme d'une décharge à son horaire, (par exemple deux périodes par semaine) ce qui le conduirait à suivre un cours de formation, du type de ceux décrits plus haut, à raison d'un après-midi toutes les deux semaines. Cette procédure pourrait débuter après un certain nombre d'années d'enseignement, par exemple cinq, ce qui permettrait au «débutant» de se faire la main et de lui laisser le temps de découvrir de l'intérieur les paramètres dont il devra tenir compte dans sa carrière.

Si cette proposition n'a rien de révolutionnaire, elle possède au moins le mérite de réactualiser, une fois encore, le problème de la formation des maîtres dont la finalité se situe bien au niveau d'une meilleure qualité de ce que nous voulons offrir aux élèves.

Ce qui existe satisfait la minorité «consciencieuse», mais il s'agit de proposer encore plus, et différemment, afin que chaque enseignant puisse régulièrement faire le point sur ses besoins et parfaire ses capacités. C'est à cette seule condition que la qualité de l'enseignement pourra s'améliorer!

Quel enseignement pour demain?

Le point de vue de la faculté des sciences de l'Université de Bâle

Dans la perspective de discussions à avoir entre les divers ordres d'enseignement, les membres de la faculté des sciences de l'Université de Bâle ont rédigé un document(*) qui pourrait intéresser de nombreux enseignants d'autres cantons. C'est la raison pour laquelle nous en publions de larges extraits. Par exemple :

La faculté ne sous-estime pas les efforts consentis par certains enseignants ou écoles pour stimuler les élèves à faire preuve d'initiative personnelle, à planifier de manière indépendante ou encore à suivre l'évolution d'un problème jusqu'à sa solution dans le cadre plus ou moins important de groupes de travail, d'enseignement par projets, lors de manifestations interdisciplinaires ou concentrées sur le même thème. Elle regrette pourtant que de telles formes d'enseignement, qui encouragent une pensée et un travail indépendants – conditions fondamentales pour des études universitaires – ne constituent encore trop souvent que l'exception et demeurent ignorées de nombreuses écoles.

Elle constate avec une inquiétude croissante que, malgré ces efforts isolés, l'enseignement gymnasial – surtout dans le groupe des branches des mathématiques, de la physique et de la chimie – apparaît de plus en plus problématique à de nombreux élèves, parents et pédagogues. Il s'ensuit que ces branches comptent résolument parmi les plus mal-aimées.

N'y a-t-il pas là un solide encouragement pour ceux qui hésitent encore à consacrer un certain temps aux «situations» et autres ateliers mathématiques? Mais les auteurs du texte précisent encore que, selon eux, le manque de popularité des branches scientifiques provient avant tout du fait que *l'enseignement de ces branches est souvent prodigué trop tôt, que d'emblée le niveau ne correspond pas au stade de développement de l'enfant et se situe à un degré d'abstraction trop élevé.*

Il y a là de quoi réfléchir et de se demander pourquoi la didactique des sciences n'intéresse que trop peu d'enseignants. En effet:

Mieux vaudrait partir des phénomènes et des problèmes qui leur sont familiers (aux élèves) pour atteindre progressivement des degrés d'abstraction plus élevés. Une telle situation provient du fait que l'enseignant de ces branches ignore souvent, et encore davantage que d'autres secteurs, les résultats les plus élémentaires de la recherche ainsi que les études en matière de psychologie et de physiologie de l'apprentissage. La Faculté reconnaît que des efforts sont également entrepris dans ce domaine pour le perfectionnement des maîtres de gymnase; elle a pourtant l'impression que, dans le cadre de cette formation continue on place

(*) Philosophisch-Naturwissenschaftliche Fakultät der Universität Basel, prise de position et thèses relatives à l'enseignement gymnasial des sciences, juin 1988.

au premier plan dans un esprit tout à fait obtus, une initiation – par ailleurs absolument justifiée – aux nouveaux développements de la recherche scientifique pure en négligeant d'enseigner la forme de transmission de savoir scientifique adaptée à chaque âge.

Le rapport signale également que, trop souvent, les maîtres se croient obligés d'anticiper en inculquant avant la lettre à leurs élèves les savoirs qu'ils rencontreront dans la suite de leur cursus. La Faculté reconnaît qu'une part des responsabilités lui revient, ce qui la conduit à préciser que:

De cette conception étroite de la tâche d'un enseignant spécialisé dans une branche résulte, dans ces disciplines, la transmission d'une foule de connaissances objectives et contrôlables, incitant souvent peu à une réflexion personnelle. Mais la lacune essentielle réside dans la formation insuffisante à une réflexion indépendante, à la mise en évidence des problèmes et de leurs relations, à l'initiative personnelle dans l'appréhension des méthodes susceptibles d'aboutir à la solution d'un problème. L'élève est trop peu stimulé et insuffisamment informé pour conduire des travaux indépendants impliquant une recherche personnelle des sources et des moyens auxiliaires: il en va de même quant à la façon de collaborer au sein d'un groupe de travail. Un tel enseignement, au lieu d'encourager le jugement personnel et une pensée originale, développe chez beaucoup de bacheliers un esprit caractérisé par un apprentissage passif et dénué de sens critique, par une incompréhension profonde et une reproduction formelle de la matière exposée. Cela se traduit entre autre et surtout par l'incapacité de l'élève à s'exprimer de façon personnelle, mais aussi par le manque de disponibilité et de faculté à entamer un véritable dialogue sur les thèmes de la branche. Même si pour le maître, les grandes lignes et la cohérence de son concept d'enseignement semblent évidentes vu sa connaissance profonde de la branche, elles échappent souvent aux élèves parmi un flux de connaissances fractionnées et apparemment sans rapport entre elles. Aussi n'est-ce que très peu par compréhension et par intérêt que l'élève décèle les questions essentielles d'une branche. Très souvent, il n'acquiert des connaissances que sous la pression des notes, les ingurgitant par bribes pour les examens; il les applique de façon schématique, les mémorise pour l'examen et s'empresse de les oublier.

Toutes proportions gardées, n'y a-t-il pas analogie lorsque certains enseignants de la fin du cycle primaire sont persuadés qu'ils n'ont plus le temps de «s'amuser» dans le cadre de situations mathématiques parce qu'ils doivent faire «ingurgiter» les notions attendues par le cycle suivant, alors que l'on sait bien que la réussite ultérieure devra bien plus à la mobilité d'esprit, aux facultés d'adaptation, à la capacité à organiser son travail personnel, qu'à la simple maîtrise de quelques algorithmes et autres théorèmes. Ces éléments sont bien entendu utiles, indispensables même, mais ils ne servent à rien si l'élève n'est pas capable de les mobiliser au bon moment et à bon escient.

Le texte se poursuit par une critique relativement sévère:

...l'enseignement gymnasial dans sa forme actuelle n'aboutit précisément pas à une sélection par l'intelligence, par la capacité de penser de façon autonome et la

faculté de se mouvoir aisément dans le cadre d'une culture générale, mais sélectionne en fonction des aptitudes à apprendre schématiquement une grande quantité de matière et à la restituer correctement de manière formelle sans y avoir toutefois réfléchi – ce qui ne constitue nullement la condition essentielle pour entreprendre des études universitaires couronnées de succès.

Nous ne nous permettrons pas de spécifier que cette critique serait valable dans tous les cantons, mais il nous semble qu'elle pourrait aussi s'avérer applicable, par analogie, en ce qui concerne la formation des futurs apprentis. Mais, si les chefs d'entreprise valorisent, à un autre niveau, le plus souvent les mêmes qualités que celles que demandent les professeurs de l'université de Bâle, la réflexion, l'autonomie dans le travail, la responsabilité personnelle, etc., les examens d'entrée en apprentissage ne visent trop souvent que la restitution artificielle de connaissances sans rapport avec les nécessités réelles du futur métier. Ne demandait-on pas, il n'y a pas si longtemps, l'extraction d'une racine carrée à de futures apprenties coiffeuses? Il est vrai que...la nature ayant de ces bizarreries...!

Il est intéressant de lire aussi que:

L'initiation à la science ne porte ni sur la quantité des résultats déjà acquis ni sur une théorie relative aux possibilités fondamentales ou aux exigences générales de la science; elle repose au contraire sur l'expérience très concrète de sa démarche, de sa manière de déceler les questions et de sa dépendance de deux éléments: la généralité et la spécialisation, toujours à partir d'un exemple nouvellement choisi à chaque fois. L'étroitesse de ces liens ne nous apparaît qu'au travers de la tâche scientifique proprement dite. C'est le projet qui nous initie à la science. La méthode du projet remplace les catalogues et les branches de maturité, les encyclopédies alphabétiques et méthodiques. Cette démarche respecte un aspect de la psychologie de l'apprentissage généralement admis à défaut d'être adopté, selon lequel ce ne sont pas les contenus mais le mode de communication qui supporte l'élément transmissible et formel; par ce mode, je ne perçois pas seulement l'objet mais j'acquiers l'apprentissage de celui-ci, je me familiarise au principe de son appropriation qui me permettra plus tard de le reporter sur d'autres objets, dans d'autres domaines.

Relevons encore que les experts de Bâle approuvent la thèse selon laquelle l'enseignement devrait en premier lieu éveiller chez l'étudiant l'intérêt pour une discipline, le plaisir de se poser des questions et la volonté de s'atteler seul à leur apporter une réponse. Les auteurs précisent:

Le plaisir éprouvé à l'étude d'une branche, lié à la fois à la curiosité intellectuelle et à une pensée imaginative, offre un terrain plus favorable pour des études réussies dans une discipline que des bribes de savoir apprises mais non assimilées dans leur essence et leur signification. Faire appel de temps en temps à l'une ou l'autre des nombreuses et souvent excellentes représentations à la portée de tout un chacun («populaires») peut susciter davantage d'enthousiasme pour une branche que toutes les descriptions sèches et tirées d'un livre.

Plus loin, nous lisons encore des phrases qui nous paraissent valables pour tous les ordres d'enseignement:

Le gage de qualité, pour l'enseignement gymnasial, réside bien davantage dans le fait d'avoir incité l'élève à lire, à acquérir par lui-même et au moins dans sa branche préférée, des connaissances dépassant celles qu'il a dû posséder pour un examen et lui avoir fourni les indications nécessaires sur la marche à suivre. Celui qui n'est pas disposé à cette démarche ferait mieux de renoncer d'emblée aux études. Il n'appartient pas à l'école de seriner aux élèves des connaissances spécifiques – aussitôt apprises par coeur, aussitôt oubliées ou alors accumulées comme dans un «moulin à prière»: un tel procédé obstruerait toute faculté d'accueillir un savoir nouveau.

Oserons-nous poser, avec un soupçon de perfidie, la question suivante: Quelle est la part de la scolarité élémentaire lorsque, à quinze ou seize ans, l'élève n'est pas disposé à cette démarche? Peut-on à coup sûr avancer qu'il est coupable, qu'il n'est pas fait pour les études, ou encore que c'est à cause de son milieu?

Nous ne résistons pas au plaisir de vous proposer une dernière citation:

Des études couronnées de succès exigent donc de la curiosité, de l'initiative personnelle, du plaisir à la découverte, un mode de pensée et de jugement indépendant. Aussi importe-t-il que ces facultés soient particulièrement développées... et ne disparaissent pas sous une foule de données acceptées passivement. Cela suppose que l'on prévoie dans l'enseignement suffisamment d'espace pour un travail personnel et que tout ne soit pas d'emblée planifié chapitre par chapitre. La compréhension des contenus exemplaires n'est possible que dans un enseignement qui encourage les élèves à déceler eux-mêmes les questions auxquelles ils tentent de répondre par un travail commun de prospection, de découverte et de redécouverte.

Mais pourquoi le gymnase (et l'école primaire, et le cycle d'orientation, et...) *écrase-t-il beaucoup trop souvent l'élève sous la récitation, la mémorisation, le questionnaire, la notation (et l'oubli...) d'un savoir objectif fractionné? Toutes ces activités lui prennent la plus grande partie de son temps et ne lui laissent que rarement la satisfaction de s'attaquer personnellement et dans un effort commun à un problème captivant, se rapportant à toutes sortes de secteurs du monde dans lequel il vit et surtout vivra plus tard.*

Les lecteurs familiers de *Math-Ecole* auront reconnu quelques-uns des thèmes véhiculés depuis longtemps par la revue. La caution de la faculté des sciences de l'université de Bâle nous encourage à persévérer. Puissiez-vous être toujours plus nombreux à mener avec nous ce combat pour une formation adaptée aux besoins de la jeunesse qui devra, demain, plus que jamais, assumer des situations difficiles, résoudre des problèmes complexes et affronter la concurrence de l'Europe tout entière!

R.H.

Le B.A.-BA des bases

par Katina Roqué, Service de la Recherche Pédagogique de Genève

L'impulsion de cette réflexion est une interrogation: les objectifs liés aux activités en différentes bases de numération sont-ils encore appréhendés dans une perspective large de compréhension du système décimal?

Deux questions (papier-crayon) élaborées pour les deuxième et quatrième années par le Service de la Recherche Pédagogique constituent une de nos sources de données relatives à l'apprentissage de la numération en différentes bases.

Voici une tâche qui a été proposée au début de deuxième année:

Voici 8 châtaignes:

a) Codes-les en base quatre:

b) En base dix, il y en a ....

c) Code-les en base neuf:

Réponses correctes: a) 57 % b) 40 % c) 27 % N = 188

a) Cette activité de codage fait problème à la moitié des élèves. Il est difficile de dégager des erreurs-types, car les réponses incorrectes sont d'une grande diversité. Manifestement, l'absence d'un tableau de codage comme point de repère pour effectuer matériellement une tâche, a désorienté les élèves habitués à effectuer des activités de codage trop peu diversifiées. Privée de ce support familier, une majorité d'élèves n'a pas identifié la nature exacte de la tâche.

   Sans vouloir accorder trop d'importance aux difficultés rencontrées par les élèves à cette question, nous y voyons le révélateur d'un conditionnement de l'élève à un type d'exercice spécifique. Ce conditionnement tend à vider de leur sens les activités proposées aux élèves.

b) Seuls deux élèves sur cinq maîtrisent cette tâche et trouvent la réponse correcte. Ce rendement est surprenant, car cette activité appelle une conduite de dénombrement (de plus le nombre de châtaignes est défini dans la consigne) largement assimilée en deuxième année. Manifestement, pour plus de la moitié des élèves, coder en base dix ne fait pas appel à la pratique usuelle de comptage. La précision «combien y en a-t-il en base dix?» crée, de toute évidence, plus de confusion qu'elle n'explicite la tâche. Les élèves ne savent plus s'ils doivent fonctionner dans le registre «base» ou dans le registre usuel. L'articulation entre ces deux modes de représentation des tâches de numération ne leur est pas transparente.

   Trois types de réponse semblent être plus particulièrement déclenchés par la mention de la base dix:
   21 % des élèves ne répondent pas à la question.
   15 % répondent «10». Cette erreur est induite par la confusion de la compréhension d'une base de numération déterminée et le nombre lui-même.

   7 % donnent «0» pour réponse. L'indication de la base dix a conduit ces élèves à se centrer sur le concept de dizaine. Compter en base dix revient alors à dénombrer ce qui peut être regroupé sans tenir compte des unités. Ici, l'idée de groupement prédomine indépendamment de toute base de numération.

c) Un élève sur quatre répond correctement à cette question (27 %). Trois types de réponse sont observés.

   - non-réponse (21 %)
   - réponse «9» (6 %)
   - réponse «0» (10 %)

Les performances sont comparables à celles observées précédemment dans la tâche de codage en base dix.

Ces modes de réponses divers mettent en lumière la représentation sous-jacente que les élèves ont des tâches en différentes bases de numération. Vraisemblablement pour eux identifier la base signifie clairement rechercher par combien les éléments sont regroupés pour obtenir le code numérique donné. La tâche proposée ici ne permet aucun regroupement de première espèce et ceci a certainement été la source de ces différentes conduites.

Comment résumer ces différentes observations?

L'examen des performances des élèves, lorsqu'il leur est demandé de coder une collection désignée sans repère figuratif (tableau de codage), montre qu'il n'est pas toujours évident pour les élèves de comprendre ce que l'on attend d'eux si la tâche n'est pas balisée.

Dans une activité de décodage, l'expression «il y en a en base dix» semble avoir un effet parasite. De nombreux élèves écrivent des expressions numériques sans lien avec le modèle concret (dessin de châtaignes).

En troisième lieu, les exercices en différentes bases de numération semblent appeler systématiquement un contexte d'action de groupement au détriment d'une réflexion sur la compréhension du système de signes que l'écriture des nombres met en jeu. Explorer un nombre au travers de différents systèmes d'écriture, eux-mêmes induits par les différentes bases, semble avoir été occulté.

Voici une tâche qui a été proposée aux élèves au début de la quatrième année, dans le cadre d'une évaluation.

Réponses correctes: a) 60 % b1) 43 % b2) 36 % c) 69 % N = 191

a) Trois élèves sur cinq (60 %) saisissent la question et donnent la réponse attendue. La principale source d'erreur chez les autres élèves consiste à souligner la phrase «Paul et Jean ont le même nombre de billes». Face à l'écriture identique de deux codes chiffrés, la mention explicite de deux bases de numération différentes n'est pas apparue à une très large population d'élèves.

BILLES

Fin d'une partie de billes.
Les joueurs comparent leurs collections dans différentes bases.

Paul groupe ses billes en **base trois** et obtient :

g.2	g.1	U
1	1	1

Jean groupe ses billes en **base quatre** et obtient :

g.2	g.1	U
1	1	1

a) Souligne la bonne réponse.

- Paul a plus de billes que Jean.
- Paul a moins de billes que Jean.
- Paul et Jean ont le même nombre de billes.

b) Décode les collections de Paul et de Jean, **en base dix.**

Paul

base trois

g.2	g.1	U
1	1	1

base dix

g.2	g.1	U

Jean

base quatre

g.2	g.1	U
1	1	1

base dix

g.2	g.1	U

c) Ils réunissent leurs billes; combien en ont-ils **en tout en base dix ?**
Ecris ton calcul en base dix.

Réponse : Ils ont **en tout** .... billes.

b1 et b2) Plus de la moitié des élèves éprouvent de la difficulté à décoder et recoder en base dix une collection d'objets non dessinés. La question ne laissait pas d'espace pour réaliser un schéma, mais beaucoup d'élèves ont eu recours au dessin de billes.

Les réponses erronées des élèves présentent une grande diversité; la plus fréquente consiste à coder en base dix la collection de billes de Paul de la façon suivante: «9 3 1». Dans cette démarche, les élèves ont saisi le principe de groupement de deuxième espèce, sans toutefois parvenir à interpréter ces chiffres dans un système décimal de numération. Ce type de comportement démontre à quel point les activités en différentes bases de numération sont appréhendées par les élèves indépendamment d'un système de signes géré par des propriétés communes à toutes les différentes bases.

Dans cette procédure, les élèves décodent et construisent correctement la collection

xxx	xxx	x
xxx		
xxx		

mais, lors du codage de cette même collection en base dix, ils codent chaque collection partielle indépendamment l'une de l'autre sans se soucier d'une numération de position. Une interrogation se pose: que signifient réellement pour l'élève les codes qu'il construit? La mise en relation des codes avec le comptage usuel ne paraît pas aller de soi pour de nombreux élèves.

c) Les erreurs diminuent quelque peu à cette troisième partie de la question. Il est à noter que toute addition des nombres trouvés en b1 et b2 a été comptée comme correcte, indépendamment des codes chiffrés écrits en b.

Que dire de ces différents résultats? Une indication complémentaire est que deux classes de quatrième année sur onze n'ont pas répondu à cette question.

Au vu des résultats obtenus relativement médiocres et à l'omission de différentes classes de répondre à cette question, nous formons l'hypothèse que les activités de groupement et de codage numérique n'occupent plus en quatrième année une place importante. De ce fait, les élèves «pris à froid» mobiliseraient difficilement des conduites qui n'auraient pas été activées dans un passé récent.

Cette remarque soulève indirectement la question suivante: la compréhension du système de numération concerne-t-elle essentiellement les petits degrés? Nous allons tenter d'y répondre.

Il n'est pas superflu de re-préciser qu'il ne faut pas confondre le nombre et sa représentation écrite; que ce n'est pas parce qu'un élève a construit la notion de nombre qu'il a également la logique sous-jacente de l'écriture de position. Beaucoup d'élèves, qui ont de la difficulté à résoudre une addition en colonnes par exemple, témoignent souvent d'une incompréhension des structures régissant le système décimal. L'intérêt des activités portant sur les différentes bases de numération est à inscrire dans ce vaste champ notionnel qu'est la compréhension de la numération décimale, et non pas en tant qu'objectif d'apprentissage en soi. Proposer des activités en différentes bases permet de développer de manière plus active une réelle compréhension du système de numération.

L'intention à long terme est de fournir aux élèves la possibilité de réfléchir sur le sens d'un code et la compréhension d'un système numérique. L'objectif intrinsèque est que l'élève procède à la relativisation de ces différents codes afin d'en abstraire des lois générales propres au système de numération quel que soit le code. Raisonner en termes relativistes, c'est-à-dire maîtriser la logique et les conventions en jeu dans l'écriture des nombres, requiert sans aucun doute une structure cognitive complexe. Il va alors de soi que cet objectif est un objectif à long terme et qu'il ne peut pas être atteint dans les premiers degrés de l'apprentissage de la mathématique, bien au contraire.

Vouloir à tout prix obliger le tout jeune élève à raisonner en termes relativistes, c'est peut-être vouloir faire violence à sa logique. Par contre, en quatrième année, ce type d'activité trouve toute sa raison d'être. La réflexion retroactive induite par le conflit provoqué en travaillant en différentes bases de numération consolidera sans aucun doute la compréhension de la base dix. L'assimilation des groupements récurrents pourra être plus accessible à l'élève et lui permettra d'accéder à la notion de «puissance» ainsi qu'à la compréhension des algorithmes de calcul.

Cependant, certains aspects de ce système, comme la valeur positionnelle des chiffres, ou une première intuition de la notion de «base», peuvent très certainement être appréhendés par des élèves plus jeunes.

J. A.   1200 GENÈVE 2

TABLE DES MATIÈRES

Fondateur: Samuel Roller

Comité de rédaction:

MM. A. Calame, M. Chastellain, R. Délez, P. Duboux, M. Ferrario, F. Jaquet, Y. Michlig, F. Oberson, D. Poncet.

Rédacteur responsable: R. Hutin

Abonnements:

Suisse: F 16.—, Etranger: F 18.—, CCP 12 - 4983. Paraît 5 fois par an. Service de la Recherche Pédagogique; 20 bis, r. du Stand, CP 119; CH 1211 Genève 11. (Tél. (022) 27 42 95)

Adresse: Math-Ecole; 20 bis, rue du Stand, CH-1211 Genève 11; CP 119

Imprimerie Florina, 1950 Sion