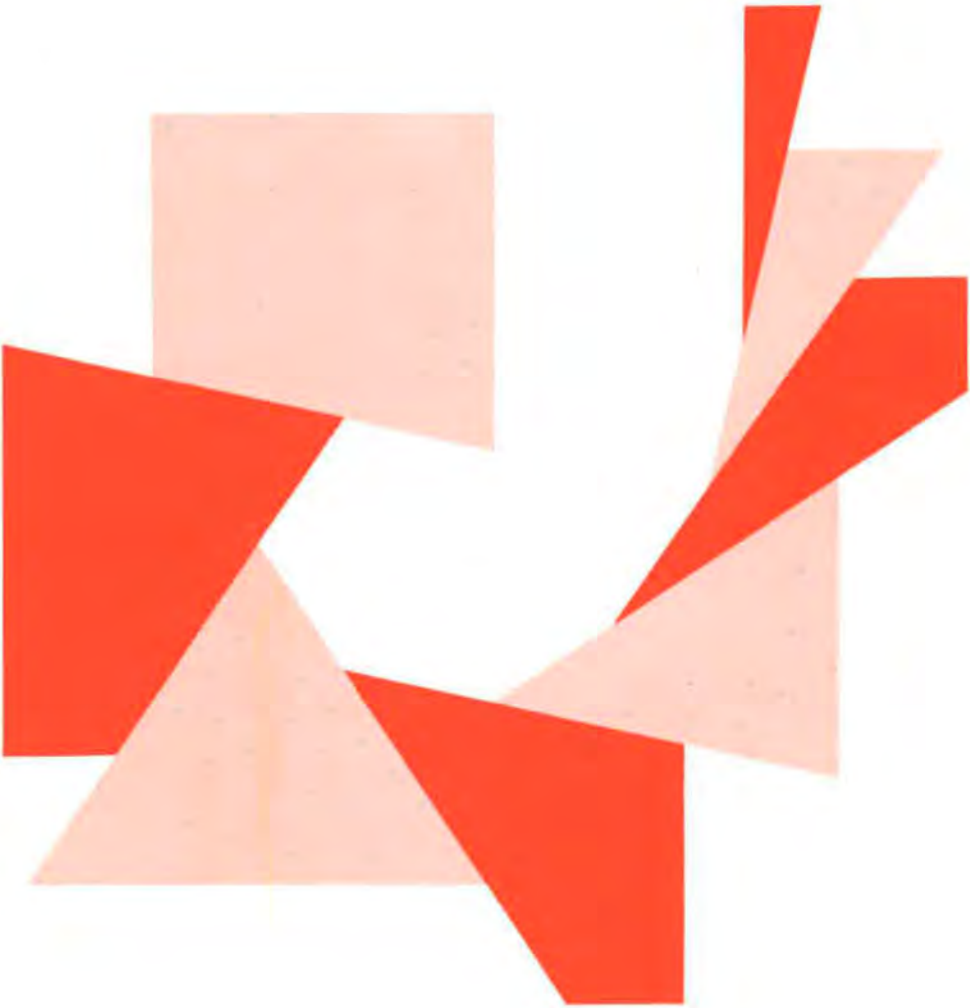
144



MATH ECOLE

SEPTEMBRE 1990
29e ANNÉE

MATH-ECOLE 144

29e ANNEE Paraît cinq fois par an SEPTEMBRE 1990

Editorial

Il y a quelques années de cela, j'avais, grâce à la complicité de Martin Gardner, commis un éditorial très sérieux concernant le RIEN.

En y réfléchissant bien, j'avais envie de bien commencer cette année scolaire... pardon... j'avais envie de commencer cette année scolaire dans la bonne humeur... et surtout de vous faire partager une autre manière de percevoir le RIEN. A moi tout seul, je ne pourrais qu'être rébarbatif, ennuyeux... alors je laisserai parler quelqu'un que j'aime beaucoup... Je lui laisse la parole:

> «*Je ne suis pas ennemi du colloque.*
> *Mais me direz-vous, si l'on parle pour ne rien dire, de quoi allons-nous parler?*
> *Eh bien, de rien! De rien!*
> *Car rien... ce n'est rien!*
> *La preuve, c'est que l'on peut le soustraire.*
>
> *Exemple:*
>
> *Rien moins rien = moins que rien!*
> *Si on peut trouver moins que rien, c'est que rien vaut déjà quelque chose!*
> *On peut acheter quelque chose avec rien!*
> *En le multipliant!*
> *Une fois rien... c'est rien!*
> *Deux fois rien... ce n'est pas beaucoup!*
> *Mais trois fois rien!... Pour trois fois rien, on peut déjà acheter quelque chose... et pour pas cher!*
> *Maintenant, si vous multipliez trois fois rien par trois fois rien:*
> *Rien multiplié par rien = rien*
> *Trois multiplié par trois = neuf*
> *Cela fait rien de neuf!*»

Bien sûr, vous l'avez reconnu, le spécialiste de la transdisciplinarité, ce cher Raymond Devos.

Trouver un enchaînement serait une gageure... alors, que cette année scolaire, placée sous le signe de la bonne humeur soit pour chacun d'entre nous, source de satisfactions et de joies.

Roger Délez, EPEP, Genève

Une activité de recherche dans l'espace

par Serge Lugon, collaborateur au SPES (VD)

I. Préambule

La géométrie de l'espace constitue une partie importante du programme officiel vaudois de 9e scientifique. Les moyens actuels d'enseignement permettent une approche classique, très théorique et somme toute relativement ambitieuse pour des élèves de cet âge. Il suffit de consulter les premières pages du manuel de M. Delessert *«Introduction à la géométrie de l'espace»*, au demeurant d'une grande qualité et d'une extrême rigueur, pour très vite se rendre compte du niveau élevé de la théorie et des exercices.

Ayant déjà pratiqué ce programme à plusieurs reprises, j'ai pu constater à quel point l'espace, et particulièrement la vision et la représentation graphique, constituait une difficulté supplémentaire, parfois même incontournable pour certains élèves. Reproduire en perspective une situation de l'espace, ou inversement se représenter une telle situation à partir d'une figure dessinée dans un plan, nécessitent une sacrée «gymnastique de l'esprit», qu'il n'est pas donné à tout le monde de pouvoir maîtriser facilement.

Ceci étant, on peut se poser la question de savoir comment aborder ce sujet sans tomber tout de suite dans une théorie relativement rébarbative. Le préambule du manuel cité ci-dessus aborde cet aspect par ces mots: *«...L'étude intuitive de quelques faits géométriques de l'espace par des travaux manuels est beaucoup plus malcommode qu'il n'y paraît. Il n'est pas aisé de confectionner de bonnes figures de l'espace. En général, on imagine plus facilement un cube ou une sphère qu'on ne les construit en terre ou en papier...»*. En général bien sûr, et pourtant... Cela est peut-être vrai pour ceux qui possèdent cette faculté d'abstraction nécessaire à une bonne compréhension. Mais les autres, qu'en est-il? Ne croyez-pas qu'ils soient en minorité, et je serais même tenté de dire que c'est plutôt la situation inverse à laquelle nous sommes confrontés dans nos classes, et ceci également dans les classes scientifiques qui représentent «l'élite mathématique». La plupart des enfants ont besoin de construire, de pouvoir toucher et de manipuler les objets pour être capables ensuite de réaliser cette abstraction. *«Il n'y a pas d'apprentissage possible sans conceptualisation.»* est une phrase qui prend toute sa dimension lorsqu'on aborde la géométrie de l'espace. Aussi ai-je décidé de me lancer avec une classe de 9e scientifique dans la découverte et la réalisation concrète de polyèdres, un exemple de support utile et adéquat me semble-t-il pour une bonne approche de l'espace.

II. Des craintes bien naturelles...

Je n'ai de loin pas la prétention d'avoir découvert une nouvelle manière d'aborder la géométrie de l'espace. Dans la brochure *«Quelques notes et idées sur* *l'enseignement des mathématiques en 9e secondaire»* éditée par le Département de l'Instruction Publique du Canton de Vaud en 1983, on trouve déjà une démarche similaire qui met l'accent sur le toucher et la vision plutôt que sur l'abstraction. Seulement voilà, nombre d'enseignants restent sceptiques et s'engagent, somme toute d'une manière bien naturelle et compréhensible, dans les manuels officiels de MM. Delessert et Burlet, ce dernier n'offrant toutefois que peu d'exercices dans l'espace. Le but de mon intervention est donc d'inciter les maîtres à oser sortir quelque peu des sentiers battus. **Oser,** c'est là que réside en fait le problème principal. Derrière ce mot se trouve une idée sous-jacente de peur, de crainte. Crainte de qui, de quoi...?

- Les collègues, le chef de file, le directeur, verront-ils d'un bon oeil un projet de ce type?

- Et le programme alors, qu'en fait-on? Ne risque-t-on pas de consacrer trop de périodes à ce sujet, de se perdre inutilement dans un vaste projet, et ceci au détriment du reste du programme?

- Est-ce bien raisonnable d'utiliser autant de périodes dans une année de fin de scolarité avec examen à la clé?

- Pourra-t-on juger et noter ce travail, et si oui quels en seront les critères d'évaluation?

- Des adolescents ne vont-ils pas trouver trop «enfantin» que de construire des polyèdres en pailles ou en carton?

La plupart de ces questions se retrouvent parmi celles que se pose tout enseignant de la 5e (surtout) à la 8e année, lorsqu'il décide d'entreprendre une activité du type atelier ou situation mathématique. Les épreuves d'arrondissement, les épreuves communes, les examens, autant d'échéances qui constituent des freins, voire même carrément des obstacles insurmontables à la réalisation d'activités de recherche. Alors que faire: refuser l'obstacle ou le sauter?

Chacun bien sûr a le droit d'avoir son avis sur la question. Pour ma part, je n'ai pas honte à dire que j'avais longtemps refusé l'obstacle, étant persuadé que les savoir-faire étaient plus importants que la recherche et la découverte, qui constituent des objectifs de types généraux, qu'on essaie d'atteindre si le temps à disposition le permet. Le plus difficile, c'est bien de se lancer, d'oser laisser de côté ses préjugés, et surtout d'y croire. Et puis, avec un léger recul, on s'aperçoit que les élèves ont d'une part beaucoup plus de plaisir et que d'autre part, leurs connaissances n'en souffrent pas, bien au contraire. Il est évident que la géométrie est le terrain rêvé pour ce genre d'expérience, alors pourquoi s'en priver!

III. Préliminaires

On peut imaginer bon nombre de pistes possibles pour la réalisation d'une activité de ce genre, comme par exemple répertorier les polyèdres réguliers convexes (à l'aide du matériel «Polydron») ou étudier les différentes sections d'un parallélipipède rectangle. Pour ma part, j'ai choisi de partir du polyèdre de base que les élèves connaissent le mieux, c'est-à-dire du cube.

La consigne de départ était de dresser l'inventaire de tous les polyèdres inscriptibles dans un cube, c'est-à-dire dont les sommets figurent parmi les sommets du cube. En cours de travail, d'autres consignes sont venues s'y greffer, telles que de représenter ces solides en perspective, de les construire en utilisant le matériel à disposition (pailles, fil, papier cartonné,...), de dessiner leur développement, de décrire les arêtes et les faces de chacun de ces polyèdres, d'en calculer l'aire totale et le volume en fonction de l'arête du cube, et finalement de présenter cette étude sous la forme d'un rapport dans lequel pouvait en outre figurer tout autre élément intéressant de recherche, comme par exemple la méthode utilisée pour découvrir tous les polyèdres existants. Chaque polyèdre devait également être dessiné au tire-ligne dans le cadre du dessin géométrique.

La recherche a été volontairement dirigée au fur et à mesure de l'avance du travail, mais bien sûr seulement lorsque je sentais que la voie choisie ne menait nulle part, et ceci afin que les élèves se retrouvent confrontés aux vrais problèmes qu'implique cette activité.

IV. Déroulement du travail

Les élèves ont tout de suite été séduits par ce projet, prévu sur une durée de dix périodes. D'emblée leur enthousiasme m'a enlevé toute crainte de leur avoir imposer une activité ne correspondant pas à leur âge. Ils ont travaillé par groupe de trois, se répartissant les tâches d'une manière autonome. Les deux premières périodes furent intégralement consacrées à la recherche. Chaque groupe s'est confectionné un cube en paille et, à l'aide d'un fil, a cherché à répertorier tous ces polyèdres. Que de remarques, de problèmes, de questions, de réflexions intéressantes durant ces deux périodes. Cette «richesse mathématique» constitue véritablement un argument indéniable en faveur des activités de recherche. C'est lorsque «la ruche vrombit», pour employer une expression chère à mon collègue Michel Chastellain, que l'enseignant peut y retirer une satisfaction personnelle indéniable. Quoi de plus gratifiant pour un maître que de voir des élèves affairés, enthousiastes et motivés durant près d'une heure et demie.

Parmi les questions soulevées, je vous cite à titre d'exemples celles qui m'apparurent comme les plus intéressantes:

- Il existe des polyèdres non-convexes, doit-on les inclure dans l'étude?
- Combien y a-t-il de solutions et comment être certain de toutes les avoir?
- Peut-on coder ces polyèdres par rapport à leurs sommets, à leurs arêtes, à leurs faces?
- Un polyèdre est-il déterminé par la donnée de la longueur de ses arêtes, à isométrie près?
- Quel est le nom spécifique de chacun de ces solides?
- Combien de types de faces différentes rencontre-t-on?
- A partir de quels polyèdres peut-on reconstruire le cube, et combien en faut-il?

Les quatre périodes qui suivirent furent consacrées à la réalisation des polyèdres et au calcul de leur aire et volume. Les constructions impliquaient la recherche des développements, étape relativement difficile pour certains de ces solides. Paradoxalement, le calcul des aires s'avère plus difficile que celui des volumes, à condition de choisir judicieusement les bases et les hauteurs.

Les quatre dernières périodes permirent l'élaboration du rapport final et des dessins au tire-ligne. Les élèves avaient également la possibilité d'utiliser l'ordinateur pour la présentation de leur rapport. Inutile de vous dire que bon nombre d'entre eux ne se sont pas fait priés et ont rendu des rapports remarquablement bien présentés.

V. Prolongements possibles

Tout d'abord, j'aimerais dire que cette activité peut aussi bien être envisagée dans une classe scientifique que littéraire. Dans ce dernier cas, ce serait au maître d'adapter ses exigences et surtout ses espérances au type d'élèves concernés.

Un prolongement de cette activité est possible, en calculant les angles entre les faces, ou entre les arêtes et les faces pour quelques-uns de ces polyèdres. Il est bien clair que la difficulté augmente considérablement, et qu'il faut choisir les solides les plus simples. On pourrait aussi envisager l'étude de quelques intersections de polyèdres choisis et placés de manière précise.

Cette activité était en fait une introduction à l'étude de la géométrie de l'espace. Plus qu'une simple introduction, elle a permis de découvrir une foule de notions, telles que le parallélisme de droites et de plans, la position de droites les unes par rapport aux autres, l'orthogonalité, la perpendicularité de droites et de plans, etc. Il en résulte donc un acquis par rapport au programme et le temps consacré s'est finalement avéré être un investissement bien plus productif que prévu.

VI. Evaluation

Avant de commencer, j'avais averti mes élèves que ce travail donnerait lieu à deux notes: une note de géométrie (identique pour tous les élèves du groupe) et une note de dessin géométrique (pouvant différer au sein du groupe, chaque élève ayant un tiers des polyèdres à représenter). Il est bien clair qu'il est beaucoup plus difficile d'évaluer une activité de recherche qu'un travail écrit. C'est certainement la raison pour laquelle, un minimum d'éléments devaient figurer dans le rapport final. Ma cotation ne constitue pas une référence, tant il est vrai que chaque enseignant possède ses propres critères d'évaluation et les pondère à sa guise. A titre d'exemple, je cite ici comment se répartissaient les 100 points attribués à ce travail:

Activité et intérêt en classe:	10 pts
Confection des polyèdres:	12 pts
Représentation graphique des polyèdres:	12 pts
Description, codage, nom:	12 pts
Calculs (aire, volume, divers):	24 pts
Recherche personnelle:	10 pts
Présentation:	10 pts
Impression générale du maître:	10 pts

Les résultats obtenus ont été excellents (environ 8 de moyenne de classe, les notes s'échelonnant entre 6,5 et 9,5), non pas parce que j'ai fait des cadeaux de fin d'année à mes élèves, mais bien parce qu'ils méritaient la note obtenue en regard du travail et de l'effort fournis.

VII. Conclusion

Je l'ai déjà dit, les élèves ont eu un énorme plaisir à réaliser ce travail, plaisir que j'ai partagé avec eux du reste. Toutes mes craintes du départ se sont finalement très vite estompées, et je ne peux qu'encourager tous les collègues en proie à ce genre de tracas à franchir le pas et à se lancer.

La recherche, activité essentielle s'il en est dans une branche comme les mathématiques, a été trop longtemps laissée de côté par les pédagogues. Les nouvelles tendances de l'enseignement essayent d'y remédier. Puissent-elles y parvenir et faire en sorte que chaque maître réalise au moins une fois dans l'année une activité de ce genre.

Pour terminer, vous trouverez un résumé des résultats découlant de cette recherche, en espérant que cet article vous aura donné l'envie et la motivation pour tenter une expérience semblable.

POLYEDRES INSCRITS DANS UN CUBE

Situation : trouver tous les polyèdres inscrits dans un cube, c'est-à-dire dont les sommets sont des sommets du cube

A. Nombre de polyèdres

Après étude, il ressort que l'on trouve 12 polyèdres différents, déterminés à isométrie près bien sûr. Nous n'avons considéré dans ce nombre que les polyèdres convexes.

D'une manière plus détaillée, nous trouvons :

- **4 tétraèdres** (dont un régulier)
- **3 polyèdres à 5 sommets**, dont une pyramide à base carrée et une pyramide à base rectangulaire
- **3 polyèdres à 6 sommets**, dont un prisme droit à base triangulaire
- **1 polyèdre à 7 sommets**
- **le cube** lui-même

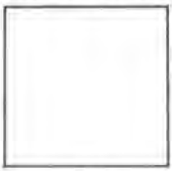
B. Codage

Appelons a l'arête du cube. Il existe 3 longueurs d'arêtes possibles pour ces polyèdres que nous nommerons par les lettres **P** (petite, de longueur a), **M** (moyenne, de longueur $\sqrt{2}$ a) et **G** (grande, de longueur $\sqrt{3}$ a).

Il y a 5 types de faces possibles :

- **carré** de côté a, noté **(C)**
- **rectangle** de largeur a et de longueur $\sqrt{2}$ a, noté **(R)**
- **triangle socèle rectangle** de cathètes a et d'hypothénuse $\sqrt{2}$ a, noté **(TIR)**
- **triangle rectangle** de cathètes a et $\sqrt{2}$ a et d'hypothénuse $\sqrt{3}$ a, noté **(TR)**
- **triangle équilatéral** de côté $\sqrt{2}$ a, noté **(TE)**

Pour chacune de ces surfaces, on trouve les aires suivantes :

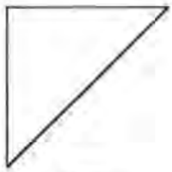


(C)

aire: a^2

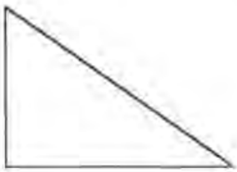
(R)

aire: $\sqrt{2}\, a^2$



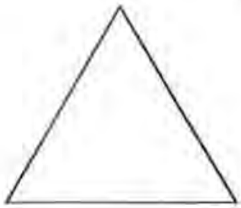
(TIR)

aire: $\frac{a^2}{2}$



(TR)

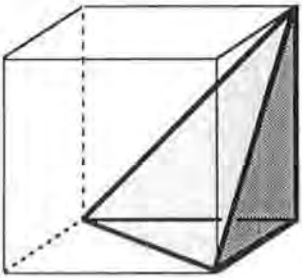
aire: $\frac{\sqrt{2}\, a^2}{2}$



(TE)

aire: $\frac{\sqrt{3}\, a^2}{2}$

C. Polyèdres



1. Tétraèdre

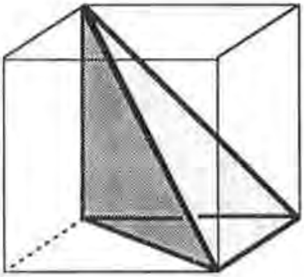
Codage des 6 arêtes: 3P – 3M – 0G

Nombre de sommets: **4**

Type des **4** faces: 3(TIR) – 1 (TE)

Aire totale: $(3 \times \frac{a^2}{2}) + (1 \times \frac{\sqrt{3}\, a^2}{2}) = \mathbf{\frac{(3 + \sqrt{3})\, a^2}{2}}$

Volume: $\frac{1}{3} \times \frac{a^2}{2} \times a = \mathbf{\frac{a^3}{6}}$



2. Tétraèdre

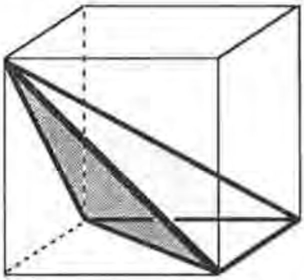
Codage des 6 arêtes: 3P – 2M – 1G

Nombre de sommets: **4**

Type des **4** faces: 2(TIR) – 2 (TR)

Aire totale: $(2 \times \frac{a^2}{2}) + (2 \times \frac{\sqrt{2}\, a^2}{2}) = (1 + \sqrt{2})\, a^2$

Volume: $\frac{1}{3} \times \frac{a^2}{2} \times a = \mathbf{\frac{a^3}{6}}$



3. Tétraèdre

Codage des 6 arêtes: 2P – 3M – 1G

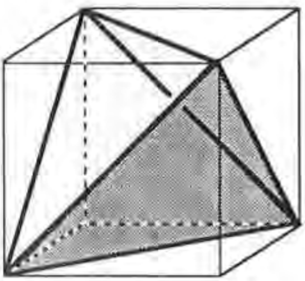
Nombre de sommets: **4**

Type des **4** faces: 1(TIR) – 2 (TR) – 1 (TE)

Aire totale:

$(1 \times \frac{a^2}{2}) + (2 \times \frac{\sqrt{2}\, a^2}{2}) + (1 \times \frac{\sqrt{3}\, a^2}{2}) = \mathbf{\frac{(1 + 2\sqrt{2} + \sqrt{3})\, a^2}{2}}$

Volume: $\frac{1}{3} \times \frac{a^2}{2} \times a = \mathbf{\frac{a^3}{6}}$



4. Tétraèdre régulier

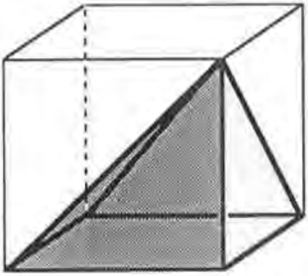
Codage des 6 arêtes: 0P – 6M – 0G

Nombre de sommets: **4**

Type des **4** faces: 4 (TE)

Aire totale: $4 \times \frac{\sqrt{3}\, a^2}{2} = 2\sqrt{3}\, a^2$

Volume: $a^3 - (4 \times \frac{a^3}{6}) = \mathbf{\frac{a^3}{3}}$



5. Pyramide droite à base carrée

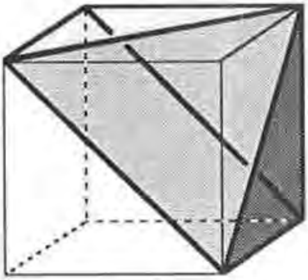
Codage des **8** arêtes: 5P – 2M – 1G

Nombre de sommets: **5**

Type des **5** faces: 1 (C) – 2 (TIR) – 2 (TR)

Aire totale: $(1 \times a^2) + (2 \times \frac{a^2}{2}) + (2 \times \frac{\sqrt{2}\ a^2}{2}) = \mathbf{(2 + \sqrt{2})\ a^2}$

Volume: $\frac{1}{3} \times a^2 \times a = \mathbf{\frac{a^3}{3}}$



6. Pyramide à base rectangulaire

Codage des **8** arêtes: 4P – 4M – 0G

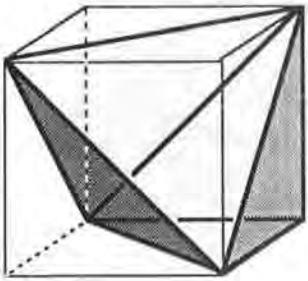
Nombre de sommets: **5**

Type des **5** faces: 1 (R) – 3 (TIR) – 2 (TE)

Aire totale:

$(1 \times \sqrt{2}\,a^2) + (3 \times \frac{a^2}{2}) + (1 \times \frac{\sqrt{3}\ a^2}{2}) = \mathbf{\frac{(3 + 2\sqrt{2} + \sqrt{3})\ a^2}{2}}$

Volume: $\frac{a^3}{2} - \frac{a^3}{6} = \mathbf{\frac{a^3}{3}}$



7. Hexaèdre

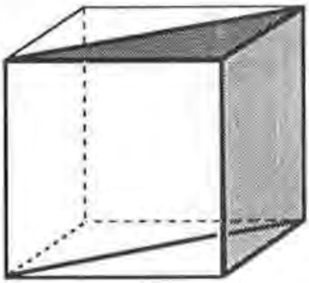
Codage des **9** arêtes: 3P – 6M – 0G

Nombre de sommets: **6**

Type des **6** faces: 3 (TIR) – 3 (TE)

Aire totale: $(3 \times \frac{a^2}{2}) + (3 \times \frac{\sqrt{3}\ a^2}{2}) = \mathbf{\frac{(3 + 3\sqrt{3})\ a^2}{2}}$

Volume: $\frac{a^3}{6} + \frac{a^3}{3} = \mathbf{\frac{a^3}{2}}$



8. Prisme droit à base triangulaire

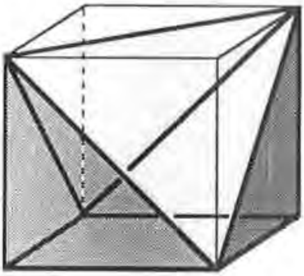
Codage des **9** arêtes: 7P – 2M – 0G

Nombre de sommets: **6**

Type des **5** faces: 2 (C) – 1 (R) – 2 (TIR)

Aire totale: $(2 \times a^2) + (2 \times \frac{a^2}{2}) + (1 \times \frac{\sqrt{2}\ a^2}{2}) = \mathbf{(3 + \sqrt{2})\ a^2}$

Volume: $\mathbf{\frac{a^3}{2}}$



9. Heptaèdre

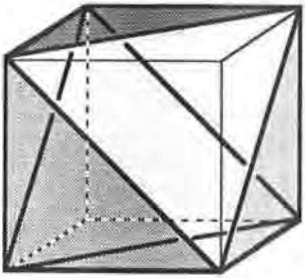
Codage des **11** arêtes: 6P – 5M – 0G

Nombre de sommets: **6**

Type des **7** faces: 1 (C) – 4 (TIR) – 2 (TE)

Aire totale: $(1 \times a^2) + (4 \times \frac{a^2}{2}) + (2 \times \frac{\sqrt{3}\ a^2}{2}) = \mathbf{(3 + \sqrt{3})\ a^2}$

Volume: $a^3 - (2 \times \frac{a^3}{6}) = \mathbf{\frac{2a^3}{3}}$



10. Octaèdre

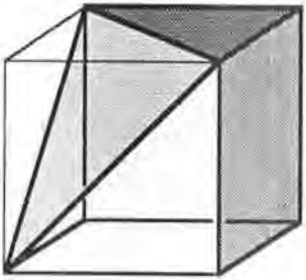
Codage des **12** arêtes: 6P – 6M – 0G

Nombre de sommets: **6**

Type des **8** faces: 6 (TIR) – 2 (TE)

Aire totale: $(6 \times \frac{a^2}{2}) + (2 \times \frac{\sqrt{3}\ a^2}{2}) = \mathbf{(3 + \sqrt{3})\ a^2}$

Volume: $a^3 - (2 \times \frac{a^3}{6}) = \mathbf{\frac{2a^3}{3}}$



11. Heptaèdre

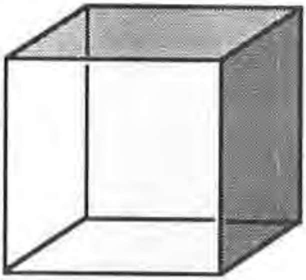
Codage des **12** arêtes: 9P – 3M – 0G

Nombre de sommets: **7**

Type des **7** faces: 3 (C) – 3 (TIR) – 1 (TE)

Aire totale: $(3 \times a^2) + (3 \times \frac{a^2}{2}) + (1 \times \frac{\sqrt{3}\ a^2}{2}) = \mathbf{\frac{(9 + \sqrt{3})\ a^2}{2}}$

Volume: $a^3 - (1 \times \frac{a^3}{6}) = \mathbf{\frac{5a^3}{6}}$



12. Cube

Codage des **12** arêtes: 12P – 0M – 0G

Nombre de sommets: **8**

Type des **6** faces: 6 (C)

Aire totale: $(6 \times a^2) = \mathbf{6a^2}$

Volume: $\mathbf{a^3}$

La géométrie... plane

par Michel Chastellain, collaborateur au SPES (VD)

Le 14 mars, le groupe de branche «mathématiques» du Cartel Romand des associations du corps Enseignant Secondaire et Professionnel (CARESP) a convié ses membres à une journée romande pour l'étude de l'enseignement des mathématiques et a proposé pour thème:

L'enseignement de la géométrie,
approche déductive ou inductive.

Cette journée, qui se déroulait à Yverdon, avait également pour objectif de déterminer les apports d'une confrontation de points de vue dans le domaine de la réflexion, de la formation des maîtres et des moyens d'enseignement au plan romand.

L'invitation était libellée de la façon suivante:

Afin de débattre du thème retenu à partir du concret, nous proposons à chaque participant d'avoir préalablement traité dans sa classe, selon l'approche qu'il désire (déductive, inductive, ou les deux), un des quatre sujets proposés. Chacun d'eux convient à une large gamme d'élèves, et peut se prêter facilement à diverses approches. Ainsi chaque participant voudra bien, dans la mesure de ses possibilités:

- *choisir un sujet;*
- *décrire les objectifs qu'il s'est fixé, pour sa classe et ses élèves;*
- *décrire les modalités suivies (durée, présentation du sujet, ce que la classe a déjà fait dans le domaine, etc);*
- *présenter les travaux de ses élèves.*

Sujets proposés

Les quatre activités à choix étaient les suivantes:

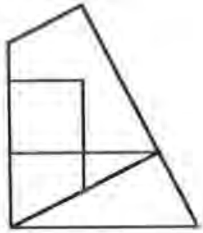
AVEC DES POLYDRONS[1]

Pour ce sujet, le maître a toute liberté de propositions d'activité ou de questions à poser à ses élèves. La seule chose est que ces derniers utilisent de manière intensive le matériel POLYDRON.

[1] Math-Ecole no 138, mai 1989.

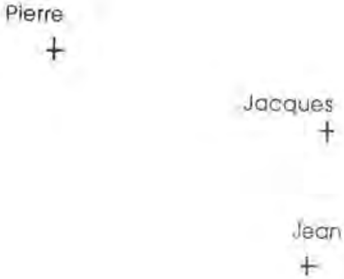
PUZZLE DE SAM LOYD

Ce puzzle se prête à l'étude d'une foule de questions, à propos du nombre de figurations possibles, de problèmes d'aires, d'angles, de polygones, etc. Là aussi, le maître a tout loisir de déterminer l'activité qu'il proposera à ses élèves, à partir de ce puzzle.



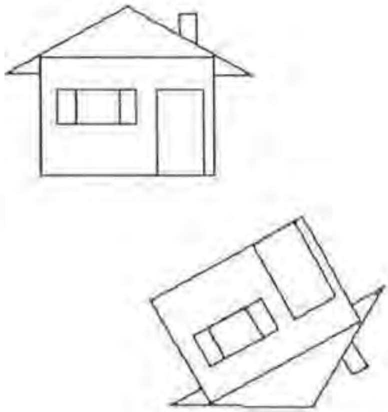
LA RENCONTRE

Le terrain est plat et libre. Pierre, Jacques et Jean désirent se rencontrer, mais aucun d'eux ne veut marcher plus que les les autres!
Alors... où?



AVEC DES SYMETRIES D'AXE

Les deux maisons dessinées sur la fiche sont isométriques. Comment transporter la première maison sur la deuxième par des symétries d'axe successives?



Déduire et induire

L'objet de ce compte rendu n'est pas tant de décrire et d'analyser chacune des situations énoncées ici – ce sera chose faite dans un article parallèle – mais bien plutôt de présenter la démarche proposée, de relater le déroulement de la journée et de mettre en évidence quelques-unes des attitudes caractéristiques des élèves et des maîtres, lorsqu'ils sont confrontés à ce genre de situation. Par là même, chacun pourra se faire une meilleure idée des différentes manières d'appréhender la géométrie plane et plus particulièrement des implications spécifiques aux approches de type déductif ou inductif.

Encore faut-il se mettre d'accord sur la signification de ces termes! Car enfin, si l'on posait à chaque maître la question: «faites-vous de la géométrie déductive ou inductive?», il est fort probable que la majorité réponde: «moi, je fais de la géométrie», ce en quoi ils n'auraient pas tout à fait tort!

Les participants ont donc tout d'abord explicité ce que les adjectifs «déductif» et «inductif» impliquaient pour eux.

LA GEOMETRIE DEDUCTIVE

De manière générale, la conception d'une géométrie déductive ne pose pas de problème particulier: déduire, c'est tirer une conséquence d'un raisonnement. Autrement dit, «faire de la géométrie déductive», c'est, à partir d'un certain nombre d'axiomes ou de postulats, conduire un cheminement où chaque étape est la conséquence de la précédente et où chaque étape est atteinte par déduction des éléments justifiés auparavant. C'est un peu comme une pyramide où la dernière pierre ne peut tenir que grâce aux précédentes. A titre indicatif, on peut citer l'ouvrage de A. Delessert intitulé *«Géométrie plane»*, comme exemple d'une géométrie qui fait appel à la déduction.

LA GEOMETRIE INDUCTIVE

Dans ce cas, la conception des participants est beaucoup plus floue. Induire, selon le dictionnaire Larousse, c'est établir par voie de conséquence et l'induction correspond à un raisonnement qui va du particulier au général. Dans le contexte qui nous occupe, ce sont les situations-problèmes qui offrent la possibilité à l'élève d'effectuer un raisonnement de type inductif: placé en état de recherche, l'élève est confronté à une problématique et sa propre découverte va lui faire prendre conscience qu'un certain fait a une signification géométrique particulière, à partir de laquelle il sera à même de poursuivre un raisonnement cohérent. Par référence à ce qui a été énoncé pour la géométrie déductive, nous citerons, comme ouvrages représentatifs de cette démarche, les manuels de 7e à 9e neuchâtelois de J.-A. Calame et F. Jaquet.

A quel âge?

Evidemment, une des questions immédiates qui vient à l'esprit est celle de déterminer à partir de quel âge il est possible de proposer une activité géométrique de type inductif ou de type déductif. Les participants n'ont pas cherché à répondre à cette question, probablement parce qu'il n'y a pas de choix absolu. D'ailleurs, il serait relativement délicat de vouloir systématiquement catégoriser une activité, dans la mesure où chaque individu procède différemment dans son raisonnement. Ce qu'il faut constater, par contre, c'est que les quatre activités proposées ont été travaillées avec des élèves de niveaux et de sections différents, c'est-à-dire des élèves dont les savoir-faire ne sont pas les mêmes.

C'est ainsi, par exemple, que l'activité PUZZLE a fait l'objet d'une recherche avec des sixièmes, des septièmes latines et des huitièmes scientifiques. La comparaison des productions et l'analyse du vécu en classe, montre qu'il n'y a pas nécessairement induction en 6e et déduction en 8e ou vice-versa. Au contraire, il semblerait qu'il y a évolution dans le temps: ce qui est déductif en 6e était (ou sera) avant (ou après) inductif. On constate donc, qu'il n'y a aucune règle qui ordonne ces deux démarches ceci d'autant plus qu'elles sont directement influencées par différents paramètres comme:

- les connaissances de l'élève, et, plus directement, le niveau de relation entre la question formulée et la connaissance d'un point particulier du programme de géométrie;
- l'utilisation ou non du matériel;
- l'enjeu de l'activité du point de vue social: l'élève face à un débat doit trouver des arguments pour convaincre ce qui peut le pousser à élaborer un raisonnement de type déductif.

Les participants avaient la liberté de se fixer sur la consigne proposée – telle qu'elle apparaît dans les pages précédentes – ou d'en choisir une autre, ce qui a été décidé à plusieurs reprises. Pour des raisons d'adéquation avec le programme actuel de leur classe, quelques enseignants ont apporté des modifications «réductrices», c'est-à-dire des énoncés de départ un peu moins «ouverts».

Les échanges ont montré qu'un tel choix porte à conséquence et nous serions tenté de dire qu'un «problème ouvert» conduit généralement à raisonnement inductif alors qu'un problème «fermé» favorise un raisonnement déductif. Cette mise en évidence se justifie dans la mesure où toute situation «ouverte» passe par une phase de manipulation et de découverte (condition de base pour un raisonnement inductif), tandis que la résolution d'un problème plus «traditionnel» fait appel à un modèle que l'élève cherche à appliquer, un modèle de type principalement déductif.

Le rôle du maître

Il est bien connu que l'apprentissage de la géométrie, dans la scolarité inférieure, pose nettement plus de problèmes que celui de l'algèbre, car elle fait appel au «raisonnement» plutôt qu'à la maîtrise d'une certaine «technique».

Cet état de fait s'applique tout particulièrement à la géométrie déductive mais il ne faudrait surtout pas chercher à contourner la difficulté par sa suppression pure et simple. Ce serait contraire à l'idée d'un apprentissage d'une certaine complexité et il est toujours possible de proposer des activités qui demeurent à la portée des élèves: démonstrations qui tournent autour des égalités d'angles ou qui font appel aux angles inscrits, problèmes simples sur les cas d'isométries, ...

Une autre attitude, responsable et réaliste – valable également pour tout ce qui touche à l'enseignement d'une géométrie de type inductif – tend à ramener la problématique au travail du maître **et plus particulièrement à sa formation.** C'est à nous, enseignants, de proposer un environnement de travail favorable à l'apprentissage d'une démarche géométrique. Pour y parvenir et par là même accélérer le processus, le maître doit notamment:

- poser des questions qui amènent les bonnes questions des élèves;
- demander des justifications sans prétendre obtenir en retour un niveau de précision dont la finesse échappe à l'élève;
- accepter des explications qui montrent que l'élève a saisi, même si celles-ci ne se manifestent pas dans un langage mathématique «canonique»;
- comprendre que le choix d'une attitude naïve dont le but est de pousser l'élève dans ses derniers retranchements, risque de le situer dans une position intenable et détachée de la réalité.
- être suffisamment habile pour imposer une démarche de raisonnement, sans contraindre.

Conclusion

Il est manifeste que cette journée organisée par le CARESP et qui a réuni une vingtaine de participants – des auteurs, des animateurs, des formateurs et des maîtres de mathématiques, tous directement concernés par l'enseignement de la géométrie – a fait l'unanimité. L'idée de renforcer les noyaux existants aux plans romand ou cantonaux n'est certes pas nouvelle, mais hautement profitable et chaque participant s'accorde à penser que la fréquence de tels échanges devrait être plus élevée.

L'aspect le plus réjouissant provient certainement du désir de mettre en commun chaque conception de son propre enseignement géométrique, compte tenu des divergences bien connues des différents cantons, tant sur le plan des programmes que sur celui des moyens d'enseignement à disposition. L'enthousiasme et la volonté des participants montrent que finalement ces différentes barrières ne constituent nullement un obstacle infranchissable. Bien au contraire puisque les discussions ont permis d'aborder les vrais problèmes, c'est-à-dire ceux que rencontre chaque enseignant dans sa classe. Par ce partage d'informations et la mise en évidence des différentes conceptions envisageables, la journée s'est révélée hautement formative.

N'est-ce pas là une liste d'arguments supplémentaires et de poids pour rouvrir le tiroir dans lequel repose en paix une des pièces maîtresses de la coordination romande comme le plan d'études CIRCE III?

A l'approche de 1992, il serait temps que l'on y songe sérieusement!

Quand les élèves établissent eux-mêmes des ponts...

par Jacques-André Calame

L'environnement

Contexte: une classe de 7e (classique), vingt-quatre élèves dont six excellents.

Climat: très détendu, élèves spontanés, excellent contact.

Fonctionnement: quatre heures dont deux couplées le vendredi après-midi.

Paradoxe: les deux heures du vendredi filent «comme l'éclair»!

Le déroulement d'une activité

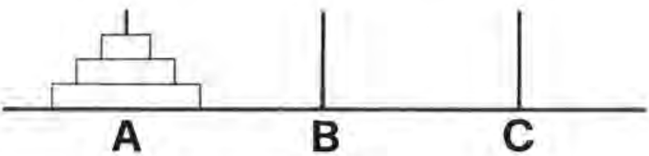
Mai 89: Le thème «Nombre» (Q) est en cours. Quelques élèves ont tout terminé à domicile... Ils se proposent de «faire une analyse de jeu» qu'ils possèdent à la maison. Je les encourage à tirer «toutes les ficelles» de ce jeu qui n'est autre que «la tour de Hanoï».

Après une période, les deux élèves «mordus» ont non seulement trouvé une stratégie éminemment récursive, mais ils ont aussi établi une loi qui donne le nombre de déplacements à effectuer pour déplacer une tour de n étages. Leur assertion: *est-ce bien 2^n-1 car on n'a pas trouvé de contre-exemple?* (Notez la prudence!).

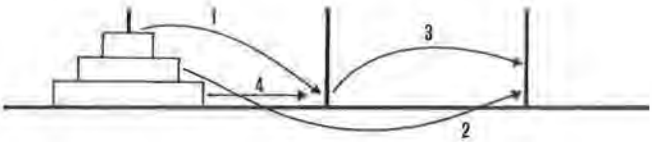
Je propose qu'ils soumettent le jeu à toute la classe et que la recherche s'organise par groupe. Spontanément, l'un des deux «initiateurs» accepte de présenter le jeu. Armé d'une craie et d'un chiffon, il décrit le jeu à partir d'un exemple; ainsi:

But du jeu: Passer les trois disques sur une autre tige (B).
Une troisième tige (C) est à disposition.

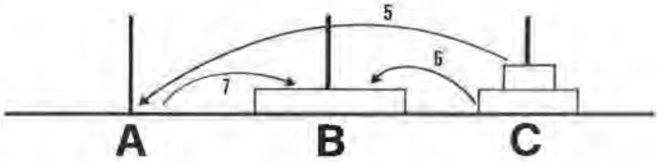
Règles: 1) On ne déplace qu'un seul disque à la fois.
2) On ne met jamais un disque sur un plus petit disque.



Les quatre premières étapes:



Après 4 étapes on a la disposition suivante et les étapes 5, 6 et 7 mènent à la solution.



Les deux élèves notent simplement au tableau: *3 disques, 7 étapes,* sans autre formalisme!

La recherche démarre. Je suis «renvoyé» au fond de la classe, les deux «mordus» ont l'animation bien en main. J'observe que:

- tout le monde cherche une solution avec 4 disques (aucun élève n'est revenu à 1 ou 2 disques);
- certains utilisent le matériel du jeu, d'autres dessinent;
- après 20 minutes, deux groupes remarquent *qu'il est bien de se ramener à la situation précédente: si on revient de 4 à 3, alors on est bon, car avec 3 on sait faire!*
- A la fin de la rencontre, 15 minutes plus tard, je vois à plusieurs endroits: $3 \longmapsto 7 \quad 4 \longmapsto 15$ et même: $5 \longmapsto 31$
- Avec, ensuite, une autre disposition «pour y voir plus clair»

1er groupe	3e groupe
$3 \longmapsto 7$	$3 \longmapsto 7 = 8 - 1$
$4 \longmapsto 15 = 7 \cdot 2 + 1$	$4 \longmapsto 15 = 16 - 1$
$5 \longmapsto 31 = 15 \cdot 2 + 1$	$5 \longmapsto 31 = 32 - 1$
Donc $6 \longmapsto 31 \cdot 2 + 1 = 63$	donc $6 \longmapsto 63 = 64 - 1$

2e groupe

$$\begin{array}{l} 3 \longmapsto 7 \\ \qquad\quad \downarrow {\scriptstyle \times 2 \; +1} \\ 4 \longmapsto 15 \\ \qquad\quad \downarrow {\scriptstyle \times 2 \; +1} \\ 5 \longmapsto 31 \\ \qquad\quad \downarrow \\ 6 \longleftarrow \boxed{63} \end{array}$$

4e groupe

$$\begin{array}{l} 3 \longmapsto 7 = 2^3 - 1 \\ 4 \longmapsto 15 = 2^4 - 1 \\ 5 \longmapsto 31 = 2^5 - 1 \\ 6 \longmapsto 2^6 - 1 = 63 \\ 7 \longmapsto 2^7 - 1 = 127 \\ n \longmapsto 2^n - 1 \end{array}$$

Et moi... le prof... pourquoi suis-je encore là?

1) Pour les deux derniers groupes qui n'ont pas encore vu;
2) pour demander que les résultats soient confrontés plus tard;
3) pour noter ce que vous avez vu;
4) pour me laisser persuader que je n'ai pas rêvé et que j'ai vécu une «belle leçon»... venant d'élèves autonomes!

Pour justifier le titre

- l'intitiative est venue d'élèves;
- ces élèves ont fait «bourdonner» leurs camarades;
- ils ont «joué», cherché une stratégie;
- ils ont très naturellement passé dans le domaine «Fonctions» sans que la situation ne devienne un exercice.

Instant-matique: la calculette-clown

par Yvan Michlig, animateur, Sion

Instant-matique: instant privilégié vécu avec une classe dans le cadre d'une leçon de mathématique, intense car authentique, dont l'origine est souvent un fait anodin et fortuit.

Calculette-clown: calculette que l'on interroge pour connaître l'exactitude d'un calcul: une fois l'équation introduite, une lumière verte (oeil du clown) s'allume pour indiquer un résultat exact, une lumière rouge pour signifier une erreur.

En cette fin de matinée, chacun de mes élèves de 5e année s'est trouvé une activité mathématique et la classe «bourdonne» gentiment. Quelques-uns s'entraînent à l'algorithme de la division, de manière autonome grâce à une calculette-clown, ce qui me permet de suivre l'évolution d'une recherche entreprise par un autre groupe d'élèves. Soudain, Emilia m'interpelle: «M'sieur, j'ai fait et refait la division 1724 par 8 et à chaque fois l'oeil rouge du clown s'allume». Elle met en cause un mauvais fonctionnement de la calculette, me prend à témoin et introduit une nouvelle fois l'équation 1724 : 8 = 215. Evidemment, la calculette ignore la division euclidienne: l'écriture 1724 : 8 = ... ne trouve pas de réponse dans l'ensemble des nombres naturels. Le problème d'Emilia devient alors celui de la classe entière. Qui parviendra à allumer la lumière verte de la calcu lette?

Nous effectuons ensemble la division au tableau noir: le résultat concorde avec celui trouvé par Emilia.

$$
\begin{array}{r|l}
1724 & \underline{\;8\;\;\;} \\
\underline{-\,16} & 215 \\
12 & \\
\underline{-\,8} & \\
44 & \\
\underline{-\,40} & \\
4 &
\end{array}
$$

Emilia introduit une fois encore l'équation 1724 : 8 = 215 dans la calculette, lentement, en enfonçant bien chaque touche sous le contrôle attentif de camarades. Mais, hélas, l'obstinée lumière rouge réapparaît! Je propose alors de vérifier avec la calculette le résultat de quelques divisions exactes (sans reste) faciles pour écarter l'éventualité d'un mauvais fonctionnement. A chaque fois l'œil vert du clown vient nous narguer. Assez rapidement, les élèves situent le problème au niveau du reste. Se succèdent alors différentes propositions et leurs discussions.

Proposition A: 1724 : 8 = 215 + 4 ? Lumière rouge! — Eh oui! car alors 1724 : 8 = 219 ? Lumière rouge aussi!

Proposition B: 1724 : 8 = 215,4 ? — Evidemment, lumière rouge! Pourquoi?

La plupart des élèves pressentent bien que le partage peut se poursuivre au-delà des unités. Petite incursion dans le programme de 6e année: les quatre unités restantes deviennent quarante dixièmes, on «distribue» alors cinq dixiémes, en mettant la virgule pour repérer le chiffre des unités du quotient, et il n'y a plus de reste.

$1724 : 8 = 215{,}\mathbf{5}$ Lumière verte! Victoire!

– «D'accord, mais revenons à la division euclidienne!»

Proposition C: $1724 + 4 : 8 = 215$? Lumière rouge!

Par bonheur, la calculette ignore les priorités des opérations et ne possède pas les touches des parenthèses. On arrive alors à l'écriture suivante:

$1728 : 8 = 215$? Lumière rouge encore!

Je demande à chacun d'effectuer cette dernière division sur son papier.

– «Ça fait 216, M'sieur, et il n'y a plus de reste!»

$1724 : 8 = 216$? Confirmation apportée par la lumière verte!

– «Ah, je sais, M'sieur! Il faut **soustraire** le reste!»

$1724 - 4 : 8 = 215$? A nouveau la lumière verte!

Finalement, après un bref instant de silencieuse réflexion.

Proposition D: $215 \times 8 + 4 = 1724$? Lumière verte!

Là, sachant que la calculette-clown ne respecte pas les priorités des opérations, je ne peux réfréner une envie latente de leur proposer l'écriture suivante: $4 + 215 \times 8$.

– «C'est la même chose, M'sieur!»

– «Essayons!» $4 + 215 \times 8 = \mathbf{1724}$ **?** Lumière rouge!

– «Attendez! Ne jetez pas la calculette par la fenêtre! Voici une calculatrice qui affiche les résultats, essayons pour voir!»

$$4 + 215 \times 8 = \mathbf{1724}$$

– «Mais alors, la calculette-clown et cette calculatrice ne calculent pas de la même manière?»

– «Eh oui! Pour la calculatrice $4 + 215 \times 8 = 4 + 1720 = 1724$

tandis que pour la calculette-clown $4 + 215 \times 8 = 219 \times 8 = 1752$.

La calculatrice effectue d'abord la multiplication puis l'addition; la calculette-clown, elle, «enchaîne» les opérations de gauche à droite, dans l'ordre où elles se présentent.»

Un petit jalon de planté! Mais finalement, qu'est-ce qui a contribué le plus à la formation du raisonnement mathématique d'Emilia et de ses camarades? L'entraînement de l'algorithme de la division ou l'observation du fonctionnement de cette opération? Autre interrogation! Nos élèves, dans leur vie d'adultes de l'an 2000, recourront-ils fréquemment au papier et crayon pour effectuer une opération? Vouloir y répondre c'est rouvrir le débat sur l'aspect utilitaire des mathématiques! Persuadons-nous plutôt de la valeur relative du temps et saisissons l'imprévu. Au besoin, trichons même en provocant quelque peu ces «instants-matiques». C'est là que résident le plaisir d'abord, la richesse et l'art ensuite de notre profession.

Dernière parution...

Comment les enfants apprennent à calculer

Les Editions Retz éditent, sous la plume de **Remi Brissiaud,** [1] un ouvrage dont le sous-titre **«Au-delà de Piaget et de la théorie des ensembles»,** fait preuve d'une belle ambition. L'auteur, mathématicien et psychologue, professeur à l'école normale de Cergy s'adresse, selon la page couverture *à un large public: – les enseignants, depuis la petite section de maternelle jusqu'au cours préparatoire, tout comme les parents, y trouveront des réponses claires à leurs questions, qu'il s'agisse de savoir pourquoi certains choix didactiques évoluent, ou de savoir comment mettre ces choix en pratique; – les étudiants et chercheurs en psychologie ou en didactique des mathématiques y trouveront de nombreuses propositions théoriques novatrices...*

Malheureusement, le contenu ne nous paraît pas à la hauteur de l'ambition. L'auteur, à partir d'une critique sommaire de Piaget, met en doute la validité de certaines thèses utilisées dans la rénovation de l'enseignement de la mathématique, critique l'utilité de la correspondance terme à terme et donne joyeusement dans les affirmations péremptoires. Par exemple, à propos des activités de classements:

... on voit mal pourquoi ce genre d'activités préparerait de façon tant soit peu directe à des compétences numériques. De même qu'on voit mal pourquoi le rangement (la mise en ordre) des ingrédients nécessaires à la confection d'une mousse au chocolat selon la relation «est versé avant le ramequin» préparerait d'une façon un peut directe au nombre. La distinction entre activités numériques et activités pré-numériques a donc perdu ses fondements théoriques, et il est légitime aujourd'hui de douter de la pertinence pédagogique.

Comme si les activités de classement et de sériation avaient pour seul but d'introduire le nombre! Nul doute que ce type d'affirmation fasse plaisir à certains tenants d'une arithmétique pure et dure; où va-t-on si l'on encourage les enfants à raisonner logiquement? Mais l'amalgame présenté ici pour critiquer la tentative de rénovation de l'enseignement prête à sourire. L'auteur s'inscrit bien dans la tentative de récupération conduite en France pour éradiquer l'approche des notions ensemblistes de l'école primaire. Sous prétexte d'un excès de formalisme dans l'enseignement secondaire, il semble que l'on soit en train de vider la réforme des années soixante-dix de toute sa substance. Il est vrai que c'est tellement plus facile et sécurisant de se cantonner dans les petits problèmes d'épicerie...

Brissiaud prend donc le parti d'isoler les activités numériques et semble ne pas accorder grand intérêt aux activités autres que celle de comptage. Il distingue deux types de comptage, le numérotage et le dénombrement, et rappelle, par exemple, que dans la suite énumérée «un, deux, trois, quatre,... etc.» que les enfants connaissent souvent fort bien, l'énoncé «sept», s'il est le dernier de la série, possède une double signification: c'est à la fois le numéro du dernier objet compté et le nombre total des objets de la collection. Piaget ne parlait-il pas de la coordination de l'inclusion des classes et de la sériation?

L'auteur consacre ensuite un chapitre au dénombrement, dans lequel il attache une certaine importance à l'utilisation des doigts pour apprendre à dénombrer les objets d'une collection. Puis il traite du premier usage des chiffres dans des situations de type fonctionnel, passer une commande, utiliser un calendrier, etc.

La deuxième partie de l'ouvrage est consacrée au calcul. On y retrouve un large usage des doigts ainsi que l'exploitation de collections-témoins. L'auteur rappelle le matériel Herbinière, les réglettes Cuisenaire, et propose lui-même un matériel qui correspondrait à des réglettes Cuisenaire sur lesquelles on aurait collé des pastilles rondes pour faciliter le comptage. Dans l'ensemble, l'auteur semble privilégier le langage dans toutes ces activités. La partie consacrée à l'introduction du symbolisme mathématique n'aurait pas déparé un manuel des années cinquante.

La troisième partie est intitulée «Au-delà de Piaget». L'auteur y critique notamment la définition que donne Piaget de la quantité. Il utilise pour cela les expériences sur la conservation du nombre dans le cadre de la correspondance terme à terme et précise:

De notre point de vue, la nature quantifiante d'une correspondance terme à terme dépend aussi de la situation de communication dans laquelle cette correspondance est mise en œuvre: l'enfant ressent-il le besoin d'exprimer «quelle est l'extension d'une collection»?

Pour Brissiaud, la correspondance terme à terme ne débouche pas forcément sur la notion de quantité. En de nombreuses occasions, l'adulte utilise cette correspondance sans avoir besoin d'en inférer l'égalité des quantités. De plus, il reproche à Piaget de ne pas avoir accordé assez d'importance au numérotage et au langage. On ne s'étonnera donc pas qu'il écrive:

A l'épistémologie piagétienne, il convient certainement de substituer une épistémologie qui pose comme principe heuristique fondamental que les processus mentaux sont profondément influencés par les moyens socioculturels qui les médiatisent, c'est-à-dire une épistémologie qui s'inspire du grand psychologue russe Vygotsky.

L'opposition, non pas entre Piaget et Vygotsky, mais entre les lecteurs de ces deux auteurs est trop connue pour qu'on s'y arrête mais l'auteur aurait pu rappeler que Vygotsky comme Piaget, n'avait pas une formation de psychologue. Dans une intéressante biographie consacrée à Vygotsky par Ivan Ivic [2], nous trouvons:

Il nous paraît intéressant d'établir ici un parallèle avec Jean Piaget. Né la même année que celui-ci et n'étant pas non plus formé comme psychologue, il devint, comme Piaget, l'auteur d'une remarquable théorie du développement mental. Dès son adolescence et tout au long de sa vie, Piaget était orienté vers les sciences biologiques. Cette différence d'inspiration explique peut-être la différence de deux para-

digmes importants dans la psychologie du développement: celui de Piaget met l'accent sur les aspects structuraux et sur les lois plutôt universelles (d'origine biologique) du développement, tandis que celui de Vygotsky insiste sur les apports de la culture, l'interaction sociale et la dimension historique du développement mental.

Si le philosophe russe n'était pas mort en 1934, à 38 ans, nul doute que la confrontation de ces deux penseurs aurait été fructueuse mais on ne saurait simplement, comme le fait Brissiaud, se déclarer pour l'un contre l'autre alors que leur démarche constituent deux approches différentes – et probablement complémentaires – de ce grand problème que constitue la recherche de la compréhension du développement intellectuel de l'enfant.

Brissiaud considère que:

Quand Piaget dit que le moment où l'enfant devient conservant est celui où «la correspondance terme à terme devient réellement quantitative et exprime dorénavant l'égalité numérique et non plus seulement l'équivalence quantitative», il ne distingue pas les notions de quantité et de nombre, et il donne comme critère de leur acquisition la réussite à l'épreuve de conservation, que Piaget pensait synchrone avec les résultats à l'inclusion des classes et à la sériation...

... La définition piagétienne de la quantité repose donc sur une conception du progrès qu'on pense erronée. Prolonger l'emploi de cette définition risquerait de prolonger la référence à cette conception. Or les conséquences pratiques du choix qui est fait entre deux visions du progrès de l'enfant sont importantes: à partir de la définition piagétienne de la quantité, beaucoup de pédagogues ont préconisé de ne pas enseigner la quantité ou le nombre tant que les enfants n'avaient pas atteint la conservation de l'extension des collections. Il est clair qu'une telle position aboutit à se priver de la composante symbolique du progrès, c'est-à-dire à se priver d'un des meilleurs outils dont disposent les parents et les enseignants pour aider les enfants à progresser.

Encore une fois, le bouc émissaire est trouvé. Si l'enseignement va mal, c'est la faute à Piaget. Pour avoir fréquenté le grand maître genevois pendant la mise en place de la réforme genevoise de l'enseignement de la mathématique, nous ne saurions trop rappeler qu'il s'est toujours défendu de donner des conseils aux pédagogues. «Chacun son métier», disait-il. Rémi Brissiaud a probablement raison de critiquer certaines des utilisations faites de la pensée de Piaget; nous souhaiterions que son argumentation ne se borne pas à s'appuyer sur «la genèse du nombre» qui date de 1941 ou sur les textes de Greco de 1962. Il s'est passé un certain nombre de choses depuis lors.

Plus intéressante est la double définition retenue par Brissiaud pour définir le nombre: la collection-témoin, comme représentation analogique de la quantité, et le signe symbolique, comme représentation sous forme conventionnelle. Il considère le passage par la collection-témoin (les doigts, par exemple) comme une étape:

Calculer, c'est mettre en relation les quantités à partir de leurs seules représentations numériques, sans utiliser de collections-témoins. L'étude de l'apprentissage *du calcul est donc un aspect particulier de l'étude plus générale de la transition de la collection-témoin au nombre.*

Rappelons ici que le besoin d'un référent de type analogique perdure. Qui, parmi vous, saisit facilement le sens d'un milliard de francs, de kilomètres, de tonnes, sans recourir à une représentation de ce type?

L'ouvrage s'achève par un plaidoyer pour la didactique des mathématiques. L'auteur estime que, si un tel corps de connaissances avait existé en 1970, on n'aurait pas commis autant d'erreurs. C'est faire bon marché de la crise réelle que traversait à l'époque l'enseignement de cette discipline et de la prise de conscience, dès le début des années soixante, de la faiblesse de la formation scientifique dans la plupart des pays industrialisés. C'est aussi ignorer – l'auteur ne les mentionne à aucun moment – les travaux de Diènes, de Nicole Picard, de Papy, pour ne citer qu'eux, travaux que l'on semble redécouvrir aujourd'hui dans certaines régions.

En résumé, un ouvrage curieux, irritant, passablement rétrograde par certains de ses aspects, qui ne répond pas à son titre, mais qu'il est probablement utile de lire car il pourrait être utilisé pour défendre ou réintroduire des pratiques dont nous connaissons aujourd'hui les limites. Les travaux de Piaget ont marqué une époque, certains d'entre eux sont aujourd'hui remis en question et c'est le rôle normal de la démarche scientifique. Utiliser le travail de pointe des scientifiques pour souhaiter un retour au verbalisme mathématique des années 30 nous paraît peu porteur d'avenir.

R.H.

[1] Remi Brissiaud, Comment les enfants apprennent à calculer, Editions Retz, 1989, 192 p.

[2] in Perspectives, UNESCO No 71, 1989, p. 465.

J. A. 1200 GENÈVE 2

TABLE DES MATIÈRES

Editorial, *R. Délez,*	1
Une activité de recherche dans l'espace, *S. Lugon*	2
La géométrie... plane, *M. Chastellain*	11
Quand les élèves établissent eux-mêmes des ponts..., *J.-A. Calame*	16
Instant-matique: la calculette-clown, *Y. Michlig*	19
Comment les enfants apprennent à calculer	21

Fondateur: Samuel Roller

Comité de rédaction:

MM. A. Calame, M. Chastellain, R. Délez, P. Duboux, M. Ferrario, F. Jaquet, Y. Michlig, F. Oberson, D. Poncet.

Rédacteur responsable: R. Hutin

Abonnements:

Suisse: F 16.—, Etranger: F 18.—, CCP 12 - 4983. Paraît 5 fois par an. Service de la Recherche Pédagogique; 20 bis, r. du Stand, CP 119; CH 1211 Genève 11. (Tél. (022) 27 42 95)

Adresse: Math-Ecole; 20 bis, rue du Stand, CH-1211 Genève 11; CP 119

Imprimerie Fiorina, 1950 Sion