147

MATH ECOLE

MARS 1991
30e ANNÉE

MATH-ECOLE 147

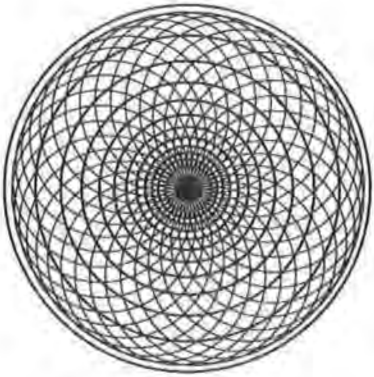
30e ANNÉE Paraît cinq fois par an MARS 1991

Editorial

Succès grandissant pour le Championnat international de jeux mathématiques et logiques: des milliers d'élèves, encore plus nombreux cette année en Suisse romande comme dans tous les pays francophones, se seront échinés sur des énigmes, casse-tête et autres questions saugrenues. L'intérêt et la motivation sont là, c'est évident. Mais qu'en est-il de la réussite à ces questions qui rebutent les uns et font courir les autres?

Il est légitime de s'interroger à ce propos lorsqu'on a eu sous les yeux des listes de classement des éliminatoires et des finales du championnat sur lesquelles figurent les nombres de réponses correctes obtenues par les participants. Que de candidats avec zéro, un ou deux points seulement sur les six ou huit problèmes proposés! Malgré leur plaisir et leur engagement, nos élèves ne disposeraient-ils pas des instruments leur permettant de venir à bout de problèmes, certes inédits ou riches de subtilités, mais toujours maîtrisables à l'aide de notions mathématiques assez élémentaires.

Un exemple, tiré de la revue «Le Jeune Archimède» et proposé en quarts de finale 1991 en mode «fermé» dans une de nos écoles:



Combien a-t-il fallu de cercles pour réaliser ce dessin?

La figure est jolie, attirante même en raison des illusions d'optique qu'elle provoque. La question est courte, claire, simple. Mais est-elle à la portée de candidats âgés de 12 à 13 ans?

En se référant aux programmes officiels de mathématiques, selon la terminologie synthétique des objectifs, la liste des prérequis nécessaires à la résolution du problème est vite dressée:

— *savoir ce qu'est un cercle et reconnaître cette figure dans un dessin,*
— *être capable d'organiser un dénombrement,*
— *savoir compter jusqu'à cent.*

Rien de plus!

Tous ces objectifs se trouvent évidemment dans les mille et une cases des formulations actuelles - à la mode mais combien réductrices - des plans d'études de la première à la sixième. Ils ont fait l'objet de multiples exercices et entraînements. La question posée est par conséquent à la portée d'élèves ayant fréquenté l'école régulièrement durant 6 ou 7 ans, à plus forte raison si ces élèves s'intéressent à des activités du type «championnat de jeux mathématiques et logiques».

Passons à l'analyse des résultats des 45 élèves inscrits dans la catégorie «Collégiens 1» (6^e et 7^e) qui ont cherché le nombre de cercles de la figure:

La réponse 48 apparaît 10 fois et le 47 est proposé par 8 élèves. On trouve encore 10 autres réponses voisines comprises entre 45 et 50. Il y a 7 réponses entre 25 et 31, 7 autres entre 83 et 86 et, finalement, 3 réponses isolées: 12, 32 et 2053!

Conclusion logique: seule une petite minorité des 45 candidats a «atteint» les objectifs cités précédemment. Les autres devaient sans doute être absents lors de l'entraînement des notions concernées.

Et vous, combien de cercles avez-vous trouvés?

Si vous jouez le jeu, vous constaterez bien vite que les savoir-faire précédents ne sont pas pertinents et que ce sont d'autres objectifs qu'il faut prendre en compte comme, par exemple;

— *trouver une stratégie efficace de comptage,*
— *oser tâtonner, essayer, hésiter, recommencer,*
— *exercer un regard critique sur ses premières solutions, vérifier, recommencer,*
— *imaginer une autre méthode de comptage et comparer ses résultats avec ceux de la première,*
— *etc.*

Ces objectifs ne figurent pas dans les grilles des plans d'études. Tout au plus les trouve-t-on dans les pages d'introduction, celles qu'on ne lit qu'une fois tant elles paraissent évidentes. Et pourtant, ils sont essentiels. On les néglige trop souvent, pour ne pas perdre de temps. On leur préfère ceux qui se rapportent aux techniques, qu'on peut entraîner par des fiches et autres exercices bien «ciblés», ceux qu'on peut mesurer et noter pour se rassurer.

Et si, au lieu du «saucissonnage» du plan d'études en savantes progressions, on remettait à l'honneur une finalité de l'enseignement des mathématiques, une seule, qu'on décrèterait prioritaire: **résoudre des problèmes**, des vrais, bien consistants, inédits, difficiles parfois!

Les objectifs «techniques» facilement mesurables n'encombreraient peut-être plus ainsi des pages de plan d'études et reprendraient la place qui est la leur: celle d'outils ou d'instruments qu'on se forge lorsqu'on en a effectivement besoin. Nul doute qu'on irait alors plus sûrement vers un véritable allégement des programmes!

François Jaquet

Du bon usage d'un fundamentum

par Raymond Hutin

En 1972, les écoles de Suisse romande se dotaient d'un plan d'études commun pour les quatre premières années de la scolarité obligatoire; en 1979, il en allait de même pour les classes de 5e et de 6e années primaires. Après une quinzaine d'années d'usage de ces plans d'études, au cours desquelles la plupart des disciplines scolaires ont subi des modifications importantes tant en ce qui concerne les contenus que les démarches pédagogiques, il s'est avéré que des ajustements devenaient nécessaires afin de tenir compte à la fois des exigences posées par les nouvelles approches méthodologiques et de la modification des heures consacrées à chaque branche, notamment en raison de l'introduction précoce de la deuxième langue.

Sur mandat de la conférence des chefs de service et directeurs de l'enseignement primaire de Suisse romande, un **groupe romand pour l'ajustement des programmes (GRAP)** s'est mis au travail et a donné son nom à un document qui consiste en une réécriture, sous une forme différente, du plan d'études initial.

Il est à relever que, par souci d'éviter une trop grande technicité, les méthodologues et autres «spécialistes» de disciplines ont été écartés de cette réalisation qui devait rester l'affaire des enseignants et des inspecteurs généralistes. Cette étonnante dichotomie apporte un éclairage intéressant sur le fonctionnement d'une institution éducative dans laquelle, semble-t-il, l'empirisme éclairé demeure la norme, tandis qu'une approche plus scientifique des problèmes pédagogiques continue à susciter l'inquiétude. Mais peut-être est-elle due au fait que l'ingénierie éducative reste encore en grande partie à inventer?

L'innovation principale apportée par ce groupe réside dans la répartition des notions scolaires selon deux rubriques: une partie d'entre elles apparaissent dans le domaine de la **sensibilisation**, c'est-à-dire qu'elles doivent faire l'objet d'une approche sans viser la maîtrise complète de la notion; les autres figurent dans un «**fundamentum**», elles constituent ce que tout élève devrait avoir assimilé dans l'année scolaire considérée.

Dans plusieurs cas, ce qui est présenté dans la rubrique sensibilisation pour une année scolaire donnée, apparaît dans le fundamentum l'année suivante, ce qui montre bien que l'apprentissage d'une notion mathématique s'étend le plus souvent sur plusieurs années scolaires, comme le prévoyait d'ailleurs le plan d'études initial construit sur une approche cyclique des matières essentielles. Notons encore que, pour des raisons qui lui sont propres, le canton de Genève a élaboré une version dite «allégée» de ce plan d'études.

Ce document, qui semble être en général bien accueilli par le corps enseignant, apporte plus de clarté dans l'énoncé des thèmes à traiter au cours d'une année scolaire. Son utilisation soulève néanmoins un certain nombre de problèmes qui méritent un examen attentif.

Aménagement ou allégement des programmes?

La première question qui se pose réside dans la notion même d'allégement du plan d'études. Si le corps enseignant admet d'une manière générale que les programmes sont de plus en plus chargés par rapport au temps réellement disponible, il n'en va pas toujours de même des parents ou de l'opinion publique; nombreux sont les gens qui, idéalisant leur propre expérience scolaire et peu conscients de tout ce qui a été ajouté dans les programmes au cours des deux dernières décennies, considèrent qu'on ne fait plus grand chose dans nos écoles, simplement parce que tel ou tel élément de formation qui les a marqués n'est plus honoré au même degré.

Or, l'ensemble des notions qui doivent être maîtrisées par un écolier de 1990, s'il est peut être moins marqué par les nomenclatures et les mémorisations, demande un investissement intellectuel nettement supérieur à ce qu'il a pu être dans les années cinquante.

De plus, on a tendance à oublier que, dans la première moitié de ce siècle, seuls les meilleurs élèves atteignaient une bonne maîtrise du programme; la gageure de notre époque, c'est de tenter de conduire au même niveau de formation la totalité de la population scolaire.

Dans la mesure où l'évolution de la société pourrait conduire à une accumulation difficilement supportable et compte tenu, par exemple, de ce que la société demande aux jeunes qui entrent en apprentissage, un allégement des programmes actuels est-il réellement possible? Le plan d'études ne contient-il pas déjà le minimum vital au-dessous duquel la poursuite de la formation serait compromise?

C'est en tout cas ce que pensent ceux qui reprochent à l'école primaire de ne pas en faire assez. Il semble cependant que, notamment en mathématique, on ait parfois tendance à confondre quantité avec qualité. Ce n'est pas parce qu'un élève sera devenu un virtuose du calcul mental que sa scolarité ultérieure sera favorisée, mais bien parce qu'il aura appris à analyser les éléments d'un problème, à en sérier les différents aspects, à poser des hypothèses, à mobiliser les connaissances dont il dispose et qui sont pertinentes dans le cas particulier, à opérer les vérifications nécessaires.

Face à la nouvelle présentation du plan d'études, les premières réactions enregistrées montrent que plusieurs attitudes peuvent apparaître. L'une d'entre elles consiste, suite à la suppression de quelques éléments notionnels, comme par exemple celle de la division d'un nombre par un nombre à virgule qui est renvoyée au degré 7, à étoffer les exigences relatives à d'autres notions et à exiger davantage de la part des élèves en ce qui concerne, toujours à partir du même exemple, l'utilisation des autres aspects de la division.

Une autre démarche incite l'enseignant à profiter de la diminution du nombre des notions pour réduire d'autant le temps consacré à la mathématique, temps qui, même s'il est fixé par un ordre de service, est très largement laissé à la libre appréciation de chaque enseignant.

Dans le premier cas, le sentiment de surcharge ne sera pas réduit alors que dans le second, l'on est en droit d'émettre quelques craintes pour la qualité de la formation mathématique des élèves. Autre cas encore, celui de l'enseignant qui, au-delà des normes et des instructions, s'en tient à son propre itinéraire pour le plus grand bien, mais parfois aussi au détriment, des élèves qui lui sont confiés.

Le temps des élèves n'est pas extensible à l'infini et toute option éducative implique des choix. Ces choix peuvent évoluer dans le temps. C'est ce qu'oublient souvent ceux qui pensent que l'école d'aujourd'hui est laxiste à l'excès et que les élèves n'y apprennent plus grand chose. En réalité, des notions tombent en désuétude ou font l'objet d'un apprentissage moins poussé parce que d'autres éléments de la formation, qui n'existaient pas ou qui n'étaient pas jugés utiles dans le passé, viennent prendre une place importante dans le cursus scolaire.

A propos de mathématique, les anciennes options relatives à l'école primaire tournaient autour des opérations arithmétiques, de la règle de trois, et de quelques notions de géométrie; de plus, on demandait principalement aux écoliers du début du siècle une activité de reproduction de schémas de pensée préétablis.

La réforme de l'enseignement donne à la mathématique une tout autre dimension en plaçant au premier plan l'aptitude à penser par soi-même, la recherche de stratégies de résolution de problèmes, la logique du raisonnement et l'autonomie de l'individu en présence d'une situation nouvelle.

Ce choix se justifie d'autant plus que le monde du travail voit très fortement diminuer le nombre des postes où le personnel n'est qu'un simple exécutant, tandis que l'on attend de plus en plus de l'employé ou de l'ouvrier une contribution intelligente et réfléchie à la réussite de l'entreprise. Il en découle que l'étude des notions mathématiques demeure importante, bien entendu, mais qu'elle se met au service du développement global de l'aptitude à mathématiser ou, plus globalement, de l'aptitude à penser par soi-même, à raisonner logiquement.

Le fundamentum

La rédaction d'un fundamentum apporte des précisions sur les éléments considérés comme les plus importants, ceux qui devraient être acquis par tous les élèves promus dans le degré suivant. Mais on se heurte ici à une ambiguïté liée au mode traditionnel d'attribution des notes scolaires. En effet, d'une part on postule que tous les élèves doivent maîtriser le fundamentum et que c'est ce fundamentum, et lui seul, qui doit faire l'objet des évaluations certificatives; d'autre part, dans le contexte scolaire actuel, on voit mal comment un enseignant pourrait attribuer la note maximale à tous ses élèves.

En soi, l'idée est intéressante. Pourquoi ne pas postuler que l'école élémentaire est chargée de faire acquérir un bagage déterminé à tous et que, sauf cas particulier de défaillance profonde, il est de son devoir de faire en sorte que tous les enfants y parviennent? Par conséquent, dans cette hypothèse, les évaluations devraient être réalisées de manière à correspondre à ce modèle, c'est-à-dire qu'il n'y aurait plus besoin d'une échelle de notes puisque, comme pour le permis de conduire, l'évaluation certificative devrait simplement attester que l'élève a acquis l'ensemble des éléments du programme.

Il ne s'agit pas là d'une utopie car cette manière de faire existe dans certains pays. Par exemple, le Danemark n'attribue pas de notes scolaires durant les sept premières années de la scolarité et l'information des parents sur les progrès de leur enfant s'effectue - au moins deux fois par année selon les instructions réglementaires - le plus souvent dans le cadre d'un entretien oral.

On voit néanmoins, dans le contexte suisse, combien serait grande la révolution: il faudrait admettre que l'école n'a plus le devoir de sélectionner et de désigner les meilleurs élèves, mais que son rôle consiste à faire en sorte que chaque écolier maîtrise les éléments de base de la formation. Et comme chaque enseignant et presque chaque parent ont leur petite idée sur ce que sont ou ce que devraient être ces éléments de base, nous sommes encore bien loin de parvenir à un consensus. De plus, si cette idée paraît réalisable à l'intérieur d'un ordre d'enseignement, elle soulève toute la question du passage au secondaire qui, dans nombre de cantons, attend de l'école primaire une première orientation des élèves.

Mais il y a plus. Si le document du GRAP énumère les notions à traiter, il ne précise pas - ce n'était certainement pas son rôle - le degré d'approfondissement ou d'extension de l'utilisation de ces notions. Prenons un exemple. En 6P, dans le chapitre réservé à la multiplication et à la division, nous trouvons trois indications:

1) *effectuer dans IN des multiplications et des divisions telles que:*

   347 x 284   2523 x 47   5638 : 29

2) *résoudre des problèmes multiplicatifs et divisifs*

3) *effectuer des opérations telles que:*

   0,72 x 3,17   21,45 : 31 (divisions avec diviseurs entiers)

Les points 1 et 3 sont très précis. On sait exactement jusqu'où il faut aller et surtout ce qui ne doit pas être dépassé. Mais la formation mathématique ne consiste pas seulement à former des gens qui pourront se passer d'une calculatrice. Et le point 2 laisse place, lui, à toutes les interprétations. Quel type de problèmes, à quel degré de complexité, en combien de temps? Le plan d'études ne le précise pas.

On peut donc penser que l'enseignant se déterminera par rapport à son expérience personnelle, aux normes implicites en vigueur dans son école, aux consignes de son directeur, aux manuels disponibles. Faudra-t-il donc engager un nouveau recyclage des maîtres, élaborer un document complémentaire qui précise les choses? Ou laisser à chaque enseignant la liberté de déterminer lui-même le degré d'approfondissement des notions les plus importantes pour la formation de l'esprit? Et dans ce dernier cas, qui donnera la garantie que le contrat a été rempli?

La différenciation

En matière d'enseignement, si les plans d'études et les manuels sont importants, on sait depuis longtemps que ce sont finalement les modalités d'évaluation qui déterminent réellement les pratiques scolaires. Depuis bien des années, le débat sur l'évaluation est engagé et des termes comme évaluation **normative, formative, certificative,** reviennent souvent dans le discours pédagogique sans que ceux qui les emploient mettent toujours les mêmes choses derrière les mêmes mots.

Pour la plupart des enseignants, l'évaluation doit ou devrait être formative, c'est-à-dire que toute évaluation devrait servir d'indicateur en vue de déterminer les activités d'apprentissage ultérieures. Mais le système éducatif, tel qu'il continue à fonctionner, rend cette conception bien illusoire dans la mesure où il est conçu sur l'idée centrale que des enfants du même âge (à quelque onze mois près cependant) doivent être soumis au même programme au même moment et selon le même rythme.

A cet égard, les tentatives louables de différenciation ou d'appui pédagogiques constituent des palliatifs qui resteront très limités tant que l'on n'admettra pas que des élèves différents puissent s'engager dans des parcours différents. Trop souvent, on entend parler d'éducation compensatoire, ou même de remédiation, ce qui implique que l'enfant est considéré comme un malade qui doit être guéri de son insuccès scolaire. La médecine a découvert les vertus de la prévention «santé»: à quand l'invention de la prévention «école»?

Dans de nombreux pays, ce diagnostic est posé depuis longtemps mais le passage à l'acte est sans cesse remis en question. Parfois les moyens manquent, parfois c'est la volonté politique qui fait défaut, parfois c'est l'opinion publique elle-même qui manque de la générosité nécessaire ou qui milite pour que les moyens disponibles soient réservés à une élite. Mais une partie du corps enseignant a également sa part de responsabilité, celle qui revendique la création de classes homogènes.

Les physiciens et les philosophes s'accordent aujourd'hui pour reconnaître que la principale qualité de l'univers réside dans la complexité. Rien n'est simple et toute simplification fait perdre une part de la réalité.

Rassembler une vingtaine d'élèves dans une même classe, c'est constituer un groupe qui, quels que soient les moyens utilisés pour la sélection, sera de toute manière un groupe hétérogène. Mieux vaut une fois pour toutes accepter cet état de fait et admettre que le métier de l'enseignant consiste précisément à prendre en compte cette hétérogénéité des élèves. Il faut admettre que chacun d'eux, selon sa spécificité propre, a droit, ou plutôt devrait avoir droit, car l'idéal ne peut être qu'un but dont on cherche à se rapprocher sans l'atteindre jamais, à une progression scolaire harmonieuse, et faire en sorte que les modalités d'enseignement et d'apprentissage autorisent et facilitent cette différenciation.

Les objectifs essentiels de l'enseignement de la mathématique

A quoi sert la mathématique? L'homme a besoin, quel que soit le niveau intellectuel exigé par la tâche à laquelle il s'astreint, de toute une série d'aptitudes mathématiques. Non seulement il doit avoir la capacité mais encore l'idée de classer, trier, sélectionner; de coder, décoder, interpréter des signaux, des informations données sous formes diverses; d'estimer des grandeurs, de représenter des situations variées; de mettre en relation des données, des phénomènes; de faire un plan, d'inventorier les possibles, d'approfondir progressivement une investigation, etc.

Cette liste, non exhaustive, recouvre en fait un grand nombre d'activités - accomplies sous forme souvent inconsciente et diffuse - de notre vie de tous les jours.

A l'école primaire, le but de l'enseignement de la mathématique est donc de rendre possible la prise de conscience et l'organisation de ces activités. Plus généralement cet enseignement se doit de former des esprits capables de poser clairement les problèmes, de rechercher activement des modèles pour les résoudre, de faire l'inventaire des solutions possibles, d'en juger la validité et d'agir en connaissance de cause. Il s'agit là de garantir à l'intelligence sa fonction propre qui est de permettre à tout individu d'appréhender des situations nouvelles et de s'adapter à des conditions imprévues.

C'est ce que résume le plan d'études romand dans les termes suivants:

L'enseignement de la mathématique doit:

— *éveiller l'intérêt pour des activités mathématiques*

— *participer au développement de diverses capacités intellectuelles: raisonnement logique, capacité de situer, de classer, d'ordonner, capacité de représenter une situation*

— *permettre l'exploration de notions, de propriétés, de relations et de structures dans le domaine des nombres, de la géométrie et de la mesure*

— *développer la curiosité, l'envie de comprendre et de penser par soi-même, la confiance en ses possibilités, c'est-à-dire les attitudes nécessaires pour aborder, comprendre et résoudre des situations problématiques les plus diverses*

— *favoriser la communication par l'utilisation raisonnée d'éléments du langage mathématique (graphique, schéma, symbole)*

— *développer et entretenir quelques techniques relevant du domaine mathématique.*

Reconnaissons que, dans le contexte actuel, le risque est grand de se cantonner au dernier point de cette énumération. L'enseignement de la mathématique doit donc, tout en dispensant des outils et des méthodes de travail, initier, par la réflexion et la recherche personnelles, à une pensée rationnelle.

Les travaux conduits par le Groupe romand d'ajustement des programmes de mathématique (*) permettent d'éclaircir et de préciser ce que signifie «penser par soi-même».

Les auteurs distinguent également deux types d'objectifs. Les uns sont d'ordre notionnel, les autres, que nous qualifierons d'objectifs généraux et qui se retrouvent dans toutes les activités mathématiques, sont les suivants:

Démarrer, vouloir comprendre

Se poser des questions
Représenter la situation, faire un croquis
Essayer
Accepter une situation nouvelle

Explorer

Focaliser son attention
Comparer (s'apercevoir de différences, de ressemblances,...)
Tenir compte des consignes
Noter des observations, les coder

Traiter des informations

Les chercher, les amasser, les organiser
Repérer celles qui sont pertinentes
Voir qu'il en manque
Changer de codage, les réorganiser

Induire

Observer, poser des hypothèses, déduire, vérifier
Exprimer le résultat de l'induction

Imaginer

Trouver des cas possibles
Inventer un procédé
Voir un prolongement

(*) L'ajustement des programmes expérimentaux de mathématique en Suisse romande, IRDP 87.4013.

Modifier pour permettre la résolution

Fermer une question ouverte
Morceler la difficulté
Examiner un cas particulier
Prendre un cas plus simple

Utiliser ses connaissances

Reconnaître l'analogie avec un problème déjà vu
Exploiter un modèle mathématique
Appliquer un procédé connu
Particulariser un résultat général

Vouloir se convaincre ou convaincre autrui

Communiquer un résultat
Expliquer sa démarche (rédiger, faire un schéma exposer)
Raisonner
Organiser une déduction

A cette liste déjà fort complète, nous souhaiterions ajouter les éléments suivants.

Déterminer un but

Se fixer un objectif, s'y tenir
Diviser la tâche en plusieurs sous-objectifs

Choisir sa démarche

Mobiliser ses connaissances antérieures et choisir celles qui sont susceptibles de s'appliquer à la situation

Assumer son choix, en tirer des conséquences et être capable de le remettre en question en cas d'impasse

Etre capable de vérification

Justifier sa démarche
Trouver une preuve
Envisager une généralisation et en déterminer le domaine d'application

Par la force des choses, un plan d'études consiste obligatoirement en une énumération de notions, présentées de manière linéaire. Une lecture au premier degré pourrait laisser croire que les différentes rubriques doivent être traitées de manière séquentielle.

Autrefois, il n'était pas rare d'entendre une institutrice déclarer, en décembre: — *J'ai fini l'addition; dès janvier, j'attaque la soustraction!* Mais l'on sait bien que la même enseignante, quelques mois plus tard, avait tendance à s'étonner parce qu'une partie de ses élèves, avec qui elle avait travaillé la soustraction à haute dose pendant plusieurs semaines, commettait des erreurs inattendues lorsqu'on revenait à l'addition.

Ces choses-là sont aujourd'hui bien connues. L'apprentissage de la mathématique ne réside pas dans l'acquisition successive d'algorithmes et de règles. La maîtrise d'une notion ne consiste pas seulement en ce qu'elle est, mais aussi en ce qu'elle n'est pas, et son champ d'application sera d'autant mieux déterminé que l'enfant saura l'inscrire dans un contexte plus large et l'opposer à d'autres notions voisines. Par conséquent, rien ne prouve que l'apprentissage ou l'enseignement puisse se suffire d'une voie linéaire.

C'est bien au contraire de la confrontation de différentes notions dans une situation complexe que ces mêmes notions prendront peu à peu leur place exacte dans le puzzle de la connaissance. Dans la recherche de la solution d'un problème quelconque, quel que soit le niveau que l'on considère, on constate généralement que plusieurs notions interviennent simultanément et que leurs interférences sont multiples et souvent complexes.

Croire que la mathématique est une discipline où les notions se développent l'une après l'autre et où les résultats acquis servent de fondement à la notion suivantes, et faire reposer tout enseignement sur des programmes notionnels, linéaires, prééablis et rigides, c'est donc commettre un abus manifeste.

Abus résultant de la confusion de plusieurs plans définis, d'une part, par l'évolution historique des découvertes (c'est-à-dire des connaissances), l'organisation extra-temporelle de ces connaissances et la description linéaire de cette organisation et, d'autre part, par l'acquisition individuelle chronologique des connaissances et la prise de conscience de leur organisation.

Abus qui, s'il comporte évidemment un énorme avantage quant à la simplicité de réalisation et au contrôle du système d'enseignement, a pour conséquence immédiate de négliger systématiquement l'activité si importante de mathématisation, le maître étant constamment tenté de rester dans le domaine des problèmes répertoriés dont il connaît les tenants et les aboutissants.

Abus qui, encore, engendre la lassitude par le trop grand nombre d'étapes nécessaires pour parvenir aux dernières connaissances et qui ignore les différences de rythme et les voies propres à chaque individu.

S'il n'est pas question de faire disparaître les connaissances et les automatismes indispensables, il faut être conscient que le contenu de l'enseignement d'aujourd'hui ne saurait se définir uniquement par une table des matières mais également par un système d'objectifs reflétant la préoccupation centrale qui est d'amener l'élève à penser par lui-même.

Il devient donc essentiel, à chaque niveau scolaire, de se rappeler le but de l'enseignement de la mathématique puis de préciser les objectifs particuliers à ce niveau et de se donner les outils et les méthodes pour y parvenir. Un programme d'études consiste non seulement en un inventaire de notions, d'outils ou de tâches techniques, mais également en un certain nombre d'objectifs comportementaux et de savoir-faire, voire même d'attitudes, le tout n'étant pas tant destiné à être suivi à la lettre qu'à imprimer un style à l'enseignement.

Il ne faut pas oublier non plus que, de façon générale, les manuels et les guides méthodologiques ont une tendance difficilement contournable à accentuer le découpage en notions successives, perpétuant ainsi l'idée que l'école doit essentiellement contribuer à l'acquisition de connaissances. Cette difficulté se retrouve dans le plan d'études: si l'on n'y prend garde, le risque n'est pas négligeable d'accorder moins d'importance aux pages qui précisent les buts généraux de chaque discipline qu'à l'énumération des notions à traiter.

Tout l'art de l'enseignant réside dans le fait d'amener ses élèves à une maîtrise appropriée des objectifs généraux, ceux qui conduisent vers l'aptitude à penser par soi-même, à résoudre des problèmes, à mathématiser, en utilisant pour cela les domaines de formation énumérés par le plan d'études et en faisant acquérir au passage les algorithmes et les notions demandés par la société, sans que la nécessité admise de ces acquisitions n'occulte ou ne contrarie le projet essentiel de formation à la mathématisation.

Les pièges de l'évaluation

Si la présentation, sous forme de fundamentum, des notions à enseigner constitue une tentative de clarification du contrat intéressante, son exploitation optimale dépendra, dans une proportion non négligeable, du type d'évaluation qui l'accompagnera. Dans les discussions au sujet du «GRAP», deux assertions susceptibles de poser problème peuvent être relevées:

a) «On n'évaluera que ce qui est dans le fundamentum».

b) «On n'évaluera que ce qui a été enseigné».

La première de ces assertions est légitime. Puisqu'il y a contrat, il est normal que l'évaluation serve à la vérification du respect du contrat. Mais... le cerveau d'un être humain n'a guère de ressemblance avec un appareil ménager que l'on acquiert avec une garantie de fonctionnement.

Nous avons déjà montré plus haut la difficulté qu'il peut y avoir dans l'interprétation des diverses rubriques du fundamentum. En admettant que cette difficulté soit levée, le problème n'en est pas résolu pour autant. Rappelons brièvement qu'à l'école primaire, l'évaluation des élèves poursuit un double but. D'une part, elle vise à estimer la progression de l'enfant et à orienter l'enseignant dans le choix des activités d'apprentissage: c'est un rôle de l'évaluation **formative**. D'autre part, elle a pour objet de vérifier, dans le contexte scolaire actuel, si l'élève dispose de connaissances suffisantes pour être promu dans le degré supérieur: c'est l'évaluation **certificative**. Ces deux formes d'évaluation servent aussi à l'information des parents.

La limitation des domaines évalués au contenu du fundamentum ne concerne que l'évaluation certificative. Faut-il ne s'autoriser à ne poser que les questions accessibles à tous, au risque de sous-alimenter intellectuellement les enfants et de réduire l'enseignement à un bagage minimum étroit? Ne vaut-il pas mieux laisser à l'enseignant la liberté de dépasser ce cadre, quitte à admettre que tous les élèves ne doivent pas obligatoirement trouver réponse à toutes les questions posées.

Pour que l'école soit intéressante et profitable, il faut que chaque élève rencontre des situations motivantes, riches de significations, qui lui demandent de fournir un effort important de réflexion, effort qui doit être couronné par un sentiment de réussite. L'évaluation fait partie intégrante du processus qui englobe la définition des objectifs collectifs et individuels, la conduite des stratégies d'enseignement et celle des stratégies d'apprentissage individuel. Il est probable que, du fait que les niveaux d'exigence ne sont précisés que sur des points spécifiques, comme l'ordre de grandeur des nombres pour les opérations arithmétiques, le corps enseignant continuera à interpréter le plan d'études en fonction d'autres critères. Le problème de l'évaluation des compétences et des aptitudes n'en sera pas résolu pour autant et demeurera le risque bien connu qui réside dans la limitation de l'évaluation non pas aux questions essentielles pour le développement de l'enfant mais à celles qui se formulent aisément dans un travail de «contrôle».

La seconde assertion mérite une attention encore plus grande. Elle contient en effet le risque majeur de laisser entendre que l'action éducative est constituée de modules qui s'enseignent et s'évaluent successivement. En mathématique notamment, mais dans nombre d'autres disciplines aussi, l'objectif principal de l'enseignement vise la capacité de résoudre des problèmes nouveaux en mobilisant tout son potentiel intellectuel, et non pas celle de retrouver dans sa mémoire comment on a résolu un problème similaire dans les jours ou dans les mois précédents. On comprend bien le sens de cette affirmation. Elle sous-entend que, pour éviter de défavoriser certains élèves, toute connaissance évaluée doit avoir préalablement fait l'objet d'un enseignement. Cependant, prise au pied de la lettre, elle menace d'aller à l'encontre du but visé et de pénaliser précisément ceux qui, hors de l'école, ne disposent pas d'un large potentiel de stimulation.

Il paraît logique et normal de ne tester que les notions qui ont été présentées et travaillées en classe, mais il ne faudrait pas en déduire qu'une bonne évaluation doivent se cantonner à demander aux enfants de reproduire ce qui été fait auparavant et cela seulement: cela constituerait un appauvrissement catastrophique et viendrait contrecarrer tout l'effort de rénovation de l'enseignement des vingt dernières années.

L'apprentissage

En mathématique, plus encore que dans tout autre domaine, l'apprentissage est l'affaire du sujet qui apprend. Si l'enseignant se borne à apporter de l'information et à faire répéter la notion enseignée, l'apprentissage sera peut-être momentanément spectaculaire et rapide, mais il risque fort d'être fugace et la notion en question ne sera probablement plus disponible après quelques jours ou quelques semaines de latence. De plus, l'apprentissage ne saurait se cantonner à l'acquisition de notions spécifiques.

Par exemple, à lui tout seul, l'apprentissage de la technique de la division ne sert strictement à rien; une calculette donne le résultat plus vite et avec moins de risques d'erreur. Mais ce qui importe, c'est de savoir où et quand utiliser la division, en connaître les domaines d'exploitation, savoir estimer des ordres de grandeurs, être capable de vérifier la plausibilité d'un résultat, c'est en d'autres termes disposer du concept de division et de la technique de cette opération comme des instruments au service de la pensée.

Enseigner la mathématique, c'est donc contribuer à placer l'élève dans les conditions qui lui permettront d'effectuer ses propres apprentissages. C'est aussi accorder une grande importance à l'ancrage des notions faisant l'objet de l'enseignement dans les connaissances déjà assimilées par l'enfant. En effet, tout apprentissage implique que la notion nouvelle vienne s'insérer harmonieusement dans le réseau des connaissances antérieures, se combiner avec d'autres notions pour former une structure d'ensemble susceptible, ultérieurement, d'être mobilisée à bon escient face à un problème.

C'est enfin contribuer au développement de facultés qui permettront à l'enfant puis à l'adolescent de comprendre le monde qui l'entoure, d'appliquer judicieusement un certain nombre de démarches, d'établir des relations entre les objets, les faits, les événements, en un mot de **penser par soi-même**.

Pour les classes de 5^e et 6^e années, un problème de la finale 1990 du championnat international de France des jeux mathématiques et logiques (catégorie C2, coefficient 1):

NOMBRES CROISÉS

	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				

Verticalement

A. multiple de 6
B. multiple de 7
C. multiple de 8
D. multiple de 9

Horizontalement

1. puissance de 5
2. puissance de 4
3. puissance de 3
4. puissance de 2

Mathématique: Le GRAP allégé

par Danielle Berney, méthodologue, SRP - Genève

En Suisse romande, les responsables scolaires ont confié à un Groupe romand pour l'allégement des programmes (GRAP) la mission de réécriture du plan d'études en vigueur afin d'en faciliter la lecture par le corps enseignant. A Genève, pour des raisons inhérentes au canton, une version dite «allégée» de ce plan d'études a été élaborée à la demande de la direction de l'enseignement primaire. Cet article en précise les contours.

I. Le projet d'enseignement de la mathématique est-il modifié par les allégements?

Les buts généraux de l'enseignement de la mathématique énoncés par le GRAP:

— *éveiller l'intérêt pour des activités mathématiques;*

— *participer au développement de diverses capacités intellectuelles: raisonnement logique, capacité de situer, de classer, d'ordonner, capacité de se représenter une situation;*

— *permettre l'exploration de notions, de propriétés, de relations et de structures dans le domaine des nombres, de la géométrie et de la mesure;*

— *développer la curiosité, l'envie de comprendre et de penser par soi-même, la confiance en ses possibilités, c'est-à-dire les attitudes nécessaires pour aborder, comprendre et résoudre des situations problématiques les plus diverses;*

— *favoriser la communication par l'utilisation raisonnée d'éléments du langage mathématique (graphique, schéma, symbole);*

— *développer et entretenir quelques techniques relevant du domaine mathématique;*

témoignent du même projet éducatif que ceux qui étaient formulés au début de la réforme de la mathématique (Plan d'études de 1972):

— *favoriser une bonne structure mentale, c'est-à-dire développer le raisonnement logique, la capacité de situer, de classer, d'ordonner, celle aussi de comprendre et de représenter une situation;*

— *donner une bonne connaissance intuitive des notions fondamentales: les ensembles, les relations, les structures;*

— *procurer un outil intellectuel utilisable dans les situations les plus diverses de la vie courante;*

— *développer les pouvoirs d'adaptation et d'invention.*

Il s'agit bien de donner aux élèves la possibilité de construire leurs connaissances, de faire fonctionner leur pensée. Dans «Les chemins de traverse de la mathématique» (oct. 82 p. 33), Ninon GUIGNARD esquisse un modèle d'apprentissage en rapport avec le fonctionnement de l'esprit.

«Dans l'état actuel de nos connaissances et de la recherche scientifique, le développement mental semble plutôt correspondre à une construction complexe qui a son fondement dans l'action du sujet. La connaissance ne résulte pas d'un simple cumul de notions qui s'ajoutent les unes sur les autres mais d'une élaboration constante qui fait que chaque nouvel objet de connaissance, incorporé, transforme et restructure les concepts préexistants.»

II. Quels allégements pour garder intact l'esprit de la réforme?

Le plan d'études romand, fourni en 1972 pour les degrés 1 à 4 et en 1979 pour les degrés 5 et 6, a été élaboré par des mathématiciens, des pédagogues, des enseignants et des représentants des autorités scolaires, dans un souci de cohérence des apprentissages, en s'appuyant sur la théorie opératoire, constructiviste et interactionniste de Jean PIAGET, et en prenant en compte la nécessité d'un programme cyclique.

C'est donc un édifice pensé, construit, équilibré, structuré.

Les concepteurs du GRAP, eux, se sont attachés à réaliser une nouvelle présentation des programmes et à *«mettre en évidence les principaux objectifs d'apprentissage, c'est-à-dire les acquisitions essentielles à assurer au cours des six premières années de l'école.»* (GRAP, introduction générale, 1989)

Dans le souci de sauvegarder une stabilité, une cohérence au programme de mathématique et pour privilégier dans l'enseignement de cette discipline une construction des notions par des éclairages variés, un apprentissage par conflits, une certaine initiation à la recherche, la commission mandatée par la DEP (*) a choisi d'alléger quelques objectifs de maîtrise (fundamentum) sans pour autant laisser disparaître du programme les phases d'approche et de construction de ces notions (sensibilisation).

Vrais allégements au demeurant, tant il est vrai que la maîtrise d'outils et de notions exige temps et exercices supplémentaires.

Voici quelques allégements significatifs:

— Niveau de maîtrise des opérations

— Utilisation des puissances comme opération

— Maîtrise des nombres négatifs

— Maîtrise des approximations de résultats (multiplications et divisions)

— Maîtrise de résolution de problèmes de proportionnalité

— Maîtrise de l'estimation du volume d'un solide

(*) Cette commission était composée de Mmes DUBOUX et SCHAERER, enseignantes, Mme BERNEY, méthodologue au SRP, M. SCHENKEL, inspecteur.

— Maîtrise des constructions de figures par symétrie ou translation

— Suppression de l'étude des codes fractionnaires (déjà effective depuis 1978)

— Suppression, dans les transformations géométriques, de la rotation.

III. Quels apprentissages pour quelle mathématique?

La mathématique doit être vue sous deux angles: elle est activité, instrument d'appréhension du réel, méthode de pensée et d'action; elle est aussi ensemble de notions et d'outils créés par et pour cette activité.

Les notions et outils, qui prennent tout leur sens dans l'activité mathématique, sont peu nombreux à l'école primaire, mais ils nécessitent, pour leur apprentissage, des approches, des expériences diverses.

Les travaux d'allégement ont pour objet de permettre aux enfants de mieux assimiler la matière qui leur est proposée, en particulier en déplaçant les termes de la maîtrise, en laissant de plus longs délais de réflexion et de travail sur le contenu du programme, et aussi de permettre au corps enseignant de moins sentir le poids de l'évaluation, parce que davantage de temps pourra être consacré à la préparation des élèves, à la construction des notions.

Ce qui pourrait n'être considéré que comme une simple réécriture du plan d'études est ainsi, en réalité, un changement beaucoup plus fondamental, parce qu'il touche à la conception du travail scolaire, qui se veut plus construction patiente et diversifiée qu'accumulation hâtive et linéaire.

> **«Ce qui compte, c'est premièrement la préparation logique, la formation qualitative des notions; ne pas insister trop vite sur le quantitatif qui sera une synthèse finale, mais qui doit être préparé.»**
>
> Jean PIAGET «Initiation au calcul» (Ed. Bourrelier)

Pour les classes de niveau 7, une énigme imaginée par Gérard Vinrich, parue dans *Le jeune archimède,* n° 2:

BORNES

Eric roule à vitesse constante:

— Il croise d'abord une borne kilométrique portant deux chiffres.
— Une heure plus tard, il croise une borne comportant les mêmes chiffres, mais inversés.
— Une heure plus tard enfin, il croise une troisième borne comportant les mêmes chiffres séparés par un zéro.

A quelle vitesse roule Eric?

Avec des plots: une activité de construction pour observer les enfants de 5-6 ans

par Corinne Nicod, collaboratrice au SRP - Genève

Dans le cadre d'une vaste recherche concernant le fonctionnement des classes qui, à Genève, appartiennent à la «division élémentaire» et accueillent les enfants de 4 à 8 ans environ, diverses modalités d'observation des pratiques scolaires et des démarches des enfants ont été mises en oeuvre. Dans cet article, l'une d'entre elles, conduite en fin de deuxième année enfantine, c'est-à-dire quelques mois avant que les enfants entrent dans la scolarité obligatoire, fait l'objet d'une présentation.

A l'école enfantine, l'idée même d'évaluation n'a pas bonne presse. Pourtant, les enfants qui fréquentent les classes préscolaires apprennent beaucoup de choses et la réussite de la scolarité obligatoire dépend en partie de ces premiers apprentissages. Il paraît donc légitime, dans un but de prévention de l'échec scolaire, de tenter de savoir ce dont l'enfant est capable.

Dans l'intention d'observer des élèves de 2E, nous avons conçu une activité de construction de château en plots afin de pouvoir nous faire une idée de sa compréhension de quelques mots de vocabulaire liés à l'espace ainsi que de sa capacité de reproduire une construction.

En référence au document en usage dans les classes (*), il s'agissait de vérifier:

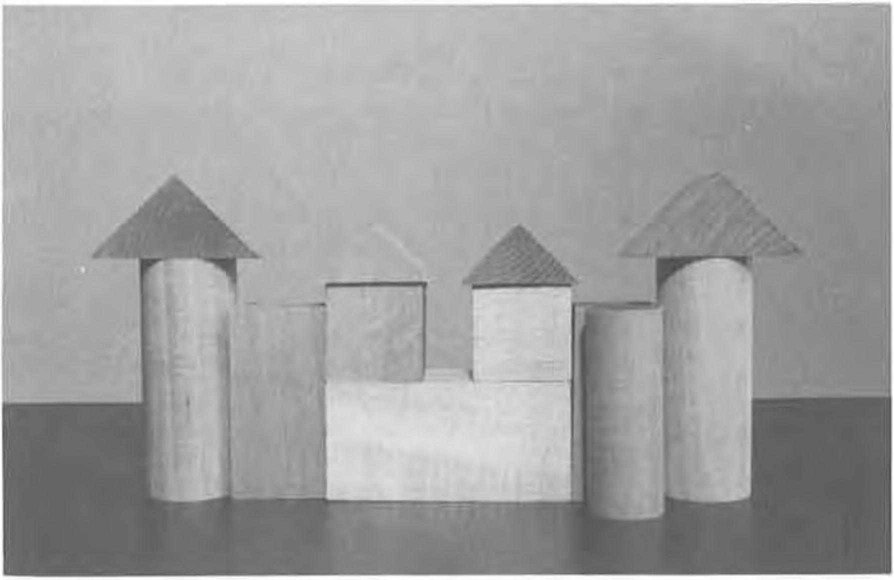
— le vocabulaire de position (dessus, dessous, à côté, entre, devant, derrière, gauche, droite);
— le dénombrement;
— la construction d'après modèle et la transposition de 2 en 3 dimensions;
— la correspondance terme à terme.

Le matériel retenu fait partie de l'équipement des classes et permet une manipulation agréable pour des enfants de cet âge. Ce matériel se compose de plots en bois brut dont nous avons extrait 2 séries de 15 plots.

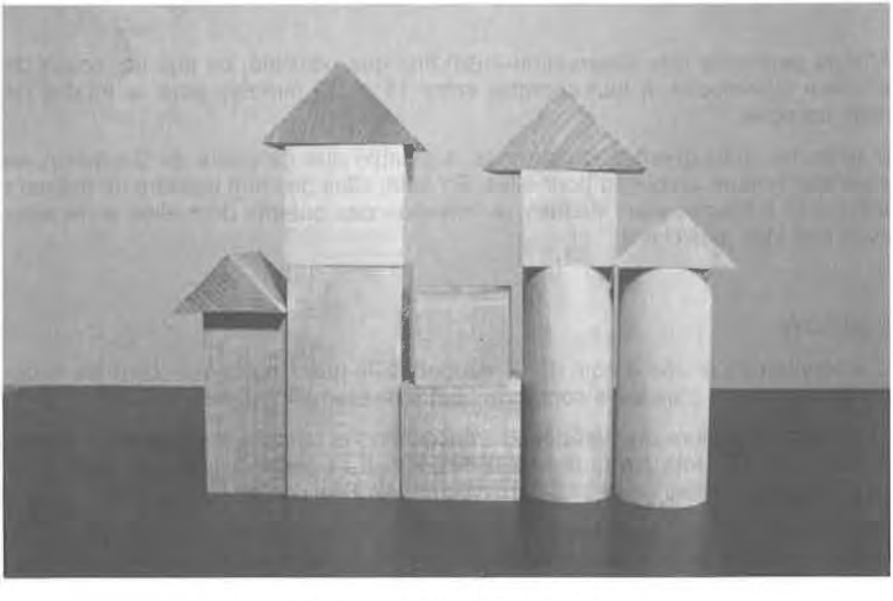
— 2 grands cylindres (ronds)
— 2 petits cylindres
— 2 grands cubes (carrés)
— 2 petits cubes
— 1 grand parallélépipède rectangle (rectangle)
— 2 petits parallélépipèdes rectangles
— 2 grands prismes triangulaires (triangles)
— 2 petits prismes triangulaires

Nous avons encore utilisé un écran ainsi que les trois photos modèles reproduites ci-après.

* Groupe mathématique du SRP, «Approcher la mathématique à 5 ans», N° 26.



1. Modèle «plots» (pour l'examinateur).



2. Modèle «photo» (pour l'enfant).

3. Modèle pour l'examinateur (dicté derrière l'écran).

Afin de permettre une observation aussi fine que possible, ce test est passé de manière individuelle. Il faut compter entre 15 et 30 minutes pour la totalité de cette épreuve.

D'après les enseignantes concernées, il semble que ce genre de passation ne pose pas trop de problème pour elles. En effet, elles peuvent prendre un moment entre 8 et 9 heures pour «tester» le «niveau» des enfants dont elles aimeraient avoir une idée plus claire.

L'épreuve

L'observateur s'assied à côté de l'enfant et veille que celui-ci voie bien les constructions de face. L'épreuve comporte quatre phases principales:

1) Manipulation libre du matériel puis description et comptage des plots. Ensuite, choix de 12 plots parmi les 15 à disposition et construction libre avec pour consigne: «*Construis un château avec les 12 plots choisis*».
2) L'observateur construit un château avec les mêmes plots que ceux dont l'enfant dispose, puis il demande à l'enfant de copier sa construction avec ses propres plots (photo 1). C'est au cours de cette phase que le vocabulaire de position est contrôlé.

3) L'observateur donne à l'enfant la photo 2 qui représente un château avec 12 des 15 plots dont l'enfant dispose et lui demande de faire le même château. Puis il y a comparaison (plot à plot).

4) L'observateur cache avec un écran ses plots et dit à l'enfant qu'il va devoir construire un château (plot après plot) en suivant ses consignes orales et sans pouvoir regarder le modèle (photo 3). Avant d'enlever l'écran pour pouvoir comparer les deux constructions (enfant-observateur), l'observateur demande à l'enfant de lui décrire les plots non utilisés (3 plots). L'observateur montre alors ses trois plots restants et questionne l'enfant pour savoir s'il pense que les deux châteaux comportent les mêmes plots. L'écran est enlevé et il y a comparaison entre les deux constructions.

   C'est alors à l'enfant de construire un château avec 6 plots, derrière l'écran, en donnant des consignes suffisamment précises pour permettre à l'observateur de construire le même château que lui (plot après plot). On enlève l'écran et il y a discussion et comparaison.

Voici, plus en détail, le déroulement de chaque phase:

PHASE 1:

Consigne: *«Voici des plots, dis-moi et montre-moi les formes que tu connais».*

Les quatre premières désignations concernent les quatre «formes» principales: carré, rond, triangle et rectangle.

Observations:

1) Les enfants de 5 ans connaissent tous la forme «carrée» et quelques-uns ont même prononcé le mot «cube». Cet item est réussi à 100%.

2) Les enfants connaissent presque tous la forme «rond». Cet item est réussi à 89%. Certains ont dit «rouleau» ce qui est considéré comme correct pour le «cylindre».

3) La forme «triangle» est également bien connue. Comme le précédent cet item est réussi à 89%. Un certain nombre d'enfants donnent le mot «toit» qui, dans le contexte, peut être considéré comme correct.

4) Le terme «rectangle» semble moins connu. Certaines enseignantes ont dit avoir peu utilisé ce terme. Le niveau de réussite est de 53%.

   Parmi les erreurs relevées, la confusion entre l'utilisation des mots «triangle» et «rectangle» est fréquente. Quelques enfants ont utilisé le mot «bâton», d'autres ont donné comme définition du rectangle «carré long».

   En général, on peut considérer qu'un élève, en fin de 2E, sait reconnaître les trois formes principales.

5) Presque tous les enfants différencient les grands des petits plots. Certains enfants ont introduit le mot «moyen», les différences de grandeurs entre les plots de même forme ne sont en effet pas identiques. La différence de gran-

deur entre les deux «triangles» n'est pas la même que la différence de grandeur entre les deux «rectangles». Mais ce facteur n'a pas vraiment perturbé les enfants puisque la réussite atteint 96%.

6) La question suivante concerne le comptage des plots (jusqu'à 15). Voici la consigne: «*Combien y a-t-il de plots?*»

   L'enfant a la possibilité de les manipuler et de pouvoir les compter à haute voix ou mentalement. Le taux de réussite est de 76%.

   Il est intéressant de constater qu'une partie des enfants de cet âge ne maîtrisent pas encore la suite numérique, la «comptine», au-delà de 10 ainsi que la correspondance terme à terme (énumération des nombres en liaison avec la succession des objets). Souvent les erreurs sont dues au fait qu'un plot est compté deux fois car les plots restent en tas; il arrive aussi que l'enfant articule très vite un nombre qui peut sembler vraisemblable mais qui n'est qu'une approximation sans vérification (par manipulation).

   Il est à relever que les enfants qui «comptent» mentalement, sans toucher les plots ne sont pas vraiment les enfants qui se trompent puisque souvent ceux qui ont des difficultés ne se mettent pas en position de pouvoir faire une bonne correspondance terme à terme (en rangeant les plots par exemple). La plupart de enfants paraissent posséder une bonne appréciation visuelle globale du nombre; cependant, quelques-uns semblent non seulement avoir de la peine à se repérer visuellement mais encore présenter des difficultés dans l'organisation de l'activité.

PHASE 2

Consigne: «*Choisis 12 plots. Construis un château avec ces douze plots*».

1) L'enfant peut choisir les plots qu'il veut pourvu qu'il y en ait 12 et que ceux-ci soient tous utilisés. Taux de réussite: 94%.

   Quelques enfants ont eu de la peine à compter 12 plots et à les utiliser tous pour leur construction (qui s'avère trop haute et risque de s'écrouler par exemple). Dans cette étape, on évalue le choix des 12 plots ainsi que la construction finale. Il n'y a pas de château «juste ou faux», cependant l'enfant doit justifier son «arrangement».

2) L'observateur construit un château (d'après la photo 1) et demande à l'enfant d'en copier la construction, avec pour consigne: «*Construis le même château que moi*».

   54% des enfants ont réussi sans erreur, 35% ont fait une ou deux erreurs de copie. Ces erreurs sont de 2 types:

   a) Utilisation des triangles sans tenir compte de la grandeur ou de la position (de biais).

   b) Construction en miroir (gauche-droite inversées).

Ces erreurs concernent des notions différentes puisqu'une inversion de grandeur n'est pas de même catégorie qu'une confusion de forme ou de position.

3) — *Quel est le plot qui se trouve dessus le grand rond?*

— *Quel est le plot qui se trouve dessous le petit triangle?*

89% des enfants connaissent la position «dessus» et «dessous».

4) — *Quel plot y a-t-il devant le petit rectangle?*

— *Quel plot y a-t-il derrière le petit rond?*

Le mot «devant» est utilisé par 72% des enfants alors que le mot «derrière» est utilisé par 89% des élèves. Ces deux termes sont pourtant abordés simultanément et travaillés ensemble. Cette différence semble être due au fait que dans le cadre de ce test, il s'agissait des deux mêmes plots utilisés pour des positions différentes (cf. photo 1). Si l'enfant se trompe lors de la première question (Quel plot y a-t-il devant le petit rectangle?), il a moins de chance de répondre faux à la question suivante (Quel plot y a-t-il derrière le petit rond?). L'usage du vocabulaire décrivant ces deux positions pourrait être vérifié lors d'une autre activité (en salle de jeu par exemple).

On peut également émettre l'hypothèse que cette meilleure utilisation du terme «derrière» pourrait provenir de la plus grande fréquence d'utilisation de celui-ci dans le langage quotidien de l'enseignante.

5) — *Quel est le plot qui se trouve entre le grand rectangle couché et le grand rond?*

La notion «entre» pose des difficultés jusqu'en 2e primaire (et même après!). Taux de réussite: 65%. Pour déterminer «entre», il s'agit de mettre en relations trois objets (en même temps à côté de x et y), ce qui explique probablement le moins bon score constaté pour cet item.

PHASE 3

1) Il s'agit pour l'enfant de copier un modèle de château construit avec 12 plots et présenté sur une photographie.

32% des enfants ont réussi cet item sans erreur. 46% des enfants ont réussi à le copier avec une ou deux erreurs. Les principale erreurs proviennent de la confusion entre les grands et les petits plots (triangles ou carrés). Il faut tenir compte de plusieurs critères à la fois, et souvent l'enfant respecte la forme et la position mais ne tient pas compte de la grandeur.

Dans cette étape, la difficulté supplémentaire du passage de deux en trois dimensions ressort dans le faible pourcentage de réussite. L'enfant doit également tenir compte de la différence de grandeurs des plots qu'il a sous les yeux avec ceux qui sont photographiés (et qui semblent plus petits).

2) Les termes gauche-droite sont vérifiés à ce moment-là.

59% des enfants les utilisent correctement, les autres incorrectement (ce qui explique en partie le fait que les enfants de cet âge écrivent ou copient en miroir). En principe, cette distinction se mettra en place l'année suivante en fonction du développement de la latéralisation. Elle sera travaillée en mathématique et dans les exercices de préparation à la lecture.

PHASE 4

1) L'observateur met un écran pour cacher sa propre construction et demande à l'enfant de construire le même château que lui en respectant ses consignes. Il s'assure que l'enfant a bien compris le sens de la construction (de gauche à droite) et la «dicte» plot après plot. Voici les ordres verbaux: «*Pose un grand carré. Sur ce grand carré, mets un petit carré. Sur le petit carré, pose un petit rond debout. Sur le petit rond, mets un petit triangle. A côté du grand carré, mets un grand rectangle couché. Derrière le grand rectangle, pose un grand rond debout ...*» *etc.*

32% des enfants réussissent la construction sans erreur.

Si l'on voulait comparer les enfants sans problèmes avec les enfants ayant des difficultés (ce qui a été fait dans le cadre de la recherche), on constate que les taux de réussite ont en général un écart peu significatif. Or, dans cette phase, il est intéressant de remarquer qu'il y a une différence sensible de réussite entre les deux catégories d'enfants. Le travail des consignes, commencé en 1E et se poursuivant jusque dans les grands degrés, prend toute son importance, et sa justification est d'autant plus grande face à des enfants ayant des difficultés. Ces enfants-là demandent d'ailleurs beaucoup d'attention car leur non-réussite face à un travail peut provenir aussi bien d'une mauvaise compréhension de la tâche à exécuter que d'un manque d'écoute ou de concentration. On peut également émettre l'hypothèse que l'erreur à cet item pourrait provenir d'une méconnaissance ou d'un mauvais emploi du vocabulaire de position.

Notons encore que 43% d'enfants réussissent cet item si l'on accepte une réussite partielle (avec une ou deux erreurs de copie).

2) C'est au tour de l'enfant de donner ses ordres, derrière l'écran, pour que l'observateur puisse construire le même château que lui, avec pour consigne «*Construis un château avec 6 plots, en me donnant des ordres car je ne dois pas voir ce que tu fais.*»

24% des enfants donnent des consignes précises et 81% réutilisent le vocabulaire de position de façon correcte. C'est une épreuve difficile car l'enfant doit tenir compte de plusieurs critères à la fois (la grandeur, la forme, la position ainsi que le nombre de plots à utiliser (6), ce qui peut expliquer le faible taux de réussite. Cette étape exige qu'il y ait apprentissage en cours de passation du test et la mobilisation d'acquis antérieurs.

Constatations en forme de conclusions

Le but de cette activité était de fournir un instrument d'observation à l'usage des enseignants qui permette de mettre en évidence certaines aptitudes d'élèves de 2E en ce qui concerne l'utilisation et la mise en action d'un vocabulaire de position. On peut constater, sous toutes réserves, que ce but a été rempli.

Malgré sa longueur (30 minutes pour les plus lents), l'activité n'a pas posé de problème de refus dans son exécution. Les plots sont un matériel bien adapté à l'âge des élèves de 2E, les enfants les manipulent aisément et volontiers. Ces deux facteurs (fatigabilité et aptitude à soutenir un effort) ont une grande importance pour des enfants de cet âge mais le plaisir de jouer (en manipulant des plots) l'a souvent emporté sur les contraintes de passation.

Ce test constitue un bon outil pour les enseignants parce qu'il est simple et qu'une activité de ce type plaît aux enfants de cet âge. Les enfants de 2E sont capables de rester une demi-heure sur une même tâche sans que cela pose problème.

Le vocabulaire de position est en train de se constituer. L'élève devient capable de définir les critères pour choisir le bon objet et de le positionner plus ou moins correctement.

Pour conclure, si l'on observe le rendement moyen, cette épreuve est en général plutôt bien réussie et le matériel s'avère adéquat pour des enfants de deuxième enfantine. Elle présente en revanche le grand intérêt d'attirer l'attention de l'enseignant sur certains échecs dans le but d'aider l'enfant à franchir les paliers qu'il ne maîtrise pas encore.

Pour les classes de 4e année, une jolie recherche tirée d'un article de Louis Thépault paru dans le premier numéro du tout jeune magazine *JOUER Jeux mathématiques:*

LES DÉCANTIENNES

Une opération ou relation est dite décantienne lorsqu'elle comporte une fois et une seule chacun des chiffres de 0 à 9.

Exemple: 4 + 62 + 987 = 1053

Dans la configuration suivante, répartir les neuf chiffres de 1 à 9, chacun d'eux utilisé une fois et une seule de manière à obtenir une opération décantienne, le zéro étant déjà placé:

$$(\ldots \times \ldots) + (\ldots \times \ldots) + (\ldots \times \ldots) + (\ldots \times \ldots) = \ldots 0$$

Ce problème admet deux solutions différentes.

Exploration dans le monde de la géométrie plane
(suite 1, voir n° 146)

par Michel Chastellain, collaborateur au SPES (VD)

Démarche d'utilisation

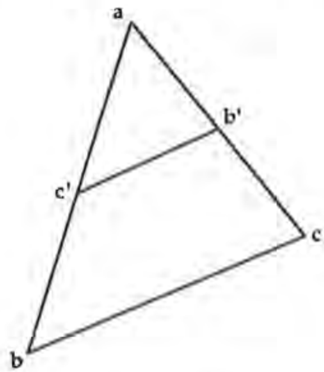
«Ce qui est le plus important dans une classe, ce n'est pas de repérer les erreurs ponctuelles (...), mais plutôt les structures explicatives sous-jacentes correspondant à une logique et pouvant faire obstacle à la construction du savoir.»[8]

Bien que ces propos de G. De Vecchi et A. Giordan soient extraits d'un contexte qui concerne l'enseignement des sciences ou les travaux pratiques en «laboratoire», ils s'appliquent particulièrement bien à certains aspects de la géométrie plane et , plus spécifiquement, à tout ce qui touche à l'apprentissage d'un raisonnement de type hypothético-déductif. A titre d'exemple, voici une situation qui souligne l'adéquation de cette maxime à la problématique que pose, pour de nombreux élèves, le concept même d'une démonstration:

On donne un triangle abc.

Les points b' et c' sont, respectivement, les milieux des côtés ac et ab.

Montrer que le segment b'c' est parallèle à la base bc du triangle abc.



Face à cette demande, ou à toute autre du même ordre, l'enseignant est souvent confronté à des explications orales ou écrites comme: *«vu que b' et c' sont les milieux des côtés, alors le segment est parallèle à la base»* ou encore *«b' et c' sont parallèles parce qu'on le voit bien»*! Les réponses de ce genre ont généralement pour conséquence de déclencher, si ce n'est une crise d'apoplexie de la part du maître ou de la maîtresse, tout au moins ses foudres divines ou encore la balafre de son stylo rouge sang qui égaie la production écrite du pauvre malheureux! Et pourtant, ces deux justifications se fondent sur une structure sous-jacente que l'on pourrait expliciter ainsi:

Dans le premier cas, l'élève ne perçoit pas que son explication n'apporte aucune preuve tangible. Il est persuadé (peut-être par intuition) qu'un lien étroit existe entre le segment formé par les milieux b' et c' des côtés du triangle abc et la base bc de ce même triangle. Le fait d'associer ces deux éléments dans une structure de cause (*«vu que b' et c' sont les milieux des côtés»*) à effet (*«alors le segment*

[8] G. De Vecchi,, A. Giordan, *L'enseignement scientifique: comment faire pour que ça marche,* Z'éditions.

est parallèle à la base») représente, pour lui, une démonstration suffisante. Cette procédure n'a-t-elle pas été maintes fois utilisée en classe de mathématiques? «*C'est parce qu'il a deux paires de côtés parallèles que ce polygone est un parallélogramme. Comme ce point possède deux coordonnées négatives on peut dire qu'il se situe dans le troisième quadrant. Un nombre ne possède que deux diviseurs, il est donc premier. Si cette transformation conserve les longueurs, alors il s'agit d'une isométrie.*» De plus, l'élève se trouve conforté dans cette crédibilité par la formulation même de la question qui explicite la réponse: «montrer que...» sous-entend effectivement que la propriété de «parallélisme» existe réellement.

Dans le second cas, la démonstration passe par une preuve visuelle: «*si ça se voit, alors c'est vrai!*» Cette conception est difficile à remettre en cause car de nombreuses activités géométriques des premières années de la scolarité ont été justifiées grâce à la faculté visuelle des élèves. «*Regarde bien ce cube et donne-moi son nombre de faces. Observe attentivement cette figure et décris ce que tu vois. Qui me montre deux parallèles dans la classe? Ces deux droites se coupent, ça saute aux yeux!*» Etant emprunté pour démontrer «scientifiquement», l'élève se rattache à une démarche physique pour le moins habituelle, regarder pour justifier. Il peut ainsi atteindre un objectif qu'il ne faudrait pas minimiser, à savoir celui de répondre à la question formulée par le maître tout en s'affirmant devant ses camarades.

Dans ces deux cas, comme dans beaucoup d'autres d'ailleurs, les élèves ne perçoivent pas qu'il s'agit de relier différentes connaissances géométriques ponctuelles entre elles, connaissances à partir desquelles il sera possible d'élaborer un cheminement déductif. La structure de pensée sous-jacente des élèves correspond à un modèle simple et logique dont l'origine se situe dans une reproduction des processus d'apprentissages des premières années de la scolarité obligatoire.

Cependant, l'obstacle que constituent ces structures n'est pas seul en cause dans l'étude de la géométrie plane. Il existe, en effet, de multiples autres raisons qui expliquent, d'une part, les blocages des apprenants et, d'autre part, l'attitude parfois désabusée des enseignants. Parmi celles-ci, il convient de relever:

- La transcription d'une construction, par une «marche à suivre», fait généralement appel à une terminologie, particulièrement «fermée»:

  Tracer le $\bigcirc$ C (o;r), avec r = 3 (en cm) - Choisir p hors de C - Tracer le segment [po] - [po] $\cap$ C $\equiv$ t - Construire la perpendiculaire à [po] par t -

- Une construction peut en cacher une (voire plusieurs) autre(s)! L'élève qui a suivi scrupuleusement les consignes pour parvenir au terme de son dessin escamote souvent l'aspect analytique lié à sa construction et n'imagine pas l'existence possible d'une autre solution si, d'aventure, les éléments avaient été «positionnés» différemment.

- Pour l'enseignant, une explication se fonde sur une référence scientifique qui fait appel à un langage précis et rigoureux mais dont la portée n'est pas toujours à la hauteur des élèves. Ceux-ci utilisent plutôt un langage qui leur est propre et, souvent, il n'est pas facile de saisir tout ce qui cache derrière. Par exemple, lorsque le maître fait appel à la notion de bissectrice, il se réfère au concept de lieux géométrique de tous les points équidistants des côtés d'un angle et, par conséquent, à la notion de distance entre un point et une droite. L'idée de l'élève, elle, se fonde sur un conception beaucoup plus «simpliste» dans laquelle cette droite partage l'angle en deux parties égales, sans trop savoir quelles en sont les conséquences effectives.

- Les différentes étapes d'une procédure de démonstration, à laquelle chaque élève se trouve confronté, se résument ainsi:

  1. Lecture de la donnée et élaboration d'un schéma, d'une construction.
  2. Tri des informations et prise en compte des éléments pertinents (hypothèse).
  3. Explication de la finalité (conclusion).
  4. Recherche d'une idée (par exemple, «sortir» de la figure, tracer un segment).
  5. Elaboration du raisonnement (démonstration).

  Dans la phase 1, l'élève doit être non seulement capable de saisir la signification du «jargon» mathématique, mais encore de le traduire en une figure d'étude ou en une construction soignée. Cette démarche sous-entend la maîtrise de concepts (ensemble de points jouissant d'une propriété, perpendicularité, représentation dans l'espace,...) ainsi qu'une certaine habileté pour manipuler les outils traditionnels de dessin (crayon, équerre, règle, compas).

  Durant la phase 2, l'élève manque souvent de savoir-faire. Il n'a que peu d'habitude à «lire» une figure géométrique pour en retirer les informations nécessaires. Par exemple, un parallélogramme étant donné, il se contentera de déduire que celui-ci possède deux paires de côtés parallèles. Et pourtant, «en creusant», il serait à même de dresser une liste de propriétés complète (2 paires de côtés isométriques, des diagonales qui se coupent en leur milieu, des angles opposés isométriques,...) dont certaines pourraient lui être d'une grande utilité pour sa démonstration.

  Si la formulation de la conclusion ne pose, en général, pas trop de problèmes (phase 3), il n'en va pas de même pour la recherche de l'idée (phase 4) qui va guider la suite de la démarche. Quel élément faut-il rajouter, pour faire apparaître les propriétés complémentaires, nécessaires à la démonstration? Comment stimuler l'intuition sans indiquer à l'élève, par exemple, qu'il s'agit de «sortir» de la figure avant de poursuivre le raisonnement?

  Au cours de la phase 5, les élèves doivent adopter un comportement scientifique dont le processus d'apprentissage est lent. Ils doivent, par exemple, apprendre à douter des fausses évidences (deux droites parallèles du croquis ne le sont pas nécessairement en réalité - deux angles isométriques «à l'oeil» le sont-ils véritablement, par hypothèse? - ...), quitter certaines habitudes (dans une figure d'étude, on ne peut pas mesurer un segment), affirmer une propriété en justifiant ses propos (l'angle de sommet a est isométrique à l'angle de sommet c, par hypothèse), déduire un fait d'un autre fait (comme le triangle xyz est isocèle de sommet y, alors les xy et yz sont isométriques), etc.

Toutes ces constatations sont à considérer comme autant de pistes de travail qu'il s'agira de suivre pour faciliter une meilleure construction des connaissances géométriques de chacun. C'est dans ce sens que le contenu des activités retenues, pour la suite de cette étude, doit être compris. Celles-ci constituent un choix d'exercices directement issus des manuels scolaires, élaborés à l'aide de CABRI-GEOMETRE, qui recouvrent quelques fundamenta de la 7ᵉ à la 9ᵉ année. Ils ont été regroupés en quatre catégories:

- constructions géométriques;
- observation de figures en vue d'une démonstration;
- problèmes divers;
- lieux géométriques.

En aucun cas ce choix ne saurait représenter la totalité des situations à étudier pour les chapitres concernés. En outre, il est bien entendu que la procédure de recours à l'informatique ne doit pas se substituer à l'utilisation du matériel de dessin géométrique, c'est-à-dire la règle, l'équerre et le compas, qui demeure fondamentale pour l'apprentissage de cette discipline.

Constructions géométriques

En 7ᵉ année, il s'agit tout d'abord de faire découvrir le logiciel aux élèves et leur permettre d'appréhender, peu à peu, les fonctions à disposition. Dans cette optique, il est profitable de débuter par le chapitre intitulé «Constructions géométriques».

Au départ, plusieurs articles de la barre de menus peuvent être momentanément supprimés, d'une part afin d'alléger le choix des outils à utiliser, et d'autre part dans le but d'éviter «l'ouverture sauvage» de rubriques que les élèves auront l'occasion de découvrir plus tard, lorsque leur maîtrise des principes de base sera suffisante. Les modifications apportées concernent les menus **ÉDITION, CONSTRUCTION** et **DIVERS,** dont la version restreinte utilisée est la suivante:

Edition

Annuler

Couper
Coller
Effacer tout

Aspect des objets
Nommer

Préférences

Construction

Point sur objet
Intersection de deux objets

Milieu
Médiatrice
Droite parallèle
Droite perpendiculaire
Centre d'un cercle

Symétrique d'un point
Bissectrice

Divers

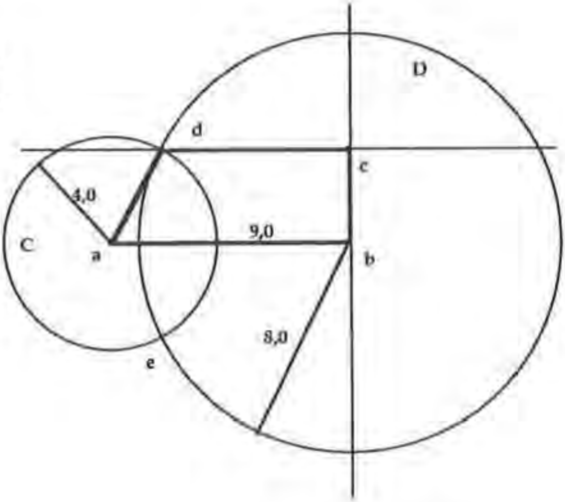
Supprimer un objet

Calculer
Historique
Vérifier une propriété

Marquer un angle
Mesurer
Quadrillage

Le premier exemple d'exercice répond au fundamentum «effectuer une construction donnée par une marche à suivre». Son énoncé se présente ainsi:

- Trace un segment [ab] de 9 cm de long.
- Trace un cercle C (a;4 cm).
- Trace un cercle D (b;8 cm).
- Ils se coupent en d et e.
- Trace une parallèle à [ab] qui passe par d.
- Trace une perpendiculaire à [ab] qui passe par b.
- Ces deux droites se coupent en c.
- Trace les segments [ab], [bc], [cd] et [da].
- Quel est le nom de la figure abcd?

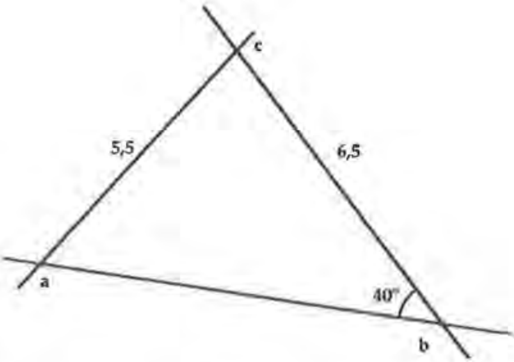


La majorité des questions que les élèves se sont posées, lors de cette prise de contact, ont trait soit à la démarche de fonctionnement, soit à la stratégie de construction qu'il s'agit d'adopter pour obtenir la figure demandée. Cette stratégie s'apparente beaucoup à la démarche de pensée habituellement choisie pour enseigner la géométrie plane. Parmi les questions relevées, il faut signaler:

- Comment procéder pour mesurer un segment?
- Quelle est la différence entre les articles **Cercle de base** et **Cercle déf. par centre et point**?
- Comment noter les points et les sommets?
- Y a-t-il une technique pour construire la parallèle (la perpendiculaire) à une droite?
- Quand deux droites se coupent (ici la perpendiculaire et la parallèle au segment [ab]), comment faire pour noter leur intersection?
- Est-il possible de modifier la taille de la figure?
- Comment déplacer une lettre qui «chevauche» un trait?
- Que veux dire «ambiguïté»? (Ce terme apparaît à l'écran lorsque l'on désigne deux objets suffisamment proches pour ne pouvoir être décelés par l'ordinateur sans une précision complémentaire).

De nombreux autres exercices offrent la possibilité de traiter les fundamenta: «rédiger une marche à suivre» et «savoir distinguer croquis et dessin à l'échelle». Parmi ceux-ci:

- Construis ce triangle pour autant que cela soit possible.
- Sinon, essaie de déterminer ce qui rend l'exercice impossible ou indéterminé.



Là, également, un certain nombre de questions (comment marquer un angle? Comment le mesurer?...) sont à l'origine de la progression des élèves, dans la découverte des fonctions à disposition. Mais l'intérêt le plus évident réside dans l'utilisation de la fonction **Historique** qui permet de voir se dérouler pas à pas la construction qu'il rythme à raison «d'un clic» sur la souris pour chaque étape. Comme celle-ci s'accompagne d'un texte explicatif, il dispose ainsi d'un moyen efficace de vérification dans l'apprentissage de la notation d'une «marche à suivre».

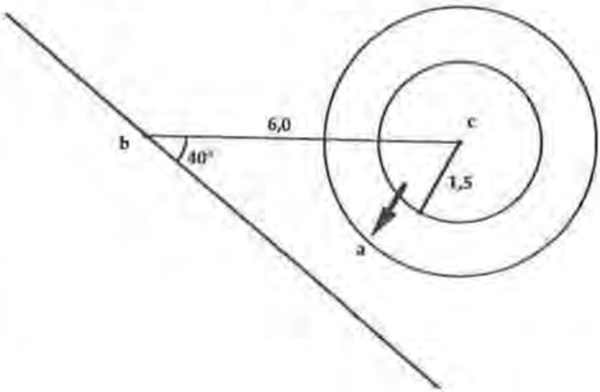
Pour répondre à la question *«essaie de déterminer ce qui rend les exercices impossibles»*, les élèves peuvent «saisir» les objets de base pour les déplacer. Ainsi ils «tâtonnent» par des manipulations et visualisent différents cas de figure, ce qui leur permet de vérifier concrètement la véracité de leur hypothèse. Cette dimension représente une aide sérieuse dans la recherche de solutions «limites». Par exemple:

- Dans un triangle abc, on connaît: l [bc] = 6 cm et m (β) = 40°
- Quelle mesure faut-il donner à [ac] ...

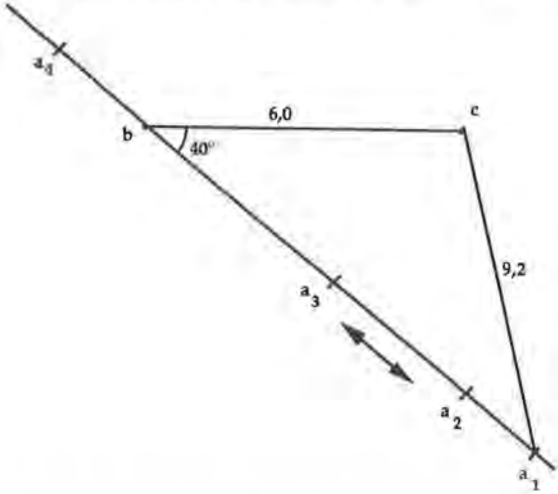
  ... pour qu'il ne soit pas possible de construire le triangle abc?

  ... pour qu'il n'y ait qu'une seule possibilité de le construire?

  ... pour qu'on puisse construire deux triangles différents?



La figure de départ correspond à la situation où le segment [ac] est trop petit pour que le triangle abc existe. En «étirant» le rayon, les élèves découvrent successivement le cas où le cercle devient tangent à la droite ([ac] correspond alors à la distance minimale entre un point et une droite et c'est l'occasion de définir cette notion) puis le cas où la solution est double, c'est-à-dire lorsque le cercle coupe la droite en deux points.

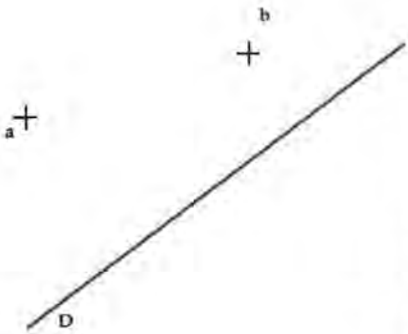


Pour déterminer la mesure des segments, les élèves ont placé, arbitrairement, un point a_1 quelque part sur la droite, tracé le segment $[a_1c]$ et ils ont demandé à CABRI-GEOMETRE de noter la mesure du segment $[a_1c]$. (ici : 9,2). En déplaçant alors le point a_1 le long de la droite, successivement en a_2, a_3, a_4, les élèves découvrent progressivement la variation de la mesure de [ac] et constatent «de visu» que la solution unique correspond bien au plus court chemin entre un point et une droite.

Arrêtons-nous maintenant un instant sur un exercice du chapitre de 8e année, intitulé «Triangles isométriques» dont l'énoncé est le suivant:

- On donne deux points a et b, situés hors d'une droite D.

  Quel est le plus court chemin de a à b, qui passe par un point de D?

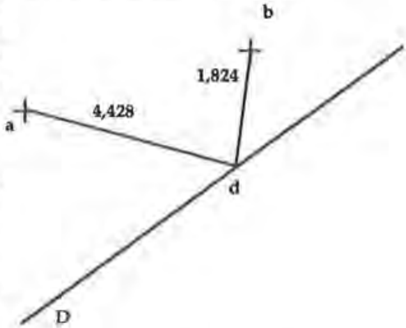


Le cas où les deux points sont situés de part et d'autre de la droite D ne pose, d'une manière générale, pas trop de difficultés et les élèves conviennent rapidement que le plus court chemin correspond à la mesure du segment qui les joint. En fait, la problématique surgirait plutôt dans l'oubli de ce cas de figure, dans la mesure où les élèves positionnent, la plupart du temps, a et b du même côté de D. La situation de départ est donc la suivante:

Habituellement les élèves tâtonnent et fixent « à peu près» l'emplacement du point recherché. Mais le doute subsiste car leurs mesures sont approximatives et ils demeurent dans l'expectative d'une éventuelle solution qui leur échapperait. La justification, elle, pose problème si l'idée de «point symétrique» n'est pas apparue.

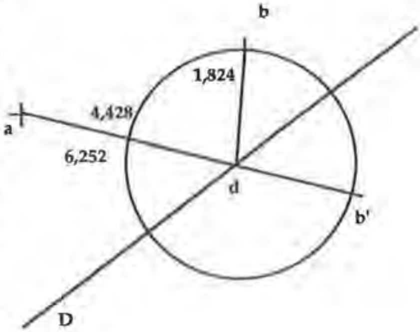
Avec CABRI-GEOMETRE, les élèves placent un point d sur la droite D et le font «courir» le long de celle-ci. Par la précision des mesures dont ils disposent (jusqu'à trois chiffres significatifs), ils suppriment le premier doute et fixent rapidement l'emplacement qui correspond à une distance [ad] + [db] minimale.

La justification reste délicate, mais elle peut être induite par la «relance»: «*Essaie de dessiner un segment [ab'] dont la mesure corresponde, lors des déplacements du point d, à la somme des mesures des segments [ad] et [db]*».



Les élèves cherchent à tracer un segment [db'] dans le prolongement de [ad]. La construction se résume alors à dessiner un cercle de centre d et de rayon [db] et à déterminer son intersection avec le prolongement de [ad].

L'intérêt de cette procédure est double car, d'une part la distance [ab'] s'inscrit immédiatement (ce qui permet de vérifier que le point d est situé au «bon endroit») et, d'autre part, la nouvelle figure suggère un cheminement pour l'analyse: le plus court chemin entre deux points est le segment qui les relie, ici [ab'], donc il s'agit de tracer l'image de b par une symétrie d'axe D pour transformer ainsi [db] en [db'].



Observation de figures en vue d'une démonstration

Dans le chapitre de 7e année «Points milieux», les élèves doivent, notamment, observer un certain nombre de figures afin d'en extraire des informations pertinentes. Cette démarche, comme il a déjà été précisé, est fondamentale pour la résolution de toutes les démonstrations géométriques et plus particulièrement pour celles que les élèves rencontreront dans les années ultérieures. Mais la procédure n'est pas simple: bien souvent ils contemplent le schéma ou la construction et n'en retirent que les quelques propriétés les plus explicites. C'est un peu comme s'ils ne parvenaient pas à «entrer» dans la figure afin de déceler ce qu'elle renferme réellement. Et lorsqu'ils supputent l'existence d'une propriété, ils ne trouvent pas nécessairement les arguments pour s'en convaincre.

Grâce à l'outil «vérifier une propriété», l'apport de CABRI-GEOMETRE facilite cette analyse, car les élèves ont la possibilité de «questionner» la figure:

«ces trois points sont-ils alignés? Ce point appartient-il à tel cercle? Ces deux segments sont-ils perpendiculaires? Ces droites sont-elles parallèles? Ces deux angles sont-ils isométriques?» La réponse apportée confirme ou non l'existence d'une propriété, et devient alors un élément de justification pour la suite de la démarche.

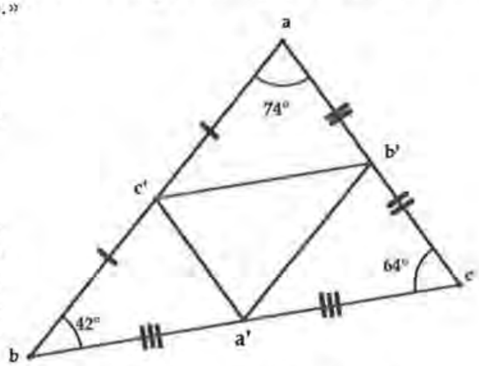
Les exemples qui suivent illustrent ce processus et répondent en partie aux fundamenta:

«connaître et utiliser les propriétés des points milieux des côtés du triangle; savoir utiliser le fait que dans un triangle, la somme des angles est égale à 180°; utiliser les applications du plan dans lui-même.»

- Tracer un triangle et les milieux de ses côtés.

  Joindre ces milieux pour former le triangle «diminué».

  Jouer avec le triangle de départ.



Il ne s'agit pas encore d'une démonstration, mais bien d'une construction suivie d'une observation. A cet effet, et conformément aux propos ci-dessus, les élèves obtiennent les confirmations suivantes:

— [b'c'] est parallèle à [bc]
— [a'b'] est parallèle à [ab]
— [a'c'] est parallèle à [ac]

— [b'c'] est isométrique à [a'b] et à [a'c]
— [a'b'] est isométrique à [ac'] et à [bc']
— [a'c'] est isométrique à [ab'] et à [b'c]

En poursuivant le même procédé, les angles des quatre triangles sont définis comme isométriques autrement dit, le triangle a'b'c' est contenu quatre fois dans le triangle abc. Par la suite, et très rapidement, un élève vérifie que ce que nous avons appelé «triangle diminué» est également valable pour tous les autres triangles. Pour ce faire, il a déplacé successivement chaque sommet du triangle de base abc, puis il a questionné à nouveau CABRI-GEOMETRE.

- Tracer un triangle.

  Noter la mesure de ses angles.

  Saisir chaque sommet pour les déplacer.

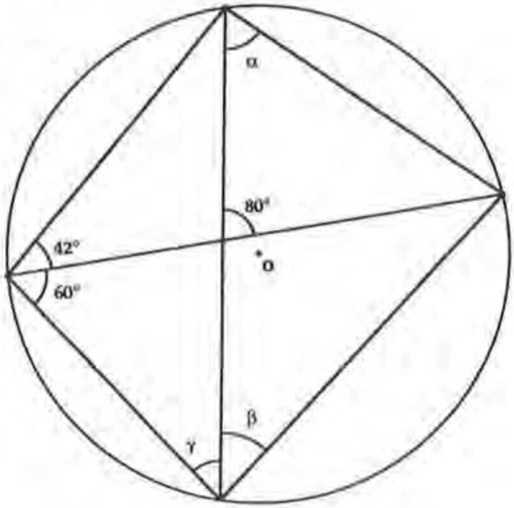
  Calcule la mesure des angles α, β et γ.

Les élèves transforment plusieurs fois le triangle de départ et constatent que la somme de ses angles est toujours constante et vaut 180°.

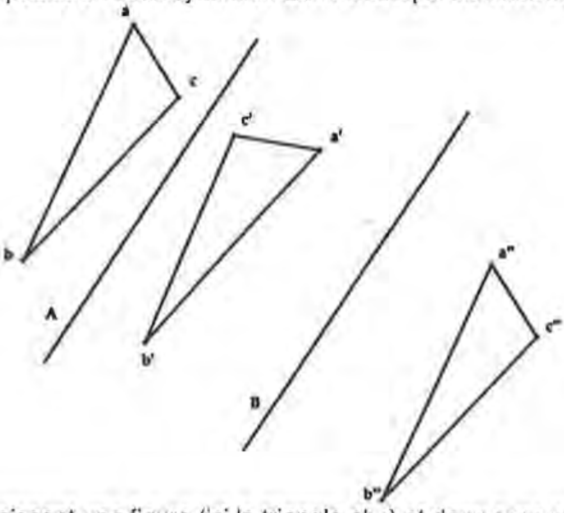
Les figures qui mettent en jeu des angles inscrits sont souvent délicates à «lire», parce que relativement complexes et les élèves ne parviennent pas facilement à déterminer quels sont les arcs de cercle interceptés. Par exemple β, ils doivent constater que cet angle est inscrit, qu'il intercepte le même arc de cercle que l'angle inscrit de 42°, donc qu'ils ont même angle au centre et, par conséquent, même mesure.

L'apprentissage de ce cheminement n'est pas aussi simple qu'il y paraît, car l'élève doute souvent de son procédé: «*Monsieur, est-ce qu'on peut faire comme ça?*» L'emploi de CABRI-GEOMETRE a le désavantage de nécessiter une construction précise, par opposition à l'analyse précédente qui permettait un raisonnement sur un schéma peu précis. En contrepartie, l'élève dispose alors d'un dessin sur lequel il peut mesurer grâce à ses outils.

Autrement dit, son raisonnement est inverse: d'abord, il se convainc que l'angle β mesure bien 42°(ou que l'angle α mesure 60° pour les mêmes raisons) et, à partir de là, il cherche à comprendre pourquoi: «*si ces deux angles inscrits ont même mesure, c'est qu'ils ont même angle au centre et, par conséquent, qu'ils interceptent le même arc de cercle*». Cette démarche, répétée plusieurs fois, présente l'intérêt évident de leur proposer une méthode d'investigation dans la recherche des propriétés d'une figure dans laquelle apparaissent des angles inscrits.



● Décris la composée de deux symétries axiales lorsque les axes sont parallèles.

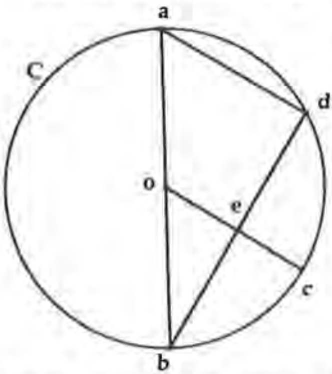


Les élèves choisissent une figure (ici le triangle abc) et deux axes parallèles (A et B).

La composée de deux symétries d'axes parallèles correspond à une translation. Cette idée est formulée relativement rapidement. Mais, là également, les élèves n'en sont pas nécessairement convaincus. Par une interaction avec CABRI-GEOMETRE, ils vérifient que [ac] est parallèle et isométrique à [a"c"], et qu'il en va de même pour tous les autres segments des figures de départ et d'arrivée.

Plusieurs «relances» intéressantes ont été formulées:

- Quelles sont les autres propriétés des translations que tu peux vérifier? (Parallélisme et isométrie de tous les segments formés par un point et son image, isométrie des angles,...)
- Quelle est la longueur du vecteur de la translation? (Double de la distance entre les deux axes de symétrie.)
- Que se passe-t-il, si les deux axes de symétrie ne sont pas parallèles?
- Dans la figure:
  — oc / / ad, [ab] = 12 cm, [ad] = 6 cm
  Calculer la longueur de [de] et de [ce].



Dans la majorité des exercices qui font appel à la notion de triangles semblables, l'élève doit, dans un premier temps, montrer la similitude de deux triangles avant de pouvoir calculer par une égalité de deux rapports judicieusement choisis, la dimension d'un segment qu'il ne connaît pas. Autrement dit, il doit une fois encore observer une figure.

D'où l'idée de la question suivante:

«Enonce un maximum de propriétés que tu observes dans de cette figure».

Parmi les réponses formulées, il en est un certain nombre que les élèves ont trouvées ou justifiées à l'aide de CABRI-GEOMETRE. Notamment:

- [ab] est un diamètre. C'est la corde de plus grande longueur qu'ils ont mesurée.
- [oa] = [ob] = [oc] = [od] = rayon. La majorité des élèves l'avait énoncé spontanément.
- L'angle de sommet d est droit. La mesure indiquée est bien de 90°.
- L'angle aigu de sommet o est égal à l'angle de sommet a, tout comme l'angle de sommet d est égal aux angles de sommet e. Quelques élèves ne se sont pas référés aux angles correspondants, notion qu'ils possèdent pourtant!
- Plusieurs élèves ont déterminé toutes les autres égalités d'angles formés par les segments [ac] et [bc]. Bien que cette démarche ne soit pas nécessaire pour la résolution du problème, elle nous a permis de revoir la notion d'angle inscrit.

(à suivre)

JAB
1200 GENÈVE 2

TABLE DES MATIÈRES

Abonnements:

Suisse: F 17.— Etranger: F 19.—
CCP 12-4983 - 8 Paraît 5 fois par an.

Service de la Recherche Pédagogique
20 bis, rue du Stand
CH - 1211 Genève 11 — CP 119
Tél. (022) 27 42 95

Adresse: Math-Ecole; 20 bis, rue du Stand, CH-1211 Genève 11; CP 119

Imprimerie Fiorina, 1950 Sion