148

MATH ECOLE

MAI 1991
30e ANNÉE

MATH-ECOLE 148

30e ANNÉE Paraît cinq fois par an MAI 1991

Editorial

Evaluation et dévaluation

«Un petit pois qui pèse un gramme prend l'ascenseur en compagnie d'un cornichon qui mesure 10 centimètres de haut. Après trois étages, le petit pois remarque qu'il est monté de 7,8 mètres. De combien est alors monté le cornichon?»

A la lecture de cet énoncé, qui m'a été transmis par un papa pour le moins désarçonné par le contenu de cette question posée à son fiston dans un travail écrit, je ne peux m'empêcher de songer au bouquin intitulé *«la Bosse des maths est-elle une maladie mentale?»*. Certes, dans cet ouvrage, les critiques de M. Wolf à l'encontre des mathématiques, qui finissent par former un univers parallèle, se révèlent parfois excessives, voire extrémistes. Malheureusement il faut constater que, trop souvent, les enseignants proposent des activités qui consistent à habituer les élèves à raisonner dans le vide, c'est-à-dire en dehors de tout lien avec le monde réel. Cet état de fait est incontestablement à l'origine d'un certain dégoût des enfants pour les mathématiques, dégoût qui se traduit, notamment, par l'éternel «à quoi ça sert!».

Si lancer les élèves dans un travail sans signification réelle correspond à une démarche antipédagogique qui annihile leur motivation, évaluer leur compétence dans des situations du même ordre (cf. l'item ci-dessus) devient un acte hautement condamnable, parce que chargé alors d'une valeur morale («tu n'es pas capable de...»). Que l'on me comprenne bien: il ne s'agit pas de supprimer les tests, mais bien plutôt d'élaborer des questions qui permettront d'évaluer les compétences effectives d'un enfant sans chercher à le déstabiliser par un environnement qui n'a plus rien à voir ni avec les mathématiques, ni avec une quelconque réalité!

Peut-être argumenterez-vous que cet exemple est excessif et que, d'une manière générale, l'évaluation sommative pratiquée par monts et par vaux n'engendre que très rarement angoisse, tristesse et désillusion? En êtes-vous véritablement convaincus? Moi pas! J'en veux pour preuve le contrôle ci-joint, qui lui s'inscrit parfaitement dans les savoir-faire techniques que le maître est en droit de tester chez un élève de cinquième année. Le résultat de ce dernier se révèle d'ailleurs excellent puisqu'il atteint 49 réponses correctes sur 50. Mais croyez-vous que cela suffise pour atteindre la note maximale? Allons, vous êtes naïfs, car chez nous l'encouragement passe par une réussite totale: seul un résultat de 50/50 correspond à la note dix! Rassurez-vous, c'est normal, car sinon tous nos élèves seraient orientés en division prégymnasiale!

Math 5 $9\frac{1}{2}$ Calcul mental	Nom
1 800 • 7 = 5600	26 (18 • 7) - (18 • 6) = 18
2 18 : 1 = 18	27 4900 = 700 • 7
3 11 • 42 = 462	28 250 = (25 • 7) + (25 • 3)
4 4700 : 10 = 470	29 300 • 15 = 4500
5 25 • 12 • 4 = 1200	30 5 • 2 • 5 • 2 • 5 • 2 = 1000
6 27 + 26 + 23 + 24 = 100	31 12 + 17 + 18 + 13 = 60
7 45 = (6 • 7) + 3	32 5000 : 100= 50
8 664 + 36 = 700	33 (410 + 35) + 35 = 410
9 138 : 2 = 69	34 14 + 14 + 28 = 4 • 14
10 113 • 5 • 2 = 1130	35 113 - 36 = 77
11 (26 • 9) + 26 = 260	36 (25 • 6) + 50 = 200
12 32 • 0 • 3 = 0	37 (45 • 10) : 5 = 90
13 1100 - 1 = 1099	38 716 + 284 = 1000
14 6 • 8 = 48	39 11000 - 950 = 10'050
15 0 • 53 = 0	40 4 : 4 = 1
16 62 : 62 = 1	41 (300 - 5) + (300 - 3) = 592
17 42 = 3 • 14	42 (360 - 70) + (35 • 2) = 360
18 425 + 575 = 1000	43 100 • 100 = 10'000
19 1 • 1 • 1 • 1 = 1	44 99 • 9 = 891
20 99 : 11 = 9	45 3 + (7 • 2) = 17
21 240 : 40 = 6	46 (560 - 72) + 73 = 561
22 12 • 12 = 144	47 264 - (60 + 4) = 200
23 72 = 9 • 8	48 50 • 25 • 2 = ~~5000~~ 2'500 -
24 (15 • 8) + (15 • 2) = 150	49 (94 • 11) - 94 = 940
25 16 • 9 = 144	50 (8 • 7) - (4 • 14) = 0

N'est-il pas grand temps d'évaluer la dévaluation de la pédagogie de l'orientation? L'école qui a mal de vivre ne s'en porterait que mieux!

Michel Chastellain

Comment présenter une démonstration

par André Calame, chargé de cours, Neuchâtel

Rôle des démonstrations

C'est vers la fin de la scolarité obligatoire qu'on voit apparaître quelques démonstrations dans l'enseignement de la mathématique. Jusque-là, on procède essentiellement dans une perspective expérimentale. Que ce soit en arithmétique-algèbre ou en géométrie, on fait observer aux élèves des propriétés des nombres ou des figures. On les encourage à généraliser les résultats obtenus dans un certain nombre de cas particuliers.

Vient toutefois le moment où il faut reprendre les choses par un autre bout. Il convient d'organiser les connaissances mathématiques de manière plus cohérente, dans une ligne hypothético-déductive. Pour que cette introduction, basée sur le raisonnement logique, ait quelque chance de succès, il faut attendre que les élèves atteignent eux-mêmes un degré de maturité suffisant qui se situe approximativement dans les deux dernières années de l'école obligatoire. Le statut de la mathématique devient alors plus théorique et cet aspect, souvent surprenant et inattendu pour les élèves, réclame un soin attentif dans la présentation des démonstrations.

La forme des démonstrations

Un coup d'oeil rapide à des manuels de mathématique destinés aux adolescents permet de se faire une idée assez grossière de ce qu'est une démonstration. C'est un texte, apparemment linéaire, qui commence généralement par un sous-titre: «démonstration», et se termine soit par une expression conventionnelle: « ce qu'il fallait démontrer», soit par un signe typographique remplaçant le sigle C.Q.F.D. qui fait un peu vieillot.

Mais à y regarder de plus près, une démonstration ne se présente pas de manière aussi lisse. On y trouve des ruptures de ton plus ou moins importantes, des rappels de propriétés antérieures, des arguments secondaires qui viennent se greffer sur le déroulement principal.

On en a pour preuve le grand nombre de locutions qui émaillent le texte pour mettre en relief les articulations: «Comme on l'a vu...», «Or, on sait par ailleurs que...», «donc on a..., ce qui implique...», «Mais alors, on en déduit que...».

Lorsqu'une démonstration menace d'être trop longue et indigeste, on a recours, - c'est bien connu - aux lemmes préparatoires qui permettent d'alléger le texte principal.

Vers une présentation alternative

Faisons un bref détour par l'informatique. Souvent un «listing», avec son déroulement linéaire, est pénible à interpréter. On peut l'accompagner d'un organigramme qui fait généralement apparaître des blocs ayant chacun une fonction bien déterminée: boucles, sous-routines, etc. D'où l'idée de procéder de manière analogue pour présenter une démonstration mathématique. On mettra en valeur les articulations principales en les groupant par blocs reliés entre eux suivant un développement logique.

Se pose alors, comme dans toute rédaction de démonstration la question suivante: jusqu'où faut-il aller dans le détail? Quand on rédige un manuel ou un cours, il suffit de s'assurer que toutes les propriétés utilisées ont été présentées précédemment et on les signalera au besoin par une référence. Sil s'agit d'écrire un article sur un thème isolé ou de présenter un exposé, on doit tenir compte du niveau supposé de connaissances des lecteurs ou des auditeurs; on ne s'adresse pas de la même façon sur un sujet donné à des mathématiciens, à des maîtres ou à des étudiants. Et même une fois choisi le niveau adéquat, les destinataires ne formeront jamais un groupe homogène. Il y a ceux qui saisissent immédiatement les points importants et ceux qui ont besoin d'explications plus détaillées. La présentation d'une démonstration sous forme de blocs permet de prévoir deux vitesses: une piste noire, rapide, directe, et une piste bleue, plus lente, plus explicite. A titre d'exemple, nous donnons, en page 8, la démonstration de l'irrationalité de la racine carrée de 2. Les trajets en traitillé représentent les excursions facultatives en piste bleue.

Qu'en est-il de l'argumentation de fond?

Jusqu'ici, tout ce que nous avons dit se rapporte à la forme de la démonstration, à la manière de la présenter de façon agréable et convaincante. Mais il convient aussi d'aborder la question de fond. Il va de soi qu'on peut présenter une même démonstration de plusieurs façons. On est souvent amené à chercher la preuve qui fait le mieux ressortir les raisons profondes de la vérité d'une proposition. Pour illustrer ce point, nous avons porté notre choix sur le théorème de Ménélaus relatif à un triangle ABC coupé par une transversale. C'est un exemple historiquement intéressant, car il a fait l'objet d'un échange de lettres, vraisemblablement en 1937, entre Albert Einstein et son ami Max Wertheimer (1880-1943), un des principaux psychologues de la Gestalttheorie. Cette lettre écrite en allemand a récemment paru en traduction anglaise [1]. Nous en donnons ci-après une adaptation française en espérant que cette double traduction n'altère pas la pensée d'Einstein.

«... J'ai un joli exemple de deux démonstrations du théorème de Ménélaus:

Théorème - Si les trois côtés d'un triangle ABC sont coupés par une transversale, alors les points d'intersection avec les côtés du triangle déterminent deux segments sur chaque côté (voir figure), à savoir:

A'B, A'C
B'C, B'A
C'A, C'B

Le théorème affirme que le produit de trois segments non contigus deux à deux est égal au produit des trois autres segments. Ainsi:

$$A'C \bullet B'A \bullet C'B = A'B \bullet B'C \bullet C'A$$

Première démonstration (laide)

Dessinons AX parallèle à C'A'. Alors par le principe de similitude:

$$AC' : BC' = XA' : BA'$$
$$AB' : CB' = XA' : CA'$$

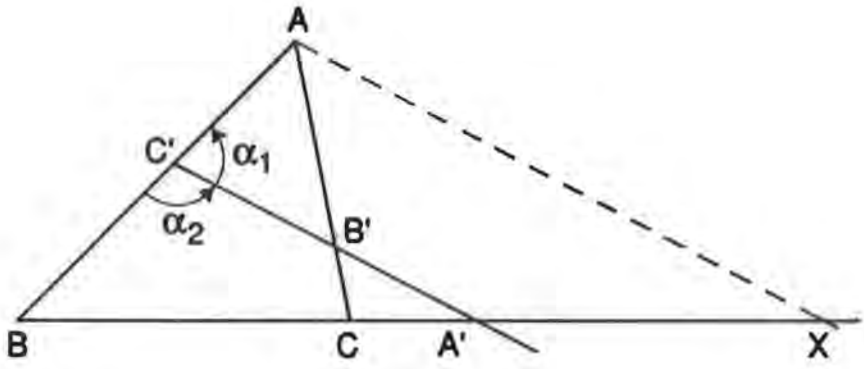
Par élimination de XA' entre ces proportions, on déduit le théorème.

Deuxième démonstration (élégante)

On utilise le principe que le rapport des aires de deux triangles ayant un angle commun (ou supplémentaire) est égal au rapport des produits des côtés adjacents. Nous choisissons comme triangles ceux formés par un sommet du triangle donné et le segment correspondant de la transversale.

Δ AB'C' (et ceux obtenus par permutation cyclique)
Δ BC'A'
Δ CA'B'

Nous avons: $$\frac{\Delta\, AB'C'}{\Delta\, BC'A'} = \frac{AC' \bullet B'C'}{BC' \bullet C'A'}$$



Si cette équation est multipliée par celles obtenues par permutation cyclique, nous obtenons:

$$1 = \frac{AC' \cdot BA' \cdot CB'}{BC' \cdot CA' \cdot AB'}$$

Bien que la première démonstration soit en quelque sorte plus simple, elle n'est pas satisfaisante. Car, on utilise une droite auxiliaire qui n'a rien à faire avec le contenu de la proposition à démontrer; et la preuve favorise, sans raison, le sommet A, bien que la proposition soit symétrique en A, B, C, Au contraire, la seconde démonstration est symétrique et découle directement de la figure.

Dans la seconde démonstration, Einstein admet sans autre commentaire la relation qu'il utilise sur le rapport des aires de deux triangles qui ont un angle commun ou supplémentaire. Pour qui connaît la trigonométrie, la relation citée revient à poser:

$$\text{Aire}\,\Delta\,(AB'C') = \frac{1}{2} AC' \cdot B'C' \sin\alpha_1$$

$$\text{Aire}\,\Delta\,(BC'A') = \frac{1}{2} BC' \cdot C'A' \sin\alpha_2$$

$$\text{avec } \sin\alpha_1 = \sin(180° - \alpha_1) = \sin\alpha_2$$

d'où $$\frac{\text{Aire}\,\Delta\,(AB'C')}{\text{Aire}\,\Delta\,(BC'A')} = \frac{AC' \cdot B'C'}{BC' \cdot C'A'}$$

Si l'on veut rester dans le domaine de la géométrie élémentaire, on peut se référer aux démonstrations classiques contenues dans des ouvrages de géométrie un peu détaillés [2]. Une autre approche consiste à utiliser l'aire associée à deux vecteurs du plan dans une base $\vec{e}_1, \vec{e}_2$.

$$\text{Aire}\,\Delta\,(AB'C') = \frac{1}{2} s(\overrightarrow{C'A}, \overrightarrow{C'B'})$$

$$\text{Aire}\,\Delta\,(BC'A') = \frac{1}{2} s(\overrightarrow{C'B}, \overrightarrow{C'A'}) = \frac{1}{2} (k\overrightarrow{C'A}, m\overrightarrow{C'B'})$$

$$= \frac{km}{2} s(\overrightarrow{C'A}, \overrightarrow{C'B'})$$

Dans ces expressions, k est un nombre négatif, car les vecteurs $\overrightarrow{C'B}$ et $\overrightarrow{C'A}$ sont de sens contraire, tandis que m est un nombre positif du fait que les vecteurs $\overrightarrow{C'A'}$ et $\overrightarrow{C'B'}$ sont de même sens. Pour rappel, les aires ainsi calculées sont affectées d'un signe lié à l'orientation des triangles.

Les deux démonstrations données par Einstein font partie d'une exposition statique de la géométrie élémentaire. On n'y fait aucune allusion à la notion de transformation. C'est pourquoi il nous paraît intéressant de compléter la présentation d'Einstein par une troisième démonstration du théorème de Ménélaus, une démonstration qui fait intervenir les homothéties. On se trouvera dans un climat plus proche de l'enseignement actuel de la géométrie, dans la ligne que Félix Klein proposait déjà dans son programme d'Erlangen, il y a plus d'une siècle. Cette troisième démonstration conserve aussi la parfaite symétrie de l'énoncé et on y fait usage de toutes les propriétés fondamentales des homothéties. Cette présentation pourrait donc servir de test à la fin de l'étude du chapitre consacré aux homothéties. Nous donnons, en page 9, cette troisième version, selon les principes des blocs évoqués ci-dessus.

Références

[1] The Mathematical Intelligencer, Vol. 12, N° 2, 1990
Concernant la Gestalttheorie:
L'héritage du gestaltisme - Pour la Science - N° 160 - Février 1991.

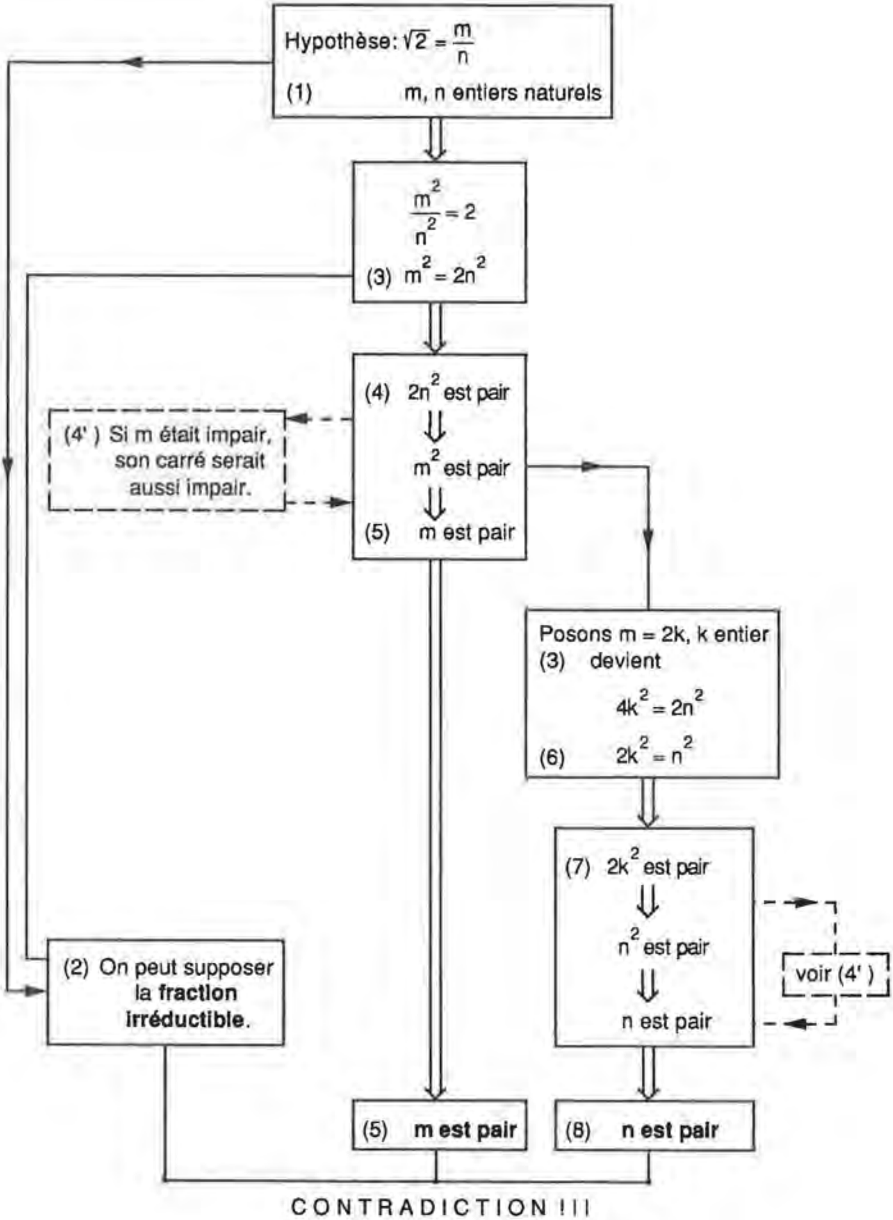
[2] Rouché et Comberousse - Traité de géométrie - Gauthier-Villars 1949.

A vos agendas !

Math-Ecole fêtera son 30e anniversaire
le samedi **16 novembre**, dans le cadre
du Musée suisse du jeu de La Tour-de-Peilz.

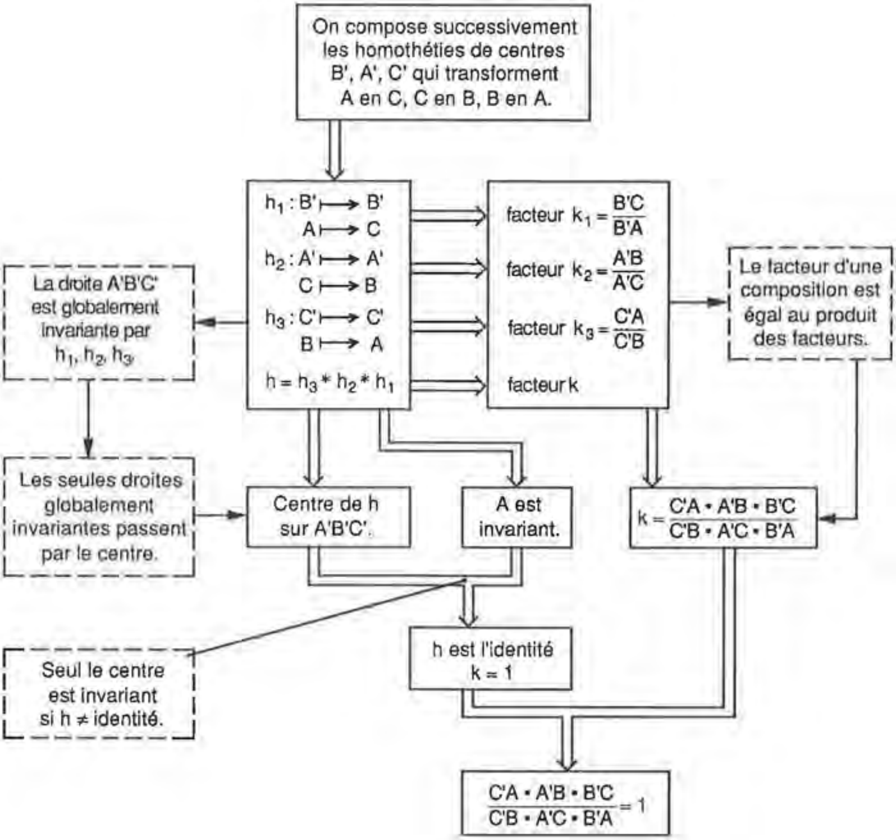
Tous nos lecteurs y sont cordialement invités.

Des informations plus précises seront publiées
dans notre prochain numéro.



La fraction irréductible serait simplifiable par 2.
Le raisonnement étant exact, la contradiction remonte à l'hypothèse.
Donc $\sqrt{2}$ n'est pas égal à une fraction.

Organigramme du théorème de Ménélaus



Jouons avec quelques nombres

par Patricia Duboux, VD

A l'Ecole normale, chacun a dû entendre à différents moments cette petite phrase: «il faudrait faire cinq minutes de calcul oral par jour».

On a souvent souri à ces paroles, en se disant, bien sûr... c'est simple... évident...!

Quelques années plus tard, pris dans la tourmente des matières nouvelles à enseigner, a-t-on vraiment pris le temps de le faire, y a-t-on même pensé...? On éprouve parfois de la peine à varier nos sempiternelles questions et on reproduit souvent des modèles que nous avons nous-même subit... et si on essayait avec des petits jeux autour du nombre...?

Avec une grille du jeu de loto

Chaque enfant dispose d'une fiche ainsi que d'un crayon de couleur.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90

EXEMPLE A:

1) 3 x 2 = 6	7) 27 + 9 = 38
2) 4 + 4 + 10 = 18	8) 31 − 9 = 22
3) 52 + 10 = 62	9) 10 x 9 = 90
4) 63 − 10 = 53	10) 5 x 5 = 25
5) 76 − 1 = 75	11) 13 + 11 = 24
6) 42 + . = 50	12) 60 −11 = 49

L'élève colorie le bon jeton.

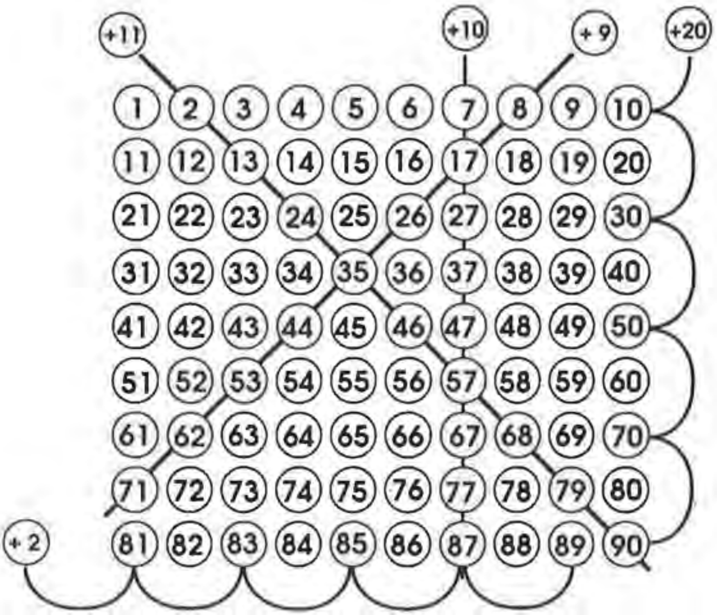
EXEMPLE B:

Chaque élève invente une question et la pose à tour de rôle. La réponse à cette question devra obligatoirement correspondre à un des jetons non-coloriés.

EXEMPLE C

Poser quelques questions-problèmes:

1) Cherche tous les nombres pairs qui possèdent un chiffre des dizaines supérieur au chiffre des unités.
2) Colorie tous les nombres impairs entre 45 et 55.
3) Trace une ligne dans la grille du loto et cherche la «machine» employée.



4) Je pense à un nombre pair dont le chiffre des dizaines est le même que celui des unités. Ce nombre est plus grand que 50 et plus petit que 80. Quel est-il?

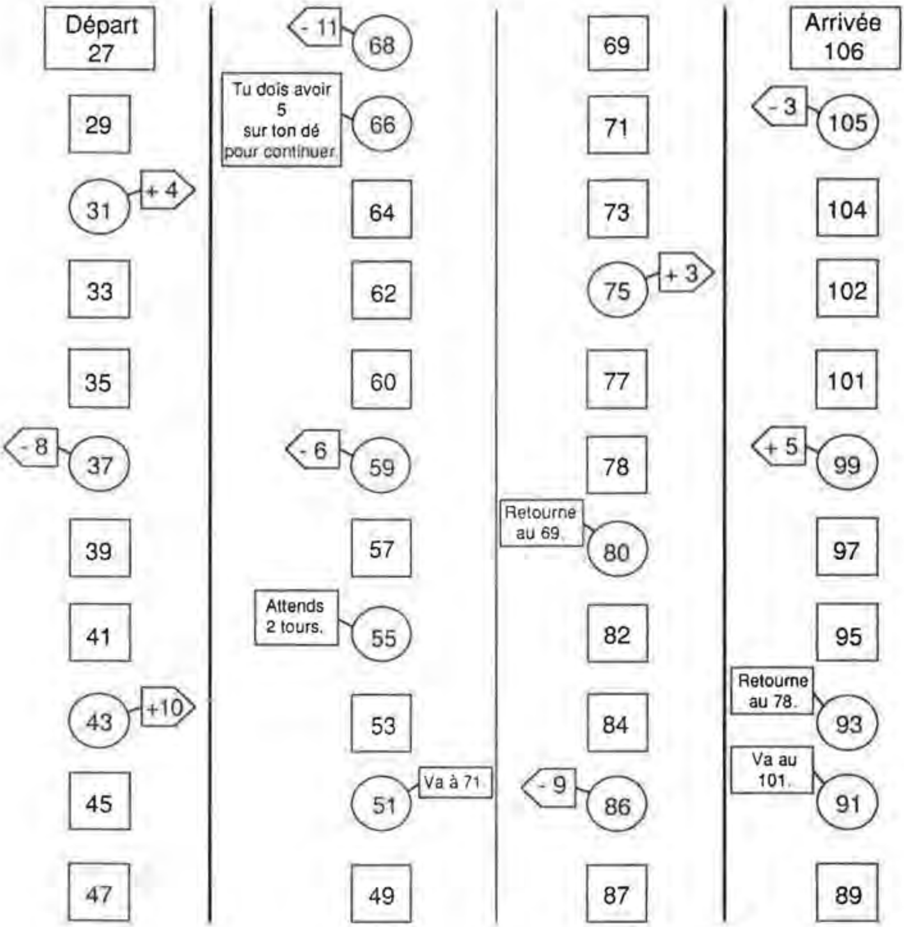
Le jeu de l'oie

(Tiré du recueil d'idées pour évaluer les apprentissages en math. CVRP, 1982)

On joue avec un dé.

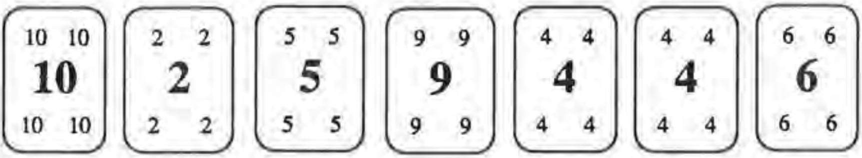
Le pion est sur la case «départ 27». On lance le dé et on ajoute les points que l'on obtient à ceux de la case sur laquelle on se trouve. Si le résultat de cette addition est écrit sur une case on peut y placer son pion. Sinon, on ne bouge pas.

Si on tombe sur une case en forme de disque, on n'y reste pas, on fait ce que dit le drapeau.

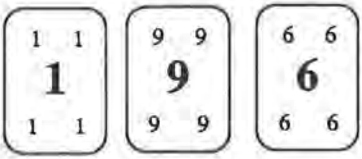


Autour du jeu de onze

VARIATION A (2-4 joueurs)
Matériel: 40 cartes allant de 1 à 10
— Poser 7 cartes au centre, côté chiffres:



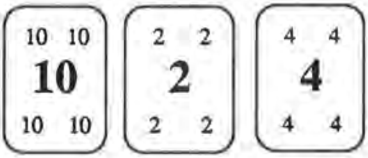
— Il reste donc 33 cartes qui forment un tas appelé pioche. Chaque enfant tire trois cartes qu'il dispose devant lui côté chiffre. Il en fait le total qu'il retient tout au long de la partie.

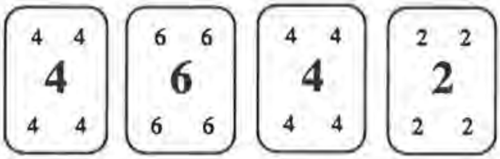


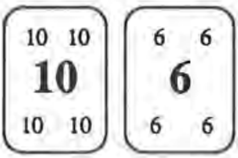
TOTAL 16

— L'un après l'autre, chaque joueur essaie de prendre des cartes parmi les 7 pour obtenir le même total que celui de ses trois cartes.
— Le gagnant est celui qui aura le plus de cartes en fin de jeu.
— La partie se termine lorsque toutes les cartes de la pioche sont épuisées (elles servent à remplacer les cartes prises parmi les 7 du départ).

Exemple: avec ses trois cartes, 1, 9 et 6 qui font un total de 16, il pourrait prendre, parmi les 7 cartes de départ, celles des propositions suivantes:





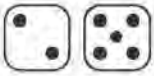


VARIATION B (2 joueurs)

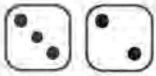
Disposer les cartes 1 à 9 côté chiffres.

1	2	3	4	5	6	7	8	9

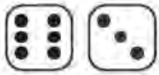
Le joueur dispose de deux dés. Il peut utiliser l'addition, la soustraction ou la multiplication.



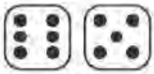
2 x 5
ou **2 + 5** 7
ou 5 - 2



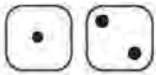
3 x 2
ou 3 + 2
3 - 2 1



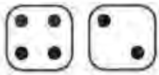
6 x 3
ou **6 + 3** 9
6 - 3



6 x 5
ou **6 + 5** 11 (8 + 3)
6 - 5



1 x 2 2
ou 1 + 2
2 - 1



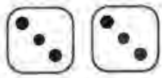
4 x 2
ou **4 + 2** 6
4 - 2

En gras, exemples de solutions choisies par l'élève.

Le but du jeu est d'essayer de retourner toutes les cartes visibles.

Le même joueur poursuit le jeu jusqu'à ce qu'il soit bloqué. A ce moment-là, il fait le total des cartes encore visibles.

~~1~~	~~2~~	~~3~~	4	5	~~6~~	~~7~~	~~8~~	~~9~~



3 x 3
3 + 3

Le premier joueur termine sa partie, il lui reste
4 + 5 = 9 points.

Le deuxième joueur peut commencer.

Celui des deux qui a le plus petit total a gagné la partie.

Jeu: Qui sera le roi? Qui sera la reine?

par Raymond Hutin

Conception du jeu:
Le jeu qui est présenté dans les pages suivantes a été réalisé à la demande de quelques enseignantes qui ont fait part de la difficulté que rencontraient certains élèves dans l'apprentissage des nombres de onze à seize, difficulté touchant au fait que l'énoncé verbal ne laisse pas deviner la quantité. En effet, à partir de dix-sept, dizaines et unités sont énoncées séparément tandis que ce n'est pas le cas pour quatorze ou pour seize.
C'est de là qu'a surgi l'idée de construire un jeu simple et rapide qui invite l'élève, d'une part à composer et décomposer les nombres jusqu'à 24 de différentes manières, en liaison avec le lancer d'un dé, d'autre part à avoir sous les yeux une carte rassemblant trois informations: le «nom» du nombre, le chiffre ou le groupe de chiffres qui le symbolise, et la représentation en extension des éléments, des «objets» (ici des carrés), qu'il désigne.
De plus, bien que très simple dans sa conception, le jeu offre la possibilité de recherche de stratégies en vue d'atteindre le but que l'on s'est choisi tout en cherchant à «bloquer» le parcours de l'adversaire.

Matériel:
Vingt-quatre cartes à découper, portant les nombres de 1 à 24 en chiffres et en lettres. Les cartes 18 à 24 comportent en plus une image. Un dé à jouer.

Nombre de joueurs:
Deux à cinq (Eventuellement, l'un d'entre eux, bon calculateur, peut jouer le rôle de l'arbitre).

Les essais:
Grâce à la complicité d'une quinzaine d'enseignant(e)s, le jeu a fait l'objet de différents essais dans des classes régulières de 1P à 3P, avec des élèves de l'enseignement spécialisé, ainsi qu'avec des enfants de quatrième année dans le cadre de l'appui pédagogique. Selon le niveau de développement des enfants les stratégies sont différentes, mais le jeu a été jugé suffisamment intéressant pour qu'il fasse l'objet de cette publication. On note en particulier que certains élèves de 4P éprouvent encore une réserve quant à la possibilité d'»additionner» les carrés d'une carte avec les points du dé, montrant par là que la notion même de cardinal n'est pas si simple. En général, dans toutes les classes, après une première phase de présentation du jeu par les enseignants, les élèves ont eu du plaisir à jouer à deux ou à trois sans la présence directe du maître ou de la maîtresse.

La règle du jeu:
On trouvera à la page suivante un exemple de règle du jeu. Bien entendu, comme dans tout jeu à but éducatif, la règle peut être modifiée, adaptée, ou laissée au génie inventif des enfants.

Vous avez bien lu! Eh bien, jouez, maintenant!

Qui sera le roi? Qui sera la reine?

Règle du jeu:

Le but du jeu consiste à accumuler assez de points pour obtenir une ou plusieurs cartes portant une image.

Selon le choix de l'enseignant(e) ou des élèves, le vainqueur pourra être:

— celle ou celui qui a obtenu le roi (24),
— celle ou celui qui a obtenu la reine (23),
— ou celui qui a le plus grand nombre de figures,
— ou bien il n'y aura pas de vainqueur mais chaque enfant sera invité, à la fin de la partie, à mimer un rôle correspondant à l'une des figures qu'il a obtenues.

Déroulement de la partie:

Les cartes sont étalées sur la table, face visible de tous. A tour de rôle, chaque joueur lance le dé. Au premier tour, le joueur prend une carte correspondant au nombre de points obtenus (si elle est disponible).

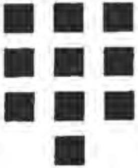
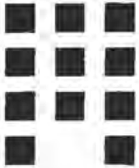
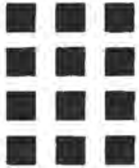
A partir du second tour, le joueur a le choix entre deux stratégies:
— soit il prend une nouvelle carte,
— soit il additionne les points obtenus à ceux d'une ou de plusieurs cartes qu'il possède déjà afin de les échanger contre une carte portant un nombre plus grand. Il restitue alors et remet en jeu les cartes de valeur basse dont il se débarrasse.

Le jeu s'arrête lorsque l'un des joueurs a pu obtenir, par échanges successifs, les 24 points lui permettant d'obtenir le roi ou les 23 points lui permettant d'obtenir la reine, selon la règle choisie au départ.

Variantes:

a) Le jeu continue jusqu'à ce que toutes les cartes comportant une figure soient distribuées.
b) Lors de la présentation du jeu, ou selon le niveau de développement des enfants concernés, on n'utilisera que les cartes allant de 1 à 17, le but étant d'obtenir le tigre.

Math-Ecole 148

neuf  9	**dix**  10	**onze**  11	**douze**  12
treize  13	**quatorze**  14	**quinze**  15	**seize**  16

dix-sept

17

dix-huit

18

dix-neuf

19

vingt

20

vingt-et-un

21

vingt-deux

22

vingt-trois

23

vingt-quatre

24

un	deux	trois	quatre
■	■ ■	■ ■ ■	■■ ■■
1	2	3	4
cinq	six	sept	huit
■■ ■■ ■	■■ ■■ ■■	■■■ ■■ ■■	■■ ■■■ ■■■
5	6	7	8

Exploration dans le monde de la géométrie plane
(suite 2, voir n° 146 et 147)

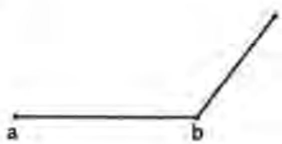
par Michel Chastellain, collaborateur au SPES (VD)

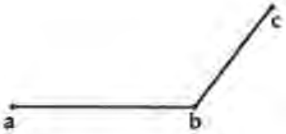
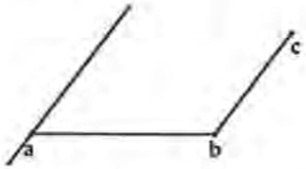
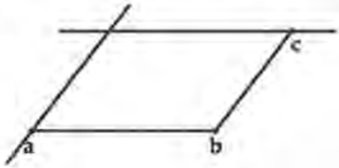
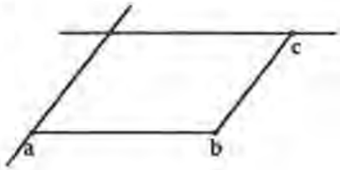
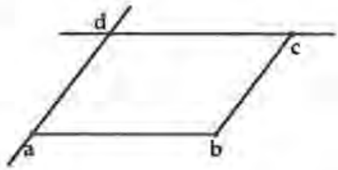
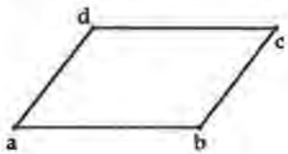
Problèmes divers

CABRI-GEOMETRE, offre également la fonction fondamentale de «macro-construction» qui n'a pas encore été prise en compte jusqu'ici. A vrai dire, il s'agit de faciliter le travail de l'utilisateur, en lui évitant de refaire plusieurs fois de suite la même série de constructions. Par exemple les énoncés de plusieurs problèmes débutent par ces mots:

«Soit un parallélogramme abcd...»,

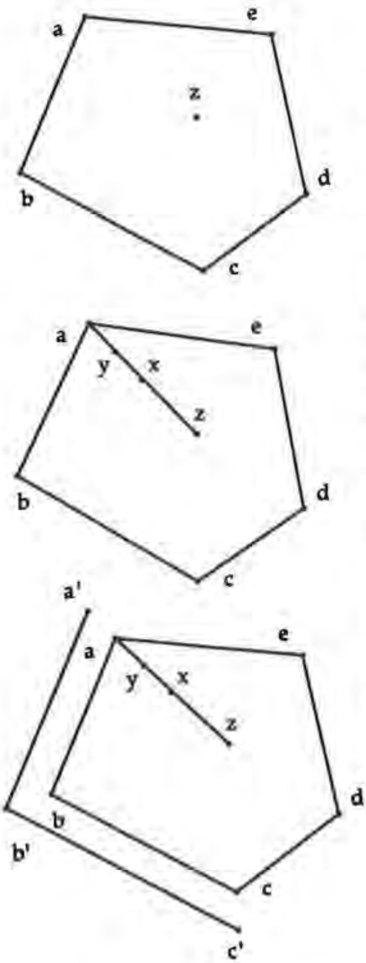
qui impliquent la succession de commandes suivantes:

Menu	Article	Manipulation	Résultat
Création	Segment	pointer, cliquer deux points de l'écran	
Edition	Nommer	pointer, cliquer le premier point, frapper la lettre a et positionner cette lettre	
		pointer et cliquer le deuxième point, frapper la lettre b et positionner cette lettre	
Création	Segment	pointer et cliquer sur b, pointer et cliquer un troisième point de l'écran	

Edition	Nommer	pointer et cliquer sur le troisième point, frapper la lettre c et positionner cette lettre	
Construction	Droite //	pointer et cliquer sur a, pointer et cliquer sur le segment [bc]	
Construction	Droite //	pointer et cliquer sur c, pointer et cliquer sur le segment [ab]	
Construction	Intersection de deux objets	pointer et cliquer sur la première droite, pointer et cliquer sur la deuxième droite	
Edition	Nommer	pointer et cliquer le quatrième point, frapper la lettre d et positionner cette lettre	
Création	Segment	pointer et cliquer sur a, pointer et cliquer sur d	le segment [ad] existe maintenant, indépendamment des deux droites de construction
Création	Segment	pointer et cliquer sur d, pointer et cliquer sur c	le segments[cd] existe maintenant, indépendamment des deux droites de construction
Edition	Aspect des objets	cliquer alternativement sur les deux droites	

Si toutes ces commandes devaient être à nouveau exécutées chaque fois que l'on souhaite obtenir un parallélogramme, l'utilisation du logiciel deviendrait fastidieuse et inefficace. Autrement dit, l'élève a la possibilité de mémoriser toute nouvelle séquence de constructions afin de pouvoir la reproduire, par la suite, en une seule opération. Cette fonction sera largement utilisée pour résoudre tous les problèmes qui nécessitent la construction plus «classiques» comme celles de droites principales d'un triangle, des cercles inscrits et circonscrits d'un triangle, de la tangente à un cercle, du triangle «diminué» ou «augmenté», etc. Les macro-constructions sont également fort pratiques pour résoudre les problèmes de transformations du plan, comme:

Trace l'image du pentagone par une homothétie de centre z et de rapport 5/4: H (z; 5/4)



Dans la réalisation de cet exercice, pour lequel les élèves ne disposent pas de l'article **Mesurer** du menu **DIVERS**, deux procédures ont été employées.

Dans le premier cas, les élèves ont tracé les «rayons» za, zb, zc, etc, puis ils ont construit a', l'image du point a. Ensuite, ils ont déterminé l'image de chaque sommet en utilisant les propriétés des homothéties, c'est-à-dire qu'ils ont construit le point de concours du rayon zb et de la parallèle à [ab] par a', le point de concours du rayon zc et de la parallèle à [bc] par b', et ainsi de suite. Dans le second cas, ils ont utilisé la fonction de macro-construction pour déterminer l'image d'un sommet de la figure de base, puis ils ont répété cette démarche pour tous les autres sommets. A priori, la réalisation à l'aide de CABRI-GEOMETRE, n'apporte rien de plus que lors d'une construction à la règle et au compas. Et pourtant, l'intérêt suscité par cet apport est réel. Il réside dans l'état d'esprit «d'exploration» qui anime la démarche de découverte de l'image d'un sommet: les élèves n'appliquent pas un processus appris, c'est-à-dire quelque chose du style *«je mesure [za], je multiplie cette longueur par 1,25 et j'obtiens [za']»*, car ils ne peuvent plus mesurer les segments à l'écran. Bien au contraire, ils sont confrontés au problème suivant: *«comment faire pour construire, avec les outils dont je dispose, un point a' tel que le segment [za'] représente les 5/4 du segment [za]?»* Face à ce problème, ils doivent conjecturer, essayer, vérifier, c'est-à-dire, en d'autres termes, ne plus appliquer une connaissance apportée par le maître mais bien décortiquer une situation afin de s'approprier un savoir:

Comment construire les 5/4 d'un segment? Pour y parvenir, ils ont déterminé x, milieu de [za], puis y, milieu de [xa] et construit a', le symétrique de y, par rapport à a.

Lieux géométriques

Beaucoup de problèmes de la vie courante sont posés en termes de contraintes «être le plus court possible, être le moins cher,...» et peuvent donc se traduire par des propriétés à vérifier. Beaucoup de figures géométriques sont définies comme un ensemble de points qui jouissent de certains attributs. Ces deux constatations mettent en évidence l'intérêt des problèmes de lieux géométriques qui figurent dans le programme des classes de 8e et 9e années.

Pour déterminer l'emplacement où se situe un ensemble de points qui possèdent une propriété commune, l'élève est confronté à une succession d'opérations délicates. Il doit:

- construire suffisamment de points qui vérifient la propriété donnée afin d'esquisser la figure qu'ils semblent décrire;
- définir le lieu, à partir de l'esquisse précédente, comme figure connue, en prenant garde à quelques points «exceptionnels»;
- justifier, d'une part, que tout point qui jouit de la propriété appartient au lieu et que, d'autre part, tout point du lieu jouit de la propriété. Les exigences concernant ce dernier point sont relativement «petites», dans la mesure où bien des démonstrations font appel à des raisonnements complexes.

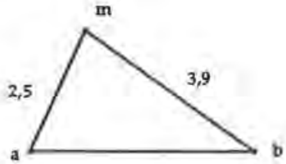
Dans des conditions d'enseignement traditionnelles, les outils à disposition sont le crayon, la règle, le rapporteur et le compas. L'élève réitère à maintes reprises la même démarche, afin de faire apparaître le lieu géométrique. Cette recherche est parfois fastidieuse et pleine d'embûches, notamment dans la mesure où la variation d'un seul paramètre peut compromettre le résultat final.

L'apport de CABRI-GEOMETRE facilite la recherche de propriétés géométriques ou d'invariants de figures; elle peut alors être entreprise par la multiplication immédiate des cas envisageables, puisque les difficultés (problèmes de mesures, d'imprécisions, de tracés,...) rencontrées dans l'élaboration des dessins effectués avec les instruments classiques ne viennent pas entraver l'esprit de créativité ou de recherche. Le temps ainsi gagné offre la possibilité d'un investissement plus profond et plus durable, notamment sur le plan des conjectures et des démonstrations.

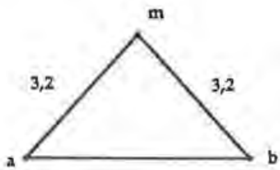
Pour illustrer ces propos, on pourrait mettre en avant la production des élèves concernant de nombreux exercices traitant du chapitre sur les lieux géométriques de 8e année. Arrêtons-nous plutôt un instant sur les différentes étapes d'une recherche beaucoup plus classique, à propos de la notion fondamentale de médiatrice, recherche qui souligne le bien-fondé de certaines techniques d'apprentissage.

Le point de départ proposé est celui de la construction du lieu géométrique de tous les points équidistants des extrémités d'un segment [ab]. Pour ce faire, les élèves disposent de CABRI-GEOMETRE, mais l'outil **Médiatrice** a été soigneusement camouflé. La succession des étapes est la suivante:

- Dans un premier temps, les élèves dessinent un segment [ab] et placent un «point de base» m, approximativement à la même distance de a et de b. Puis, grâce à l'article **Mesurer**, ils déterminent la longueur des segments [am] et [bm].



  Ensuite, ils déplacent le point m, peu à peu, jusqu'à trouver un nouveau point m, qui réponde à la demande. (Ici, les segments [am] et [bm] mesurent 3,2 cm.)



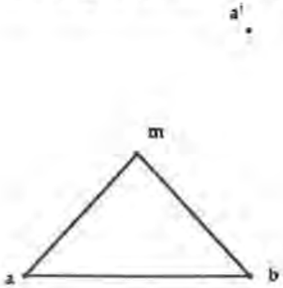
  La notion de médiatrice a déjà été utilisée au cours de nombreuses activités. Pourtant, la prise de conscience de l'existence d'une définition et de sa signification ne semble se produire, pour la majorité d'entre eux, qu'à partir de cet instant, dans la mesure où ils s'y réfèrent concrètement. Dès lors, ils tracent une perpendiculaire par m, puis ils vérifient (certainement plus poussés par un réflexe ludique que par acquis de conscience) que tous points de cette droite jouissent bien de la propriété d'équidistance des extrémités du segment [ab].

  Autrement dit, c'est un peu comme si la méthode qui tient compte du discours du maître, (dans ce cas, le retour à une définition) se révèle moins efficace qu'une découverte qui s'appuie sur le tâtonnement et sur le vécu de l'apprenant.

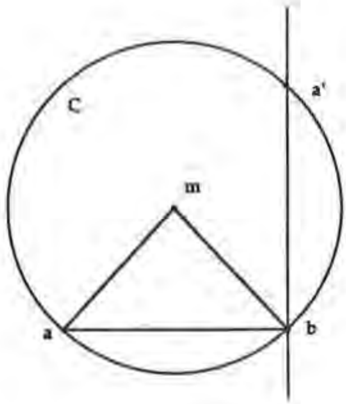
  Cette constatation n'est certes pas nouvelle, mais elle mérite d'être soulignée, car elle s'inscrit dans l'idée que toute information qui n'est, à priori, d'aucune utilité directe pour l'élève, se trouve considérée comme une connaissance ponctuelle supplémentaire qu'il serait bien vu d'engranger!

- Durant la recherche, un groupe a construit le symétrique a' du point a, par rapport au centre m, sans être à même de justifier l'origine exacte de cette démarche. De plus, les mêmes élèves ont vérifié, par l'intermédiaire de l'article **Droite perpendiculaire**, que la droite a'b était bien perpendiculaire au segment [ab].

  A ce stade de l'investigation, un élève a, bien évidemment, tenté de justifier le pourquoi de cet angle droit entre [ab] et [a'b]. Après une période de tâtonnement, nous sommes tombés d'accord sur le raisonnement:

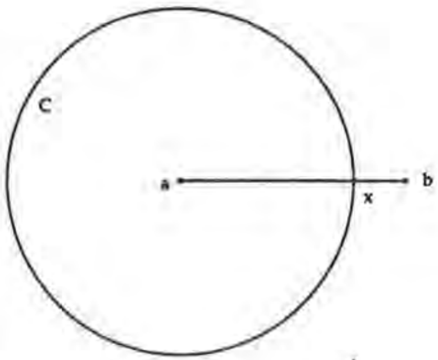


— [am] = [bm], par hypothèse;
— [a'm] = [am], par symétrie;
— donc, [am] = [bm] = [a'm] = r;
— il existe un cercle C (m; r) qui est circonscrit au triangle aba'. C'est un cercle de Thalès du segment [aa'].



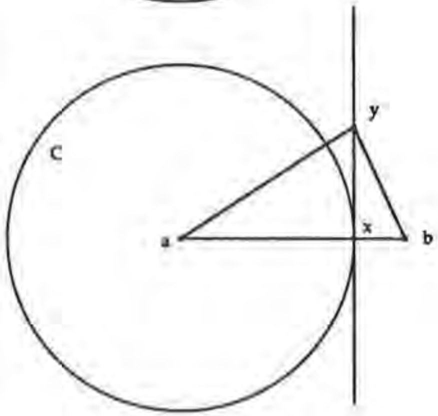
Autrement dit, nous étions partis dans une réflexion à propos de la médiatrice d'un segment, et nous avons débouché sur une activité de type déductif, dont la finalité a été, par la suite, celle de découvrir, puis de justifier, qu'en déplaçant a' le long de la droite a'b, on faisait décrire au point m un cheminement qui était bien le lieu géométrique de tous les points équidistants de a et de b. En fin de travail, l'utilisation d'une macro-construction a permis de conserver la procédure.

Durant toute l'activité, le rôle du maître est passé au second plan puisque l'étude a dévié à partir des questions des élèves. Ce n'est plus l'enseignant qui a choisi de faire émerger une notion, mais ce sont les élèves qui par leurs interrogations ont suscité la démarche de recherche. Cette procédure a été l'origine d'une stimulation très sensible de leur motivation.



- *«Est-il possible de construire la médiatrice d'un segment, en n'utilisant que les outils règle et compas?»* Ce troisième point de départ a été travaillé de concert avec toute la classe.

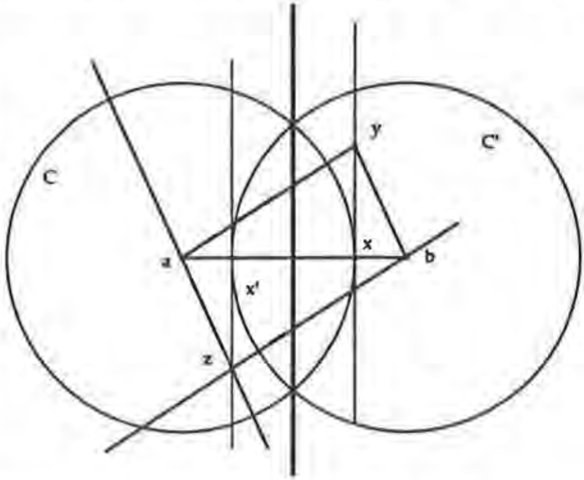
Le début de la construction ne pose aucun problème particulier. Les élèves tracent un segment [ab], ainsi qu'un cercle C (a; r), avec r suffisamment grand. Le cercle C coupe [ab] en x.



C'est alors que se pose la question de savoir comment procéder pour dessiner un second cercle de même rayon, mais centré, cette fois, en b.

C'est alors que se pose la question de savoir comment procéder pour dessiner un second cercle de même rayon, mais centré, cette fois, en b.

Après un échange animé, l'idée de tracer un point x', situé à la même distance de a, que x de b «passe» assez bien. En effet, les élèves saisissent que ce point x' définira le cercle cherché, soit C' (b; ax'). Reste à savoir comment procéder. Là, les idées fusent et la recherche «redémarre» à deux cents à l'heure.



Finalement, la procédure proposée par un groupe, avec une participation minime du maître, se révèle particulièrement intéressante, car elle se fonde sur les transformations du plan. La succession des opérations se présente ainsi:

— Tracer une perpendiculaire au segment [ab], passant par le point x.

— Choisir un point y quelconque sur cette droite et tracer [ay] et [by].

— L'idée consiste alors à réaliser une symétrie centrale pour transformer le triangle aby en le triangle abz. Pour y parvenir, il suffit de construire le point z, intersection de la parallèle à [ay] par b, avec la parallèle à [by] par a.

— x' est alors déterminé par l'intersection de [ab] avec la perpendiculaire à [ab], par z.

— Finalement, la médiatrice du segment [ab] est obtenue en joignant l'intersection de cercles C et C', le cercle C' (b; bx') étant préalablement tracé.

Bien qu'étant persuadé de la «faisabilité» de cette construction à l'aide de CABRI-GEOMETRE, je dois reconnaître que je ne m'y étais pas attaché avant d'entamer l'activité avec les élèves, dans la mesure où ce sont les circonstances des recherches précédentes qui nous ont amenés à nous poser cette question. Cet aspect mérite d'être signalé car il place les élèves, comme le maître, dans une situation pédagogique inhabituelle dans laquelle la différence entre «celui qui sait» et «celui qui apprend» s'estompe. La collaboration qui s'installe alors débouche sur une relation particulièrement plaisante.

CONCLUSION

Toute analyse d'un processus d'enseignement devrait faire l'objet d'une évaluation, si l'on entend opérer de manière scientifique. Cette évaluation permet d'émettre des hypothèses fondées sur les connaissances de l'élève, de mettre en évidence ses acquisitions et de tirer des conclusions sur les démarches utilisées, sur l'apprentissage d'attitudes et sur quelques concepts fondamentaux. Une des façons d'y parvenir consiste à élaborer un pré-test, c'est-à-dire un recueil de questions qui permettent de déterminer ce que l'élève connaît à propos de tel ou tel sujet, puis de procéder de façon identique, après une séquence d'enseignement, à l'aide d'un post-test, dont les questions, à défaut d'être rigoureusement identiques, procèdent du même ordre d'idée.

Cette procédure n'a pas été suivie, ici, pour la simple et bonne raison que cette étude reflète un vécu récent et «sauvage». En d'autres termes, cela signifie que ma découverte de CABRI-GEOMETRE, remonte à une année environ et que, vu l'enthousiasme déclenché, j'ai souhaité l'introduire immédiatement dans mon enseignement, c'est-à-dire au milieu de l'année scolaire déjà. C'est pourquoi l'apprentissage de CABRI-GEOMETRE a eu lieu, tant pour le maître que pour les élèves, pratiquement en même temps et l'idée d'une analyse postérieure ne sous-tendait pas cette démarche. Mais, cette constatation ne doit, en aucune manière, représenter un frein à un bilan final, car de nombreuses remarques méritent d'être formulées. Parmi celles-ci, il faut souligner:

- S'il est imprudent de parier à long terme sur la motivation retrouvée par les élèves - en effet rien ne prouve que celle-ci se poursuive «ad eternum» - il faut bien reconnaître que CABRI-GEOMETRE, retient l'attention des élèves au point de susciter moult discussions en dehors des heures de géométrie et d'être à l'origine de nombreuses séances de travail extra-horaire.

- L'enseignant qui se «morfond» - et j'en suis un parfois - face à des élèves dont le regard traduit le manque d'intérêt qu'ils ressentent pour une branche dont ils ne saisissent que très mal les tenants et les aboutissants, se trouve soudainement revigoré par la stimulation à laquelle il assiste.

- La complexité de certaines tâches - noter une marche à suivre, trouver une façon d'entamer le problème, obtenir des informations sur la figure,... - et l'aspect rébarbatif de plusieurs autres - tracer un réseau de parallèles dans une translation, répéter la même construction pour un lieu géométrique,... - semblent en régression par suite de l'utilisation de CABRI-GEOMETRE, et les élèves sont enthousiastes lorsqu'ils savent que nous nous rendons en salle d'informatique.

- Comme cela a été précisé à maintes reprises, la «lecture» d'informations, par l'observation de figures, est grandement facilitée. Les élèves se trouvent nettement moins démunis qu'auparavant et ils parviennent à dresser beaucoup plus facilement la liste des propriétés dont ils auront besoin, en cas de démonstration.

- Les phénomènes d'interaction, entre la machine et l'élève, entre les élèves au sein d'un groupe, entre les élèves dans le cadre de la classe ou encore, avec le maître, se multiplient et s'avèrent, d'une manière générale très fructueux.

Par ces nombreux échanges, l'élève met en oeuvre des attitudes qui touchent aux objectifs comportementaux, il apprend à décortiquer une donnée, à communiquer, à collaborer, à confronter ses points de vue, à justifier ses résultats, bref, il est mis en condition de s'approprier la connaissance.

- Par l'effacement de l'enseignant, les élèves peuvent plus facilement évaluer entre eux les solutions qu'ils ont trouvées eux-mêmes. Ils se sentent ainsi confirmés dans leurs idées, en vertu d'eux-mêmes ou de leurs camarades, et non plus en vertu des adultes dont l'opinion est difficilement contestable.

- Le rôle du maître n'est plus celui de meneur de jeu mais plutôt celui de conseiller. Il adapte son intervention et il dose sa participation pour que l'élève voie émerger son propre problème, grâce aux questions qu'il se pose et aux recherches qu'il mène.

- Les nombreuses phases durant lesquelles les élèves tâtonnent et «questionnent» l'ordinateur, afin de se convaincre de l'existence ou non d'une propriété, sont à considérer comme autant de phases de manipulations nécessaires et préalables à la construction des notions mathématiques. Elles s'inscrivent dans un contexte de prise en charge du problème par l'élève, ce qui favorise son autonomie.

- Pratiquement chaque figure étudiée a débouché sur plusieurs développements imprévus en rapport avec les différentes questions que l'on peut se poser à leur sujet. Les élèves ont dû alors faire appel à des connaissances et des aptitudes très variées, qui ont parfois débouché sur de nouveaux problèmes. Cet effet «cascade» a l'avantage de présenter les mathématiques sous un aspect «décloisonné», et l'imbrication des différentes notions mathématiques sous-jacentes leur redonne une certaine signification. L'élève n'est plus confronté à un enseignement de type «saucisson».

Finalement, l'apport de CABRI-GEOMETRE,

«doit inciter à adopter un autre état d'esprit, celui de tenter d'explorer des méthodes différentes et notamment:

- *accorder une certaine importance aux situations d'autonomie, à l'observation des élèves, aux apprentissages opératoires;*

- *s'adapter à la diversité des intérêts et des situations (apports des élèves, conditions régionales, locales,...) plutôt que de rester prisonnier d'une programmation trop rigide, tout en étant au clair avec les objectifs essentiels que l'on poursuit;*

- *permettre un meilleur ancrage des connaissances dans l'expérience personnelle et, inversement, rendre les connaissances acquises plus facilement réinvestissables;*

- *ne pas limiter la formation scientifique à une somme de connaissances souvent accumulées, mais situer celles-ci dans un ensemble de démarches, de méthodes et d'attitudes qui ne peuvent se construire que par approximations successives;*

- *et favoriser d'abord «le développement d'une attitude scientifique qui ne dissocie pas trop les aspects conceptuels des aspects socio-affectifs»*[9]

pour reprendre les propos de G. De Vecchi et A. Giordan, en guise de conclusion.

Bibliographie

ARNOLDY V., BURLET O., MONOD J.-D.
Géométrie 7 DP, Lausanne, Editions LEP, 1988.

ARSAC G.
La pratique du problème ouvert, Lyon, IREM de Lyon, 1985.

BURLET O.
Géométrie, Lausanne, Editions LEP, 1989.

BARATAUD D., BRUNELLE L.
De l'erreur à la réussite en mathématiques, Paris, Education F. Nathan, 1985.

BRUN J., HUTIN R., PERRET J.-F., POCHON L.-O., ROLLER S.
Mathématique et réalité, Neuchâtel, IRDP, 1983.

INSTITUT D'INFORMATIQUE ET DE MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES DE GRENOBLE. CABRI-GEOMETRE, Grenoble, 1990.

CHASTELLAIN M., JAQUET F., MICHLIG Y.
Mathématique sixième année, méthodologie, Genève, OREMS, 1985.

CHASTELLAIN M.
Les rendez-vous d'enseignement mathématique, in Math-école Nº 140, 1989.

COMMISSION INTERCANTONALE ROMANDE DE COORDINATION DE L'ENSEIGNEMENT. CIRCE III *programmes-cadres mathématiques*, Lausanne 1986.

DIPC, ÉCOLE SECONDAIRE DU CANTON DE VAUD.
Programme du 5e au 9e degré, Lausanne, 1990.

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE BALE.
Prise de position et thèses relatives à l'enseignement gymnasial des sciences, Bâle, 1988.

GIORDAN A., de VIECCHI G.
Les origines du savoir, Paris, Delachaux et Niestlé, 1987.

GIORDAN A., de VIECCHI G.
L'enseignement scientifique: comment faire pour que ça marche, Z'éditions, Nice.

PERRET J.-F.
Connaissances mathématiques à l'école primaire, Berne, Peter Lang, 1988.

PONT J.-C.
Propos décousus sur l'enseignement de la géométrie, in Bulletin des maîtres de mathématique vaudois Nº 47, 1990.

VERGNAUD G.
L'enfant, la mathématique et la réalité, Berne, Peter Lang, 1981.

[9] Cf. G. De Vecchi, A. Giordan, op. cit. p. 200.

Des lentilles pour y voir plus clair...

par Raymond Hutin

La presse a publié récemment des informations portant sur une découverte en matière d'optique. Des chercheurs ont mis au point un nouveau type de lentilles, dites multifocales, qui devraient permettre aux personnes atteintes de presbytie, c'est-à-dire la plupart d'entre nous, de voir aussi bien de près que de loin.

Pourquoi en parler dans *Math-Ecole*? C'est que, au-delà de la performance technologique, c'est le principe même de la vision qui s'en trouve remis en question. En effet, on s'est aperçu qu'en munissant l'oeil d'une lentille dont le principe consiste à entremêler des éléments de focales différentes, ce n'est pas l'oeil qui s'adapte, mais bien le cerveau qui «trie» ce dont il a besoin selon que l'individu à l'intention de voir des choses toutes proches ou au contraire éloignées. Une fois de plus, on a là une preuve du fait que c'est le cerveau, c'est-à-dire le système de représentation central, qui pilote la perception et non l'inverse.

On estime aujourd'hui que 99,98% de nos quelques quinze milliards de neurones sont utilisés pour le fonctionnement interne du cerveau, alors que 0,02% seulement sont affectés aux mécanismes d'entrée-sortie. Notre matière grise est donc avant tout une énorme machine à représentations internes qui, de cas en cas, sélectionne ce dont elle a besoin pour fonctionner.

Si nous nous hasardons à effectuer une transposition dans le domaine de la pédagogie, nous pouvons pour le moins élaborer un certain nombre d'hypothèses. Tout d'abord, que se passe-t-il quand l'enfant est soumis à un apprentissage? Indéniablement, il ne va pas sans autre emmagasiner la totalité de ce qui lui est présenté par la vue ou par l'ouïe. Son système de représentation interne va probablement, en fonction de l'expérience et des connaissances acquises antérieurement, du contexte situationnel d'apprentissage, de l'état émotionnel du sujet apprenant, de l'estime qu'il porte à l'enseignant, etc., sélectionner un certain nombre des informations qui lui sont fournies et leur donner une signification globale, pas forcément celle qu'avait prévue le maître ou la maîtresse.

Il convient donc de se méfier beaucoup de ce que l'on a trop vite tendance à placer sous le signe de l'inattention, du manque de concentration, de la paresse ou de la mauvaise volonté. Lorsqu'un enfant n'a pas saisi ou n'a pas retenu le message qu'il a reçu de l'enseignant, il ne sert à rien (dans 99,98% des cas peut-être!) de le lui répéter. S'il n'a pas compris du premier coup, c'est que le cerveau a capté seulement ce que le système de représentation interne était capable de saisir, à cet instant-ci et dans ce contexte-ci.

Relions cette hypothèse à une situation anecdotique que l'on a rencontrée assez fréquemment: un élève est en difficulté pour la mathématique. L'institution scolaire, soucieuse de l'égalisation des chances de réussite, organise un service de dépannage que les élèves peuvent fréquenter librement.

— *Puisque tu ne comprends pas, pourquoi ne vas-tu pas au dépannage?*

— *Au dépannage, je retrouve mon prof de math. Il va me redire ce qu'il m'a déjà dit deux fois en classe. Si je n'ai pas compris les deux premières fois, pourquoi est-ce que je comprendrais mieux la troisième.*

Sans doute la situation est-elle caricaturale car chacun sait que les enseignants s'évertuent à modifier leurs présentations de manière à accroître leurs chances d'être compris, mais l'élève est probablement aussi dans son bon droit. Il n'a la plupart du temps pas perçu les modifications que l'enseignant a apportées à son message. Son système de représentation est branché sur une autre longueur d'onde et la communication ne passe pas.

Seconde hypothèse: si c'est le cerveau qui pilote la perception, l'école ne serait-elle pas plus efficace si c'était l'apprenant qui pouvait piloter son propre apprentissage et non l'enseignant? Depuis que l'école existe, elle a voulu faire marcher tout le monde au même pas. A tel âge, telle ration de savoir! Tant pis pour ceux qui ne sont pas au rendez-vous! Et pour se donner bonne conscience, on a créé les filières et les systèmes de sélection. Pourtant la vie courante nous offre mille exemples de réussite professionnelle ou d'érudition de la part de gens qui n'avaient guère brillé durant leur scolarité. Mais nous nous trouvons ici face à un nouveau paradoxe. Si les voix sont nombreuses pour dire que, dans le monde hautement technologisé que nous connaissons, tout individu doit acquérir un solide bagage de connaissances, faire preuve d'autonomie, de responsabilité, d'esprit d'initiative, ce sont souvent les mêmes voix qui revendiquent le maintien de l'école d'autrefois, la sélection précoce, l'obéissance et la docilité.

Nous n'avons pas encore réussi à faire comprendre que l'école d'hier était conçue pour favoriser le dégagement d'une élite restreinte, et que le passage à la nécessaire formation de masse implique un autre type de formation, qui évite le gaspillage systématique de nombreuses intelligences en formation, gaspillage provenant le plus souvent du fait que l'on propose à l'élève des notions sous une mauvaise forme et/ou au mauvais moment. En cette matière, la révolution reste à faire et l'égalité de chances de réussite (et non des niveaux de performance, ce que laissent toujours entendre ceux qui militent pour l'élitisme et se complaisent à évoquer le nivellement par le bas) prendra au moins autant de temps que l'égalité des sexes et fera probablement l'objet d'autant de réactions de type intégriste.

Troisième hypothèse: si le cerveau, en toutes circonstances, «trie» ce qui lui convient (et nous n'avons aucune raison d'en douter ne serait-ce qu'en réfléchissant quelques secondes à ce qui se passe dans une réception où tout le monde parle simultanément et où, néanmoins, nous sommes capables de filtrer ce que dit l'un des convives sans interférences avec d'autres verbalisations simultanées), le produit du tri sera-t-il plus riche et plus cohérent lorsque celui-ci s'effectue dans une situation restreinte solidement balisée, ou se construira-t-il de meilleurs systèmes de significations dans des contextes larges?

Une certaine pédagogie a longtemps préconisé - et elle existe encore - le découpage des plans d'études en unités aussi réduites que possible. De découpage en saucissonnage, et de saucissonnage en atomisation, on parvient parfois à des méthodologies qui n'ont plus de signification. Le désastre est encore étendu quand l'évaluation s'en mêle. Un objectif restreint, un enseignement! Un chapitre, une évaluation! Et l'on s'étonnera en constatant quelques semaines ou quelques mois plus tard que tout ou presque a été oublié.

Pour que le cerveau puisse piloter l'apprentissage, il faut que les éléments d'entrée s'insèrent dans des ensembles structurés et cohérents. Il n'existe pas, dans notre esprit, une case pour l'addition et une autre pour la multiplication. C'est toujours un système d'ensemble qui est mobilisé. Et c'est par la confrontation d'éléments différents, extraits de situations d'apprentissage larges et comprenant des complexités nombreuses, que notre esprit s'engage progressivement dans la construction des structures d'ensemble.

Les hypothèses demeurent des hypothèses, même si nous avons de bonnes raisons de penser qu'elles pourraient nous conduire à des certitudes. Mais nous aurions tous besoin de lentilles multifocales pour appréhender la réalité sous ses multiples facettes. Il est tellement plus rassurant de se cramponner à l'atomisation des programmes et aux vertus de la sélection.

Courrier des lecteurs

Votre edito du 146 inaugure la trentième année de Math-Ecole. Un bel âge pour une revue pédagogique. Bravo! Félicitations et remerciements à ceux qui la font vivre.

Dans le même papier, vous signalez la mise ne chantier de la troisième révision des moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4. Nouvelle raison de se réjouir. L'élan qui a caractérisé, dès les années 50, le renouvellement de l'enseignement de la math, ne s'est pas ralenti.

Que veut-on, cette fois-ci? Une simple toilette de ce qui est ou un rajeunissement qui tienne compte des données technico-scientifiques du monde contemporain? J'espère que ce sera du neuf. ne serait-ce que pour honorer la mémoire des pionniers: Nicole Picard, Zoltan Dienes, Georges Papy et, aussi, le petit père Cuisenaire.

Qui se mettra à l'ouvrage? Pas une Commission - ah ces Commissions helvétiques lentes et pesantes -, ni un «elan», comme vous dites. Mais, bien plutôt, une équipe de copains. Une dizaine, pas plus, tous enseignants/tes du terrain, avec, parmi eux, un psycho-pédagogue de la math, un sociologue de l'éducation et, cela va de soi, un chercheur en pédagogie. Ce ne seront pas des mathématiciens au sens académique du terme. De la math, ils en sauront quelque chose et même un bon bout. Ce seront surtout des amoureux de la math. Ils aimeront jouer à la math comme on aime jouer aux cartes, au billard ou aux échecs. Leur âge? Celui de leur esprit, un esprit jeune et joyeux. On les enverra travailler, et, pourquoi pas jouer, pendant six mois, à la campagne. Loin des pollutions atmosphériques, loin des pollutions mentales produites par certains cerveaux encombrés.

Pour produire quoi? Des «manuels», comme vous dites. De petits ouvrages pas chers et maniables. Avec, dedans, plein de choses vives, amusantes, stimulantes pour l'esprit: des jeux, des devinettes, des défis. Des choses «sérieuses» aussi. A une condition: qu'elles soient perçues bonnes et utiles, comme du pain bis.

Ces ouvrages plairont aux enfants. Ils plairont aussi à leurs maîtres qui se «recycleront» en même temps que leurs élèves. Ils plairont aux parents qui apprendront en même temps que leurs enfants. Ils plairont aux députés qui les parcourront quand les discours parlementaires deviendront ennuyeux.

Pour quels élèves tout cela? Pour les bons élèves, les dociles et les appliqués, bien sûr, et aussi pour les autres, les pas dociles, les pas appliqués, les farfelus, les combattifs (avec deux t, résolument). Tous enfants des médias, de la B.D., de l'ordinateur. Enfants de parents divorcés. Enfants de parents étrangers. Venus de l'Est, ils parleront lithuanien, polonais, russe. En français, ils auront de la peine. Mais en math, ils seront peut être nos maîtres. Au siècle dernier, la Russie a donné au monde Lobatchevski qui, avec l'Allemand Riemann, a inventé la géométrie non-euclidienne.

Mise en service: 1er septembre 1992???

Samuel Roller

JAB
1200 GENÈVE 2

TABLE DES MATIÈRES

Abonnements:

Suisse: F 17.— Etranger: F 19.—
CCP 12-4983 - 8 Paraît 5 fois par an.

Service de la Recherche Pédagogique
20 bis, rue du Stand
CH - 1211 Genève 11 — CP 119
Tél. (022) 27 42 95

Adresse: Math-Ecole; 20 bis, rue du Stand, CH-1211 Genève 11; CP 119

Imprimerie Fiorina, 1950 Sion