septembre 1992

31e année

154

MATH ECOLE

Un plaidoyer pour la symétrie glissée

Utilisation didactique de la calculatrice

A propos de logique

Informations

Réimpression de l'ouvrage *«Le nombre π»*

Il y a longtemps que le numéro spécial «π» du *Petit Archimède*, (actuellement *Le Jeune Archimède*) est épuisé. Bonne nouvelle, cet ouvrage de référence sur le «nombre d'Archimède», est disponible à nouveau, en tirage limité. Sa présentation est comparable à celle de la première édition, les auteurs se sont contentés d'ajouter quelques pages, pour arriver à ... 314!

Quelques extraits de la table des matières: «à propos du papyrus Rhind», «Archimède», «Viète», «Descartes», «formules: Wallis, Stirling», «les séries de Fourier», «travaux d'Hermite et Lindemann», «π dans nos classes», «l'aiguille de Buffon», «les décimales de π et la statistique», et une foule de trésors rangés dans «le grenier», avec un bandeau des 50 premières décimales de π pour décorer votre bureau ou votre salle de classe.

Math-Ecole en a réservé 200 exemplaires à l'intention de ses lecteurs et de tous ceux qui, en Suisse romande, s'intéressent au *«Nombre π»*, au prix de 42 FS. Bulletin de commande en page 36.

Bourse aux anciens numéros

Dans les numéros précédents, la rédaction annonçait l'ouverture d'une bourse aux anciens numéros. C'est parti! Au vu des stocks actuels, les numéros 100 à 150 s'échangent à 1 Fr. pièce, à quelques exceptions près, en voie d'épuisement, comme le 136. Pour les numéros antérieurs à 100, qui se font rares, les cours sont donnés «sur demande». Un index des anciens numéros est en préparation. Bulletin de commande en page 36.

Campagne d'abonnements

Elle s'est ouverte dès la parution du numéro 153, jusqu'au 31 décembre 1992. Les personnes qui recruteront le plus grand nombre de nouveaux abonnés, y compris eux-mêmes, recevront des prix: jeux, calculatrices, livres, ...

Le prix de l'abonnement figure en page 1.

Des groupes d'enseignant(e)s d'un même collège ou d'une même région peuvent bénéficier des tarifs avantageux d'**abonnements collectifs** (livraison à une même adresse):

de 5 à 9: Fr. 15.- par abonnement,	de 50 à 99: Fr. 13.- par abonnement,
de 10 à 49: Fr. 14.- par abonnement,	dès 100: Fr. 12.- par abonnement.

(Une augmentation de ces prix est à prévoir, dès 1993.)

Bulletin de commande en page 36.

Jeux au banc d'essai

Math-Ecole présente régulièrement des jeux, expérimentés en classe. Les lecteurs qui le souhaitent peuvent participer, avec leurs élèves, aux essais et validations de ces nouveaux jeux, qu'ils pourront conserver ensuite. Prière de s'adresser à la rédaction.

MATH-ECOLE

31e année 5 numéros par an

154

septembre 1992

Adresse
Rédaction de "Math-Ecole"
Case postale 54
CH - 2007 Neuchâtel 7

Administration
Institut romand de Recherches
et de Documentation Pédagogiques
Fbg de l'Hôpital 43
CH - 2007 Neuchâtel 7 - CP 54
Tél. (038) 24 41 91
Fax (038) 25 99 47

Abonnement annuel (5 numéros)
Suisse: Fr. 17.- Etranger: Fr. 19.-
CCP 12-4983-8

Imprimerie
Fiorina, rue de la Lombardie 4
CH - 1950 Sion
Tél. (027) 22 14 60

Graphisme de couverture
François Bernasconi
Oeuvre d'Angel Duarte, peintre et sculpteur établi à Sion depuis 1961. Paraboles hyperboliques inscrites dans un cube.
Photographie de H. Preisig, Sion.

Sommaire

Editorial

Une formation pour qui?

Nul ne saurait nier que les résultats de la recherche en didactique des mathématiques ont une influence plus ou moins directe sur les moyens d'enseignement.

En ce qui concerne les plus récents d'entre eux, **l'évolution se traduit par l'apparition de problèmes plus ouverts dont le but est de redonner du sens à l'activité mathématique** et de montrer aux élèves que les théories enseignées sont issues de la résolution de problèmes. Ces activités – recherches, situations, situations-problèmes, etc. – sont fondées sur des options méthodologiques plaçant les élèves dans des situations d'apprentissage qui les amènent à **s'interroger**, **essayer**, **communiquer**, **affirmer**, **justifier**, ..., et qui, par conséquent, laissent aux enseignants une plus grande liberté de manœuvre.

Malheureusement, bien que les maîtres disposent de nombreuses suggestions didactiques, de matériel varié et d'une profusion de conseils méthodologiques, l'observation de ce qui se passe en classe montre que la majorité des activités «ouvertes» est tout simplement laissée de côté.

Cela signifie que leur pratique se heurte à de nombreux obstacles (problème de gestion, programme considéré comme trop «lourd», évaluation sommative, sélection précoce, peur d'être jugé ou de ne pas être capable d'apporter une solution correcte, crainte de ne pas parvenir au résultat avant les élèves, ...) qu'il s'agit de connaître et d'analyser si l'on entend les surmonter ou les contourner, étant donné que les méthodes d'enseignement sont encore très fréquemment construites sur une présentation académique des savoirs «savants»!

Dans ces conditions, arrivera-t-on un jour à substituer aux savoirs «nobles» des connaissances opérationnelles, **à faire de l'élève un sujet et non plus un objet ou un récipient**, à remplacer la transmission du type «cours suivi d'exercices» par une activité porteuse de sens et de signification, à modifier le rôle de l'enseignant pour qu'il devienne animateur-conseiller et concède ainsi une partie de son pouvoir?

Toute réponse péremptoire à cette question relèverait d'une attitude présomptueuse. Cependant, il est réaliste de penser qu'une telle conception, qui vise une pratique autonome des mathématiques, passe immanquablement par une formation complémentaire des enseignants. Certes, les conditions économiques étant ce qu'elles sont, ce vœu peut sembler utopique. Elle est cependant une condition sine qua non à la réussite des nouvelles pratiques préconisées par la recherche en didactique des mathématiques.

Dès lors, on est en droit de s'interroger: les maîtres sauront-ils comprendre cet enjeu et manifester concrètement leur volonté de perfectionnement par des inscriptions massives aux cours de formation des différents départements cantonaux de Romandie?

Michel Chastellain, collaborateur au SPES (VD)

Un plaidoyer pour la symétrie glissée

par André Calame, Neuchâtel

Depuis qu'on accorde de l'importance aux isométries dans l'enseignement élémentaire, on rencontre beaucoup d'exercices sur les translations, les rotations, les symétries axiales ou centrales. Une fois acquises les propriétés essentielles de ces transformations, on passe à leurs compositions.

Pour les translations, c'est l'occasion de comparer la composition avec l'addition des vecteurs. En général, on vérifie expérimentalement que la composition de deux rotations est encore une rotation, éventuellement une translation. On constate également que la composition de deux symétries axiales conduit à une rotation si les axes se coupent et à une translation s'ils sont parallèles.

En revanche, on voit rarement apparaître la *symétrie glissée* dont nous donnons ici une première définition:

On appelle *symétrie glissée* la composition d'une symétrie axiale et d'une translation de direction parallèle à l'axe.

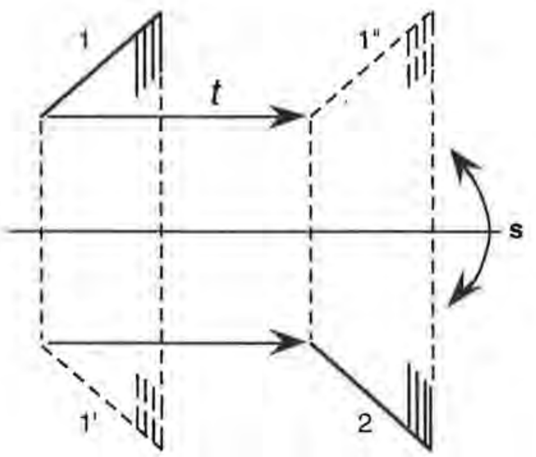


fig.1

Comme on peut le constater sur la figure 1, cette composition d'une symétrie axiale et d'une translation est commutative. Soit on effectue d'abord la symétrie axiale pour passer de **1** à **1'**, puis on passe de **1'** à **2** par la translation; soit on commence par la translation de **1** à **1"** qu'on fait suivre de la symétrie axiale pour obtenir **2**.

La symétrie glissée semble négligée dans l'étude des isométries du plan et cela me paraît dommage. En effet, cette transformation apparaît de manière naturelle dans plusieurs situations intéressantes. Je n'en citerai ici que deux exemples.

Tout d'abord dans l'étude des frises, on ne manquera pas de s'intéresser à la situation de la figure 2. Les isométries qui ramènent la frise sur elle-même sont engendrées par la symétrie glissée qui fait passer de **1** à **2**, puis de **2** à **3**, etc. Si l'on désigne par **g** cette symétrie glissée, on remarque que la composition **g** $*$ **g** correspond à la translation qui envoie **1** sur **3** et **2** sur **4**. C'est la frise «des pas de Charlot» pour reprendre une heureuse expression parue dans la revue *Tangente.*

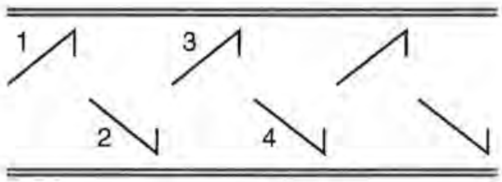


fig.2

Une autre situation digne d'intérêt me semble être le passage de la géométrie plane à la géométrie de l'espace. Dans cette perspective, les translations du plan se généralisent facilement à l'espace. Seule l'associativité de l'addition appelle un peu d'attention quand les trois vecteurs envisagés sont linéairement indépendants. La rotation autour d'un point dans le plan prépare l'étude des rotations autour d'un axe dans l'espace. Quant à la symétrie axiale, elle se prête à deux généralisations. Soit on considère dans l'espace l'axe de la symétrie comme l'axe d'un renversement, c'est-à-dire l'axe d'une rotation de 180°; soit on considère l'axe de symétrie comme l'intersection du plan de la figure et d'un plan perpendiculaire, ce qui conduit à l'étude de la symétrie planaire.

Dans cette optique, il me paraît qu'il y aurait aussi une place de choix pour la symétrie glissée. Elle est en effet l'amorce du mouvement de vissage, appelé aussi hélicoïdal. On peut voir dans la symétrie glissée une rotation d'un demi-tour autour de l'axe, combinée avec une avance le long de cet axe. Dans la vie courante, il n'est d'ailleurs pas rare qu'un mouvement de vissage se décompose ainsi en vissages partiels d'un demi-tour. Qu'on pense à l'usage du tire-bouchon ou d'un écrou à ailettes.

Abordons maintenant un aspect plus théorique sous forme d'un problème de géométrie plane:

On donne deux triangles égaux RST et R'S'T' d'orientations différentes. Par quelle(s) isométrie(s) peut-on passer du premier triangle au second? (fig.3)

Par une symétrie centrale **c** de centre M, on peut amener le sommet R sur le sommet $R_1 = R'$. Le triangle RST a alors comme image le triangle $R_1S_1T_1$. Les deux triangles $R_1S_1T_1$ et R'S'T' sont d'orientations différentes et ils ont en commun le sommet $R_1 = R'$. Il existe donc une symétrie axiale **s** d'axe d qui transforme $R_1S_1T_1$ et R'S'T'. En conclusion, on passe de RST à R'S'T' par la composition:

$$\mathbf{m} = \mathbf{s} * \mathbf{c} \quad (1)$$

Nous allons montrer que **m** est une symétrie glissée, ce qui nous permettra d'ailleurs de donner une deuxième définition de cette isométrie.

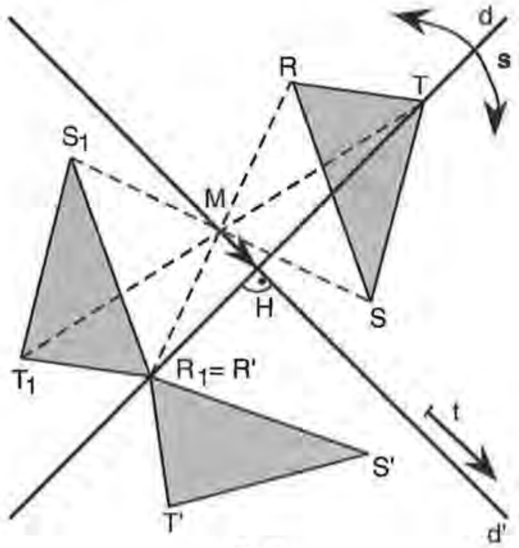


fig.3

La symétrie centrale **c** qui est une rotation de 180° autour de M peut aussi être considérée comme la composition de deux symétries axiales dont les axes passent par M et sont perpendiculaires:

$$\mathbf{c} = \mathbf{s_2} * \mathbf{s_1} \quad (2)$$

On peut choisir pour $\mathbf{s_2}$ la symétrie dont l'axe est parallèle à **d**. En comparant les compositions (1) et (2), on a:

$$\mathbf{m} = \mathbf{s} * (\mathbf{s_2} * \mathbf{s_1})$$

ou grâce à l'associativité de la composition:

$$\mathbf{m} = (\mathbf{s} * \mathbf{s_2}) * \mathbf{s_1}$$

Or, l'expression entre parenthèses est la composition de deux symétries dont les axes sont parallèles. C'est donc une translation dont le vecteur est double de la distance entre les axes, comptée de $\mathbf{s_2}$ vers **s**. (fig.4).

Ceci permet de donner la deuxième définition de la symétrie glissée que nous avions annoncée:

Une *symétrie glissée* est la composition d'une symétrie centrale et d'une symétrie axiale.

Il convient de souligner que cette composition n'est pas commutative. Mais en comparant les figures 5 et 6, on verra que toute symétrie glissée **g** est composition d'une symétrie centrale et d'une symétrie axiale et qu'il est possible de permuter les positions de l'axe et du centre:

$$\mathbf{g = s_2 * c = c' * s_1}$$

Ce que nous venons de décrire met en relief le rôle des symétries (axiales et centrales). Les symétries sont des isométries différentes de l'identité, mais qui, composées avec elles-mêmes, donnent l'identité:
(**e** représente l'identité)

$$\mathbf{s \neq e \quad et \quad s * s = e}$$
$$\mathbf{c \neq e \quad et \quad c * c = e}$$

On dit que ce sont des **transformations involutives.**

Cette terminologie nous permet d'énoncer une propriété tout à fait générale:

Toute isométrie du plan est la composition de deux transformations involutives.

Rappelons qu'une isométrie du plan qui conserve l'orientation des figures est soit une rotation, soit une translation. Dans les deux cas, c'est la composition de deux symétries axiales dont les axes sont sécants ou parallèles. Une translation est aussi la composition de deux symétries centrales. On a donc toujours une composition de deux transformations involutives.

Nous avons réglé le cas d'une isométrie qui modifie l'orientation en montrant que c'est une symétrie glissée, composition de deux transformations involutives. Dans le cas particulier où le centre de la symétrie centrale se trouve sur l'axe de la symétrie axiale, la symétrie glissée est une simple symétrie axiale.

Nous espérons avoir montré comment l'introduction de la symétrie glissée permet une description aisée des isométries du plan en toute généralité.

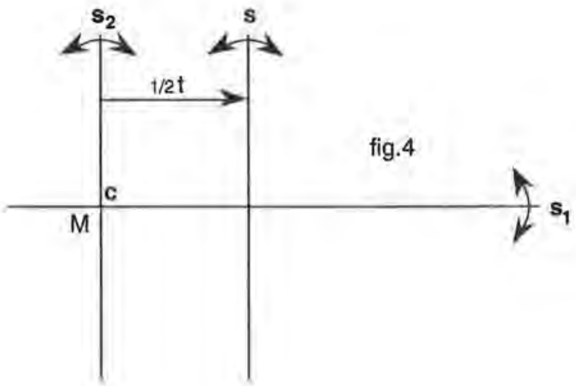


fig.4

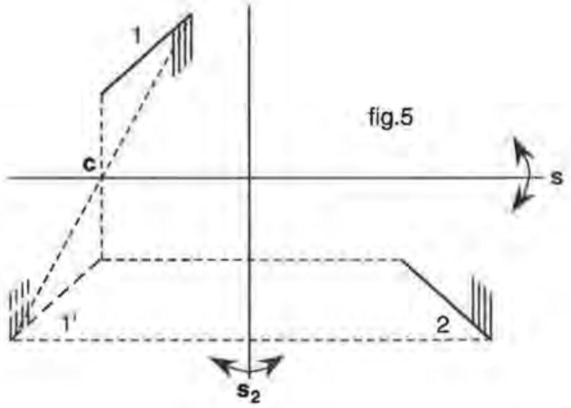


fig.5

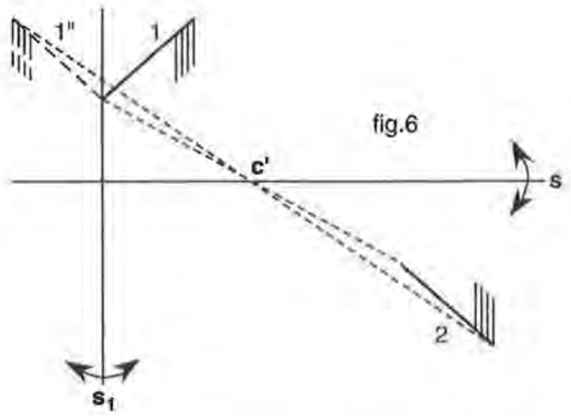


fig.6

Utilisation didactique de la machine à calculer, relance

(Suite de l'article «*Utilisation didactique des machines à calculer*» paru dans *Math-Ecole* n°152, mars 1992, qui présentait les caractéristiques des TI Galaxy 40 et 40x.)

par Luc-Olivier Pochon , IRDP, Neuchâtel

Dans le numéro 152 de *Math-Ecole*, quelques «occasions» pour utiliser la calculatrice de poche vous étaient présentées. La rédaction souhaite que les questions posées ne restent pas sans réponses (ou est-ce pour tester l'auteur de la rubrique?), ce qui m'amène à faire quelques propositions de relance. Je profite de l'occasion pour faire quelques commentaires à propos de la spécificité des activités avec la calculatrice.

Passage de la base deux à la base dix

Pour trouver le code en base dix de l'écriture $(11001)_2$, la plupart des calculatrices permettent de traduire directement l'écriture développée de ce code en opérations à effectuer:

$2^4 + 2^3 + 1$ se traduit par la séquence

2 y^x 4 + 2 y^x 3 + 1

Toutefois la touche y^x n'est pas très pratique à utiliser (deuxième fonction de la touche x^2). Par ailleurs, je ne peux pas m'empêcher d'imaginer la «souffrance» de la calculatrice obligée de calculer toutes ces puissances de 2 en recommençant chaque fois tous les calculs.

Avec les «TI Galaxy», en enregistrant l'opérateur + 1 sous OP1 et l'opérateur x 2 sous OP2 , la séquence précédente peut être remplacée par:

1 OP2 OP1 OP2 OP2 OP2 OP1

qui traduit l'expression:

$(((1 \times 2 + 1) \times 2) \times 2) \times 2 + 1$

équivalente à la précédente par distributivité.

Avec cette méthode, $(10110011)_2$ se transforme en:

1 OP2 OP2 OP1 OP2 OP1 OP2 OP2 OP2 OP1 OP2 OP1

Je laisse à chacun le soin de juger de l'utilité de la calculatrice pour cette activité. Les calculs se font aisément de tête, mais la calculatrice peut jouer un rôle didactique au niveau de l'analyse des codes. La magie des algorithmes peut également capter l'attention de certains élèves.

Comment connaître le résultat d'une division dont le dividende est composé de plus de dix chiffres?

Les collègues intéressés l'auront noté, nous utilisons ici l'algorithme de la division dans une version accélérée (on abaisse plusieurs chiffres à la fois):

1234 567 890 123 789	64
1216	19 290 123 283 184
0018 567	
0018 560	
0000 007 890	
0000 007 872	
0000 000 018 123	
0000 000 018 112	
0000 000 000 011 789	
0000 000 000 011 776	
0000 000 000 000 013	

Alors que les rédacteurs des plans d'études se demandent si l'algorithme de la division, chassé par les moyens de calcul électronique, a encore sa place à l'école, cet exemple montre que ces mêmes moyens le remettent en oeuvre. Il est vrai que l'opération proposée n'est pas des plus courantes!

Les fractions égyptiennes

Avant de passer aux calculs, je signale succinctement que l'écriture des fractions sous la forme de sommes de fractions de numérateur unitaire[1] représente la façon dont les scribes codaient les nombres non entiers. Les algorithmes de calcul étaient conçus sur la base de cette écriture. Par la suite, les fractions de type 1/n ont reçu le nom de fractions égyptiennes. La notation utilisée parfois pour représenter 1/n, qui rappelle les hiéroglyphes de l'époque, est $\overline{n}$.

De plus, on observe que les termes d'une décomposition en fractions égyptiennes sont toujours différents et la question se pose de savoir pourquoi les mathématiciens égyptiens s'imposaient cette condition; pourquoi écrire $2/15 = \overline{10} + \overline{30}$ plutôt que $2/15 = \overline{15} + \overline{15}$? Il ne semble pas exister de réponse satisfaisante à cette question. Est-ce une règle liée à une tradition plus ou moins sacrée? Y a-t-il une idée d'ordre d'approximation; chaque terme apportant une contribution de plus en plus faible? Nul ne semble le savoir vraiment. Les mathématiciens (en particulier Van der Waerden) qui ont étudié le sujet notent toutefois que certaines décompositions adoptées facilitent les calculs ultérieurs (en particulier la duplication sur laquelle se base l'agorithme de multiplication des anciens Egyptiens).

Une autre remarque concerne la méthode utilisée par les scribes qui faisaient rarement appel à des formules mais procédaient plutôt par approches successives.

A titre d'exemple, vous pouvez vérifier que la relation $1/n = 1/(n+1) + 1/(n(n+1))$ permet de décomposer 2/n (n impair) sous la forme $\overline{d} + \overline{nd}$ où $d = (n+1)/2$.

Cette loi, qui permet d'écrire facilement $2/15 = \overline{8} + \overline{120}$, et que certains élèves découvrent par eux-mêmes, de façon intuitive, ne semble pas avoir été identifiée par les scribes chargés de la rédaction des tables de décompositions de fractions. De même la décomposition de 2/n sous la forme $2/n = \overline{n} + \overline{2n} + \overline{3n} + \overline{6n}$ (qui provient de $2 = 1 + 1/2 + 1/3 + 1/6$) se retrouve rarement sur les quelques écrits mathématiques qui ont subsisté de cette époque, cette décomposition n'étant pas pratique pour des calculs ultérieurs. Par contre, la relation $2/3k = 1/2k + 1/6k$ était plus systématiquement appliquée.

L'histoire montre (selon G. Guitel, *Histoire comparée des numérations écrites*, Flammarion, 1975) que les scribes procédaient de la manière suivante: pour décomposer 4/15, par exemple, ils cherchaient tout d'abord une fraction égyptienne dont le dénominateur était inférieur à 15 et telle que son produit par 15 soit inférieur à 4. Par exemple: $\overline{5}$. Puis le même procédé était appliqué à la partie complémentaire, ici $\overline{15}$ qui est déjà sous la forme d'une fraction égyptienne.

A la page suivante, vous trouverez un extrait du Papyrus de Rhind qui fournit une table de décomposition de 2/n. Quelles seront les solutions de vos élèves?

L'activité qui est proposée se situe donc au niveau du travail des scribes égyptiens, calculatrice en plus. Sentimentalisme anachronique ou alors moyen didactique permettant aux élèves de vivre en quelques heures plusieurs moments historiques de l'invention des nombres? A vous de juger!

---

[1] avec quelques exceptions, notamment 2/3 notée $\overline{\overline{3}}$

	$2 : 5 = \overline{3} + \overline{15}$		$2 : 53 = \overline{30} + \overline{318} + \overline{795}$
	$2 : 7 = \overline{4} + \overline{28}$	•	$2 : 55 = \overline{30} + \overline{330}$
	$2 : 11 = \overline{6} + \overline{66}$		$2 : 59 = \overline{36} + \overline{236} + \overline{531}$
	$2 : 13 = \overline{8} + \overline{52} + \overline{104}$		$2 : 61 = \overline{40} + \overline{244} + \overline{488} + \overline{610}$
	$2 : 17 = \overline{12} + \overline{51} + \overline{68}$	•	$2 : 65 = \overline{39} + \overline{195}$
	$2 : 19 = \overline{12} + \overline{76} + \overline{114}$		$2 : 67 = \overline{40} + \overline{335} + \overline{536}$
	$2 : 23 = \overline{12} + \overline{276}$		$2 : 71 = \overline{40} + \overline{568} + \overline{710}$
•	$2 : 25 = \overline{15} + \overline{75}$		$2 : 73 = \overline{60} + \overline{219} + \overline{292} + \overline{365}$
	$2 : 29 = \overline{24} + \overline{58} + \overline{174} + \overline{232}$	•	$2 : 77 = \overline{44} + \overline{308}$
	$2 : 31 = \overline{20} + \overline{124} + \overline{155}$		$2 : 79 = \overline{60} + \overline{237} + \overline{316} + \overline{790}$
•	$2 : 35 = \overline{30} + \overline{42}$		$2 : 83 = \overline{60} + \overline{332} + \overline{415} + \overline{498}$
	$2 : 37 = \overline{24} + \overline{111} + \overline{296}$	•	$2 : 85 = \overline{51} + \overline{255}$
	$2 : 41 = \overline{24} + \overline{246} + \overline{328}$		$2 : 89 = \overline{60} + \overline{356} + \overline{534} + \overline{890}$
	$2 : 43 = \overline{42} + \overline{86} + \overline{129} + \overline{301}$	•	$2 : 91 = \overline{70} + \overline{130}$
	$2 : 47 = \overline{30} + \overline{141} + \overline{470}$	•	$2 : 95 = \overline{60} + \overline{380} + \overline{570}$
•	$2 : 49 = \overline{28} + \overline{196}$		$2 : 97 = \overline{56} + \overline{679} + \overline{776}$

• *n* n'est pas premier

Table 2 : *n* provenant du Papyrus de Rhind d'après B. L. van der Waerden

Somme de carrés

Le problème posé revient à décomposer un nombre en une somme (ayant un nombre de termes minimum) de carrés parfaits.

Une procédure par grignotage paraît également s'imposer.

A titre d'exemple, partons de 1020. Le plus grand carré parfait inférieur à 1020 est 31x31 (obtenu en prenant l'arrondi de la racine carrée de 1020). Calculons la différence (59) et appliquons le procédé une nouvelle fois.

$$1020 = 31x31 + 59 = 31x31 + 7x7 + 10$$
$$= 31x31 + 7x7 + 3x3 + 1x1$$

Le même procédé appliqué à 1017 donne:

$$1017 = 31x31 + 7x7 + 2x2 + 1x1 + 1x1 + 1x1$$

alors qu'une autre décomposition plus courte existe:

$$1017 = 30x30 + 10x10 + 4x4 + 1x1$$

La planification des calculs amène donc à considérer un algorithme complexe avec plusieurs embranchements: succession des grignotages, choix du carré de départ, etc. La course au record est ouverte, au cours de laquelle des relations seront certainement découvertes, qui pourront aider l'élève à devenir familier des nombres.

Pour conclure, je vous signale que le théorème de Lagrange dit que tout nombre est la somme de, au maximum, quatre carrés. Je vous invite également à transmettre à *Math-Ecole* toute remarque ou commentaire que ces activités et l'utilisation de la calculatrice de poche vous inspirent.

PROBLEME PROBLEME PROBLEME

Penser sur les pensées

Paul et sa sœur Suzanne vont chez leur cousine Jacqueline planter des pensées. Ils en ont 74 en tout. Le frère et la sœur en plantent 56. Les deux filles 48.

Combien de pensées chaque enfant plante-t-il?

A propos de logique

par Ninon Guignard, Service de la Recherche Pédagogique, Genève

Logiquement vôtre

L'homme qui veut s'instruire ... doit aussi apprendre la logique. (Descartes)

De tout temps, philosophes et scientifiques ont tenté de comprendre comment la connaissance vient à l'homme, comment elle se développe et quels en sont les mécanismes.

Saisir la réalité et pouvoir la décrire, renouveler ses rapports à l'environnement afin d'en susciter une réciprocité enrichissante, se donner les moyens d'affronter les situations complexes du quotidien et de l'avenir... sont des nécessités incontournables.

Comment promouvoir chez l'élève la faculté de s'adapter rapidement, de mobiliser tout un réseau de savoirs prêt à fonctionner afin de résoudre un problème inattendu, prévoir et organiser le changement, inventer des solutions?

La connaissance est dosage subtil de savoirs, d'aptitudes, de compétences et d'invention. L'enseignement n'a plus les moyens de dispenser des contenus par-ci, des méthodes par-là, des outils de pensée et des activités de recherche s'il reste du temps. Enseigner, c'est maintenant offrir tout cela et bien autre chose dans un temps de plus en plus restreint. En fait, ***enseigner c'est contraindre à penser***.

Que les solutions relèvent de la communication ou de la réflexion, du parler ou de l'écrire, de la langue ou de la mathématique, la logique en est le creuset. ***Si tant est que la pensée vient aux enfants dès leurs premiers échanges, il n'est donc jamais trop tôt pour logiquement faire.***

Logique de la pensée, logique de la mathématique: quelles relations entretiennent-elles? L'approche de leurs développements réciproques offre, chemin faisant, l'occasion de réfléchir à ce que pourrait devenir, peut-être, l'enseignement de cette discipline.

I. LA LOGIQUE, CET OBSCUR OBJET DU SAVOIR

Ma définition a je ne sais quoi de tragique. (Platon)

Définir la logique consiste d'emblée à opérer une distinction entre l'usage populaire et l'acception scientifique de ce terme. La logique c'est à la fois le bon sens, une certaine «normalité» du comportement et une science qui permet de décider de la validité d'un discours. Cette distinction, mais aussi son ambiguïté, apparaissent déjà dans l'Antiquité. On essayait d'y voir clair en tentant l'opposition entre «doxa» (l'opinion) et «epistemê» (le savoir, la science). On parlait aussi, parfois, de «noêsis» (la pensée rationnelle). Cette étude faisait le régal des philosophes. Platon en est un bel exemple. Mais notre époque n'a rien à envier aux Anciens; il me souvient de belles disputes académiques...

Socrate.- *Voici. Je suppose qu'un homme, connaissant la route de Larisse ou de tout autre lieu, s'y rende et y conduise d'autres voyageurs, ne dirons-nous pas qu'il les a bien et correctement dirigés?*
Ménon.- *Sans doute.*
Socrate.- *Et si un autre, sans y être jamais allé et sans connaître la route, la trouve par une conjecture exacte, ne dirons-nous pas encore qu'il a guidé correctement?*

Ménon.- *Sans contredit.*
Socrate.- *Et tant que ses conjectures seront exactes sur ce que l'autre connaît, il sera un aussi bon guide, avec son opinion vraie dénuée de science, que l'autre avec sa science.*
Ménon.- *Tout aussi bon.*
Socrate.- *Ainsi donc, l'opinion vraie n'est pas un moins bon guide que la science quant à la justesse de l'action, et c'est là ce que nous avions négligé dans notre examen des qualités de la vertu; nous disions que seule la raison est capable de diriger l'action correctement; or l'opinion vraie possède le même privilège.*
Ménon.- *C'est en effet vraisemblable.*
Socrate.- *L'opinion vraie n'est donc pas moins utile que la science.*[1]

Opposition futile et sans intérêt? voire...

Mais Platon ne laisse pas la science en arrière. Retournons au Ménon, et voyons la suite.

Ménon.- *(...) je m'étonne, s'il en est ainsi, de voir la science mise à plus haut prix que l'opinion vraie, et je me demande pourquoi on les distingue l'une de l'autre.*
Socrate.- *Sais-tu d'où vient ton étonnement, ou veux-tu que je te le dise?*
Ménon.- *Certainement, je le veux.*
(Pour ce faire, Socrate parle à Ménon des statues de Dédale, qui prennent la fuite si on ne les attache pas, exactement comme les opinions.)
Socrate.- *(...) Ce sont les opinions vraies. Celles-ci également, tant qu'elles demeurent, il faut se féliciter, car elles ne produisent que des avantages; mais elles ne consentent pas à rester longtemps et s'échappent bientôt de notre âme de sorte qu'elles sont de peu de valeur, tant qu'on ne les a pas enchaînées par un raisonnement de causalité. Or c'est là, mon cher Ménon, ce que nous avons précédemment reconnu être une réminiscence. Les a-t-on enchaînées, elles deviennent sciences, et par suite stables; et voilà pourquoi la science a plus de valeur que l'opinion vraie: à la différence de l'opinion vraie, elle est un enchaînement.*
Ménon.- *Par Zeus, Socrate, ce que tu dis là est intéressant.*[2]

Et dire que 2500 ans plus tard, on enseigne encore concepts, notions et algorithmes isolés les uns des autres...

Aujourd'hui, on préfère toutefois distinguer entre «logique naturelle» et «logique formelle». Mais la distinction seule ne suffit pas. Il convient d'étudier les relations qu'elles entretiennent et d'en faire profiter l'enseignement.

En passant par l'étymologie

La difficulté de définir quelque chose dont, la plupart du temps, on ne sait trop ce que cela recouvre, vient de ce que la logique appartient à des domaines divers dont la proximité ou l'éloignement sont parfaitement subjectifs. Mathématiques, philosophie et psychologie notamment se la sont appropriée et, actuellement, pas un linguiste ne feint de l'ignorer. Il serait si simple de dire qu'elle a bien le droit d'être à tout le monde, sinon à toutes les sciences. Mais il en est encore qui querellent ...

Tant que l'on s'en tient à la plus élémentaire des définitions, c'est-à-dire à «l'étude du vrai», du «valide», le champ n'est pas réservé. Tout domaine relevant des sciences humaines ou de la nature se sent concerné. Chaque science a son objet, qu'elle a bien l'intention de comprendre et d'expliquer. Chaque science a besoin du discours et celui-ci se doit d'être cohérent. Il suppose l'organisation des significations aussi bien que celle des structures.

L'émergence d'un mot, sa longue montée dans l'univers lexical, scientifique ou non, a quelque chose à voir avec son origine. La

[1] *Ménon* 97 b et c
[2] *Ménon* 97 d et e, 98 a

difficulté commence, déjà, avec la toute première source du mot, qui est double. Il y a bien sûr «logos», qui possède une foultitude de nuances. C'est la parole, aussi bien en ce qu'elle fait acte qu'au sens de bruit qui court, de rumeur, et d'opinion. C'est également la discussion et le discours, d'où la faculté de raisonner, d'exercer un jugement, d'expliquer. L'origine est aussi à trouver dans l'adjectif «logistikos» (qui a trait au calcul) et un verbe de la même famille signifiant calculer. Ce qui est intéressant, c'est que calculer peut aussi bien avoir le sens propre de calculer avec des cailloux ou sur ses doigts, qu'un sens figuré sans idée de nombre: calculer en soi-même, d'où réfléchir, raisonner, inférer (notamment chez Platon). Aristote, qui passe pour le père de la logique, ne recourt pas à ces termes; ce sont ses commentateurs qui en font usage pour opposer l'œuvre du maître aux écrits des dialecticiens. On trouve plutôt chez lui «logikos» pour définir le syllogisme logique par opposition au syllogisme rhétorique, ce qui montre déjà la volonté de distinguer entre les domaines.

La langue grecque (ancienne) distingue aussi entre l'arithmétique (arithmêtikê), qui correspond à la science des nombres et la logistique (logistikê) qui signifie calcul.

Socrate.- *(...). Si l'on me demandait, à propos d'un des arts que je viens d'énumérer: «Socrate, qu'est-ce que l'arithmétique?» je répondrais, comme tu l'as fait tout à l'heure, que c'est un des arts qui agissent sur la parole. Et si l'on me demandait encore: «Relativement à quel objet?» je répondrais: «Relativement au pair et à l'impair, quelles que soient leurs grandeurs respectives.» Si l'on m'adressait ensuite cette question: «Qu'est-ce que le calcul?» je répondrais que c'est de même un des arts qui agissent par la parole. «Relativement à quels objets?» me dira-t-on. Je répondrais: «Entre l'arithmétique et le calcul, pour le reste, point de différence, comme on dit dans les décrets, car le calcul porte également sur le pair et l'impair; mais il diffère de l'arithmétique en ceci précisément qu'il mesure les grandeurs relatives du pair et de l'impair soit par rapport à eux-mêmes soit par comparaison entre eux.» (...).*[1]

La vérité, c'est quoi?

La logique est l'étude des conditions de la vérité. Là-dessus, tout le monde est d'accord depuis toujours. Même la crise qui remit tout en cause au début du siècle, et qui pour la première fois obligea le monde scientifique à repenser la vérité, laissa à la logique ce concept. En revanche, ce sur quoi porte la vérité, est à peu près dépendant des auteurs ou, du moins, des courants auxquels appartiennent ces auteurs.

Menteur!

André dit que Bernard et Charles mentent.
Bernard dit qu'André ment.
Charles dit que Bernard ment.

Qui ment?

Logique et pensée

Logique et pensée sont assez souvent confondues, justement par manque de précision dans les définitions. Toutefois il faut bien admettre que les définitions tendent elles-mêmes à augmenter l'indifférenciation. Certes, on peut bien penser sans trop de logique, mais peut-on exercer la logique sans penser? Ne croyons pas que la question soit triviale. Plusieurs auteurs dont nous entendrons parler plus loin ne sont pas loin de l'imaginer. Disons qu'ils affirment pour le moins qu'on peut opérer logiquement en dehors de toute signification, ne s'intéresser qu'aux relations entre des signes, sans que ceux-ci renvoient à quoi que ce soit d'imaginable. On peut dire que pour ces au-

[1] *Gorgias* 451 b et c

teurs, l'important c'est le signifié, pas le signifiant. On peut dire aussi que, s'il y a quand même signification, celle-ci ne se situe qu'au niveau des relations, pas au niveau de ce qui est mis en relation. Aristote le pensait déjà.

II. LA LOGIQUE, UNE LONGUE HISTOIRE

La logique est la jeunesse des mathématiques et les mathématiques sont la virilité de la logique.
(Russell)

L'idée que la logique puisse avoir une histoire n'est apparue qu'au siècle passé. Ramus[1], qui s'intéressa à l'évolution des mathématiques, lui trouve des origines mythiques, ce qui montre assez qu'elle ne pouvait être qu'atemporelle. Kant, lui-même, pensait qu'elle était chose achevée depuis Aristote.

Nous verrons que, si Aristote est le père de la logique occidentale, telle que nous l'imaginons, sa «naissance» est progressive et connut des étapes plus ou moins heureuses, plus ou moins fertiles, faites de crises et d'intuitions, de faux départs et d'enlisements. Il fallait, comme toute connaissance, qu'elle se différencie pour asseoir une maturité actuellement encore fragile, où elle cherche dans les autres domaines scientifiques ou philosophiques des partenaires assez dignes auxquels se coordonner.

L'ANTIQUITE

Au commencement, les cailloux

Depuis que la philosophie existe (ou plutôt: depuis que les philosophes écrivent), deux grands courants de pensée s'affrontent, se critiquent, se méprisent ou cherchent à coexister. Parfois, grâce au génie d'un érudit plus génial que les autres ou, simplement parce que l'ambiance «scientifique» s'y prête, une synthèse est opérée entre les deux tendances.

Celles-ci peuvent se résumer à *rationalisme* et *empirisme*. Elles se nuancent sans cesse en se développant, prenant au passage d'autres noms en -isme. Ces deux visions du monde et, surtout, de la pensée, trouvent leurs assises chez PLATON et ARISTOTE. Mais en fait, elles avaient émergé depuis belle lurette. Depuis que l'on éprouva l'envie de savoir en quoi consiste l'intelligence, d'où elle vient, comment elle se développe et quels sont ses rapports avec le monde et la réalité. Comment la connaissance vient-elle (ou ne vient-elle pas) à l'humain?

A partir du IVe siècle, à peu près (avant J.-C. bien sûr), on trouve des savants qui se réclament d'un mystique appelé PYTHAGORE. Tout le monde connaît le théorème qui porte son nom (et qui n'est pas de lui, du moins sous la forme qui nous est enseignée). Ce mystérieux bonhomme, qui, de son vivant, passait pour le fils d'Apollon, réussit, avec ses élèves, à faire du nombre autre chose qu'un simple outil utilitaire. Aristote affirme que pour Pythagore tout est nombre. (Affirmation qu'il énonçait les jours où il ne doutait pas de la paternité du vieux sage sur les travaux qu'on lui prêtait.)

On dit que Pythagore avait trouvé le moyen de représenter les nombres et les calculs par des combinaisons de cailloux disposés d'une certaine manière.[2] Il trouva plein d'autres choses très importantes, mais ce qui nous intéresse particulièrement ici, c'est, qu'à partir de lui, semble-t-il, on se mit à étudier «au nom de la recherche» (Hérodote dixit). Ce qui fait peut-être qu'on le considère comme le promoteur de la *science démonstrative*.

---

[1] philosophe français du XVIe siècle

[2] Le mot français «calculer» vient d'un terme latin qui signifie «manipuler les cailloux». Ce qui permet de croire que des langues et des cultures différentes ont parfois une expérience commune.

Zénon attaquera les Pythagoriciens (à cause de leur notion d'unité) et sa dialectique donnera des idées à Socrate ainsi que sa méthode de l'hypothèse.

L'école de Pythagore nous laisse la vision d'un monde que l'on connaît au moyen de processus intellectuels plutôt que par les sens. C'est la base du rationalisme, dont Platon reste le théoricien incontesté.

Parallèlement à celle de Pythagore, d'autres écoles philosophiques se développent et s'attaquent au problème de la construction du discours et du contrôle du raisonnement. Trois d'entre elles font progresser la dialectique et posent des jalons qui feront souche en logique: les sophistes, les mégariques et les éléates.

Pour commencer, tout ce beau monde s'amuse allègrement à titiller son entourage en lui posant colles et paralogismes, énigmes et paradoxes.

Aristote

Elève de Platon, Aristote, philosophe du 4e siècle avant J.-C., élabore l'un des systèmes les plus cohérents de toute l'histoire de la philosophie. Biologiste, il s'intéresse aux classifications et recherche un discours «scientifique» pour en rendre compte. Il énonce les *catégories* pour structurer le langage et la pensée.

Comme tous ses confrères, antécédents et successeurs, il se pose la question de l'adéquation entre la réalité et l'intelligence, et il pense que l'on atteint la connaissance à partir de l'expérience et de la formation de concepts.

Aristote ne considère pas vraiment la logique comme une science, mais plutôt comme une méthode applicable à toute science. Il la distingue de la dialectique, qu'il fait remonter à Zénon (celui de la flèche et autres paradoxes). Il commence même par distinguer entre le discours propre à la science et le discours nécessaire à la rhétorique. Il invente du même coup le ***syllogisme***, pour son caractère de nécessité et l'***enthymème***, plus proche de l'opinion et dont la conclusion pouvait n'être que probable. On peut dire qu'il opte, selon les usages du discours, pour le vraisemblable ou le vrai. Ecoutons-le!

«... quand nous posséderions la science la plus exacte, il est certains hommes qu'il ne nous serait pas facile de persuader en puisant notre discours à cette seule source; le discours selon la science appartient à l'enseignement, et il est impossible de l'employer ici (en rhétorique), où les preuves et les discours doivent nécessairement en passer par les notions communes, comme nous le disions dans les Topiques *au sujet de la discussion avec le vulgaire.»*[1]

«Ainsi se trouvent formulées, pour la première fois, les exigences de la logique qui sont encore valables aujourd'hui: donner à la raison une méthode rigoureuse, permettant de déduire nécessairement de prémisses nécessaires des conclusions nécessaires.»[2]

Son goût pour la précision l'amène également à distinguer entre démonstration et méthode déductive. *«Celle-ci exige un instrument sûr: le syllogisme.»*[3] (Celui-ci constitue le sujet du prochain chapitre.)

La logique d'Aristote est d'abord une logique des prédicats, mais il aura l'intuition d'une logique des propositions (notion dégagée par Platon), et même d'une logique des relations.

La longue procession des successeurs

Qu'Aristote domine la pensée occidentale pendant si longtemps tient d'une part à l'originalité de sa méthode, d'autre part, à la place que lui font les théologiens du Moyen

[1] *Rhétorique*, livre 1, p.58
[2,3] *La logique chez Leibniz*, p.36

Age, qui veulent asseoir leur dogmatique sur des bases discursives solides.

On vénère Aristote, on le copie, on l'utilise, mais on garde une certaine liberté à l'égard de sa syllogistique. Déjà THEOPHRASTE, son successeur à la tête du Lycée (gymnase dans les jardins duquel le maître formait les futurs péripatéticiens), commence à nuancer sérieusement son œuvre. L'école de Mégare et celle des stoïciens notamment ajoutent leur contribution et c'est de synthèse en synthèse que grandit la logique.

Deux noms personnalisent ces écoles: EUBULIDE, le Mégarique, peut-être à l'origine des paradoxes qu'Aristote attribue à Zénon. Il étudie l'implication entre deux propositions. CHRYSIPPE, aussi connu qu'Aristote à l'époque, est l'élève de Zénon et passe pour l'un des fondateurs du stoïcisme. Pour cette Ecole, la notion de ***variable*** est importante et représentée, déjà, par des nombres (ordinaux). On connaît les connecteurs et on symbolise les propositions.

Suite au déclin de la culture hellénique, c'est le latin (et les traductions de Boëce au Ve siècle de notre ère) qui devient la langue des philosophes et surtout celle des SCOLASTIQUES.

L'apport des philosophes et logiciens ultérieurs va toutefois développer plutôt le domaine restreint de la syllogistique que renouveler la logique. C'est que le problème philosophique du rapport entre la réalité et le discours domine les esprits et ce n'est pas un hasard si la logique du Moyen Age sera décriée jusqu'à l'apparition d'une science nouvelle: la ***linguistique***.

LE MOYEN AGE ET LA SCOLASTIQUE

L'Orient prend la relève

La connaissance occidentale s'endort quelque peu dès les premières invasions barbares. On a autre chose à faire qu'à penser; il faut survivre. De-ci, de-là, bien sûr, quelques irréductibles. Mais l'intelligentsia s'orientalise et prend le chemin de Bagdad. On y traduit sans relâche, en arabe, les textes de nos antiques Helléniques.

Sous les coupoles dorées, AL FARABI mêle habilement logique aristotélicienne et connaissance islamique. L'école de Bagdad fait souche; des universités s'ouvrent un peu partout. Les cultures s'entendent, se rencontrent, travaillent à l'avancement de la science. AVICENNE et AVERROES sont traduits et discutés à Cordoue ou à Tolède. Tous ne jurent que par Aristote.

Le XIIe siècle et l'aube du XIIIe accueillent un renouveau en art et en science. Les Latins se mettent à la dialectique... et à la logique. ABELARD (celui d'Héloïse) en fait la coqueluche des bien-pensants, qui ne vont pas tarder à s'entre-quereller à propos de certaines thèses d'Aristote. On s'en rappellera longtemps, ce conflit entre dans l'Histoire comme la QUERELLE DES UNIVERSAUX. Comme toujours, il y a les traditionalistes et les plus modernes. Pour les premiers, le chef de file est sans conteste THOMAS D'AQUIN, «le» philosophe catholique par excellence, qui accommode Aristote à la théologie, conférant à celle-ci ses bases rationnelles, mais aussi une bonne part de son immuabilité. En face, les «moderni», plus connus sous le nom de ***nominalistes***.

GUILLAUME D'OCCAM, BURIDAN, ALBERT DE SAXE (ou ALBERT LE GRAND), et beaucoup d'autres, vont rendre célèbre ce courant de pensée qui excita les esprits durant quelques siècles: la ***scolastique***.

Une querelle et un âne

Depuis les pré-socratiques, on l'a vu, on s'interroge sur les rapports entre la pensée et le langage. Le langage rend-il compte de la réalité? La réalité existe-t-elle en dehors du langage? Etc.

Au Moyen Age, on en est toujours là. A peine le problème a-t-il évolué. Les NOMINALISTES, professent que la pensée manipule des mots. Et les mots, ce sont des signes. Et la pensée s'exprime avec des mots et non avec des concepts.

En langage actuel, on dirait qu'on croit aux signifiants (les mots, les écritures, les dessins, les représentations de toutes sortes, dont les diagrammes, ...), et qu'on n'a rien à faire des signifiés (les concepts) pour faire fonctionner les règles du discours. La plupart des nominalistes sont condamnés par les autorités religieuses parce qu'ils tentaient de débarrasser la logique de la métaphysique.

Une querelle nécessite évidemment la confrontation de vues divergentes. S'opposant aux nominalistes, les REALISTES penchent plutôt du côté de Platon et des Idées. Les choses existent en dehors du langage, et même de l'intelligence (réalisme transcendant).

Pour personnaliser quelque peu ce tourbillon logico-philosophico-linguistique, restons un instant sur l'un de ces scolastiques nominalistes.

BURIDAN, recteur de l'Université de Paris, vers la première moitié du XIVe siècle, est logicien, et même un peu physicien. Il a l'intuition du principe d'inertie, notion toute métaphysique encore, et il est le premier à comparer le monde à une horloge. Mais c'est pour tout autre chose qu'il restera dans l'Histoire: ***l'âne de Buridan.*** Triste dilemme, qui mènerait aujourd'hui tout droit sur le sofa d'un analyste. Imaginez un âne, très exactement placé à égale distance, à sa droite et à sa gauche, d'un seau d'eau et d'une botte d'avoine. Affamé et altéré, que choisit-il? Incapable de décider, il en meurt sur place.

Et la logique de cette histoire? Allez savoir. Un cours de logique pouvait bien offrir, à l'occasion, un brin de morale.

LA RENAISSANCE ... DE PLATON

L'évolution des idées, les progrès de la science et quelques événements politiques provoquèrent un renouveau grandiose qu'on prénomma: Nouveau Savoir. Si Florence passe pour sa source et sa muse, ce n'est pas qu'en raison de ses artistes.La plupart sont d'ailleurs penseurs. Seule ville italienne où l'on peut étudier le grec, on s'y précipite de toute l'Europe. On lit, on traduit et l'on se prend d'amour pour Platon. Des cénacles se forment, on y parle philosophie, peinture, littérature. Platon transcende toute pensée, scientifique ou artistique. Les Turcs grignotent la Grèce. Les manuscrits affluent vers l'Université toscane.

«Beaucoup plus important pour la pensée des humanistes italiens fut le nouvel accent mis sur la tradition mathématique de Pythagore et de Platon. On insista à nouveau sur la structure numérique du monde et, ce faisant, on évinça la tradition aristotélicienne qui l'avait éclipsée. Telle est l'une des causes qui amenèrent à la spectaculaire renaissance de la recherche scientifique au XVIe et XVIIe siècles.»[1] (Russell dixit)

L'humanisme de la Renaissance va doucement glisser vers une science plus méthodique. La physique a besoin des mathématiques; la cohérence du discours, ce n'est pas inintéressant, mais c'est nettement insuffisant.

Russell encore:

«L'attention s'était portée de façon excessive sur l'aspect purement logique de la déduction; désormais, les temps étaient mûrs pour qu'on parlât enfin du matériel d'observation ...»[2]

---

[1] *L'aventure de la pensée occidentale,* p.184
[2] *Ibidem,* p.190

LA PERIODE CLASSIQUE
(du XVI au XVIIIe siècles)

De la logique à la méthode

De la logique, on en fait encore. On publie, et même abondamment. Mais l'élan n'y est plus. On s'enlise. L'intérêt se porte ailleurs. On préfère les mathématiques, on trouve moult choses intéressantes, mais on n'oublie pas la réflexion sur l'histoire et les processus de la connaissance.

Outre son intérêt pour l'évolution des algorithmes en numération, RAMUS (Pierre de la Ramée) écrit une ***«Dialectique»*** qui révèle bien le glissement de la logique vers l'art de la dialectique, sans rien perdre toutefois de la réflexion sur les mécanismes de la pensée.

Le philosophe FRANCIS BACON publie, en 1605, ***«De l'avancement de la connaissance»***. Pour cet initiateur du ***positivisme***, et de l'***empirisme***, l'homme scientifique rejette les anciennes théories, les philosophies caduques et la syllogistique, insupportables. Sans illusion, cet homme connaît par l'observation et l'expérience. La logique doit se faire méthode.

Bacon, pourtant, a de bonnes intuitions et pressentira l'importance d'une synthèse entre empirisme et rationaliste. C'est peut-être en cela qu'il impressionne si fort Descartes et Leibniz.

DESCARTES trouve que la logique est un très bon outil pédagogique, mais qu'elle se révèle finalement peu scientifique. Plus que tout autre, il prêche pour la méthode. Et il en écrit tout un discours.

Toute la pensée s'écarte donc de la logique. Toute? Non. Un couvent, peuplé d'intellectuels, résiste. La logique existe et est aristotélicienne. L'antique prédécesseur prônait les trois opérations principales: CONCEVOIR, JUGER, RAISONNER. Les logiciens de PORT-ROYAL ajoutent ORDONNER.

Ces quatre opérations concernent les idées, les jugements, le raisonnement, la méthode.

«C'est un admirable exemple de construction théorique», dira un jour Gonseth.[1]

D'autres travaux émergent de la médiocre logique de cette époque. Ce sont ceux de JUNGIUS (1587-1657).

«... Jungius est connu en tant que logicien, mathématicien, physicien, médecin et botaniste. Il se dégage résolument de l'aristotélisme en physique, penche vers une conception mécaniste de la nature et élabore la première théorie atomiste vraiment moderne. (...)

Pour lui, la syllogistique d'Aristote, suffisante pour fournir un cadre logique à la science classificatoire de l'Antiquité, est incapable de rendre compte de la démarche analytique et mathématique qui caractérise la pensée scientifique moderne. Bien que dans leur ensemble, les travaux de Jungius ne sortent guère du contexte traditionnel, ils se signalent pourtant par une tentative d'enrichir la logique de nouvelles formes de raisonnement irréductibles à la syllogistique et annoncent ainsi les recherches qui aboutiront ultérieurement à la création d'une logique relationnelle.» [2]

Les précurseurs de Leibniz

Beaucoup de penseurs ont influencé Leibniz, ce philosophe qui a le plus marqué la logique de son époque.

HOBBES est souvent cité dans les ouvrages relatifs à l'histoire des sciences, alors qu'il

---

[1] *Qu'est-ce que la logique?*, p.22

[2] *La logique chez Leibniz*, pp.25-26

n'apporte pas grand-chose de bien nouveau. Une de ses idées, cependant, ne passera pas inaperçue: LA LOGIQUE EST UN CALCUL. Et, pour ceux qui s'intéressent aux processus intellectuels: LES OPERATIONS DE LA RAISON ONT UNE ANALOGIE AVEC LES OPERATIONS ARITHMETIQUES.

Cette deuxième affirmation mettra beaucoup plus de temps que la première à se réaliser malgré l'usage qu'en fera Leibniz.

Un des maîtres de Leibniz s'appelle WEIGEL. Il est mathématicien à Iéna et pense que les mathématiques ne constituent pas seulement une partie de la philosophie, mais la philosophie elle-même.

Et, pour nos modernes méthodologues, il attribue sans conteste le manque de goût pour les mathématiques au fait qu'on travaille la numération en base dix. Opérer en base quatre est bien plus pédagogique et beaucoup plus esthétique. Weigel a un fort penchant pour Pythagore et ses représentations du nombre.

Leibniz, tant qu'à faire, proposera le même travail. En base deux! L'arithmétique binaire rendra bien des services...

Leibniz ou la nouveauté sans rupture

«Les mathématiciens ont autant besoin d'estres philosophes que les philosophes d'estres mathématiciens.» (Leibniz)

Ce philosophe, qui ressort nettement dans l'histoire de la logique, se forme, comme beaucoup d'autres théoriciens, en voyageant. De rencontres philosophiques en contacts mathématiques, il s'intéresse à tout, passe d'un domaine à l'autre, en les conciliant, pense que logique et langage peuvent faire meilleur ménage que ne le prétendent ses contemporains.

Dans une lettre à une princesse, Leibniz résume ainsi son itinéraire:

«Dans mes premières années, j'estois assez versé dans les subtilités des Thomistes et Scotistes; en sortant de l'école, je me jettay dans les bras de la jurisprudence qui demandait aussi l'histoire, mais les voyages me donnèrent la connaissance de ces grands personnages qui me firent prendre goust aux mathématiques.» [1]

«Alors que Descartes tient en mépris l'étude de l'histoire et plus généralement de toute forme d'érudition, et prétend repartir d'un degré zéro de la pensée après avoir balayé d'un geste aussi grandiose que vain toute une tradition philosophique, toute une culture intellectuelle à laquelle, malgré son génie novateur, il continue d'appartenir, Leibniz, bien au contraire, se situe d'emblée dans la lignée des penseurs qui l'ont précédé.» [2]

C'est qu'à mépriser ou à ignorer ses prédécesseurs, on se rattache inconsciemment aux vieilles idées.

Leibniz tient le syllogisme pour une superbe invention mais le juge imparfait parce que trop dépendant du langage naturel. Il convient de lui préférer le modèle de l'algèbre qui comporte des symboles et des règles précises pour les manipuler. Aristote avait introduit les variables (qui permettaient de remplacer les sujets et les prédicats d'un syllogisme sans pour autant en changer la forme), donnant ainsi naissance à la logique formelle. Leibniz crée la logique formaliste.

Le symbole revêt une importance toute particulière sans, toutefois, désincarner l'objet au profit de l'idée. Comme le nombre, il reste pythagoricien, empreint de sens, voire de magisme.

Leibniz retrouve donc l'intérêt perdu de la syllogistique, et s'intéresse comme il se doit aux paradoxes, mais leur accorde une importance moindre. Il est beaucoup plus

[1] *La logique chez Leibniz*, p.28
[2] *Ibidem*, p.29

préoccupé par les mathématiques et c'est probablement dans ce domaine que son apport est le plus visible.

Pendant son séjour à Paris (1673 - 1675), il conçoit son calcul différentiel et traite de sujets tels que les développements en série et les fonctions rationnelles, et il trouve la formule donnant la énième dérivée d'un produit. Comme ses prédécesseurs et ses contemporains, il s'achoppe au problème de l'infini et, vu le caractère de ses travaux, de l'infiniment petit en particulier. «*La nature de l'infiniment petit est profondément ambiguë: tantôt il se comporte comme une grandeur réelle non nulle, et tantôt comme un zéro extensif, et deux grandeurs qui diffèrent d'une quantité infiniment petite sont alors considérées comme égales. Cette même opposition trouve son correspondant naturel dans la définition du point, tantôt conçu comme une ligne infiniment petite, tantôt comme absolument inétendu, donc incapable d'engendrer l'espace, tantôt encore sur un mode relationnel.*»[1]

Ce qui frappe le plus dans l'œuvre du penseur baroque, c'est son incroyable capacité à imaginer ce que pourraient être les sciences. Ce talent fait de lui un vrai scientifique qui contribue à l'essor de multiples connaissances. Il fait plus encore. Il lui offre un vaste champ pour développer des intuitions qui, à cause de leur modernité irrecevable à l'époque, ne trouveront leur réalisation qu'au XXe siècle. Par exemple, il relativise sérieusement le concept de vérité, cause et but de la logique depuis ses origines, ce qui lui permet de penser que l'erreur est indispensable au bonheur de l'homme.

Mais surtout, il postule une correspondance, un isomorphisme entre la structure associative des concepts et la structure algébrique: «*Je diray neantmoins en peu de mots, que cette characteristique representeroit nos pensées véritablement et distinctement, et quand une pensée est composée de quelques autres plus simples, son caractere le seroit aussi de même.*» [2]

Sa logique, son algèbre et sa combinatoire servent de modèle aux opérations de la pensée. Et ce, 400 ans avant la psychologie et l'épistémologie génétiques.

LEIBNIZ et NEWTON font des découvertes similaires, chacun de leur côté, sans avoir communiqué. Il s'ensuit une querelle qui opposera longtemps leurs disciples qui en feront une lutte quasi nationaliste. Les Français opteront pour Leibniz qui prétend avoir une écriture du calcul infinitésimal meilleure que celle de son adversaire.

LE SIECLE DE BOOLE (XIXe)

L'Ecole de Cambridge ou l'Europe des mathématiques

Au début du XIXe siècle, quelques mathématiciens se constituent en groupe, lequel donne naissance à un véritable mouvement qui se fait une claire opinion de lui-même et de ses objectifs. Il décide de faire école et, pour ce faire, s'en donne les moyens. Bien lui en prend!

BABBAGE, HERSCHEL, PEACOCK travaillent les auteurs étrangers, français notamment, tels que LACROIX, LAGRANGE, LAPLACE. Ce qui les intéresse tout particulièrement, c'est la question de l'écriture mathématique, et leur préférence va à l'algèbre plutôt qu'à la géométrie. Si celle-ci est importante pour mettre de l'ordre et représenter les données d'un problème, elle n'est pas suffisante.

On ne peut éternellement se passer de logique. Et justement, la mathématique, à ce moment précis de son évolution, en a besoin.

---

[1] *La logique chez Leibniz,* p.302-303
[2] *Ibidem,* p.155-156

Autodidacte, grâce à ses lectures et particulièrement les travaux de Leibniz, BOOLE passe pour celui qui donne le coup de pouce efficace. Il travaille avec d'autres mathématiciens et logiciens, tels que DE MORGAN et GREGORY. Celui-ci est en quelque sorte le «sponsor» de Boole. Ayant fait ses classes dans une école de Genève, il devient directeur de la revue dans laquelle Boole publiera ses essais.

Boole ou l'indispensable logique

Boole marquera beaucoup moins les mathématiques qu'on ne le croit à une époque. En revanche, il est d'une incidence non négligeable en ce qui concerne l'évolution de la logique et de l'idée que l'on se fait du raisonnement.

La logique se sépare définitivement de la dialectique pour se diriger sérieusement du côté des mathématiques dont elle va devenir le fondement. Quant aux opérations mentales, le contexte va les pousser vers ce qui va devenir la psychologie cognitive.

Boole donne à la logique la forme d'une algèbre et convertit la science du raisonnement à la mathématique. Il publie, en 1854, un ouvrage sur les lois de la pensée: ***«An Investigation of the Laws of the Thought, on which are founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities»***.

(Le chapitre traitant de l'évolution du syllogisme nous donnera un exemple mathématique du travail de Boole en logique.)

L'intérêt de la mathématique se porte sur la notion de ***transformation***, et Boole l'élargit au domaine logique. On peut faire une ***logique des relations***, indépendante de la ***logique des classes***.

Plus tard, Russell introduira une symbolique qui permettra de définir des classes par des relations (x R y). De là va naître d'une part la logique des relations et d'autre part une recherche sur les structures et les analogies qui existent entre elles.

Boole a l'idée de considérer le raisonnement comme un calcul et d'en exprimer les opérations par le langage symbolique algébrique. A sa suite, des théoriciens de l'intelligence vont essayer de mettre certains principes cognitifs ou relatifs à d'autres domaines de la psychologie en équation. Ces tentatives échoueront.

«L'histoire joue parfois de curieux tours aux créateurs. Ils peuvent devenir célèbres, en quelque sorte par ricochet, pour un résultat qui n'a été tiré qu'indirectement de leurs œuvres. Le malentendu va même parfois si loin qu'un tel résultat empêche qu'on s'intéresse vraiment à l'œuvre, puisqu'on sera inévitablement déçu de n'y rencontrer que sous une forme insolite des idées familières. Boole est célèbre, si c'est être célèbre que de voir son nom attaché à des Algèbres, et se voir dérivé en adjectifs (booléen, booléin, ...).

Mais on peut douter que son œuvre soit très pratiquée. Le lecteur moderne, s'il n'est pas déjà rebuté par les références à la scolastique ou les développements philosophiques, aura la pénible surprise d'y trouver un langage mathématique d'un autre âge, mis lui-même, par moments, au service d'entreprises contestables. Pour peu qu'on sache de lui qu'il est un des fondateurs de la logique moderne, on l'imagine volontiers comme un logicien qui a eu la bonne fortune de découvrir une nouvelle structure mathématique. En fait, il s'agit, à l'inverse, d'un mathématicien qui a voulu doter la logique de sa véritable structure formelle. Ce que cette dernière devint lorsque les mathématiciens revinrent plus tard y chercher leur bien. Boole ne l'avait certainement pas prévu. Il ne songeait nullement, en ce domaine, à faire progresser les mathématiques, mais à fonder une étude scientifique des lois de la pensée.»[1]

---

[1] *E. Coumet* n°15, 16, 17.

JEVONS, logicien et économiste anglais, poursuit les travaux de Boole, mais le critique: son algèbre un peu trop particulière est plus un outil pour la logique qu'une logique à proprement parler. Jevons est l'inventeur de la première machine logique, sorte de «piano logique»: on lui donne les prémisses et elle produit les conclusions. Cette machine est construite sur la base de la logique booléenne.

Et vient CANTOR et sa théorie des ensembles.

L'apparition de la théorie des ensembles provoqua la plus belle explosion de paradoxes de l'histoire des mathématiques. Si bien qu'actuellement, la recherche se poursuit tant bien que mal avec cette théorie au cœur de ses préoccupations. Gödel a fait faire un bond considérable grâce à ses théorèmes. Il n'empêche que tout n'est pas élucidé et que l'on poursuit les ensembles avec assiduité, quitte, parfois, à vouloir s'en passer. Mais ils ont la vie dure ...

Eux aussi ont une histoire. Et quelle histoire! (à suivre)

III. L'EVOLUTION DU SYLLOGISME

L'un des logiciens les plus connus de notre époque, Quine, définit les syllogismes comme des raisonnements dans lesquels un jugement catégorique est tiré comme conclusion de deux autres jugements catégoriques, les prémisses. Ces trois jugements sont liés de telle façon qu'ils contiennent trois termes, chacun apparaissant dans deux jugements.[1]

Le ridicule ne tue pas toujours, le syllogisme en est la preuve

Aristote érige en système l'art de bien penser et réduit les principaux types de raisonnement déductif au syllogisme.

Le syllogisme, alors, recouvre quasiment toute la logique. Tout au long des siècles qui suivent, les détracteurs de la logique s'en prennent en fait au syllogisme.

Aristote est raillé de son vivant déjà. On le moque mais on le copie. Longtemps, très longtemps... et pas un logicien n'esquive la démarche. Le syllogisme, c'est de la vieille histoire, mais justement comme telle, un passage obligé.

Alors que les intellectuels du Moyen Age baignent dans l'aristotélisme, revu et (légèrement) corrigé par le théologien Thomas d'Aquin, la pensée de la Renaissance s'élabore à partir de l'oeuvre de Platon dont la découverte inspire dès lors aussi bien les travaux de la philosophie que ceux des sciences et même de l'art. Ce nouvel intérêt s'instaure contre l'influence d'Aristote. On ironise sur l'apport des logiciens scolastiques, manifeste surtout dans leurs études des syllogismes. Laurent Valla,[2] par exemple, rapporte «l'invention et l'usage de la syllogistique à l'ignorance, à la vanité et à la méchanceté des logiciens».[3] On rit mais on ne fait pas mieux. Il faudra attendre le XIXe siècle pour reprendre la syllogistique en la faisant, un peu, progresser, et le XXe pour trouver que le ridicule des scolastiques était loin d'avoir tué la logique. En fait, ce qui prête à sourire, c'est moins l'usage du syllogisme et de la réflexion qui l'accompagnait, que l'effet incontestable mais plus ou moins heureux des scolastiques à inventer des trucs mnémotechniques pour que leurs étudiants en retiennent les différentes formes, fort nombreuses. Le Moyen Age avait des soucis pédagogiques. Mais, justement, c'était le Moyen Age...

---

[1] *Methods of logic,* p.73

[2] appelé aussi Laurentius, humaniste romain (1407-1457) qui influença Erasme.

[3] dans *Dialecticarum disputationum libri tres* (Cologne, 1530), cité par H. Knecht, p.24.

Aristote base la logique sur le syllogisme

Pour Aristote philosophe, il n'y a de science que du général. On évolue du particulier au général. Les enfants en sont l'exemple vivant. Piaget a montré que les petits disent, en voyant une limace: «Oh, LA limace!» Seul existe le particulier. Ce n'est que progressivement que l'enfant se fera un concept de limace, concept qui constituera la classe de tous les cas particuliers rencontrés ou imaginés.

La philosophie d'Aristote déteint sur sa logique. Les propositions qu'il utilise pour ses raisonnements sont faites de deux termes généraux. Le particulier lui sert en quelque sorte d'exemple renforçateur du général. Dans la logique d'Aristote, ces termes généraux sont reliés par le verbe (on dit copule) «est» ou «n'est pas».

Tous les hommes sont mortels.
Socrate est un homme.

(conclusion) Socrate est mortel.

Petit exercice: Pouvez-vous, chers lecteurs, prouver que cette assertion «Socrate est mortel.» est une conclusion VRAIE autrement que par intuition ou par bon sens (doxa!)? Décortiquez l'enchaînement et osez être imaginatifs.

On peut traduire ces propositions dans un langage un peu plus formalisé, en termes d'inclusion de classes:

$$\frac{\begin{array}{c} H \subset M \\ S \subset H \end{array}}{S \subset M}$$

L'ensemble S (Socrate: ensemble à un élément) est inclus dans la classe H (homme).

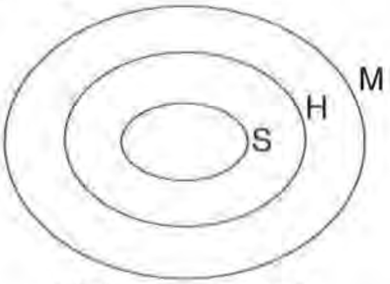
Le raisonnement est ici implicite; il implique la double relation de transitivité:

si S est inclus dans H,
et si H est inclus dans M,
alors, S est inclus dans M.

(Dans l'exemple d'Aristote, les prémisses sont inversées.)

Ce schéma implique le modèle euclidien selon lequel la partie est plus petite que le tout, ou, en langage plus moderne, que chaque sous-ensemble est plus petit que l'ensemble (ou le nouveau sous-ensemble) dans lequel il est inclus.

On comprend bien ce raisonnement si l'on représente l'enchaînement propositionnel par un diagramme de Venn:



L'évidence est visuelle.

Socrate est un terme «particulier» mais à sens général. On aurait pu dire, en effet, «tel homme particulier est un homme». On a seulement remplacé un terme général et anonyme par un nom (Socrate) mais c'est, malgré sa notoriété, n'importe quel homme.

Pour comprendre ce syllogisme, il est inutile de connaître le SENS exact des mots, des concepts. Seule importe sa FORME. On peut remplacer S, M et H par a, b et c ou n'importe quoi d'autre. C'est pourquoi le nom donné à la logique d'Aristote est: LOGIQUE FORMELLE. C'est la *forme* qui importe (cette logique n'est pas formalisée, Aristote n'usant ni de signes ni de formules).

Cette forme de raisonnement pose des quantités de questions qui restèrent de sérieux problèmes pendant quasiment 2000 ans. Mais cela ne signifie en aucune façon qu'on les ignorait du temps de Socrate. Le philosophe logicien avait ses détracteurs et connaissait leurs reproches. Seulement, les conceptions d'alors (fini / infini et continu /

discontinu) ainsi que l'état de la connaissance mathématique constituent autant d'obstacles.

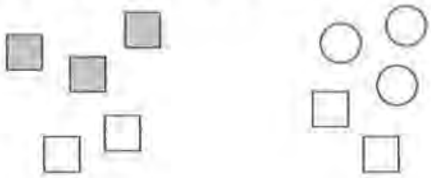
John Stuart Mill[1] trouvera la syllogistique complètement ridicule parce que ces raisonnements ne nous apprennent rien (dit-il). On tourne en rond, c'est un cercle vicieux. Beaucoup d'autres penseurs et savants sont du même avis. Jusqu'à Frege... Mais ne sautons pas trop vite les étapes.

De la logique formelle à la logique algébrique

Abordons ce passage par une incursion dans la logique enfantine.

L'épreuve piagétienne de la dichotomie consiste à faire trouver par l'enfant deux critères de classement pour 3 sortes de formes géométriques: 3 carrés bleus, 4 carrés rouges et 3 ronds rouges. Vers 6 ans, l'enfant trouve les dichotomies symétriques: rouge / bleu et carré / rond sans trop de difficulté. Il faut attendre quelque temps pour obtenir de lui une comparaison asymétrique: rouge / carré. La réussite à cet item est l'aboutissement d'un rééquilibrage comportant des phases successives de construction.

D'abord l'enfant n'a pas l'idée de penser à des critères asymétriques (forme / couleur). Il faut donc les lui proposer. Il sait trier les carrés bleus et les ronds rouges. Mais où mettre les carrés rouges? Sont-ils rouges? Oui. Les carrés rouges rejoignent les ronds. Sont-ils carrés? Vite, les carrés rouges changent de camp. Mais ne sont-ils pas rouges? Il faudrait savoir. Et décider. Que faire? Beaucoup adoptent la solution du partage. Cela évite les jaloux.



A ce stade, on entend des remarques du genre: «A l'école, on les mettrait au milieu.» Parce qu'à l'école, on apprend la double appartenance des éléments de l'intersection de deux classes. Conflit entre logique naturelle et logique scolaire?

L'épreuve se poursuit par deux questions. Pour chacune d'entre elles, il faut choisir entre deux propositions, l'une vraie, l'autre fausse.

1. «Tous les ronds sont rouges.»
ou
«Tous les rouges sont ronds.»

Le choix n'est pas très difficile. La justification non plus. «Tous les ronds sont rouges» est vrai alors que tous les rouges ne sont pas ronds puisqu'il y a des rouges qui sont carrés.

2. «Quelques ronds sont rouges.»
ou
«Quelques rouges sont ronds.»

Voilà qui est bien plus ardu. A cause du conflit entre le langage naturel et le langage «logique». «Quelques ronds sont rouges» est vrai parce qu'il n'y en a pas beaucoup. On fait remarquer que précédemment la réponse, correcte, était «TOUS les ronds sont rouges». Vers 11 ans environ, certains enfants dépassent la contradiction. Quelques rouges sont ronds.

Passons à un autre exemple, pour vous, adultes. Quelle différence y a-t-il entre ces deux propositions:

1. Tous les hommes sont mortels.
2. Tous les hommes sont des animaux raisonnables.

[1] Economiste anglais (1806-1873) et philosophe se rattachant au courant empiriste. Il était un peu «rétro» du point de vue scientifique (empirisme très XVIIIe) mais féministe sur le plan politique.

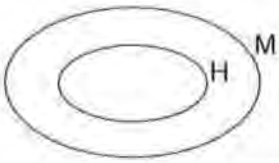
Ces deux exemples posent le problème des quantificateurs (tous, quelques). Dans la première proposition, «tous» est un quantificateur important. C'est lui qui assure la cohérence du syllogisme.

Tous les hommes sont mortels.
Socrate est un homme.

Socrate est mortel.

Sans le «tous» qui quantifie la classe générale «homme», rien ne permettrait d'affirmer qu'un homme particulier est mortel.

Déjà Aristote avait trouvé une opération de «conversion» qui opérait une transformation sans changer le sens. «Tous les hommes sont mortels» devient, par "conversion": «Quelques mortels sont des hommes.»



Si $H \neq \emptyset$, la proposition est correcte.

De là à imaginer une formulation équivalente, il n'y avait qu'un pas. La proposition devient: «Tous les hommes sont quelques mortels.» On peut donc dire que, même implicite, il y avait chez Aristote l'intuition d'une quantification du prédicat lui-même.

Reprenons la comparaison proposée précédemment:

1. Tous les hommes sont mortels.
2. Tous les hommes sont des animaux raisonnables.

Elle devient:

1. Tous les hommes sont quelques mortels.
2. Tous les hommes sont... ?

L'expression «animal raisonnable» étant réservée à l'homme (bien que biologiste, Aristote n'a jamais prétendu avoir étudié les chimpanzés), la deuxième proposition n'est plus équivalente à la première. La classe complémentaire est vide. En effet, la proposition vraie est: TOUS LES HOMMES SONT "TOUS" LES ANIMAUX RAISONNABLES. Les deux classes (HOMMES et ANIMAUX RAISONNABLES) sont "égales".

Dès lors, le syllogisme est dépassé par de nouveaux champs de raisonnements où évoluent l'algèbre puis la théorie des ensembles. Ce qui posera de nouveaux problèmes aux mathématiciens. A cause des paradoxes.[1] Entre temps, Boole et ses collègues de Cambridge font avancer la science en supposant une parenté de structure (on dit isomorphisme) entre le calcul des classes et le calcul des propositions. Cela aussi est un progrès: après la quantification des classes dans la proposition, on les algébrise.

Vous vous rappelez le syllogisme qui prouve que vous et moi sommes mortels.

Abandonnons le sujet de la deuxième proposition «Socrate» (dont la singularité devait gêner Boole) et optons pour une classe plus générale, «les Grecs».

Tous les humains sont mortels.
Tous les Grecs sont des humains.

Tous les Grecs sont mortels.

Boole transforme ces propositions en un système de deux équations.

Nous avons trois classes: H (les humains); G (les Grecs) et M (les mortels).

Dans les prémisses, H apparaît deux fois. C'est en quelque sorte le moyen terme. Le système d'équations conduit à éliminer ce moyen terme, permettant ainsi une relation simple entre la première proposition et la troisième (première prémisse et conclusion).

[1] Voir le chapitre des paradoxes dans un prochain numéro.

Une opération donne la classe complémentaire. En effet, «les humains» ne sont PAS TOUS «les mortels» mais seulement QUELQUES «mortels». Il existe une classe complémentaire de M par rapport à l'ensemble des «êtres»: $\overline{M}$ (les non mortels).

Identifions la classe totale à 1 et opérons:

$M + \overline{M} = 1$ (la sous-classe «êtres mortels» et sa complémentaire «êtres non mortels» donne la classe «êtres» représentée par 1), d'où:

$1 - M = \overline{M}$ (enlevons de la classe totale «1» la sous-classe des mortels, il reste les non mortels)

Nous formons les deux équations suivantes, sur le même modèle:

$$1 - H = \overline{H} \quad \text{et} \quad 1 - G = \overline{G}$$

Nous savons par ailleurs que $H(1 - M) = 0$. C'est-à-dire que l'intersection entre les classes «humains» et «non mortels» est vide, et, de même, que $G(1 - H) = 0$ (l'intersection entre les classes «Grecs» et «non humains» est également vide).

Boole élimine alors la classe commune aux deux prémisses: H. Sa démonstration est trop longue et trop laborieuse pour le lecteur appartenant à la classe des «non-mathématiciens». Nous allons la simplifier et la résumer:

$H(1 - M) = 0$, par double inclusion,

se transforme en $H = HM$ (I)

De même,

$G(1 - H) = 0$ devient: $G = GH$ (II)

L'égalité évidente: $GH - GH = 0$

devient, d'après (I): $GH - GHM = 0$

par «factorisation»: $GH(1 - M) = 0$

d'après (II): $G(1 - ...) = 0$

Ceci signifie que l'intersection de la classe «Grecs» et de la classe «non mortels» est vide, ou, en langage naturel, qu'il n'y a aucun Grec non mortel. Donc «Tous les Grecs sont mortels» est une conclusion vraie.

La fin du XIXe et le XXe siècle n'ont pas oublié le syllogisme. FREGE aimait bien. Avec l'évolution des idées et des mathématiques, toute la réflexion sur l'algébrisation des propositions et l'intérêt de plus en plus croissant pour ce qui va devenir la logique ensembliste, portent les mathématiciens à traiter des classes de nombres.

POINCARE s'intéresse à mettre en relation les syllogismes et une forme de raisonnement appelée: récurrence. C'est ce qu'avait fait, en 1889, un autre mathématicien, PEANO, pour axiomatiser l'arithmétique.

On connaît le raisonnement par récurrence, qui consiste à itérer, c'est-à-dire à ajouter «+ 1» à un nombre n pour trouver le nombre n + 1. Ce procédé permet toutes sortes d'activités sérieuses comme les mathématiques, ou moins sérieuses, comme la comptine...

J'en ai marre
Marabout
Bout de ficelle
Selle de cheval
Cheval de course
Course à pied
Pied-à-terre
Terre de Feu
Feu follet
Lait de vache
Vache de ferme
Ferme ta ...

... ou le texte de R. Queneau:

La cimaise et la fraction

La cimaise ayant chaponné tout l'étemueur
se tuba fort dépurative quand la bixacée fut verdie:
pas un sexué pétrographique morio de mouffette ou de verrat.
Elle alla crocher frange
Chez la fraction sa volcanique
La processionnant de lui primer
Quelque gramen pour succomber
Jusqu'à la salanque nucléaire.
«Je vous peinerai, lui discorda-t-elle,
avant l'apanage, folâtrerie d'Annamite!
interlocutoire et priodonte.»
La fraction n'est pas prévisible:
c'est là son moléculaire défi.
«Que feriez-vous au tendon cher?
discorda-t-elle à cette énarthrose.
- Nuncupation et joyau à tout vendeur.
Je chaponnais, ne vous déploie.
- Vous chaponniez? J'en suis fort alarmante.
Eh bien! débagoulez maintenant.»[1]

Depuis les travaux de Gödel notamment, on s'intéresse moins au problème de la *vérité* qu'à celui de la ***validité***. Il est moins utile de caractériser des raisonnements comme vrais ou faux que de les considérer du point de vue de leur validité. Mais il existe un rapport entre vérité et validité, pas vraiment simple. On peut obtenir des raisonnements valides dont les propositions sont vraies, et d'autres dont les propositions sont parfaitement incorrectes. Lewis Carroll en donne de beaux exemples.

Exemple de syllogisme chez Lewis CARROLL[2]

«Tous les chats comprennent le français.
Quelques poulets sont des chats.
Quelques poulets comprennent le français.»

«(...) les trois propositions sont reliées de telle façon entre elles ... que si les deux premières sont vraies, la troisième doit être vraie. (Il se trouve que, sur notre planète, les deux premières ne sont pas absolument vraies. Mais rien n'empêche qu'elles le soient sur une autre planète, Mars ou Jupiter par exemple, et, dans ce cas, la troisième serait également vraie, et les habitants de cette planète prendraient des poulets comme nurses. Ils bénéficieraient, par là même, d'un privilège singulièrement contingent, inconnu en Angleterre, puisqu'ils pourraient, lorsque leur garde-manger se trouverait vide, employer la bonne d'enfants pour le repas des enfants.)

Par conséquent, ce trio est un syllogisme.

Quelques exercices par Lewis CARROLL[3]...

Couples de propositions concrètes, présentées en guise de prémisses, et dont il s'agit de trouver la conclusion.

1. Ce qui est compréhensible ne m'intrigue jamais.
   La logique m'intrigue.

2. Tout philosophe est logique.
   Un homme illogique est toujours têtu.

[1] Malgré les transformations apportées, de main de maître, par Raymond Queneau, on aura reconnu *la Cigale et la Fourmi* de Jean de La Fontaine. Il a remplacé chaque adjectif, chaque substantif masculin et féminin, chaque verbe par le septième de son espèce, pris dans le *Nouveau Petit Larousse illustré*, éd. 1952. Il a procédé en quelque sorte, à une «translation» de la fable, selon une méthode imaginée par Jean Lescure, généralisée par le mathématicien François Le Lionnais et désignée par la formule $M \pm n$. A la page 143 de *La littérature potentielle*, nous pouvons lire: «La méthode $M \pm n$ consiste à remplacer dans un texte existant les mots (M) par d'autres mots de même genre qui les suivent ou les précèdent dans le dictionnaire, à une distance mesurée par le nombre de mots (n).» *Sur les pistes de la mathématique*, p.84.

[2] *Logique sans peine*, p.123

[3] *Ibidem*, p.170-188

3. Un être chauve n'a pas besoin d'un coup de peigne.
   Aucun lézard n'a de cheveux.

Trios de propositions concrètes, données en guise de syllogismes, et qu'il s'agit d'examiner.

4. Tous les lions sont féroces.
   Quelques lions ne boivent pas de café.
   Quelques créatures qui ne boivent pas de café sont féroces.

5. Aucun fossile ne peut être malheureux en amour.
   Une huître peut être malheureuse en amour.
   Les huîtres ne sont pas des fossiles.

... et leurs réponses

1. La logique est incompréhensible.

2. Quelques personnes têtues ne sont pas des philosophes.

3. Aucun lézard n'a besoin d'un coup de peigne.

4. Conclusion fausse; la correcte serait: «Quelques créatures féroces ne boivent pas de café».

5. Conclusion correcte.

La logique du *NOM DE LA ROSE*

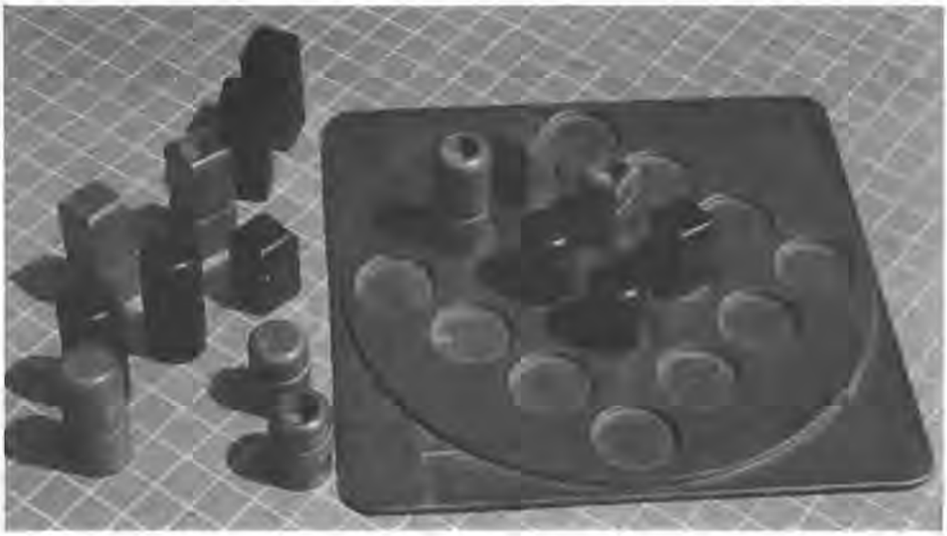
« - Adso, dit Guillaume, résoudre un mystère n'est pas la même chose qu'une déduction à partir de principes premiers. Et ça n'équivaut pas non plus à recueillir une bonne quantité de données particulières pour en inférer ensuite une loi générale. Cela signifie plutôt se trouver en face d'une, ou deux, ou trois données particulières qui apparemment n'ont rien en commun, et chercher à imaginer si elles peuvent être autant de cas d'une loi générale que tu ne connais pas encore, et qui n'a peut-être jamais été énoncée. Certes, si tu sais, comme dit le philosophe, que l'homme, le cheval et le mulet sont tous trois sans fiel et qu'ils ont tous trois longue vie, tu peux tenter d'énoncer le principe selon lequel les animaux sans fiel vivent longtemps. Mais imagine le cas des animaux à cornes. Pourquoi ont-ils des cornes? Tu t'aperçois à l'improviste que tous les animaux pourvus de cornes n'ont pas de dents à la machoire supérieure. Ce serait une belle découverte, si tu ne te rendais pas compte que, malheureusement, il existe des animaux sans dents à la machoire supérieure et qui toutefois n'ont pas de cornes, comme le chameau.Enfin tu t'aperçois que tous les animaux sans dents à la mâchoire supérieure ont deux estomacs. Bon, tu peux imaginer que ceux qui n'ont pas de dents en quantité suffisante mastiquent mal et qu'ils ont donc besoin de deux estomacs pour pouvoir mieux digérer leurs aliments. Mais les cornes? Alors tu t'essaies à imaginer une cause matérielle aux cornes : le manque de dents procure à l'animal une excédence de matière osseuse qui doit bien percer quelque part. Mais est-ce une explication suffisante? Non, parce que le chameau n'a pas de dents supérieures, il a deux estomacs, mais pas de cornes. Et alors il faut que tu imagines aussi une cause finale. La matière osseuse ne saille en cornes que chez les animaux qui n'ont pas d'autre moyen de défense. Le chameau, par contre, a une peau très dure et n'a pas besoin de cornes. Alors la loi pourrait s'énoncer...
- Mais que viennent faire ici les cornes? demandai-je avec impatience...»

Umberto Eco, p.383-384

Dans un prochain numéro de *Math-Ecole*,
- suite de *La logique, une longue histoire*,
- *Les paradoxes*,
- *L'histoire des diagrammes*
- et *La logique à l'école*.

QUARTO

par François Jaquet, IRDP, Neuchâtel



Un nouveau jeu qui, selon nous, a un bel avenir.

Ses règles sont simples

En quelques lignes, on comprend que, en plaçant à tour de rôle les pièces sur les seize cases du plateau (de 4 x 4), le gagnant sera celui qui arrive à créer un alignement de quatre pièces qui ont au moins une caractéristique commune.

On observe alors attentivement ces seize pièces pour constater qu'elles s'organisent rigoureusement selon quatre critères dichotomiques: la taille (haute ou basse), la couleur (sombre ou claire), la forme (ronde ou carrée), la nature de la face supérieure (plane ou creuse).

Sa présentation est agréable

Le plateau et les pièces sont en charme massif, aux teintes chaudes, bien façonnés, ils peuvent revendiquer une place permanente dans le décor de la maison.

La règle du jeu, en sept langues, tient sur une colonne et est illustrée de quelques schémas parfaitement clairs.

Le concepteur, Blaise Müller, est suisse. L'éditeur, Gigamic S.A., est français.

Quarto a obtenu le dé d'or du concours international de jeu de Boulogne-Billancourt. Il est vendu dans un emballage solide et plaisant (format 280 x 280 x 50 mm).

On le trouve , à un prix voisin de 60 Fr., dans toutes les bonnes boutiques de jeux.

Une idée géniale en fait un jeu tout à fait original

Habituellement, dans ce type de jeu d'alignement, le joueur choisit la pièce et l'endroit où il va la déposer. Au Quarto, c'est l'adversaire qui vous donne la pièce à poser, en s'assurant au préalable qu'elle ne vous offrira pas le gain immédiat de la partie. C'est à vous de la placer et de choisir une nouvelle pièce qui posera les problèmes les plus épineux à votre adversaire.

On y gagne, ou y perd, à tout âge

Il faut beaucoup d'attention, de la logique, de l'anticipation, de la créativité stratégique pour gagner. Comme ces qualités ne sont pas toujours prises en compte par l'école, un éternel «cancre» peut battre un licencié en mathématiques car la valeur (au Quarto) n'attend pas le nombre des années.

Une partie dure de dix à vingt minutes.

Le jeu est proposé pour des joueurs «dès huit ans» et décrit comme «simple, éducatif et passionnant», ce que nous pensons également. (Des variantes sont prévues pour débutants et pour joueurs avertis.)

Quelques exemples pour comprendre le fonctionnement du jeu.

Dans la position de la photo de la page 27, le joueur qui vient de placer le «petit - carré - foncé - plan», à droite, a commis une erreur impardonnable: il ne peut plus donner de pièce ronde ni de pièce carrée à son adversaire. L'ensemble «carré ou rond» coïncidant avec le référentiel, il sera très difficile de trouver une pièce de son complémentaire, qui est ...vide! Il arrive ainsi souvent, chez les débutants, qu'un joueur se condamne lui-même. Il ne lui reste plus que l'espoir que son adversaire ne s'aperçoive pas de son avantage lorsqu'il recevra sa pièce à poser.

Dans la situation suivante (voir figure1), le joueur qui vient de poser le «petit-rond-clair-plan»sur la case **b3** a également commis une erreur fatale, mais il faut une analyse poussée pour s'en rendre compte:

- il n'a qu'une seule pièce à offrir à son adversaire pour ne pas perdre immédiatement: le «grand - rond - clair - plan» . En effet, la ligne **4** lui interdit de donner une pièce sombre ou carrée, la colonne **b**, malencontreusement complétée en **b3**, contient déjà trois petites pièces, la ligne **2** ne permet plus les creuses.

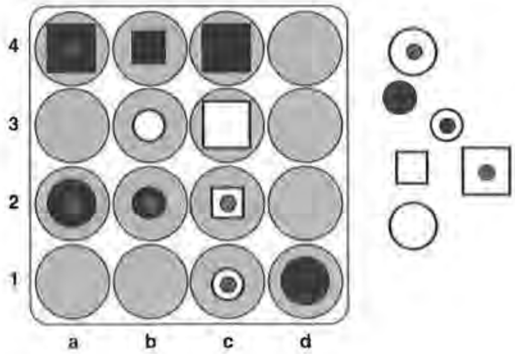


figure 1

(Cette représentation du plan de jeu et des pièces est bien schématique mais nous est imposée par les deux dimensions de la feuille sur laquelle elle est imprimée. Dans le jeu effectif, les caractéristiques des pièces apparaissent plus clairement.)

- l'adversaire n'a alors également qu'un seul choix possible pour l'emplacement de ce «grand - rond - clair - plan» qu'il reçoit du premier joueur: la case **d2**. En effet, il ne peut pas la placer sur la ligne **1**, car il ne pourrait plus donner de «carré ou rond», la case **a3** lui est aussi interdite car elle ouvrirait à l'adversaire les colonnes **a** et **b** «grand ou petit», la case **d3** ouvrirait les lignes **3** et **4** «clair ou sombre», la case **d4** n'est pas plus recommandée en raison des cinq pièces restant à placer qui sont petites ou creuses et qui permettraient de créer des alignements sur la ligne **2** ou la colonne **b**.

Ces deux coups forcés amènent ainsi à la position de la figure 2:

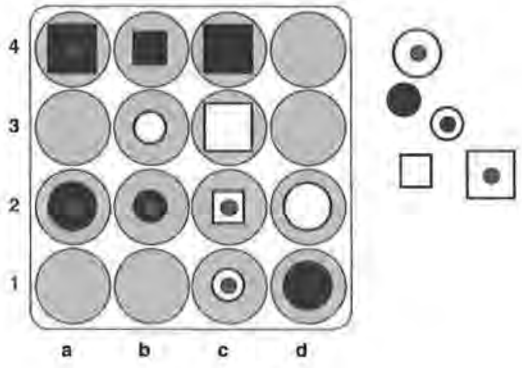


figure 2

- l'adversaire ne peut pas offrir de pièce petite ni de carrée en raison de la situation dans la colonne **b** et dans la ligne **4** il va donc donner le «grand - rond - clair - creux», que le premier joueur aura bien du mal à placer!

- la colonne **d** ne peut accueillir une troisième grande pièce en raison des trois petites de la colonne **b**, la ligne **1** ne peut accueillir une troisième ronde car il y a déjà trois carrées dans la ligne **4**, une pièce claire dans la case **a3** permettrait à coup sûr à l'adversaire de créer un alignement sombre ou clair dans les lignes **3** ou **4**.

Ce dernier exemple montre bien que Quarto peut intéresser de fins stratèges et des amateurs d'analyses profondes.

A propos de classements et de logique

Dans les plans d'études de l'école primaire, au chapitre des ensembles et relations, on trouve les notions de complémentaire, de négation, de réunion, d'intersection, etc. Les moyens d'enseignement en font bien souvent des exercices artificiels ou formels.

Un jeu tel que Quarto ne permettrait-il pas de travailler toutes ces notions, de façon naturelle, sans faire appel à des formalismes ou à une terminologie que nos élèves sont bien incapables d'assimiler?

Le mode d'emploi, par exemple, présente les seize pièces bien arrangées, sans faire appel à un diagramme: elles sont simplement disposées sur quatre rangs, les sous-ensembles y apparaissent clairement, et la dichotomie des critères est marquée par les symétries de la disposition. (voir figure 3)

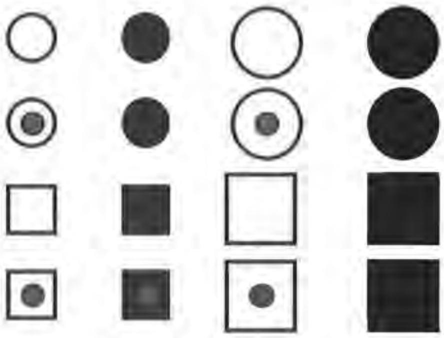


figure 3

Lorsqu'un joueur se prépare à choisir la pièce qu'il va donner à son adversaire, il n'a pas besoin de notations ou de termes spéciaux, il se contente de former ses ensembles de pièces en les regroupant spatialement. Si, par exemple, il doit éviter de donner une pièce carrée ou une pièce claire, il les met de côté. Le complémentaire de «carré ou clair» s'impose à l'évidence, sans diagramme et sans avoir étudié les règles de de Morgan!

Et surtout, à ce jeu, on ne constitue pas des ensembles pour faire plaisir au maître ou pour remplir son programme de mathématiques, mais tout simplement pour gagner.

Chacun se souvient encore des blocs logiques de Dienes, matériel incontournable de la réforme des «maths modernes». Avec seize d'entre eux, on constitue facilement un jeu de Quarto. On pourrait alors les ressortir des armoires, les dépoussiérer et leur offrir un nouvel avenir dans des activités qui auraient, cette fois-ci, du sens pour l'élève et pour le maître!

Notes de lecture

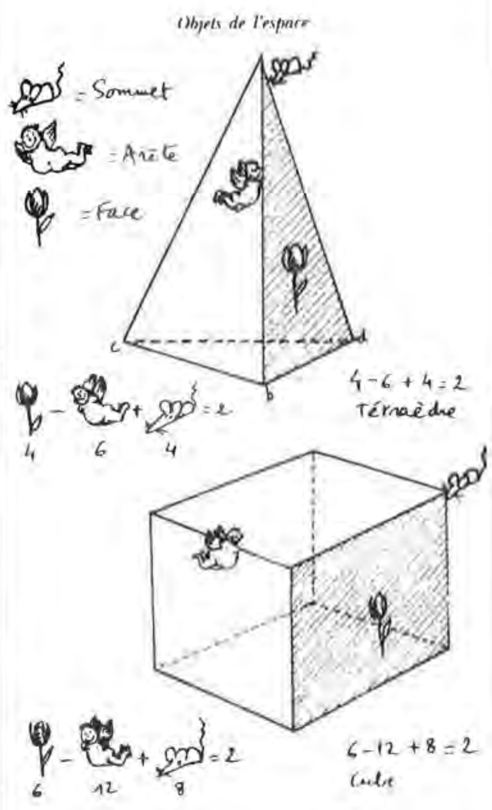
LES PLUS BELLES FORMULES MATHEMATIQUES
Lionel Salem, Frédéric Testard, Coralie Salem
InterEditions, Paris, 1990

L'idée de ce livre est de présenter la beauté des formules mathématiques. Cette beauté tient à la fois à la simplicité des énoncés, au caractère plastique des symboles et à l'évocation esthétique de leur contenu. Ainsi les mathématiques, comme toutes les sciences, ont leur harmonie propre. L'objectif des auteurs a été de rechercher une telle harmonie.

Archimède, Euler, Neper, Newton, Fibonacci, mais aussi les professeurs Cosinus et Sinus, vous accompagneront tout au long de votre périple. Les textes sont simples: certains justifient ou démontrent la validité ou l'origine de chaque formule. Les domaines abordés sont multiples: théorème de Pythagore, aire du cercle, nombres imaginaires, logarithmes, suites de nombres, théorème de Fermat, formules de trigonométrie, ...

Afin d'illustrer la beauté des expressions mathématiques, des dessins évoquant leur découverte ou leur sens profond complètent le texte. Il s'agit d'un ouvrage de vulgarisation; par conséquent, la rigueur des démonstrations et du vocabulaire proposés ne prime en aucun cas la compréhension des formules. Toutefois, un des soucis des auteurs a été de ne jamais malmener la vérité mathématique.

Ce livre a assurément sa place dans la bibliothèque du maître qui désire illustrer les formules qu'il aborde en cours d'année. Le gain sera double pour les élèves: ils auront une meilleure perception du monde mathématique et leur plaisir à l'étude ira grandissant.



L'égalité d'Euler: f - a + s = 2

Destinataires: tous les enseignants de mathématiques, du primaire au secondaire, et grand public.

Mots-clés: enseignement et histoire des mathématiques, école secondaire.

M.B.

LE MATIN DES MATHEMATICIENS

Entretiens sur l'histoire des mathématiques (Vol.1)
présentés par Emile NOEL
Ed. BELIN, coll. Regards sur la Science, Paris, 1990

Ce petit livre, destiné au grand public, présente de manière vivante certains aspects de l'histoire des mathématiques, de l'Antiquité au Moyen Age.

Il s'agit d'un ouvrage collectif, tiré d'émissions de France Culture, où d'éminents historiens de la mathématique et des mathématiciens intéressés par l'histoire de leur propre discipline répondent aux questions proposées par le concepteur du «scénario» général. Ont participé à ces entretiens: Maurice Caveing, Jean Dhombres, Guy Beaujean, Guy Mazars, Jean-Claude Martzloff et Roshdi Rashed.

L'histoire des mathématiques y est envisagée dans ses relations intrinsèques avec les diverses civilisations qui leur ont permis de se développer. Les questions posées aux spécialistes permettent au lecteur de suivre aisément les étapes principales de l'évolution des mathématiques au fil des âges.

Le mode de présentation ne permet pas l'exhaustivité mais, cependant, les thèmes choisis dégagent les lignes directrices et les quelques phases fondamentales du développement des mathématiques, des Babyloniens et des Egyptiens antiques aux Arabes du premier millénaire (dont on analyse aussi le rôle dans la diffusion des sciences en général et des mathématiques en particulier) et aux mathématiciens européens du Haut Moyen Age.

Ce voyage chronologique s'organise en seize chapitres. Il propose des étapes intermédiaires en Grèce, en Chine et aux Indes, et présente des vues essentielles sur la numération, l'arithmétique, la géométrie, la trigonométrie, l'algèbre et ses développements.

Un ton plaisant, l'apport d'illustrations et de schémas explicatifs rendent la lecture de cet ouvrage accessible à un public non exclusivement mathématicien et en font, de toute manière, une intéressante initiation à l'histoire des mathématiques.

Destinataires: étudiants et enseignants de mathématiques, toute personne intéressée par l'évolution des idées, des sciences et des mathématiques.

Mots-clés: mathématiques, histoire. F.J.

ENIGMES ENIGMES ENIGMES ENIGMES

Durand et Cie

Durand est boucher. Il préside la table ronde des commerçants du quartier, qui comprend également un épicier, un boulanger et un marchand de tabac.

Durand est assis à gauche de Dupond. Dupont est à droite de l'épicier. Durant, assis en face de Dupond, n'est pas boulanger.

Que fait Dupont?

Lebrun, Lenoir et Leblanc

Lebrun, Lenoir et Leblanc travaillent dans la même entreprise. Ils sont: comptable, magasinier et représentant, mais peut-être dans un ordre différent.

Le représentant, qui est célibataire, est le plus petit des trois.

Lebrun, qui est le gendre de Lenoir, est plus grand que le magasinier.

Quel est le métier de chacun?

Nouvelles brèves

PREMIER CONGRES EUROPEEN DE MATHEMATIQUES

Fondée en octobre 1990, l'EMS (European Mathematical Society) regroupe 30 associations de mathématiciens européens. Elle a tenu son premier congrès cet été, à Paris, du 6 au 10 juillet. Forte participation et succès pour cette nouvelle manifestation qui entend promouvoir la recherche en mathématiques, soutenir et aider l'enseignement, développer les liens avec les problèmes de la société, renforcer les liens et créer une identité entre mathématiciens européens.

CIEAEM

A Chicago, s'est tenue, du 3 au 8 août 1992, la 44e rencontre de la Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (CIEAEM), sur le thème de **l'élève face aux mathématiques.** On y a parlé de mathématiques extra-scolaires, d'obstacles au développement des concepts et des apprentissages, des connaissances des élèves et de leur compréhension des mathématiques, etc.

Des conférences et des groupes de discussion ont développé ces différents sous-thèmes, illustrés de plusieurs exemples d'expériences. Plusieurs conférenciers ont insisté sur le fait que l'utilisation implicite des mathématiques dans notre environnement augmente, alors qu'on ressent une «démathématisation» à l'école.

Enfin, la façon d'enseigner est fortement influencée par le mode d'**évaluation centrée sur l'élève**, qui constitue le thème de la prochaine rencontre, du 5 au 10 juillet 1993, en Sardaigne.

CIEM

La Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique vient d'organiser son **7e congrès** (ICME 7) du 17 au 23 août 1992 à Québec.

3500 participants, venus de 88 pays, cela représente un rassemblement impressionnant: 40 groupes de travail, de nombreuses rencontres (éditeurs de revues, évaluateurs, historiens, organisateurs de championnats, etc.), un mini-congrès sur la calculatrice et l'ordinateur, des assemblées, une cinquantaine de conférences, dont quatre plénières, des expositions, des stands tenus par des associations de maîtres de mathématiques, des films, un «sentier mathématique» dans le vieux Québec, des centaines de posters et communications audiovisuelles, il y avait de quoi remplir largement la semaine.

L'anglais et le français étaient les deux langues officielles du congrès, avec une part évidemment très majoritaire pour la première. La francophonie a toutefois su se manifester par les nombreuses activités proposées par nos collègues québecois et français en particulier. Les quelques Suisses présents se contentaient du statut d'auditeur ou d'observateur, à défaut de coordination, si l'on excepte une contribution de l'IRDP et la présence active de *Math-Ecole* dans le groupe des éditeurs de journaux.

En août 1996, ICME 8 reviendra sur notre continent, à Séville. C'est un beau défi que nos amis espagnols ont accepté de relever.

APMEP

Nos collègues français de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public nous convient à leurs **journées nationales 1992, les 24, 25 et 26 octobre, à Strasbourg**, sur le thème «Mathématiques européennes, L'Europe des mathématiciens, d'hier, d'aujourd'hui, de demain», au programme copieux et alléchant.

Parmi la quarantaine d'ateliers annoncés, on relève un «carrefour européen» et des contributions de nombreux pays ou régions (dont la Suisse romande qui présentera les recherches du GERME pour une pratique autonome des mathématiques et d'autres expérimentations cantonales).

Les quatre conférences plénières s'annoncent intéressantes: J-P. Bourgignon sur les géométries non euclidiennes, 200 ans après Lobatchewski, E. Barbin sur la pensée mathématique dans l'histoire et dans la classe, P. Legrand sur l'enseignement secondaire général dans quelques pays d'Europe et, finalement, A. Acker sur la datation et l'origine de l'Univers.

Lors de ces journées, il y aura encore des stands de matériel et publications, des expositions, les multiples contacts de couloirs, une table ronde sur les politiques d'enseignement des mathématiques dans différents pays européens et tous les aspects culturels et gastronomique de la région de Strasbourg.

Inscriptions: APMEP, Régionale d'Alsace, 10, rue du Général Zimmer, F-67084 Strasbourg CEDEX. (Autres informations auprès de la rédaction de *Math-Ecole*.)

MATHEMATIQUES SANS FRONTIERES

C'est parti! Un groupe suisse est en formation pour étendre cette forme d'émulation mathématique entre classes, par-dessus les frontières linguistiques, politiques et scolaires (voir *Math-Ecole* n°153). Toutes les personnes intéressées par le **concours 1993,** pour leurs classes de degré 9 ou 10, peuvent s'inscrire ou demander plus d'information à *Mathématiques sans frontières,* Ecole secondaire, 2854 Bassecourt. Délai d'inscription: 15 décembre 1992.

L'APPORT DES CONCOURS DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

En rapport avec les compétitions et autres joutes mathématiques, une première rencontre est organisée le samedi 21 novembre 1992, dans le cadre des activités du Centre de perfectionnement du canton de Neuchâtel (Le Louverain, les Geneveys/Coffrane). Ce sont des animateurs de concours et compétitions mathématiques au sein de nos cantons romands qui invitent à une journée de réflexion commune tous ceux qui participent à ce type d'activité. Il s'agira de savoir **comment exploiter l'intérêt pour ces problèmes de concours**, d'établir les liens avec les programmes, d'analyser les représentations et les procédures de résolution des élèves.

Inscriptions: Centre de perfectionnement, CP 45, 2306 La Chaux-de-Fonds (tél: 039/ 21.79.60)

XIII FORUM SUISSE DE MATHEMATIQUES

Cette importante manifestation bisanuelle se tiendra en Suisse romande , à Montreux, du 16 au 18 novembre 1992. 120 participants de tous les cantons suisses s'y retrouveront pour parler de **nouvelles formes dans l'enseignement des mathématiques**. Les groupes de travail d'expression française travailleront sur l'interdisciplinarité, l'autonomie de l'élève et sur les apports de l'informatique à l'enseignement des mathématiques.

MUSEE SUISSE DU JEU

Dès le 18 septembre, cette sympathique institution propose, dans le beau château de la Tour-de-Peilz, une **nouvelle exposition:** *CHANCE, les jeux de hasard pur.*

Le visiteur y sera confronté au thème des probabilités, par des panneaux, expériences et manipulations, à propos de lotos, loteries, roulette, etc.

FINALE INTERNATIONALE DU VIème CHAMPIONNAT DE JEUX MATHEMATIQUES ET LOGIQUES

Ils étaient près de 125 000 au départ, il n'en restait plus que 340 à se retrouver, les 4 et 5 septembre à Paris, pour la finale internationale du *VIème Championnat de Jeux Mathématiques et Logiques.* La renommée et le prestige du lieu d'accueil, les locaux de l'X (Ecole Polytechnique), semblent avoir inspiré les participants qui se sont surpassés puisqu'ils ont réussi à résoudre, dans chacune des catégories, la majorité des problèmes proposés à leur sagacité. Or, ceux-ci n'étaient pas plus faciles que ceux des éditions précédentes, comme l'attestent les exemples qui suivent. Il n'y a donc pas que la participation et l'intérêt qui augmentent, le niveau monte lui aussi!

Une vingtaine de finalistes venaient de Suisse romande. Certains ont obtenu des classements tout à fait remarquables:

Dans la **catégorie C1** (degrés 6 et 7), sur 82 participants, 6e Maxime Schoeni de Bienne, (7 problèmes sur 10 résolus correctement), 7e Daniel Gerber d'Auvernier (7/10), 11e Julien Straubharr de la Chaux-de-Fonds (7/10), 14e Olivier Rutti de Marin (6/10), 19e Jean Monnerat de Courtételle (6/10), 23e Jeremy Voirol de Bienne (6/10), 34e Martin Duvanel de la Chaux-de-Fonds (5/10).

Dans la **catégorie C2** (degrés 8 et 9), 4 des 82 candidats ont atteint le score remarquable de 13 sur 14! Ils ont été départagés par les coefficients de difficulté attribués à chaque problème. Le titre est revenu à un Belge, et la médaille de bronze à un Suisse:
3e Nicolas Bartholdi de Nyon (13/14)
8e Stephane Felix de Nyon (12/14)
33e Patrick Visino de Marin (9/14)
37e Sébastien Boillat de Bienne (8/14).

Chez les **lycéens**, on attendait notre double champion des dernières années en catégories C1, puis C2, Armin Rigo. Il lui aurait fallu atteindre le score de 16/18 avec un coefficient élevé pour gagner à nouveau. Il lui a manqué deux problèmes, et... trois minutes pour être le premier des Suisses:
15e Pierre Boillat, (14/18, coeff. 67, 201 mn)
16e Armin Rigo de Leysin (14/18, coeff. 67, 204 mn).

Chez les adultes, en **Grand Public**, Alain Eckmann de Genève, obtient une 4e place, avec 15 problèmes sur 18, et en **Haute Compétition**, nos représentants ont élégamment laissé les premières places aux candidats du pays d'accueil et aux Suisses inscrits au concours parallèle en se référant à la maxime du baron: l'essentiel, c'est de participer.

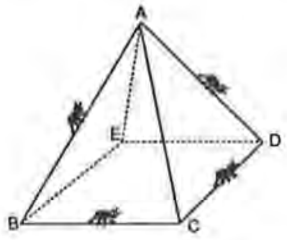
Dans le **Concours parallèle**, précisément, le reste de la famille Bartholdi a voulu confirmer les résultats du cadet et montrer que sa non-qualification lors de la finale régionale d'Yverdon-les-Bains n'était qu'un épisode à oublier au plus vite. En effet, Laurent a obtenu brillamment une première place de la catégorie *Haute Compétition,* avec un score de 18/24 qui l'aurait placé au sixième rang du concours général, et Irène s'est classée 7e *Grand Public.*

Mais peu importe le classement, les problèmes sont si ingénieusement construits que c'est un plaisir de s'y affronter. Tous les participants à cette finale fort réussie sont unanimes à ce propos.

Exemples de problèmes tirés de la catégorie C1

L'araignée Gipsy (coefficient 1)

L'araignée Gipsy tombe sur un des cinq sommets d'une pyramide à base carrée. En partant de ce sommet, elle décide de parcourir le plus grand nombre d'arêtes possible de la pyramide, respectant les règles suivantes:



- Gipsy ne peut qu'avancer, et ne s'écarte jamais du «chemin» que constituent les arêtes. Toute arête sur laquelle elle s'est engagée sera donc entièrement parcourue.
- Gipsy peut passer deux fois par le même sommet, mais elle ne doit en aucun cas parcourir deux fois la même arête.

Quel est le nombre maximum d'arêtes qui peuvent être parcourues par Gipsy?

Les 3 sœurs (coefficient 4)

Aline, Béatrice et Caroline sont un peu énigmatiques; quand on leur demande leur âge, voici ce qu'elles répondent:

Aline: « J'ai 18 ans; j'ai deux ans de moins que Béatrice; mais j'ai un an de plus que Caroline.»

Béatrice: « Je ne suis pas la plus jeune; Caroline et moi avons 3 ans d'écart; Caroline a 21 ans.»

Caroline: « Je suis plus jeune qu'Aline; Caroline a 19 ans; Béatrice a 3 ans de plus qu'Aline.»

Sachant que chacune des trois sœurs a menti exactement une fois sur ses trois affirmations, trouvez l'âge des trois sœurs (chacune étant désignée par son initiale).

Différences à l'infini (coefficient 2)

José écrit en ligne les cinq chiffres 0, 6, 9, 9, 2. Puis, en dessous, il inscrit les différences «positives» entre le premier et le second, le second et le troisième, etc ... , puis entre le dernier et le premier (1ère ligne). Il recommence ensuite l'opération (2ème ligne). Puis il continue...

ligne de départ	0	6	9	9	2
1ère ligne	6	3	0	7	2
2ème ligne	3	3	7	5	4

Quelle sera la suite des cinq nombres écrits à la 1992ème ligne?

Le ballon de foot (coefficient 3)

Le ballon représenté ci-dessus est constitué de vingt hexagones et d'un certain nombre de pentagones.

Chaque pentagone est entouré de cinq hexagones, et chacun des vingt hexagones est entouré de trois pentagones et de trois hexagones.

Combien y a-t-il de pentagones?

7e CHAMPIONNAT DE JEUX MATHEMATIQUES ET LOGIQUES

Avec la participation étendue aux élèves de 4e et 5e primaires et une nouvelle catégorie prévue chez les adultes, la **7e édition** battra assurément tous les records .

Renseignements: FFJM CP 3082
1400 Yverdon-les-Bains

Abonnements et commandes

Bulletin à retourner (photocopier) à: ***Math-Ecole* - CP 54 - 2007 Neuchâtel 7**

Nom et prénom: ☐ Mme ☐ M. ____________________

Adresse (rue et numéro): ____________________

Localité (avec code postal): ________ ____________________

Veuillez me faire parvenir:

...... jeu(x) ***Stupide Vautour*** v. *Math-Ecole* n°152 (Fr.15.- le jeu)

...... jeu(x) ***Bilgul*** v. *Math-Ecole* n°153 (Fr.36,50 le jeu)

...... jeu(x) ***Quarto*** v. *Math-Ecole* n°154 (Fr.59,80 le jeu)

...... exemplaire(s) de ***«Le nombre π»*** (Fr. 42.- l'exemplaire)

les anciens numéros de *Math-Ecole* (Fr.1.- le numéro): ____________________

☐ Veuillez m'abonner à *Math-Ecole.*

☐ Veuillez abonner à *Math-Ecole* (Indiquer par «F» à qui adresser la facture.):

1 Nom et prénom: ☐ Mme ☐ M. ____________________

Adresse (rue et numéro): ____________________

Localité (avec code postal): ________ ____________________

2 Nom et prénom: ☐ Mme ☐ M. ____________________

Adresse (rue et numéro): ____________________

Localité (avec code postal): ________ ____________________

3 Nom et prénom: ☐ Mme ☐ M. ____________________

Adresse (rue et numéro): ____________________

Localité (avec code postal): ________ ____________________

JAB
1950 Sion 1