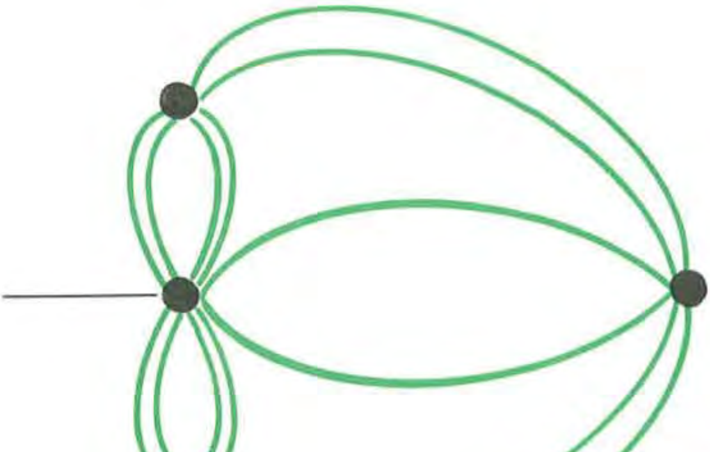
60



MATH ECOLE

NOVEMBRE 1973
12e ANNÉE

MATH ECOLE 12e ANNÉE NOV. 1973 60

Les enfants et la mesure

Réflexions et questions psychopédagogiques

par Marianne Denis-Prinzhorn, EPSE, Genève et Mona Ditisheim

1. La mesure au cours des âges et dans différentes civilisations

L'enfant contemporain vit dans un contexte où la mesure est hautement conventionnalisée, très prégnante, et, souvent, techniquement très précise.
L'éducation, l'enseignement tendent à communiquer à cet enfant les techniques, le vocabulaire de cette mesure conventionnelle, souvent sans lui laisser la possibilité (est-ce par souci d'économie de temps?) de découvrir la nécessité d'une mesure, puis d'une mesure conventionnelle.
Sans prétendre que l'enfant doive revivre l'histoire de l'humanité en quelques années, voyons comment la notion de mesure s'est construite au cours des âges de l'humanité, et s'il est possible d'en tirer quelque enseignement pour la pédagogie.

«Tout a commencé par le comptage. Dès le Paléolitique supérieur (30 000 ans avant notre ère), les hommes de Cro-Magnon marquaient des entailles sur les parois rocheuses (...). Mais le génie humain ne pouvait que piétiner faute de concepts fondamentaux et de la moindre possibilité de mesure véritable. Le temps seul avait un semblant d'unités: le jour avec le soleil, le mois avec la lune, l'année avec les saisons.
L'ancienne Egypte et la civilisation sumérienne (Mésopotamie) nous font entrer, semble-t-il, dans le premier âge de la mesure, il y a quatre à cinq mille ans. La science égyptienne est encore empirique et qualitative, démunie de tout système cohérent de mesure. La métrologie babylonienne est sensiblement supérieure par sa cohérence fondée sur la sexagésimalité. Coudée, ga, mine (unités de longueurs) commandent des systèmes de multiples et de sous-multiples.
Le «miracle grec» (VI^e et V^e siècle av. J.-C.) est plus théorique qu'expérimental (...). La science est très conceptuelle. Les Romains (...) ne font guère avancer les choses. Et, jusqu'au XV^e siècle, il n'y aura pas d'instruments de

mesure précis. Vers la fin du moyen âge, plusieurs excellents esprits secouent le joug de la scolastique (...). [Mais] c'est la Renaissance qui va relancer la science et son outil primordial: la mesure (...).
Dès 1440, [pour] N. de Cues (...), la mesure fondamentale [est] (...) celle de poids. A la fin du siècle, L. de Vinci invente le dynamomètre. Pour lui, la notion centrale est le mouvement lui-même (...). [Une série d'auteurs] commencent à créer une métrologie expérimentale (...), [et], S. Stevin propose dès 1595, l'unification des mesures sur le système décimal.
(...) [Avec] Descartes [et sa méthode (1619] (...), un monde mesuré et mathématisé va se substituer au monde décrit et imagé (...). Les instruments de mesure fondamentaux vont se créer dans la forme que l'on connaît encore de nos jours. Roberval crée la balance de précision. Le microscope (...) permet des visées de longueur extrêmement précises avec l'instrument de R. Hooke (1660). En 1657, Huygens présente (...) la première horloge à balancier conçue selon les lois de Galilée (...).
Au XVIIIe siècle, les mesures électriques sont inaugurées (...). La fin du siècle voit la naissance du système métrique français, proposé dans un rapport de Talleyrand en 1790 et adopté en 1799.
Le XIXe siècle va (...) doter la science d'instruments de mesure raffinés dans tous les domaines (...). La mesure acoustique voit le jour avec le microphone (D. Hughes, 1877) (...).
Il devient évident, à la fin du siècle, que le progrès de la science dépend strictement de celui de la mesure.» [1]

Sur le plan de l'anecdote, signalons encore que, comme nous en informe le Grand Dictionnaire Universel de P. Larousse (1865), les unités de mesure étaient, il n'y a pas si longtemps, fort diverses dans nos régions. Par exemple:

— l'aune valait:
 0,1437 m à Genève;
 1,11111 m à Neuchâtel;
— le pied valait:
 0,4879 m à Genève;
 0,30 m à Lausanne;
 0,300025 m à Neuchâtel;
 0,313854 m à Lucerne.

En effet, ce n'est qu'en 1877 (il y a donc moins d'un siècle) que la Suisse est entrée dans la Convention Internationale du Mètre, et a abandonné les systèmes de mesure cantonaux ou communaux [2].
Il ressort de ce résumé que la précision de la mesure, et en particulier l'établissement de notre système métrique sont très récents. Par contre, la nécessité d'une certaine convention — même imprécise — s'est fait ressentir assez tôt.
D'ailleurs, de nos jours encore, certains peuples utilisent des systèmes de mesure conventionnalisés, qui peuvent nous paraître aberrants. Citons par exemple M. Peissel, qui parle du Mustang:

«Les propriétaires possèdant soixante *sangs* de terre, ou plus, doivent fournir un préposé à l'irrigation. Le *sang* est une mesure de volume d'environ un demi-litre, mais correspondant à un poids d'or: c'est la mesure qui, remplie d'orge, a le même poids que l'unité d'or. Pendant longtemps, je m'étais demandé comment on pouvait posséder un demi-litre de terre, jusqu'au jour où je découvris que la terre se mesure par rapport au volume de grain nécessaire à l'ensemencer. Un demi-litre de terre, c'est la superficie de terrain que l'on peut ensemencer avec un demi-litre d'orge. Quand on veut acheter ou vendre de la terre, on s'adresse au maître des champs, qui, pour déterminer la superficie, sème lui-même le champ en question.» [3]

Ces considérations «historiques et géographiques» avaient pour but de *pondérer l'importance qu'ont pris, de nos jours, le système métrique, son langage et la précision de la mesure*, et de rappeler au lecteur que d'autres systèmes, très divers et parfois très subtils ont existé, existent encore, et qu'ils ont une valeur certaine.
Ceci nous amène à donner *notre définition de la mesure* et à poser quelques *questions:*

Définition

1. La mesure, dans son sens le plus primitif, est un outil de vérification qui permet de contrôler (de corriger) les imperfections de la perception. Tant qu'elle ne doit pas être communiquée à d'autres, la mesure peut être quelconque, liée à la situation présente: une unité conventionnelle, quelle qu'elle soit, n'est pas nécessaire.
2. Si l'on veut communiquer avec d'autres, il faut une unité de mesure commune (au moins aux personnes désirant communiquer).
3. Dans certaines circonstances (par exemple dans le cas d'une recherche), la mesure utilisée doit faire preuve d'une certaine pérennité (c'est-à-dire qu'elle ne subira pas de modification au moins pendant la période concernée).
4. La science est l'image des mesures dont elle dispose. Actuellement dans certains domaines, la mesure est si précise qu'elle dépasse de beaucoup la perception humaine.

Questions

Pour le pédagogue, il s'agit de déterminer si la mesure est un «contenu» à enseigner. Doit-on imposer (ou imposer dès le départ) notre système métrique aux enfants? Doit-on les laisser découvrir la nécessité d'une mesure, puis d'une mesure conventionnelle (ils vivent en groupe)? Notre système métrique ne devrait-il pas être vécu comme un moyen parmi d'autres, privilégié dans nos régions, et étudié comme tel? Ne pourrait-on pas déboucher sur l'analyse des systèmes de mesure et examiner avec les enfants pourquoi le système métrique a connu un tel essor?

2. La mesure spatiale dans le développement cognitif de l'enfant: apports piagétiens [4]

Avant de parler de la mesure, et plus particulièrement de la mesure spatiale, précisons tout d'abord que *tout l'univers de l'enfant se construit, qu'il n'est pas donné a priori*. Soulignons encore que les différentes étapes (stades) de ce développement suivent un *ordre constant* (l'âge d'apparition des différents stades peut varier) et sont *communs* à tous les enfants, quelle que soit la civilisation dans laquelle ils vivent [5]. Nous parlerons en fin de chapitre des différents facteurs de développement, de ce que peut apporter un apprentissage (un entraînement), et du rôle que l'adulte peut jouer face à ce développement.
Dans ce cadre-là, il nous paraît important de retracer rapidement les étapes de la *construction de l'espace*, la mesure étant une opération qui met en œuvre certaines relations spatiales fondamentales:

On peut distinguer trois types de structures spatiales générales:

1. Les structures de type topologique (rapports de voisinage, de séparation, de continuité, d'enveloppement, de fermeture, d'ouverture, de frontière, etc.).
2. Les structures de types projectif (correspondant aux perspectives et faisant intervenir la question des points de vue, par opposition aux qualitatifs généraux).
3. Les structures de type métrique, en particulier la métrique euclidienne.

Psychologiquement, les structures topologiques se construisent avant les autres (déjà avant 4 ans). Puis de ces structures de base, procèdent simultanément et parallèlement les structures projectives et les structures métriques (dès 7-8 ans environ). Ainsi:
Les premières opérations spatiales sont celles d'ordre et de partition. Par exemple, copier l'ordre d'un collier, d'une lessive sur une corde, demande une construction qui part du voisinage. Pour faire son collier, l'enfant partira de couples par voisinages, puis il parviendra à coordonner les couples. D'autre part, on demande à l'enfant: que se passe-t-il si on découpe une ligne en segments? Pour le petit enfant, les segments seront perceptibles et en nombres finis, isomorphes à la forme de départ (segment). Ce n'est que beaucoup plus tard (vers 7-8 ans) que l'idée d'une infinité de points apparaît.
Dans l'espace projectif, nous retrouvons l'opération de partition, mais subordonnée à la considération d'un point de vue. Par exemple, une droite pro-

jective sera un ensemble de points mais qui, vus de l'extrémité, se masquent les uns les autres.
L'étude de l'espace euclidien (structures métriques) nous ramène à notre problème initial. La mesure est en effet une des opérations fondamentale de cet espace.

Pour Piaget, le vrai problème de la mesure est de savoir *comment se construit l'unité?*
Pour faire une mesure, il faut une synthèse entre deux opérations: la partition d'une part, le placement/déplacement d'autre part (ce qui permet de construire une unité et de l'utiliser).
Dans le cas où les unités de mesure sont données d'avance, il va de soi qu'il suffit de les compter. Si ce n'est pas le cas, lorsque la réalité n'est pas «préparée», le problème essentiel est de construire l'unité, donc de partager le contenu (opération de partition).

Piaget et Inhelder ont fait l'expérience suivante:

L'enfant doit copier une tour avec des plots d'inégale grandeur. Il doit d'abord le faire sur une table plus basse, puis avec une certaine distance entre la copie et le modèle (on peut même placer un écran entre les deux tables, pour éviter les comparaisons perceptives directes). L'enfant a à sa disposition des «instruments de mesure» (ficelles, baguettes de longueurs différentes...).
L'enfant des différents âges agit différemment:
Le petit enfant (environ 4 ans) se contentera d'une comparaison perceptive, fera ce que Piaget appelle un «transport visuel»: il ne se préoccupe que du sommet des tours, ne tenant pas compte du fait que les bases sont de hauteur différente.
Par la suite, jusque vers 6-7 ans environ, l'enfant manifeste le besoin de déplacer les objets («transport manuel»), de rapprocher les tours (ce qu'on lui demande de ne pas faire). Ou alors il va utiliser son propre corps en guise de moyen terme (estimations avec ses mains, ou repères sur son corps: épaules...). C'est ce que Piaget appelle le «transport corporel».
L'enfant parvient ensuite à utiliser un objet symbolique comme moyen terme (une copie du modèle, ou un objet de la même grandeur que le modèle). Nous voyons ici l'apparition de la transitivité, c'est-à-dire du raisonnement déductif général du type A=B, B=C, donc A=C.
Ce n'est qu'après 7-8 ans environ que l'enfant parviendra à utiliser un moyen terme de grandeur différente du modèle. Il choisira d'abord un objet plus grand (cochant avec son doigt la grandeur voulue) avant de parvenir à utiliser un objet plus petit qu'il reportera un certain nombre de fois sur le modèle pour le mesurer.
L'enfant est alors arrivé à la construction d'une unité, synthèse de la partition (choix d'un objet plus petit) et du déplacement (de cet objet sur le modèle).

Notons encore que les mesures à deux ou trois dimensions procèdent aussi de la synthèse de la partition et du déplacement; il s'agit seulement d'établir cette synthèse deux ou trois fois, selon qu'on a deux ou trois dimensions. C'est la même opération que dans le cas où une seule dimension est considérée, mais d'un type multiplicatif.

Piaget cite l'exemple suivant: étant donné une feuille de papier où l'on a dessiné un point, l'enfant doit reporter un point sur une autre feuille, à la même place que le point du modèle. Le petit enfant juge au coup d'œil et ne fait aucune mesure. Plus tard, il ressent le besoin d'un moyen terme, mais il se borne à mesurer une seule dimension (horizontale ou verticale). Ce n'est qu'aux environs de 7 ans qu'il comprend la nécessité de coordonner les deux mesures.
Il en va de même lorsqu'il doit situer un point dans un espace à trois dimensions.

Nous voyons donc que l'opération de la mesure, la possibilité d'élaborer une unité sont le fruit d'une longue construction.
Et le lecteur s'étonnera, qui aura observé tel petit enfant jouer avec le ruban métrique de sa mère, faire des «mesures» avec celui-ci, tel autre enfant utiliser couramment des termes «métriques» (mètre, cm, km, ...). L'enfant comprend-il ce qu'il dit, ce qu'il fait? Imite-t-il les dires et les actes des adultes sans en saisir la signification?
Ces questions nous amènent à discuter comment se situe l'imitation par rapport à la construction active dans le développement de l'enfant, ou, en termes plus généraux, quels sont les facteurs de développement.
Il s'agit ici de placer succintement la théorie de Piaget dans son contexte épistémologique:

En caricaturant un peu, on peut dire que certains auteurs (innéistes) prétendent que tout est *dans l'enfant*, qu'il n'a plus qu'à mûrir. D'autres (empiristes) assurent par contre que tout est *dans le milieu*, dans l'environnement (matériel et social) et que l'enfant n'a plus qu'à copier, imiter ce qu'il voit autour de lui. Piaget quant à lui, considère que ces facteurs de développement (hérédité-milieu) sont en interaction constante, et de plus, que l'enfant n'est pas soumis passivement à toutes sortes d'influences, mais qu'il *contribue activement à la construction* de sa personne et de son univers.
Ainsi pour Piaget, outre les facteurs de développement classiquement évoqués (maturation, rôle de l'exercice, de l'expérience, interactions et transmissions sociales), existe un autre facteur, qu'il appelle *équilibration*. Ce processus d'équilibration n'est pas une simple balance des forces, mais une «autorégulation, une suite de compensations du sujet aux perturbations extérieures» [6].

Il ressort de ce résumé que l'imitation des aînés, par exemple dans l'utilisation du ruban métrique, est loin d'être inutile dans le développement de l'enfant, mais qu'elle n'est pas suffisante (par exemple chez les petits, l'utilisation du ruban métrique comme outil de mesure est ressentie comme inutile, aberrante; évidemment il peut s'en servir à d'autres fins). Il faut que l'enfant ressente un «déséquilibre» (une question, une contradiction, une incohérence, un manque, ...) et qu'il cherche à le compenser, qu'il tende vers un meilleur équilibre..

Prenons un exemple: l'enfant qui mesure la tour avec ses mains:
— ou il va estimer que son résultat est juste, et il ne «verra» pas l'erreur, et sera satisfait de sa construction;
— ou il va trouver que son résultat est faux malgré sa «mesure» (d'où déséquilibre) et il va chercher un autre moyen pour mieux estimer, mesurer la hauteur de la tour (recherche d'un meilleur équilibre).

Un autre exemple nous montre que l'imitation, dépourvue d'une construction interne, n'est pas suffisante:

Dans une classe, des enfants de 8-9 ans font des mesures de longueur. Chaque groupe d'enfants a un ruban métrique. Lors de la comparaison des résultats, il s'avère qu'un groupe trouve des valeurs tout à fait aberrantes. Nouvelles mesures: résultats identiques. On s'aperçoit alors que le ruban est déchiré et qu'il commence au chiffre 33. Les enfants l'avaient vu mais n'en avaient pas tenu compte. Mesurer, pour eux, consistait à appliquer le ruban contre l'objet, faire en sorte que l'une des extrémités coïncide avec une des extrémités de l'objet, que les chiffres aillent en ordre croissant à partir de cette extrémité; il suffisait alors de lire le chiffre coïncidant avec l'autre extrémité de l'objet.
L'imitation des gestes de l'adulte ne leur avait donc pas suffi à comprendre le fonctionnement de notre système métrique conventionnel.

Nous venons donc de voir que l'imitation, si elle n'est pas accompagnée d'une élaboration active de l'enfant, n'est pas suffisante pour l'acquisition, la compréhension de certaines notions.

Mais ne peut-on pas *apprendre* à l'enfant ce qu'il ne sait pas encore, ce qu'il ne comprend pas encore, ce qu'il n'est pas encore apte à comprendre?

Les collaborateurs de Piaget [7] ont fait de nombreuses recherches pour voir s'il était possible d'accélérer le développement cognitif de l'enfant d'un âge donné, en lui «apprenant» des notions qui ne sont spontanément acquises que plus tard. Les résultats sont dans l'ensemble négatifs. Les seuls enfants qui profitent d'un entraînement sont ceux qui sont sur le point d'acquérir spontanément la notion (qui sont au stade dit «intermédiaire»). D'autres enfants donnent l'illusion d'avoir appris quelque chose, c'est-à-dire qu'ils ont appris à donner la «bonne réponse», mais sans la comprendre. Les auteurs ont vérifié si la notion était comprise en posant le même problème que celui qui a donné lieu à un entraînement, mais sur la base d'un matériel différent, ou en faisant un contrôle quelques semaines plus tard.

Les enfants qui n'ont appris que la «bonne réponse» par rapport à un matériel donné, présentent à nouveau des conduites plus primitives si la question est posée sur la base d'un autre matériel. D'autre part, si l'apprentissage a été «fictif», il sera oublié après quelques semaines.

Ce qui revient à dire que l'*on ne peut pas apprendre n'importe quoi n'importe quand à n'importe quel enfant*. En effet, l'apprentissage, la compréhension d'un grand nombre de notions sont soumis aux lois du développement cognitif de l'enfant (ces considérations nous amèneront d'ailleurs, par la suite, à remettre en question les programmes et plans d'études, qui ne tiennent généralement pas compte de cette réalité enfantine).
Examinons maintenant quel rôle peut jouer l'adulte (et plus particulièrement l'enseignant) face à l'enfant en développement.
Au vu de ce qui précède, il semble inutile que l'adulte explique «ex abrupto» à l'enfant des notions qu'il ne comprendra pas, a priori. Par contre lorsqu'un enfant pose une question, exprimant ainsi un «déséquilibre», il semble capital que l'adulte y réponde, ou, mieux, qu'il pose d'autres questions à l'enfant, instaurant un dialogue qui l'aidera à donner lui-même une réponse à sa question.
Ainsi, dans l'exemple (cité précédemment) du ruban métrique déchiré, l'adulte peut naturellement expliquer la raison du résultat aberrant, mais il peut surtout poser la question: «Pourquoi votre résultat est-il aberrant?», «Pourquoi est-il nécessaire que le ruban commence à zéro?», et ,par un dialogue, amener les enfants à trouver d'eux-mêmes l'explication. Suite à un déséquilibre (constatation du résultat aberrant: pourquoi?) il y aura recherche d'un meilleur équilibre par l'enfant, avec l'aide de l'adulte.
Ce que l'adulte pourra faire de sa propre initiative, et nous pensons particulièrement aux enseignants, c'est proposer aux enfants un milieu, un environnement qui favorise les questions, la manifestation des «déséquilibres», et donne la possibilité de répondre à ces questions, de résoudre ces problèmes, c'est-à-dire de tendre vers un équilibre toujours meilleur.
On pourra alors se demander si la formation des enseignants (qui est si nettement axée sur l'étude du contenu et qui laisse généralement si peu de place à l'étude du développement de l'enfant et de ses lois), et si l'enseignement tel qu'il est conçu actuellement, permettent vraiment aux enfants et aux enseignants cette libre construction... [8]

3. La mesure dans le monde de l'enfant

L'approche piagétienne — fort instructive par ailleurs — se limitant au développement cognitif, nous avons cherché à discuter librement avec des enfants de la mesure. Nous sommes allées dans une classe, où les enfants (moyenne

d'âge: 8 ans) ont l'habitude de discuter ensemble [9]. Nous avons par ailleurs discuté avec quelques adolescents. Le débat était lancé sur les questions suivantes: «Qu'est-ce que la mesure?», «Qu'est-ce que mesurer?».
Voici quelques extraits de la discussion avec la classe des enfants de 8 ans:

Exp: — qu'est-ce que mesurer?
— mesurer un bateau par exemple, la longueur, la largeur, la hauteur
Exp: — comment on fait?
— avec un mètre
Exp: — c'est quoi?
— un bâton avec des centimètres
Exp: — si on n'avait pas de centimètres, comment on pourrait faire?
— avec des mètres, mais ce serait moins précis
Exp: — si ça n'existait pas?
— on pourrait essayer avec les mains
— ou avec les pieds, comme les anglais.

Il est intéressant de noter que la notion de pied, moins courante dans nos régions, est imprécise pour ces enfants: chacun peut mesurer avec ses propres pieds et ça ira. Ils comprennent que chacun aura un résultat légèrement différent en fonction de sa «pointure», mais ils ne voient pas comment faire, ça ne les dérange pas. L'idée d'unité conventionnelle ne leur vient pas à l'esprit. On peut alors se demander ce que signifie pour eux un mètre, un centimètre?

Exp: — qu'est-ce qu'on peut mesurer encore?
— nous! (c'est-à-dire nos dimensions)
Exp: — est-ce qu'on peut mesurer un cahier?
— oui: plusieurs enfants mesurent *une* des dimensions pour montrer qu'on peut
Exp: — est-ce qu'on pourrait mesurer la table avec un cahier?
— oui: ma table fait sept cahiers et demi
Exp: — sept cahiers et demi, qu'est-ce que c'est, la longueur?
— non, c'est des cahiers (hésitation dans la voix).

Le manque de temps ne nous a pas permis d'approfondir, mais, si l'enfant a compris qu'il n'avait pas mesuré une longueur, il est gêné, ou du moins hésitant devant cette unité de surface suggérée.

Exp: — qu'est-ce qu'on peut mesurer encore?
— un œuf
Exp: — comment?
— avec un centimètre de couture, c'est le seul qu'on peut plier.

Les enfants donnent une grande quantité d'exemples, mais ne parviennent pas à se sortir des mesures de longueur (ex.: tour de tête, un doigt, l'équateur, les rails de chemin de fer, des mots (écrits au tableau), ...). Soudain:

— on peut mesurer le temps, la vitesse de la musique (induite par la mesure musicale), la vitesse d'une voiture, d'un escargot, d'un arbre qui pousse, de la lumière, du son, du courant, du vent, les jours, ...

Il est intéressant de noter que la notion de temps est immédiatement reliée à la notion de vitesse, qui n'est pas perçue comme un rapport, mais comme directement mesurable:

— avec un métronome, etc.

Un enfant pourtant propose une mesure originale:

— mesurer la vitesse à laquelle pousse un arbre
Exp: — comment faire?
— avec une échelle
— on mesure l'échelle, on mesure la distance entre les échelons, proposent d'autres enfants qui, comme on le voit, en reviennent au système métrique
— mais on n'a pas besoin de mesurer les échelons, on peut voir, par exemple, que dans une année, l'arbre sera au prochain échelon.

C'est le seul exemple où une unité de mesure originale est proposée, et où la vitesse est implicitement exprimée comme le rapport entre la distance (entre deux échelons) et le temps (une année). Puis:

— on peut mesurer le poids
— la force
— les grandes distances à vol d'oiseau
Une fois de plus, on retombe dans les mesures de longueur, qui sont décidément très prégnantes.
Après une longue discussion, les notions de température, de pression de l'air (baromètre: ils en ont un en classe) sont évoquées.
Exp: — qu'est-ce qu'on ne peut pas mesurer?
— la pluie
Exp: — vous êtes sûrs?
— on peut mesurer la distance entre les gouttes
— la vitesse des gouttes
Exp: — si je dis que hier il a beaucoup plu, qu'est-ce que ça veut dire?
Après une discussion sur les nuages, un enfant a l'idée de mettre une casserole dehors et de mesurer les centimètres d'eau (principe du pluviomètre). Un autre enfant de rétorquer:

— mais ça ne va pas, toutes les gouttes ne tombent pas dans la casserole!
Nouvelle discussion où le mot «litre» intervient fréquemment (enfin! pensons-nous).

Exp: — qu'est-ce qu'un litre?
— (silence)
— c'est le poids de l'eau

Après un nouveau débat, un enfant dit:
— c'est pour mesurer les liquides

On pose à nouveau la question:

Exp: — qu'est-ce qui ne se mesure pas?
— la vitesse du temps

Exp: — qu'est-ce que tu veux dire?
— ...

Exp: — le temps, ça va vite?
— oui...

Exp: — une heure, ça va vite?
— oui, ça dépend si on s'amuse ou si on s'ennuie... (il donne un exemple vécu, ainsi que d'autres enfants).

Cette dernière remarque nous semble importante parce qu'elle *pondère par le vécu* une certaine rigidité que nos questions sur la mesure avaient tendance à vouloir instaurer. Dans cet exemple-là, l'enfant montrait clairement que la mesure (du temps en particulier) était vécue en toute relativité en fonction de la situation présente.

Avec les adolescents, nous n'avons eu que de brefs entretiens informels. Ils ont cité les mesures de longueur, de temps, n'en voyant pas d'autres. Il est probable qu'une discussion plus poussée, comme nous l'avons eue avec leurs camarades plus jeunes, les aurait amenés à penser à d'autres phénomènes mesurables.
Bien que le langage des adolescents soit différent de celui des plus jeunes (âge, contexte de la discussion, ...), nous avons aussi remarqué, comme chez les plus jeunes:

— la prégnance des mesures métriques de longueur;
— le sentiment qu'il existe deux temps: le temps de la montre, qui est objectif, indépendant de ce qu'on vit, et le temps qui passe, qui est subjectif et directement dépendant des situations vécues.

Il est évident que ces rapides enquêtes n'ont rien d'expérimental, et qu'il serait faux de tirer des conclusions définitives, d'autant plus que, vraisemblablement, ces enfants ont appris la mesure à l'école et qu'ils ne l'ont pas découverte. Il semble pourtant qu'on puisse dégager quelques remarques:

1. Il y a une très grande prégnance des unités conventionnelles, sans qu'il soit toujours possible de savoir ce qu'elles signifient pour les enfants.
2. Les notions spontanément évoquées sont celles de longueur et de temps.

3. La mesure, déconnectée d'une situation réelle, vécue, «choque» les enfants, ne leur «parle» pas. En ce qui concerne la mesure du temps, les enfants l'ont clairement exprimé; pour le reste, leur manière de discuter (ils déviaient constamment dans des récits, fort plaisants par ailleurs, mais n'ayant plus un rapport direct avec la mesure), ainsi que les exemples choisis parmi des objets qui les touchaient de près, nous l'ont clairement montré.

Ajoutons encore ceci: Que les mesures de longueur et de temps soient citées en priorité semble naturel. En effet, de nombreux auteurs ont montré à quel point est capital pour l'enfant le développement des structures spatiales et des structures temporelles.

Structures spatiales

Il est nécessaire que l'enfant sache (c'est-à-dire ait découvert) comment il est fait, en quoi il est semblable aux autres, en quoi il est différents des autres (développement du schéma corporel). Il faut ensuite que l'espace dans lequel il vit se structure: loin, près, petit, devant, derrière, gauche, droite, ... Si une évaluation perceptive ou mesurée intervient, c'est une évaluation de *longueur*. Les notions de volume, de capacité ou de poids sont moins «vitales» pour se situer dans l'espace. Notons que dans certaines familles ou certaines écoles, on pèse périodiquement les enfants. Mais le fait d'augmenter de poids a visiblement moins d'importance pour l'enfant. S'il pèse moins qu'un aîné ou qu'un adulte, il est avant tout plus petit. Là encore, c'est une notion de longueur qui est valorisée (*grandir*).

Si nous revenons au développement du petit enfant avant son entrée à l'école (schéma corporel, premières notions...), il peut sembler banal de dire que, si le développement intellectuel intervient dans la construction de cet espace, ce qui prime avant tout est la signification affective et émotionnelle que possède cet espace [10].

Cette affirmation semble apparemment moins évidente lorsqu'on considère l'enfant plus âgé, l'enfant à l'école par exemple. La tendance de l'adulte est de se centrer sur ce que l'enfant sait, sur ce que l'enfant apprend, et non plus sur ce que l'enfant vit.

C'est la raison pour laquelle nous tenons à situer la mesure dans le contexte, plus vaste, de la vie de l'enfant.

Avant que d'être mesuré, il est essentiel que l'espace soit vécu. Ce qui est important, ce n'est pas comment un espace est quantifié, mais comment il est habité. «Se sentir «chez soi» semble une des conditions premières préalable à tout engagement personnel dans une action quelconque, et notamment dans des actions comme l'éducation ou l'apprentissage» [11].

Autrement dit, c'est dans la mesure où l'enfant se trouve dans un espace où il se sent bien, qu'il aura envie d'y vivre, et entre autres d'y comprendre, d'y apprendre. Et c'est dans ce contexte qu'il pourra appréhender les problèmes de la mesure de cet espace (ainsi que tous les autres types d'apprentissages et de découvertes), en tentant de répondre aux questions qu'il lui pose, ou qu'il se pose à son propos.

Structures temporelles

L'importance du vécu semble tout aussi évidente pour la structuration d'un espace temporel (avant, après, long, bref, rapide, lent, ...).
Avant que l'enfant apprenne à mesurer le temps, il est capital que l'enfant *se repère* dans le temps. D'autre part (et nous avons en mémoire la dernière remarque de cet enfant de 9 ans) «le temps réel — celui de la pendule ou de l'horaire — a peut-être moins d'importance sur les individus que le temps vécu, le sentiment de la durée» [12]. Il faut donc que l'enfant se repère non seulement dans le temps «social», mais qu'il se repère dans son temps vécu, subjectif, fait d'émotions, de plaisirs et de tristesses, dans ses souvenirs. En d'autres termes, il lui faut avoir à disposition des repères vécus dans l'évolution, la construction de sa personnalité.

Citons A. Vasquez et F. Oury: «Dans tout milieu de vie, des repères — ne serait-ce que le soleil ou la pendule — facilitent l'acquisition d'un certain sens de la durée et des moments (...). Ce qui nous paraît essentiel, c'est que ces repères soient effectivement à la portée des enfants, mais aussi que leur mise en place soit l'œuvre non d'un pouvoir extérieur (...), mais que l'organisation du temps sollicite et exige la participation des enfants».
A l'école: «... sitôt que chaque élève a la possibilité concrète de proposer une modification d'horaire, sitôt que le plan de travail collectif (...) permet à chacun d'organiser son temps en fonction du travail à fournir, le temps est davantage vécu que subi. Chacun peut en disposer et faire l'apprentissage qui le conduira à la maîtrise du temps (...). Le rythme quotidien, marqué par les entrées et sorties, l'est aussi par la succession des travaux. Des repères lient ces événements aux heures: à côté de l'horloge, visible par tous, entretenue par un responsable, des cadrans dessinés sur des cartons soulignent les heures-clés: 9 h: matin; 11 h: allons jouer; 12 h: allons manger...» [13].

A notre sens, il ressort de cela que le fait d'apprendre à lire l'heure, voire de faire des calculs et des transformations d'unités compliqués, peut être nécessaire, mais seulement dans la mesure où l'enfant en a ressenti le besoin, où des repères vagues (tels le jour, la nuit, les repas, ...) lui sont insuffisants.

En conclusion de ce chapitre, nous nous posons les questions suivantes: est-il nécessaire de mettre au programme des plans d'étude des notions (nous pensons aux différentes mesures par exemple), si elles n'ont pas pour l'enfant une signification vécue, si elles ne sont pas une réponse à une question vécue, à un problème posé par l'enfant lui-même, bref, si elles sont déconnectées de la réalité enfantine? Et si ces notions sont au programme, quel est alors le rôle du maître?

4. La mesure dans les plans d'études des cantons suisse-romands

En examinant les plans d'études et programmes des différents cantons de Suisse romande [14], nous avons constaté que, dans la plupart des cantons, la mesure ne figure que dans les programmes d'arithmétique. Les activités sont essentiellement axées sur l'étude du système métrique, sous la forme de calculs et de transformations d'unités. Dans la majorité des cas (on note quelques exceptions), une étude systématique est prévue à partir de la 4e primaire.
Examinons quelques extraits de ces différents plans d'études:

A *Genève:* L'étude du mètre et du centimètre, ainsi que du litre, du demi-litre, du kilo, du demi-kilo et de la livre est exigée dès la 3e primaire (pp. 65-66). Nous ne trouvons aucune mention du volume (ni en arithmétique ni en géométrie) jusqu'à la 6e primaire inclusivement. L'utilisation concrète de ces mesures n'est suggérée, en arithmétique, que dans l'introduction méthodologique, où l'on peut lire que l'expérimentation (manipulation) et les représentations graphiques doivent précéder les exercices, lesquels fixeront les notions dans l'esprit de l'enfant (p. 57). La géométrie fait appel à une activité sensorielle et manuelle (pliages, découpages..., p. 71), mais elle n'est introduite qu'en 5e primaire.
Nous nous demandons ici quelle est la valeur d'une expérimentation dirigée, fixée par le programme et l'horaire. Est-ce que cela permet vraiment aux enfants de s'interroger spontanément sur le monde qui les entoure, et de chercher d'eux-mêmes une réponse à leurs questions? Est-ce qu'une expérimentation dirigée permet vraiment à l'enseignant de tenir compte des structures intellectuelles des enfants, des lois de l'apprentissage? Permet-elle aux enfants le libre tâtonnement qui leur est souvent nécessaire?

Valais et Fribourg: L'étude du système métrique (pour le poids, la longueur et la capacité) est introduite en 1re primaire. Par contre, on suggère l'utilisation de la balance, et il est recommandé que les élèves fassent des évaluations approximatives (FR p. 2-5; VS p. 164).

D'autres cantons, *Vaud* par exemple, proposent l'étude des poids et des longueurs à l'école enfantine, dans le cadre de l'éducation sensorielle (p. 02.11.a).

Dans le canton de *Neuchâtel*, la connaissance pratique des notions précède de deux ans l'étude systématique du système métrique (longueur et capacité sont introduites en 2e primaire, puis en 4e; le poids en 3e primaire, puis en 5e) (pp. 5-8 à 5-15).

Notons encore que les remarques faites à propos de l'expérimentation proposée par le plan d'études genevois nous semblent pouvoir s'appliquer à d'autres cantons.

D'autre part et de façon très générale, nous nous demandons quelle est la valeur d'un programme (quels qu'en soient les détails de contenu) déterminé de manière rigide, valable pour tous les enfants, où le temps et le rythme d'apprentissage sont déterminés d'avance, où c'est le maître qui impose les connaissances et qui détermine les bonnes réponses. Cette conception des programmes nous semble en opposition avec la réalité enfantine. Par exemple, les moments propices à l'apprentissage (cf: développement cognitif, motivation intrinsèque, etc.), les rythmes d'apprentissage des différents enfants ne sont pas pris en considération.

Par ailleurs et surtout, l'*erreur* est considérée comme mauvaise réponse et pénalisée comme telle. C'est négliger les étapes du développement de l'enfant et ses lois. En effet à certains âges, l'enfant est persuadé de la justesse des réponses fausses qu'il donne, et l'en blâmer ne le fera pas changer d'avis. Il donnera éventuellement la «bonne réponse» pour faire plaisir à la maîtresse ou pour éviter une punition, mais il n'aura pas compris pour autant le «pourquoi» de cette bonne réponse. Prenons un exemple: jusque vers 8-9 ans, l'enfant croit qu'une boulette de pâte à modeler transformée en galette change de poids. Tant que son développement cognitif ne lui aura pas permis de comprendre qu'il n'en est rien, il est absolument inutile de lui affirmer le contraire, voire de le blâmer s'il persiste dans sa conviction. L'erreur en elle-même a une *valeur didactique*. Elle peut permettre à l'enfant de percevoir son incohérence, le rendre conscient d'un conflit, et peut ainsi l'aider à comprendre de lui-même un problème (cf. notion d'équilibration).

Ces quelques remarques montrent l'importance que peut avoir le conflit intellectuel dans le développement de l'enfant et dans l'acquisition des connaissances (le conflit intellectuel étant la manifestation d'un «déséquilibre»). Ce conflit est donc formateur, et pénaliser l'erreur, c'est pénaliser le conflit; c'est aussi pénaliser les lois du développement dans leur aspect dynamique. Nous souhaiterions que les enseignants en soient conscients et en tirent les conséquences. Par exemple, au lieu d'agir *contre* le conflit (qui sera vécu comme tel, quoi qu'en pense l'enseignant), il devrait au contraire agir *avec* le conflit, c'est-à-dire en tenir compte, le considérer comme un moment important dans le développement cognitif de l'enfant, dans l'acquisition de ses connaissances, dans la construction de sa personnalité. L'enseignant pourra utiliser les erreurs de l'enfant pour l'aider à dépasser un stade conflictuel par exemple en le guidant par des questions, en lui permettant d'expérimenter ses hypothèses, ses convictions, et en discutant avec lui de ses résultats.

Mais que nous réserve l'avenir? Nous avons consulté à ce propos le «plan d'études romand», établi par des responsables de la coordination romande, et destiné à orienter l'enseignement primaire de tous les cantons de la Suisse romande. Ce plan d'études sera mis en application d'ici quelques années.

Plan d'études romand

Ce plan d'études, dans sa généralité, nous semble assez bien conçu. La mesure y est présentée comme une opération insérée dans le domaine intitulé «découverte de l'espace» (p. MA 13). On peut lire par exemple (p. MA 13-4):

1re primaire:	exercices de topologie, voisinages, positions, manipulation d'objets, ...
2e primaire:	première initiation à la mesure, comparaisons qualitatives, ...
3e primaire:	introduction de la mesure, ...
4e primaire:	mesures de longueur, système métrique, surfaces et volumes par itération de l'unité, ...

Cette progression dans la présentation est visiblement inspirée de l'apport piagétien, et, dans ce sens-là, le plan d'études nous semble correspondre à une certaine réalité enfantine (bien qu'encore les notions d'«exercices» et de «programmes annuels» soient très peu piagétiennes et qu'elles aillent presque à l'encontre de ce qui est proposé par ailleurs).
Cependant, si la généralité des termes et la latitude temporelle d'action (programme par année) peuvent permettre à certains enseignants de faire un travail centré sur le vécu des enfants, il est suffisamment imprécis quant à l'esprit de sa réalisation pour permettre à d'autres de présenter la mesure comme cela a toujours été fait.
Nous aurions souhaité trouver ici un certain nombre de remarques sur l'esprit dans lequel est conçu cet enseignement, par exemple sur le maître: quel est son rôle, comment doit-il (ou peut-il) tenir compte des moments propices à l'apprentissage, des rythmes d'évolution individuels, de l'importance pour l'enfant d'un tâtonnement expérimental, etc.
A notre avis, pour que l'enseignement ait lieu dans les meilleures conditions possibles, il faudrait que les maîtres aient connaissance du développement cognitif et affectif de l'enfant, de ses lois et de ses implications, qu'ils aient défini quels buts ils poursuivent en enseignant, ce qui, à la limite, rendrait superflu tout type de programme [15].
Notons encore que nous avons lu avec plaisir qu'une place était faite dans ce plan, à ce qui est appelé «perception du corps» (connaissance du schéma corporel, latéralité, ...) (p. EDP 3). Mais ici aussi, il reste à voir ce que les enseignants connaissent du développement du schéma corporel et des autres notions mentionnées, et ce qu'ils vont faire de cette possibilité qui leur est offerte de vivre avec les enfants.

5. En guise de conclusion

Dans un premier temps, nous avons tenté de pondérer l'importance qu'a pris chez nous le système métrique, en retraçant brièvement les étapes de la construction de la mesure au cours des âges, et en soulignant le fait qu'aujourd'hui encore il existe d'autres systèmes de mesure.
Dans un deuxième chapitre, nous avons tenté de pondérer le phénomène de la mesure en le plaçant dans le contexte plus général du développement cognitif de l'enfant. Nous avons dit entre autres qu'on ne pouvait pas enseigner n'importe quelle notion à n'importe quel âge et n'importe comment, et que cet apprentissage dépendait directement des étapes et des lois du développement cognitif de l'enfant.
Dans une troisième partie, nous avons tenté de pondérer la mesure par rapport à la perception, la compréhension qu'en a l'enfant, essayant de dégager quelle utilisation il en fait et comment cette notion s'insère dans un espace spatio-temporel vécu.
Nous avons enfin analysé les plans d'études des cantons romands et nous avons constaté que dans l'ensemble (il y a des exceptions) ces plans d'études ont tendance à considérer le phénomène de la mesure (ou plus précisément le langage, les unités de mesure) comme une entité se suffisant à elle-même, et propre à être enseignée en tant que telle.

Nous nous sommes en outre posé un certain nombre de questions. Rappelons-en quelques-unes:
— pour l'enseignant, la mesure est-elle un «contenu» à enseigner?
— ne devrait-on pas laisser les enfants découvrir la nécessité d'une mesure, puis d'une mesure conventionnelle?
— notre système métrique ne devrait-il pas être vécu comme un moyen parmi d'autres, privilégié dans nos régions et étudié comme tel?
— l'enseignement tel qu'il est conçu actuellement permet-il vraiment aux enfants et aux enseignants la libre construction des connaissances (et, en particulier de la mesure), construction par équilibrations successives?
— l'enfant qui utilise le langage du système métrique comprend-il toujours ce qu'il dit?
— la manière dont l'enseignement de la mesre est prévu par les plans d'études de la plupart des cantons romands, est-elle la plus judicieuse?
— quel devrait être le rôle du maître, et quelle connaissance devrait-il avoir du développement cognitif et affectif de l'enfant, quelle devrait être son attitude par rapport à l'enfant en développement?

Nous pourrions tenter de répondre à toute ces questions. Nous ne le ferons pas ici. En effet, nous préférons laisser ces questions ouvertes, les poser comme thèmes de réflexion, de façon que le lecteur puisse y répondre lui-même, étant entendu que les pages qui précèdent constituent, à notre sens, des éléments de réponse.

Nous citerons cependant, en guise de conclusion, un moment de l'expérience que Mario Lodi a tenté avec ses élèves en Italie [16]. Les élèves ont constitué un plan de leur village, grande carte où les enfants dessinent et collent les différents éléments. Mais un jour, les enfants s'aperçoivent que leur village est «raté»:

«Mais voici qu'un jour se pose un problème, bien difficile à résoudre.
«Hier, dit Cosetta, je suis allée à la poste envoyer les lettres à nos amis et j'ai vu le jardinier municipal. Alors je l'ai dessiné pour le mettre là, dans le village, je l'ai fait tout petit, tout petit, plus petit que le campement des bohémiens, et pourtant il n'y tient pas.
— Il n'y a pas de place, dit Fabio.
— Eh oui, explique Angelo, entre l'église et le magasin d'Ursule il y a le square, et ici, au contraire, tout se touche.
— Et là aussi, si je veux mettre le bar, il n'y a pas de place, dit Carolina.
— Là non plus.
— Alors le village est raté!» s'exclame Angelo, préoccupé.
Les autres sont également soucieux: en effet ici la route est trop longue, là elle est trop courte, ailleurs l'espace est entièrement occupé par un édifice alors que dans la réalité il y en a plusieurs. Comment faire?
«Eh oui! soupire Angelo, il aurait fallu tout mesurer.
— Et puis, fait remarquer Tiberio, toutes les maisons «regardent» vers nous, alors que dans le village, elles sont tournées dans l'autre sens.»
Ce monde que nous avions construit jour après jour, avec de belles couleurs bien propres, et qui nous semblait parfait, en réalité, il est raté.
La conversation conduit à une décision: ce village inexact, nous le garderons et nous le complèterons, mais nous allons tout de suite en dessiner un autre, sans erreur, avec toutes les mesures exactes. Tout le monde est d'accord là-dessus. Le travail met des ailes aux pieds, d'autant qu'on a décidé de mesurer **les distances en pas.**
Fabio, Tiberio et Carolina s'offrent pour prendre les mesures, mais les premiers résultats sont décourageants: les mesures ne sont jamais semblables, non seulement quand elles sont prises par différents enfants, mais encore quand c'est le même qui fait une vérification. On pourrait résoudre le problème en reliant les pieds des enfants par une cordelette de même longueur de manière que les pas soient toujours égaux, mais le système, d'ailleurs assez ridicule, est lent et dangereux.
Quelqu'un suggère: Il vaudrait mieux employer un mètre. Le mètre se révèle inadapté pour la mesure de grandes distances. Alors on «invente» le décamètre, fabriqué avec un ruban. Les distances sont désormais mesurées avec une exactitude suffisante et les vérifications ne font apparaître que des différences négligeables.

Mais on s'aperçoit bien vite que mesurer tout le village serait une entreprise trop longue et trop compliquée; on se replie alors sur une zone plus limitée: celle qui entoure l'école.
Bientôt une autre idée se fait jour: pourquoi ne pas commencer par un petit espace, une maison, par exemple, ou la salle de classe?
«Si nous mesurons bien nous pourrons coller les dessins des classes les uns à côté des autres.
— Et comme ça nous faisons la carte de l'école.
— Et puis ensuite du quartier, et de tout le village.»
L'idée me paraît intéressante et pratique: elle permet de distribuer le travail, donc de faire participer tout le monde à l'établissement de la carte, de même que tous avaient déjà participé, en collant les dessins, à la réalisation de la grande carte du village.
Passons donc à la représentation à l'échelle des surfaces mesurées.
Une longue conversation met en lumière un concept que tous comprennent et acceptent: le cahier est petit et la salle est grande; pour dessiner la salle, il faut donc ou bien prendre une feuille grande comme la salle ou bien rapetisser la classe dans un dessin qui tiendra sur la feuille.
Certains commencent à mesurer avec des objets (un crayon, une feuille, une règle) mais bien vite ils acceptent de se servir du mètre. Nous reportons les mesures sur le quadrillage du cahier: un mètre peut équivaloir à la longueur d'un carré ou de deux, comme on veut, pourvu qu'on le dise, ou mieux qu'on l'écrive à côté du dessin: 1 carré = 2 règles; 1 mètre = 1 carré, etc.
C'est une découverte et les enfants remplissent des pages et des pages d'objets reproduits à l'échelle: le pupitre, le tableau, l'armoire, la fenêtre, l'estrade, etc.
Autre découverte: le dessin à l'échelle sur le papier quadrillé permet de comparer les figures entre elles, en comptant les carrés qui les composent: c'est l'apparition de la notion de surface. On entend des phrases telles que celles-ci:
«Mon pupitre est de 24 carrés d'un centimètre.
— Ma cuisine est de 6 carrés d'un mètre parce qu'elle est longue de trois mètres et large de deux.»
Il est clair désormais que pour savoir de deux ou plusieurs figures laquelle est la plus grande il suffit de compter sur le cahier les petits carrés qui correspondent aux carrés du mètre (m) ou du centimètre (cm) ou de toute autre mesure employée, le «pas carré» de Carolina ou le «pastel carré» de Lorena.
C'est automatiquement, et je dirais même sans s'en apercevoir, que les enfants, en comptant les carrés comme des «rangs» ont découvert la règle du calcul des surfaces du carré et du rectangle. Que dis-je, découvert? Aucun d'entre eux ne l'a découverte, aucun ne la sait, mais tous l'appliquent.
Le dernier acte de nos exercices ce fut l'abandon du quadrillage du cahier, remplacé graphiquement d'abord puis mentalement par une mesure correspondant à un sous-multiple du mètre ou une de ses fractions. Ainsi la carte «Autour de l'école» est dressée à l'échelle 1/200, c'est-à-dire avec 1 mètre = 1/2 cm, de manière à utiliser au maximum toute la feuille.

«Mais si je veux mesurer une chose qui n'est pas «carrée» (c'est-à-dire pas régulière), comme le parterre du jardin public, demande Angelo, comment vais-je faire?»
La question pose un problème qui est loin d'être simple, à en juger par le silence qui l'accueille.
«Mais oui, continue Angelo, toutes les choses ont leur place sur la terre, mais elles ne sont pas toutes «carrées». Le bassin occupe une place ronde...
— Un pied occupe une place comme ça», fait Tiberio en marquant à la craie l'empreinte de son pied.
Je dessine au tableau deux figures enfermées dans une courbe irrégulière. «Quelle est la plus grande et comment pourra-t-on les mesurer?» dis-je en relançant la question d'Angelo.
Donatella intervient: «Je dirais bien quelque chose, mais je ne sais pas si c'est juste. Je prendrais une pâte molle, comme celle que fait maman, je l'étalerais sur la figure A en la couvrant bien toute. Puis je couperais cette pâte en petits carrés et je les mettrais sur la figure B pour voir si elle est plus grande.
Lorena: — Si B est plus grand que A les morceaux ne suffiront pas.
— Seulement, précise Donatella, avec la pâte je ne sais pas faire des carrés égaux, je les fais comme ça, à vue d'œil.
— L'œil se trompe, tu sais, dit Tiberio. Si tu ne les mesures pas, tu ne peux pas savoir s'ils sont vraiment égaux.
— Au lieu de prendre de la pâte, s'écrie Umberta, si tu prenais des feuilles d'une même plante, de la même grandeur, tu pourrais les mettres sur la figure et la mesurer.
— Mais pour savoir si les feuilles sont les mêmes, fait observer Donatella, tu dois les mettre l'une sur l'autre et cela va prendre du temps.
— C'est vrai, dit Umberta, mais il vaut mieux perdre du temps et avoir une mesure exacte plutôt que de mesurer à vue d'œil.»
Angelo fait son entrée avec véhémence et semble tout mettre en l'air: «Pourquoi perdre son temps à compter? Faisons de petits carrés de papier portant les nombres à partir de un et mettons-les sur la figure. Quand elle est remplie, il n'y a plus qu'à lire le chiffre du dernier carré.»
Umberta précise: «Pour mesurer la place occupée par quelque chose il faut avoir une mesure.
— Eh bien, riposte Angelo, les carrés de papier comme je te l'ai dit.
Cosetta: — On ne pourrait pas se servir de grains de maïs?
Umberta: — Ils ne sont pas tous égaux.
Cosetta: — Je les choisirais égaux ou presque.
Umberta: — J'aimerais mieux une mesure en forme de cercle.
Cosetta: — Il resterait de la place entre les cercles; quand tu mets des œufs dans une boîte il reste des trous entre eux.
Moi: — A votre avis, pour mesurer avec plus de précision, faut-il employer des mesures petites ou grandes?
Cosetta: — Petites, parce qu'avec les grosses on ne remplit pas tout, surtout autour des courbes .

Umberta (qui pense à ses feuilles): — C'est vrai que les grosses n'entrent pas bien dans les courbes, mais on pourrait les couper.
Cosetta: — Alors la mesure ne serait pas juste.
Donatella: — On peut couper les pointes et s'en servir pour remplir les petits endroits qui restent découverts.
Umberta: — C'est vrai. On mettra les petits morceaux dans les trous qui restent.
Angelo: — Dans tous les cas, là, dans cette figure, les carrés n'iront pas bien.
Tiberio: — Essayons quand même.
Moi: — Avec quelle mesure?»
Tiberio propose d'utiliser de petites pâtes à potage carrées qu'il avait apportées un jour pour préparer des sachets de cent grammes. Essayons donc avec celles-là. Je dessine sur un carton une figure irrégulière, je la découpe et chaque enfant en dessine le contour sur son cahier. Chacun prend ensuite une ration de pâtes carrées et le travail commence. Nous inscrivons les résultats au tableau: 58, 61, 61 ½, 60 ½, 61, 54, 63, 58, 62, 70.
Déconcerté, Tiberio déclare: «Nous ne les avons pas bien mises» et Donatella: «Il doit pourtant y avoir une mesure exacte. Certains résultats sont égaux, comme le 61, ou très voisins. A mon avis, ce sont les nombres «les plus justes».
Cosetta fait une autre observation qui conduit à la même conclusion: la mesure la plus petite est celle d'Umberta, 54; la plus grande est celle de Katia, 70. La mesure la plus juste doit donc être celle qui est au milieu des deux, 60.
Sur cette question, la discussion est serrée et, à la fin, pour définir avec précision quel est le point du milieu, les enfants décident de diviser les résultats en trois catégories: les hauts, les moyens et les bas. Les bas vont de 54 à 58, les moyens de 59 à 63, les hauts de 64 à 70. La colonne des moyens est la plus haute et nous devons nous contenter d'une conclusion très approximative: la mesure la plus proche de la réalité est sans doute «entre 59 et 63».
Il apparaît donc avec évidence que non seulement l'œil se trompe, mais encore la main qui utilise une mesure exacte en elle-même. Nous avons déjà vu deux enfants donner avec le même mètre deux mesures d'un même objet. C'est important, et je le souligne: même les mesures qui semblent les plus précises sont souvent approximatives.
«C'est la même chose pour la chaleur de l'air, dit Fiorella. Nous ne sommes pas toujours d'accord pour lire les degrés de la colonne d'alcool.
— Le maçon mesure avec un mètre, dit Angelo, et il peut laisser échapper quelques millimètres.
— Mon papa pèse les chevaux vivants au quintal et la viande qu'il vend au kilo, dit Fabio.
— Mon arrière-grand-père avait un petit champ de cinq perches; est-ce que la perche est aussi une mesure?» demande Cosetta. Un chœur de «oui» lui répond.
«Busi, l'aubergiste, mesure le vin avec des litres, dit Carolina, qui va chez lui voir la télé.

— Et même avec des demi-litres, des quarts et des cinquièmes», précise Lorena.»
Ainsi, à l'improviste, les enfants découvrent la variété des mesures utilisées par l'homme:
«L'horloge mesure le temps qui passe.
— Le compteur mesure la route que l'on a faite.
— Ma grand-mère se fait mesurer la tension par le docteur.
— Et aussi les battements du cœur.
— Et l'humidité de l'air.
— Et les souliers. Moi, je fais du 32.
— Et la tête, pour s'acheter un chapeau.» Etc.
On change de sujet sur une proposition de Tiberio qui regarde la carte politique de l'Italie exposée au mur: on pourrait mesurer les régions pour savoir quelle est la plus grande et la plus petite.
Les plus petites, cela se voit à l'œil nu, mais il y en a entre lesquelles la différence n'est pas apparente. Tiberio dit encore: «J'aimerais bien savoir laquelle est la plus grande, de la Sicile ou de la Lombardie.»
Il y a dans l'armoire une Italie en plastique démontable par régions. Les enfants s'emparent des deux susdites et en tracent le contour sur leur cahier. Naturellement les avis sont partagés, à peu près par moitié. Je leur dis de prendre les mesures chez eux, avec ce qu'ils voudront, et d'apporter à l'école leurs résultats.
Le lendemain, nous écrivons en colonnes au tableau les résultats obtenus en se servant de grains de riz, de maïs, de pâtes, de perles, etc.

	Sicile	*Lombardie*	*Différence*
Tiberio	*120*	*116*	*+ 4*
Angelo	*131*	*120*	*+ 11*
Lorena	*139*	*111*	*+ 28*
Fiorella	*120*	*113*	*+ 7*
Donatella	*137*	*106*	*+ 31*
Giovanna	*120*	*113*	*+ 7*
Carolina	*137*	*106*	*+ 31*

Les chiffres sont tous en désaccord, mais dans le tableau il y a une constance: la colonne des différences donne toujours un +. Pour tous les enfants, donc, la Lombardie est moins vaste que la Sicile.
«De peu, dit Tiberio, seulement de 4.
— Parce que tu mesures serré, répond Lorena; moi qui mesure large parce que je ne suis pas capable de mettre les petits morceaux tout près les uns des autres, je trouve une différence de 28.
— C'est vraiment vrai que la Sicile est plus grande que la Lombardie?» murmure Mirella, pas trop convaincue. Sa demande est juste et il faut lui donner

satisfaction. Contrôlons sur le livre de géographie: Lombardie: 23 822 km²; Sicile: 25 708 km².

«Nous pourrions mesurer toutes les régions et les classer de la plus petite à la plus grande», propose Angelo. Mais je lui rappelle que nous étions en train de dessiner la carte et qu'il vaudrait mieux retourner à ce travail en renvoyant à plus tard la mesure des régions.

C'est ce que nous faisons.

Mes équipes de «géomètres» sont à l'ouvrage et nous disposons rapidement des mesures des salles de classe ainsi que du corridor. Un petit rappel pour l'orientation, une brève discussion pour choisir l'échelle la plus opportune, et nous voici au travail sur le papier quadrillé.

Le travail, à vrai dire, avance lentement, parce que les enfants ne sont pas encore bien maîtres de toutes ces lignes, mais à la fin tous réussissent à dresser un plan plus ou moins bien ordonné. Nous pouvons alors nous demander quelle salle est la plus grande.

«Il suffit de compter les carrés.»

Ce n'est pas si simple, car les décimales forment des bandes incomplètes, mais on tombe d'accord sur les mensurations approximatives. Une fois qu'on a trouvé la surface de chaque salle il est possible de faire un classement. Ce n'est qu'un seul hurlement: «C'est la nôtre qui est la plus petite, parce qu'elle n'a que 30 m²!»

Nous écrivons le classement: salle I, environ 73 m²; salle V, 53 m²; salle IV, 38 m²; salle II, 34 m²; salle III, 30 m².

«Si nous mettions aussi les enfants dans chaque salle? propose Fiorella.

— Comment fait-on?

— Nous y mettons des points comme nous faisons pour les jours de soleil: un point par enfant.

— Alors il faut savoir combien il y a d'enfants! bondit Fabio. J'y vais tout de suite!» Et il s'échappe, une feuille de papier à la main.

A son retour, chacun note les chiffres sur son cahier. On relie les points rouges correspondant aux écoliers et soudain Cosetta s'exclame: «Tiens! en seconde il y a un enfant tous les deux mètres carrés.»

On ne comprend pas ce qu'elle veut dire et elle s'explique: «J'ai mis un point dans un carré et pas dans le suivant; en seconde cela tombe exactement parce qu'il y a 17 enfants et 34 mètres carrés. C'est comme si chacun avait pour sa part deux mètres carrés par terre, comme ça...» et elle saisit la craie et le mètre pour tracer sur notre sol l'espace unitaire. Naturellement, chez nous, il n'y a pas deux mètres carrés de libres, mais on comprend fort bien ce que veut dire Cosetta.

«Et nous, combien en avons-nous chacun? Demande Tiberio. Je veux voir où les enfants ont le plus de place.» Chez lui et chez quelques autres l'idée est déjà bien nette: la salle la plus grande, c'est celle qui offre le plus d'espace à chacun. Tout le monde s'y met; la chose n'est pas facile, mais finalement quelqu'un trouve la formule: il dessine à la file autant de points que d'écoliers et à chaque point il attribue un carré qu'il supprime du plan de la salle. Les carrés

qui restent sont divisés en deux parties qui sont attribuées elles aussi. Ainsi s'établit un nouveau classement:
Espace par enfant: classe I environ 3 m² ½; classe V, 3 m² ½; classe IV, 3 m² ½; classe III, 2 m² ½; classe II 2 m².
En comparant ce classement avec le précédent, nous nous apercevons que nous, qui nous lamentions d'être trop à l'étroit, nous disposons d'un plus grand espace unitaire que nos camarades de seconde. Les élèves ont compris maintenant que si l'on veut savoir qui a le plus d'espace disponible, il faut mettre en relation la surface du local et le nombre des élèves.
Pourtant certains d'entre eux ne sont pas convaincus: «Si nous entrons ici, nous voyons que les bancs sont étroits alors qu'en seconde ils sont plus larges que les nôtres. Et pourtant il y a moins de place par enfant.
«C'est vrai... et en cinquième, j'ai vu en passant que tous les enfants, au lieu d'être dispersés dans la salle, étaient entassés autour du bureau du maître. Et tout le reste de la pièce était vide, il n'y avait rien, ni la table pour l'imprimerie, ni le chevalet pour la peinture, rien du tout... à peine l'armoire. Au contraire chez nous il y a tout cela et pourtant la classe est plus petite. Pourquoi?»
Le raisonnement s'affine: nous nous apercevons que nous avons divisé entre les enfants l'espace qui est réservé à la typographie, à la peinture, aux classeurs; ce n'est pas juste. La discussion devient vive; bientôt on se demande comment il faudrait répartir l'espace du bâtiment scolaire pour répondre aux besoins des écoliers, et même s'il ne faudrait pas prévoir pour certaines activités des locaux spéciaux.
«Pourquoi ne font-ils pas des cloisons qu'on pourrait déplacer? demande Cosetta. On pourrait alors élargir une salle s'il y a beaucoup d'enfants et la resserrer dans le cas contraire.
— Comment veux-tu déplacer des murs qui sont gros comme ceux d'un château fort?» réplique Fabio.
De là naît l'idée d'une école nouvelle, rationnelle, qui s'adapterait aux enfants et serait saine, spacieuse, lumineuse.»

Notes

[1] Nous tirons nos informations et nos citations de l'Encyclopaedia Universalis, 1968 (pp. 850-851).

[2] Le lecteur intéressé par les péripéties des poids et mesures suisses pourra lire: Furrer, Volkswirtschafts Lexikon der Schweiz, pp. 363-393. Nous remercions le Bureau fédéral des poids et mesures de nous avoir si aimablement fourni les renseignements nécessaires.

[3] M. Peissel, *Mustang, royaume tibétain interdit*, Paris, Arthaud, 1970, p. 213.

[4] Le lecteur désirant approfondir ses connaissances pourra lire, entre autres:
J. Piaget, B. Inhelder, A. Szeminska, *La géométrie spontanée de l'enfant*, Paris, PUF, 1948;
J. Piaget, B. Inhelder, *La représentation de l'espace chez l'enfant*, Paris, PUF, 1947;
J. Piaget, B. Inhelder, *La psychologie de l'enfant*, Que sais-je no 369, Paris, PUF, 1966;
J. Piaget, B. Inhelder, Les opérations intellectuelles et leur développement, chapitre XXIV in: P. Fraisse, J. Piaget, *Traité de psychologie expérimentale*, vol. VII, Paris, PUF, 1963.

[5] J. Piaget, Nécessité et signification des recherches comparatives en psychologie génétique, chapitre 8 in: *Problèmes de psychologie génétique*, Paris, Denoël/Gonthier, 1972.

[6] J. Piaget, B. Inhelder, *La psychologie de l'enfant*, Que sais-je no 369, Paris, PUF, 1966, p. 124.

[7] P. Gréco, J. Piaget, *Apprentissage et connaissance*, EEG vol. VII, Paris, PUF, 1959; A. Morf, J. Smedslund, Vinh-Bang, J.F. Wohlwill, *L'apprentissage des structures logiques*, EEG vol. IX, Paris, PUF, 1959.

[8] Une anecdote: Lors d'un cours d'initiation aux mathématiques modernes, deux enseignants devaient préparer une expérience pour laquelle il fallait deux quantités égales d'eau (seule, l'égalité importait). Ils ne disposaient que de quelques récipients de formes et grandeurs différentes, sans indication de capacité. Un moment d'affolement: ces «adultes cultivés» réclamaient un pot gradué, se croyant incapables d'établir une égalité précise sans mesure métrique!

[9] Nos remerciements à Madame Joz-Roland et à ses élèves, qui nous ont si gentiment accueillies.

[10] Cf, par exemple: R. Spitz, *La première année de la vie de l'enfant*, Paris, PUF, 1963; M. D. Ainsworth et alteri, *La carence des soins maternels*, Genève, OMS, 1962.

[11] A. Vasquez, F. Oury, *Vers une pédagogie institutionnelle*, Paris, Maspéro, 1971, p. 175.

[12] A. Vasquez, F. Oury, *Vers une pédagogie institutionnelle*, Paris, Maspéro, 1971, p. 73.

[13] A. Vasquez, F. Oury, *Vers une pédagogie institutionnelle*, Paris, Maspéro, 1971, pp. 73-74.

[14] Nous avons consulté les plans d'études des cantons suivants: Genève, Vaud, Neuchâtel, Valais et Fribourg, ainsi que le plan d'études de la coordination romande (références: cf bibliographie).

[15] Cf, par exemple, le plan d'études ministériel italien pour l'enseignement primaire. Selon nos informations (nous n'avons pas pu nous procurer le document), seuls des buts très généraux (du type savoir lire, écrire, compter...) sont formulés, et ceci pour les cinq premières années prises globalement. A l'intérieur de ce cadre, les enseignants peuvent travailler librement.

[16] M. Lodi, *L'enfance en liberté*, Paris, Gallimard, 1972, pp. 130-139.
Nous remercions Monsieur M. Lodi qui nous a aimablement autorisées à reproduire ces quelques pages.

Bibliographie

M.D. Ainsworth et alteri, *La carence des soins maternels*, Genève, OMS, 1962.

Encyclopaedia Universalis, vol. X, Paris, Encyclopaedia Universalis, France, 1968.

Furrer, *Volkswirtschafts Lexikon der Schweiz*, s. l., s. d.

P. Greco, J. Piaget, *Apprentissage et connaissance*, EEG, vol. VII, Paris, PUF, 1959.

M. Lodi, *L'enfance en liberté*, Paris, Gallimard, 1972.

A. Morf, J. Smedslund, Vinh-Bang, J.F. Wohlwill, *L'apprentissage des structures logiques*, EEG vol. IX, Paris, PUF, 1959.

M. Peissel, *Mustang, royaume tibétain interdit*, Paris, Arthaud, 1970.

J. Piaget, B. Inhelder, A. Szeminska, *La géométrie spontanée de l'enfant*, Paris, PUF, 1948.

J. Piaget, B. Inhelder, *La représentation de l'espace chez l'enfant*, Paris, PUF, 1947.

J. Piaget, B. Inhelder, *La psychologie de l'enfant*, Que sais-je No 369, Paris, PUF, 1966.

J. Piaget, B. Inhelder, Les opérations intellectuelles et leur développement, chapitre XXIV in: P. Fraisse, J. Piaget, *Traité de psychologie expérimentale*, vol. VII, Paris, PUF, 1963.

J. Piaget, Nécessité et signification des recherches comparatives en psychologie génétique, chapitre 8 in: *Problèmes de psychologie génétique*, Paris, Denoël/Gonthier, 1972.

R. Spitz, *La première année de la vie de l'enfant*, Paris, PUF, 1963.

A. Vasquez, F. Oury, *Vers une pédagogie institutionnelle*, Paris, Maspéro, 1971.

Plan d'études et programme d'enseignement pour les écoles primaires, Nouvelle édition, Département de l'instruction publique de la République et canton de Neuchâtel, 1967.

Plan d'études de l'enseignement primaire, DIP, Genève, 1966 (édition complétée en 1969).

Programme des écoles enfantines et primaires du canton du Valais, Guide méthodologique, DIP, 1961.

Guide méthodologique et plan d'études pour les écoles enfantines et les écoles primaires, Département de l'instruction publique et des cultes du canton de Vaud, 1960.

Guide et plan d'études (école primaire), Méthodologie et programme, approuvé par la Direction de l'instruction publique du canton de Fribourg, 1967.

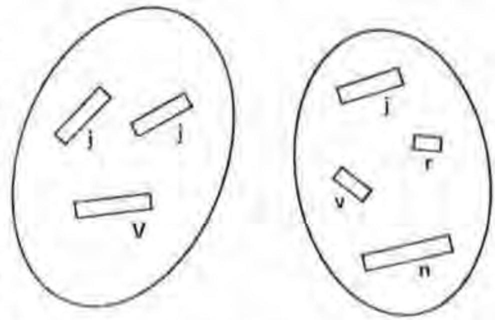
Plan d'études pour l'enseignement primaire de Suisse romande, adoptée par les cantons de Berne, Fribourg, Vaud, Valais, Neuchâtel et Genève, 1972.

A propos de classements

Math-Ecole 57 était consacré au matériel Cuisenaire. Une grande partie de ce numéro a été reproduite dans le numéro 61 de «Mathematica & Paedagogica» (revue belge). La contribution d'Arlette Grin et de ses collègues nous a cependant valu une lettre de notre ami Louis Jeronnez qui nous a mis en garde contre certaines difficultés qui peuvent être rencontrées quand on fait les exercices mentionnés à la page 7 du numéro 57. Il s'agissait de faire constituer par les élèves des objets, les «fagots», dotés d'attributs et, ensuite, de jouer avec ces objets. Un des jeux consistait à classer les fagots selon certains critères.
Théo Bernet avait supervisé l'ouvrage d'Arlette Grin. Il a lu, en spécialiste, la lettre de Louis Jeronnez et a accepté de rédiger l'article que voici. Aux deux mathématiciens pédagogues belge et romand va, une fois de plus, la reconnaissance de Math-Ecole.

S. R.

Commençons par présenter un exemple d'une situation où les difficultés auxquelles songe M. Jeronnez peuvent se présenter. La maîtresse veut faire travailler ses élèves avec des ensembles de réglettes. Elle prend deux poignées de réglettes, deux «ensembles de réglettes», et demande d'en chercher l'intersection (voir figure ci-contre). Si les élèves connaissent bien les réglettes, il se peut qu'ils soient tellement habitués à considérer toutes celles d'une même couleur comme équivalente, qu'une réglette jaune dans l'un des ensembles et une réglette jaune dans l'autre constituent pour eux une seule et même réglette. Celle-ci devrait alors se trouver dans l'intersection. Mais il y a deux réglettes jaunes dans l'un des ensembles: sont-ce deux réglettes différentes ou non? Laquelle des deux est la même que celle de l'autre ensemble? Laquelle doit figurer dans l'intersection? Il y a quelque chose qui ne va pas.



Pour débrouiller tout cela, il me semble important de revenir sur quelques notions théoriques. En cela, je ne ferai d'ailleurs que développer les explications données par M. Jeronnez dans sa lettre. Les lecteurs de Math-Ecole connaissent assurément la notion de relation d'équivalence. Je me bornerai donc à faire quelques rappels à son sujet.

C'est une attitude des plus fréquentes dans la vie courante, en présence d'une collection d'objets, d'en considérer certains comme *équivalents* d'un point de vue choisi, et de créer ainsi des *classes d'équivalence* d'objets. Dans le cas des réglettes Cuisenaire, par exemple, on fait appel tout naturellement à la relation d'équivalence qu'on pourrait définir par

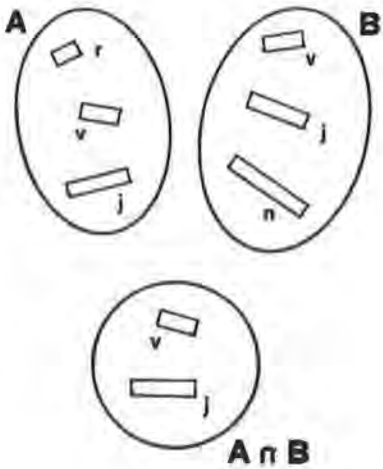
x a la même longueur que y.

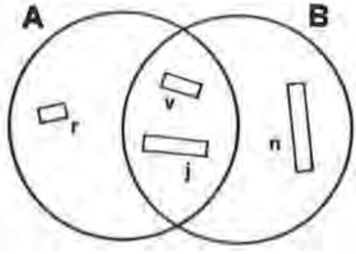
Les réglettes d'une même classe d'équivalence sont dans ce cas toutes de même longueur, et d'ailleurs aussi de même couleur.
A cette première démarche très simple s'en ajoute une seconde, tout aussi naturelle, mais qui complique un peu les choses. Une fois les classes d'équivalence formées, il est courant de considérer n'importe quel élément d'une classe comme *représentant* de cette classe. Ainsi, dans le cas des réglettes, où la classe des réglettes jaunes est associée au nombre 5, l'élève ne manipule jamais cette classe entière. Il lui suffit de prendre une réglette jaune pour représenter toute la classe. (Autre exemple: la fraction $^1/_2$, aussi bien que la fraction $^3/_6$ et beaucoup d'autres, servent à représenter la classe entière des fractions équivalentes $\{^1/_2, ^2/_4, ^3/_6, ^4/_8, \ldots\}$).
En résumé, lorsque des classes d'équivalence sont en jeu, on peut s'attendre à ce que les éléments des classes jouent tantôt un rôle d'élément, avec leur identité propre, tantôt celui de représentant de leur classe, et leur identité passe alors au second plan. Dans ce cas, plusieurs objets différents représentent le même objet: une classe.
Revenons aux exercices avec des réglettes. Si l'on veut faire des exercices sur le langage ensembliste, on peut adopter les deux points de vue: soit les réglettes sont utilisées en tant qu'individus, et chaque réglette doit être considérée comme différente de chaque autre; soit les réglettes interviennent comme représentants de classes. Alors il n'y a plus que 10 objets en cause, 10 classes.
Premier point de vue: le référentiel est un ensemble de réglettes. Si deux élèves prennent chacun une poignée de réglettes, aucune ne se trouve à la fois dans les deux poignées. L'intersection des deux ensembles constitués est l'ensemble vide.
Toujours selon le même point de vue. Si des réglettes se trouvent sur la table, et que deux enfants forment chacun un ensemble en entourant certaines d'une corde, ou simplement en en choisissant par la pensée, il peut y avoir des réglettes dans l'intersection de ces ensembles. On pourra facilement déterminer lesquelles.
En étant strict sur le point de vue adopté, on ne rencontre aucune difficulté au niveau des manipulations. Mais il y a lieu de prendre quelques précautions au moment de passer à l'écriture. Pour des objets distincts, il faut aussi des désignations distinctes. On ne peut se permettre d'écrire, par exemple, {j, j, j} pour désigner un ensemble constitué de trois réglettes jaunes. Ces réglettes doivent être marquées, par des numéros ou d'autres signes, et l'ensemble sera désigné par une écriture telle que {j1, j2, j3}.

Deuxième point de vue: le référentiel est un ensemble de 10 classes et chaque réglette est un représentant de sa classe. Il n'est pas possible de laisser sans autre deux enfants prendre chacun une poignée de réglettes au hasard. En effet, dans un ensemble donné, un même élément ne peut figurer deux fois. Il y figure, ou il n'y figure pas. Pour représenter un ensemble de classes, on peut utiliser jusqu'à dix réglettes, qui toutes doivent être différentes. Les poignées prises par les élèves doivent êtres modifiées en conséquence, en ne gardant par exemple qu'une réglette de chaque couleur.
La situation créée est simple du point de vue de l'écriture. On peut avoir, par exemple:

$$\{r, v, j\} \cap \{v, j, n\} = \{v, j\}.$$

Elle est plus difficile à comprendre au niveau du matériel. Voici à gauche, une façon de représenter les deux ensembles et leur intersection, conforme à ce deuxième point de vue. Il y a trois réglettes jaunes sur la table, mais chacune d'elles représente le même objet, la classe des réglettes jaunes. A droite nous avons une représentation plus simple: comme il n'y a que dix classes à disposition, on a décidé d'avance de ne pas utiliser plus d'un exemplaire de chacune des dix réglettes. Cette façon de faire, satisfaisante à divers égards, présente l'inconvénient de masquer le problème: la manipulation est la même, qu'on adopte le premier point de vue (réglettes en tant qu'individus) ou le second (réglettes en tant que représentants d'une classe). Elle ne révèle pas ce qui se passe dans l'esprit de l'élève. Elle peut engendrer la confusion.





En résumé, les difficultés signalées par M. Jeronnez proviennent du mélange de deux points de vue, ou du passage inopiné de l'un à l'autre en cours d'exercice. Une façon de les éviter est de renoncer à tout exercice ensembliste avec du matériel comportant des objets difficiles à distinguer les uns des autres. Cela revient à déconseiller, dans ce cas, l'usage de réglettes Cuisenaire. C'est peut-être une bonne mesure pour les débuts de l'apprentissage. C'en est une si l'on tient à ce que la manipulation concrète ressemble le plus possible à sa transcription en écriture mathématique [1]. Cette mesure est liée à une démarche d'enseignement déterminée: celle qui consiste à faire travailler les élèves avec un concret arrangé de manière à imprimer dans leur esprit le schéma-même du formalisme mathématique qu'ils devront connaître.

Or il serait dangereux d'en rester à cette seule démarche

— qui permet de passer presque «insensiblement» du concret à l'écriture mathématique, qui évite donc en partie, et empêche en fin de compte, de distinguer clairement concret et mathématique,
— qui en n'offrant aux élèves que des situations concrètes bien arrangées, les prive de l'occasion d'apprendre à faire le premier pas de la mise en rapport du réel et de la mathématique.

Il faut bien constater que, dans la vie courante, il y a de nombreuses situations où il faut trier des objets. Personne ne veille alors à éliminer ceux qui se ressemblent trop. Plus: pour faciliter le tri, on omet volontairement de faire certaines distinctions. Monsieur trie des vis de deux sortes qu'il a malencontreusement mélangées. Madame fait de l'ordre dans sa boîte à ouvrage et pique toutes ses épingles sur une même pelote, sans chercher à les identifier par la couleur de leur tête. C'est ainsi que se présente la réalité, et les notions ensemblistes constituent un excellent outil pour toute opération de classement. En vue d'exercer ce genre d'activité, il me semble bon que les élèves rencontrent des situations de cette sorte.

[1] Insistons: il est question ici de se rapprocher de *l'écriture*, d'une écriture telle que $\{a, b, c\}$. On peut se demander si, pour illustrer le mieux possible *l'idée* d'ensemble, il ne serait pas bon de prendre parfois des poignées de réglettes toutes de la même couleur. En effet, la notion d'ensemble n'offre en elle-même rien qui permette de reconnaître un élément particulier parmi ceux d'un ensemble donné: en l'absence de toute autre indication, les éléments d'un ensemble sont distincts, mais indiscernables; aucun n'a de propriété que les autres n'auraient pas.

Voici l'exercice proposé à la page 7 de Math-Ecole 57.

Prendre une grosse poignée de réglettes devant soi. Remettre dans la boîte toutes les réglettes blanches. Rapidement répartir les réglettes en petits tas de tous genres, puis mettre un élastique pour former des fagots.

— *Observer les divers fagots. S'exprimer:*
  il y a de grands et de petits fagots;
  qu'est-ce qu'un grand, un petit fagot? (on constate que cet attribut est mal défini);
  il y a des fagots à 1, 2, 3, 4, ... réglettes;
  il y a des fagots entourés d'un élastique rouge, ou vert, ou ...;
  il y a des fagots qui contiennent une réglette jaune, ou rose, ou ...;
  ...
— *Pourrait-on former des ensembles de fagots?*
  Exemples:
  un ensemble de fagots à 2 réglettes; un ensemble de fagots à 3 réglettes; etc.
  un ensemble de fagots qui contiennent une réglette orange (une au moins) et un ensemble de fagots qui ne contiennent pas de réglette orange;
  ...

Constatation:
On tombera sur des ensembles disjoints, des ensembles qui ne le sont pas.
On tombera sur le cas de deux ensembles (ou trois) inclus les uns dans les autres.
...
En plus des avantages déjà mentionnés, il présente celui de permettre aux élèves de faire preuve d'imagination en choisissant les attributs. Les critères de classement peuvent être variés. Ils ne sont pas imposés par le matériel, comme c'est souvent le cas.

Il me semble facile d'éviter les difficultés décrites plus haut en décidant a priori que tous les fagots doivent être considérés comme distincts. S'il devait y avoir des ennuis dans l'identification des fagots composés des «mêmes» réglettes, il suffirait de glisser de petits billets numérotés sous les élastiques. Cela serait inévitable en particulier si l'on voulait désigner les ensembles à l'aide d'une écriture par énumération.

$$\{(j, b), (j, b), (r, r, b, b)\}$$

serait inutilisable. Il faudrait écrire

$$\{(j, b)^1, (j, b)^2, (r, r, b, b)\}$$

ou quelque chose d'analogue. Mais si l'on fait appel aux attributs pour désigner les ensembles, il n'y a aucun problème. «Un ensemble tel que l'ensemble des fagots avec un élastique rouge et une réglette rouge au moins» est clairement défini.

Pour terminer je voudrais signaler que des difficultés analogues à celles qu'évoque cet article peuvent se manifester à propos d'exercices ensemblistes proposés à l'aide d'images imprimées d'objets. On peut y rencontrer, légitimement, plusieurs fois le même dessin (le même signe) pour le même objet, aussi bien d'ailleurs que pour des objets distincts, ainsi que des dessins différents pour le même objet, etc. Là de nouveau, je ne crois pas qu'il soit bon de résoudre le problème en le supprimant. L'important est en définitive que la maîtresse soit consciente de ces distinctions et qu'elle sache précisément quels sont les objets sur lesquels raisonner, quel est le référentiel.

Th. Bernet

● FERMES PROPOS D'UN MAGISTRAT

En France, le Premier ministre, Pierre Messmer, au cours d'une semaine pédagogique de l'enseignement catholique, a déclaré, parlant des maths modernes: «Si on s'est trompé, il y aura eu des générations d'enfants à qui on aura mis dans les mains un instrument qui se révélera inadéquat dans la vie». Le doute devenait officiel et, prenant de la force, il franchissait l'espace et suscitait chez nous, en Valais, un article critique, non signé, où l'on pouvait lire, entre autres, ceci: «Dans bien des milieux spécialisés de l'enseignement, on reconnaît qu'avec les «maths» modernes, on construit un fossé qui sépare les connaissances nécessaires pour la vie professionnelle et technique de celles qui sont acquises dans nos écoles». Cet article a provoqué la nette mise au point suivante:

Le samedi 21 octobre paraissait ici même [1] un article non signé intitulé: «Les «maths» modernes remises en question».
Cet article m'inspire les commentaires suivants, que je dédie aux parents et aux maîtres qui entendent construire l'école dans la clarté d'un dialogue mené à visage découvert.
1. Aucun enseignant, du Chablais ou d'ailleurs, n'a fait part, d'une difficulté importante, au stade actuel de l'introduction des mathématiques modernes. Or, je pense que c'est par là que tout devrait commencer.
2. La mathématique moderne qu'on «s'ingénie, dans notre canton, à pousser», est une partie du programme romand, que le concordat scolaire voté par le peuple nous impose d'appliquer.
3. Mathématiques «moderne» et «traditionnelle» sont des approches différentes d'une même réalité. Elles se complètent et ne s'opposent pas.
Le programme romand, nous y veillons et les manuels déjà édités le prouvent, ne manque pas, à partir d'une base moderne, d'aboutir au calcul traditionnel.
4. Les technicums et les écoles polytechniques suisses supposent la connaissance des mathématiques modernes.
5. Les difficultés rencontrées en France n'ont pas surpris les observateurs attentifs au problème, et ne nous apportent aucun enseignement.
Décidée à la hâte, l'obligation d'enseigner cette discipline fut introduite sans aucune préparation du corps enseignant français.
Elle fut, après quelques mois, suspendue, pour permettre un nouveau départ.
6. Je tiens à remercier les enseignants valaisans pour l'immense effort qu'ils ont consenti pendant trois ans, en vue de leur préparation à cet enseignement.
7. Je rappelle à tous les parents les nombreuses possibilités qui leur sont et leur seront encore offertes, de s'informer au sujet des mathématiques modernes, à travers les cours organisés à leur intention.

[1] Le Nouvelliste et Feuille d'Avis du Valais.

Je leur recommande également à ce sujet la série diffusée actuellement par la Télévision romande le samedi après-midi sous le titre: «Nos enfants et la mathématique».
8. Je crois profondément que rien de grand ne se construit dans la discussion passionnée, mais que tout problème doit s'aborder avec la sérénité que postule le respect de l'autre et de la vérité.

A. Zufferey, conseiller d'Etat,
Chef du Département de l'instruction publique

● L'enseignement mathématique en question

Voir le numéro 110 (janvier 1973) des «Cahiers pédagogiques» (Cannes), avec une contribution de Nicole Picard dont voici la conclusion personnelle:

Une conclusion personnelle

Depuis 1964, j'ai fait faire des recherches sur l'abstraction de concepts mathématiques par des enfants de 6 à 11 ans. Mon but était de mettre à jour une organisation, une architecture de différentes notions mathématiques et de programmer en quelque sorte un cheminement dans cette architecture pour diminuer si possible, les échecs en mathématique. J'ai mené ce travail à terme, mais finalement cela ne me semble pas très important; ce qui me semble important, c'est la découverte sur le tas que la quasi totalité des enfants est capable d'invention, que les mathématiques constituent sur ce plan une discipline tout à fait exceptionnelle où l'on peut être à la fois créateur et juge objectif de sa création. Une discipline par laquelle, *si on y fait de la recherche*, on peut prendre conscience que l'on est quelqu'un d'intelligent, capable d'autonomie de pensée. Je pense, au bout de 8 ans de recherche, que le principal but d'un enseignement élémentaire des mathématiques (jusqu'à 14 ou 15 ans) est d'aider les enfants à se constituer en tant que personne. Cela ne les empêche pas, bien au contraire, d'acquérir des connaissances et surtout de savoir les utiliser (en particulier bien calculer!).
En fait, le programme de 70 est suffisamment léger pour que l'on puisse se donner les objectifs ci-dessus, ceux de sixième et cinquième aussi (en utilisant des méthodes actives). A partir de la quatrième cela devient nettement plus acrobatique, et ce n'est pas du tout l'esprit du programme.

Parutions récentes

● **Réflexions sur l'histoire des mathématiques,** par G. Hirsch. «Mathematica & Paedagogica», No 60, 1973, pp. 5-18, biblio en allemand.

● **La logique à l'école,** par M. Glaymann et P.C. Rosenbloom, Paris, Editions CEDIC, 1972, 89 p., diagr.

Dans l'enseignement traditionnel axé vers les mécanismes du calcul, on développe peu la logique. Il est possible, dans un enseignement renouvelé, de découvrir la logique en découvrant la mathématique.
L'originalité du livre est de présenter, en peu de pages, une foule de situations et d'activités qui font surgir les concepts logiques sans formalisme préalable:

— jeux logiques de Dienes et Hull;
— la logique implicite en arithmétique;
— golf mathématique;
— la logique pour les maîtres.

L'ouvrage présente, en partie, ce que l'on cherche à développer dans «les maths modernes».

Edm. Basset

Document IRDP/3710

● **Evaluation et objectifs psychologiques.** Contribution à l'évaluation d'une réforme de l'enseignement de la mathématique, par Jean Brun, Genève, Service de la recherche pédagogique, 1973, 129 p.

Ce rapport de recherche se veut une «contribution à l'évaluation d'une réforme de l'enseignement de la mathématique». On peut y trouver deux types d'information intéressante:

— l'une en rapport avec la méthodologie de la recherche;
— l'autre en rapport avec les résultats issus de l'investigation.

1. La méthodologie de la recherche

Cette expérience s'est fixée pour objectif: l'évaluation du raisonnement de l'enfant; raisonnement dont le nouvel enseignement de la mathématique prétend favoriser le développement. Une grande importance est accordée à la recherche de méthodes d'analyse, notamment d'analyse du fonctionnement du raisonnement de l'élève. L'auteur a recouru à trois types de techniques.

— les techniques de la psychologie différentielle traditionnelle (batterie de tests). Elles se réfèrent à un modèle factoriel statistique de l'intelligence;
— les techniques de la psychologie différentielle opératoire qui confrontent les scores des élèves aux stades piagétiens du développement de l'intelligence. La procédure utilisée s'inspire des travaux de Longeot, Nassefat et Schirks;
— aucune des technique précédentes ne permet d'étudier le fonctionnement du raisonnement de l'enfant. Aussi le grand intérêt de cette recherche est d'avoir recouru à la méthode clinique piagétienne pour pénétrer les mécanismes du raisonnement enfantin et leurs caractéristiques propres selon l'appartenance de l'enfant à l'enseignement traditionnel ou moderne. Cette approche a permis également de valider les résultats obtenus aux tests opératoires.

2. Les résultats issus de la recherche

Etant donné le caractère limité de la recherche, l'auteur demande de considérer avec prudence les résultats obtenus. Cette expérience sera suivie d'une recherche de plus grande envergure (plusieurs centaines de sujets). Il convient néanmoins de relever que l'enseignement moderne de la mathématique, «beaucoup plus logique, a agi comme un apprentissage spécifique sur le domaine logico-mathématique». Il se montre, là, supérieur à l'enseignement traditionnel. Les élèves qui ont suivi un enseignement dit moderne semblent également plus confiants en leurs possibilités intellectuelles, plus dynamiques et mieux à même d'argumenter. Cet enseignement ne semble cependant pas avoir favorisé la généralisation des mécanismes acquis, comme le montrent les résultats inférieurs obtenus aux épreuves infra-logiques.
Le rapport relève les implications pédagogiques des résultats obtenus, notamment la nécessité, d'une part de trouver un «meilleur équilibre de l'apprentissage des mathématiques» afin de favoriser les connexions des structures opératoires, d'autre part de présenter à l'élève de réelles situations de recherche et non des problèmes dont la solution est «immédiate et unique».

J. Weiss

Document IRDP/3743

● **L'enfant à la découverte de l'espace,** par J. et S. Sauvy. De la marelle aux labyrinthes: initiation à la topologie intuitive. Préf. de P. Samuel. Coll. «Enfance - Education - Enseignement», Castermann-Poche, 22. Paris, Castermann, 1972, 130 p., bibl.

Ce livre de vulgarisation scientifique permet à l'homme moyen de s'initier à une science jugée très abstraite, la topologie. On s'aperçoit que des notions que la mathématique moderne place parmi les plus fondamentales sont plus naturelles à l'esprit des jeunes enfants que les notions métriques. Ce travail pluridisciplinaire est un exemple du genre (J. Sauvy est ingénieur et S. Sauvy est psycho-pédagogue).
Cet ouvrage est conçu avec le double souci d'apporter un complément d'information aux adultes désireux de rester en contact direct avec leur temps et aux enseignants qui cherchent à mieux équilibrer la formation des enfants dont ils ont la charge. Il s'appuie sur les expériences inédites qui se poursuivent à Saint-Mandé (école Decroly). Il a servi de toile de fond aux travaux d'un «atelier» de formation permanente où se retrouvaient une vingtaine de maîtres, maîtresses et parents d'élèves.
Le souci des auteurs a été d'expliciter les liens unissant les notions exposées à leur substrat psychologique et de multiplier les exercices et les jeux où ces notions se manifestent.
Après un chapitre d'introduction sur la topologie et le développement de l'intelligence de l'enfant, nous trouvons une prospection du domaine topologique: lignes, surfaces et volumes. Puis un développement sur les plans et schémas topologiques. Enfin, nous passons des ensembles de points aux espaces topologique abstraits.
Des références bibliographiques sont données en fin de volume.
En conclusion, le lecteur s'enrichit par l'approfondissement d'une des «structures mères» de la mathématique et de plus s'initie à la compréhension d'un langage visuel appelé à jouer un rôle grandissant dans le monde technicisé où se déroule notre vie.

M. Coulet

Document IRDP/2853

● **Dictionnaire des mathématiques modernes,** par Lucien Chambadal. Paris, Larousse, 1972, 256 p., fig., tabl. Coll. «Les dictionnaires de l'homme au XXe siècle». 2e éd. refondue.

Après une poussée spectaculaire les mathématiques «modernes» se sont organisées. Les chercheurs ayant inventé des mots nouveaux et transformé des expressions jugées incorrectes, il a fallu tenter une unité, adopter des normes (AFNOR).
Depuis cette démarche, un nouveau langage s'est créé et stabilisé.
Le présent dictionnaire donne un condensé de ce langage. En sont exclues les questions figées depuis un siècle ou les biographies des mathématiciens du passé que l'on peut trouver dans de nombreux dictionnaires ou livres.
D'autre part, les expressions très spécialisées qui ne sauraient se rencontrer que dans un seul ouvrage de niveau élevé, ne paraissent pas non plus. Il est simplement question de

définir tous les termes mathématiques récents. Les définitions ne tentent pas d'analyser, mais font une synthèse et laissent apparaître les structures mathématiques. Elles sont toujours suivies d'exemples.
Les fluctuations de la terminologie ont été signalées. Enfin, le lecteur désirant développer ses connaissances trouvera une bibliographie.

M. Coulet

Document IRDP/3291

● **Tendances nouvelles de l'enseignement de la mathématique,** vol. III, 1972. Ouvrage collectif. Paris, UNESCO, 1973, 151 p., bibl., fig., tabl., diagr. Coll. «L'enseignement des sciences fondamentales».

Ce livre s'inscrit dans la collection «Tendances nouvelles de l'enseignement de...» Sa présentation est améliorée par rapport aux précédentes publications, l'analyse des tendances est plus approfondie.
Ce volume a été précédé de deux autres, mais n'en comporte pas les limitations et n'utilise pas les résultats des expériences antérieures.
Il comprend dix chapitres et un épilogue. Chaque chapitre présente une analyse des tendances dans certaines parties importantes de l'enseignement de la mathématique, avec une bibliographie détaillée.

— La mathématique dans l'enseignement élémentaire (objectifs, méthodes, programmes...).
— Algèbre.
— Géométrie (situation, langage, objectifs de l'enseignement, géométrie élémentaire et projets élaborés à l'usage de l'école, exemples de conceptions différentes de l'enseignement...).
— Probabilités et statistiques.
— Analyse (tendance universelle et motivations; applications).
— Logique (nécessité de la formation logique, niveaux de l'apprentissage de la langue, logique propositionnelle, quantification...).
— Applications de la mathématique.
— Tendances dans les méthodes et dans les media d'enseignement de la mathématique.
— Evaluation des aptitudes et des connaissances.
— Recherches.

Dans l'épilogue, les auteurs expriment leurs idées et espoirs en matière d'enseignement de la mathématique.
Ce présent ouvrage s'adresse aux auteurs de programmes et de manuels, aux formateurs et à tous les enseignants de la maternelle à l'université. Il ne porte pas de jugement, n'a pas d'autorité prescriptive, cependant il peut aider ceux qui ont à établir un plan d'expériences, à élaborer des programmes, à préparer des manuels.

M. Coulet

Document IRDP/3475

● **La mathématique à l'école élémentaire.** Ouvrage collectif publié par l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (A.P.M.E.P.). Paris, 1972, 504 p., fig.

Fruit des travaux de quarante collègues français de l'école primaire, de l'enseignement secondaire et supérieur qui depuis des années ont participé à une recherche fondamentale sur l'enseignement de la mathématique à l'école élémentaire, ce livre a pour but de contribuer à la formation permanente des maîtres, à qui il s'adresse en particulier.
Après la lecture rapide de l'introduction et de quelques réflexions sur le programme rénové — intermédiaire entre les mathématiques traditionnelles et la mathématique de demain — (textes pleins d'humour aidant le lecteur même le moins averti à se situer dans cette science), nous participons aux différentes expériences de collègues de plusieurs niveaux du degré élémentaire.
Au travers de ces relations d'expériences vécues au niveau des enfants et des enseignants, nous abordons:

— la formation des maîtres;
— quelques thèmes du programme rénové (agir, prévoir, mathématiser; le codage au C.P.; le nombre cardinal; la division euclidienne; ...);
— quelques thèmes au-delà du programme rénové (la logique; activités non-numériques; langages et ensembles; le groupe; la géométrie; la combinatoire; les applications linéaires...).

En conclusion nous trouvons le rapport Beulaygue, pour la mise en place de la Réforme de l'enseignement élémentaire en France.
Au moment où la Suisse romande adopte un nouveau programme élémentaire de mathématique, ce livre qui se lit avec plaisir et sans grand effort cérébral, tout en apportant une grande quantité de conseils et suggestions pratiques, devrait se trouver, d'une part, chez tous les enseignants primaires, et d'autre part, chez tous ceux qui pensent, organisent et dirigent la réforme de la mathématique.

M. Coulet

Document IRDP/3611

● **Clés pour les mathématiques modernes** par André Deledicq, préface d'André Revuz, professeur à l'Université de Paris-VII, directeur de l'Institut de Recherche pour l'enseignement des mathématiques. Paris, Editions Seghers, 1972; 218 p.

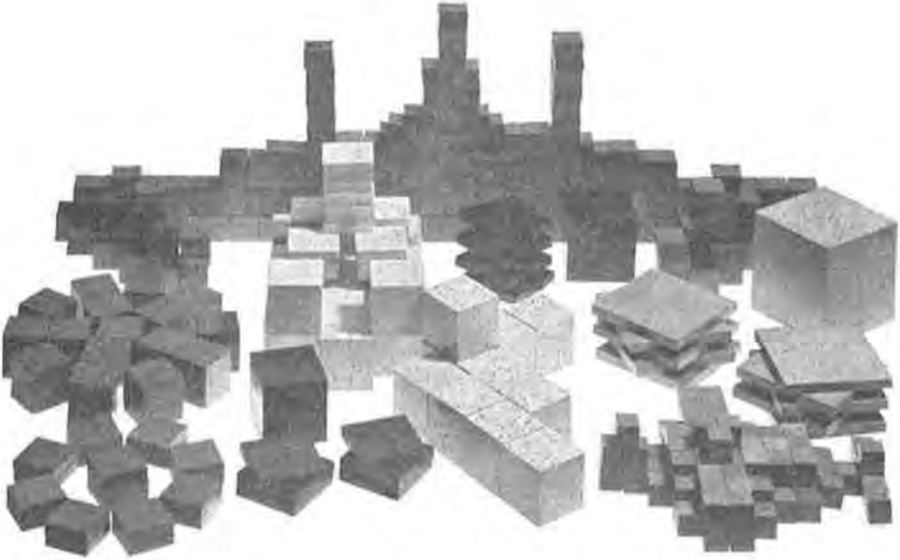
Les mathématiques sont méconnues, et cela s'entend aussi bien de celles qu'on appelle traditionnelles ou classiques que de celles qu'on appelle modernes. Comment les mieux connaître?

Exposer à tout un chacun les quelques idées-force des mathématiques comme on les conçoit aujourd'hui, tel est le but de cet ouvrage, qui tend à saisir à la fois l'originalité et la diversité de la mathématique. L'auteur a multiplié les exemples simples et variés, préférant étonner, voire distraire, que lasser. Le ton plaisant qu'il utilise parfois n'ôte rien au sérieux de ses propos.
L'ouvrage est introduit par ce magnifique propos de Valéry:

Ils (les géomètres) inventent des tours et des prestiges, qui sont comme la jonglerie de la raison. La plus grande liberté naît de la plus grande rigueur.
Ils substituent à la nature, contre laquelle s'évertuent les autres artistes, une nature plus ou moins extraite de la première, mais dont toutes les formes et les êtres ne sont enfin que des actes de l'esprit: actes bien déterminés et conservés par leurs noms. De cette manière essentielle, ils construisent des mondes parfaits en eux-mêmes, qui s'éloignent parfois du nôtre au point d'être inconcevables; et parfois s'en approchent, jusqu'à coïncider avec le réel.

Document IRDP/3235

Blocs multibases en couleurs assortiments séparés par bases



Nº de commande	Contenu	Prix
215 22	base 2: 64 plaques, 64 cubes	28.—
215 23	base 3: 91 plaques, 91 cubes	44.—
215 24	base 4: 16 plaques, 16 cubes	19.—
215 25	base 5: 25 plaques, 25 cubes	38.—
215 26	base 6: 6 plaques, 1 cube	5.50
215 27	base 7: 7 plaques, 1 cube	7.80
215 30	base 10: 10 plaques, 1 cube	16.80

J. A. 2000 NEUCHATEL 7 MAIL

TABLE DES MATIERES

1974

10 Fr.

suisses

1962... 3 Fr. et 8 pages.
Depuis lors, «Math-Ecole» a plus que triplé en quantité... et en qualité.
10 Fr. c'est dès lors raisonnable!
Veuillez, chers lecteurs, faire promptement usage du bulletin de versement ci-inclus. Merci.
Aux abonnés de *l'étranger:* faire usage d'un mandat postal international ou d'un chèque bancaire:
12 francs suisses.
Pour l'administration de Math-Ecole:
Laurence Cattin

Abonnements:
Suisse Fr. 10.—, Etranger Fr. 12.—, CCP 20 - 6311. Paraît 5 fois par an. Institut romand de recherches et de documentation pédagogiques; 43, fbg de l'Hôpital, CH - 2000 Neuchâtel (tél. 038 / 24 41 91).

Adresse de Math-Ecole: 43, fbg de l'Hôpital, CH - 2000 Neuchâtel