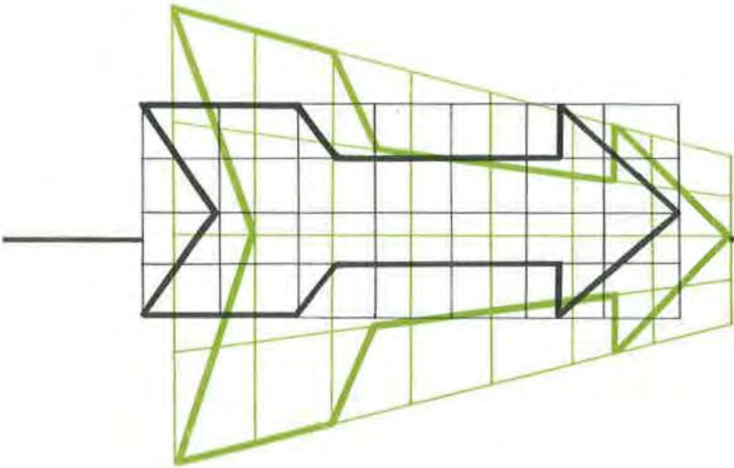
77



MATH ECOLE

MARS 1977
16e ANNEE

MATH ECOLE 77

16e ANNEE | Paraît cinq fois par an | MARS 1977

Editorial

1787—1977

D'une «Encyclopédie des enfants ou Abrégé de toutes les sciences à l'usage des jeunes personnes» par M. Formey, éditée à Genève en 1787, «par demandes et par réponses pour servir à l'instruction de la jeunesse», nous vous proposons quelques passages.

Demande: Qu'est-ce que la logique ?

Réponse: **C'est l'art de bien conduire la raison dans la connaissance des choses, tant pour s'en instruire soi-même que pour en instruire les autres, elle donne aussi des règles certaines pour définir, diviser et tirer des conséquences justes.**

Demande: Qu'entendez-vous par la Science des Mathématiques ?

Réponse: **J'entends une Science qui s'attache à connoître les quantités et les proportions de la matière. Elle est la première entre toutes les Sciences, parce qu'elle ne consiste qu'en démonstrations.**

Demande: Qu'est-ce que l'Arithmétique ?

Réponse: **C'est l'art de bien compter et avec facilité. L'Addition, la Soustraction, la Multiplication et la Division en sont les principales règles; toutes les autres ne se font que par les diverses applications de celles-ci.**

Demande: A qui cette Science est-elle nécessaire ?

Réponse: **Elle l'est à toutes sortes de personnes et à toutes sortes d'états. Elle forme l'esprit et le dispose à raisonner juste de toutes les autres Sciences. Elle met les hommes en état d'avoir de l'ordre dans leurs affaires. En un mot, l'Arithmétique est l'âme du Commerce et la mère de toutes les Sciences.**

Demande: A quel âge doit-on apprendre à chiffrer ?

Réponse: **Lorsqu'on est avancé dans l'écriture et qu'on a atteint l'âge de onze ou douze ans. Il est dangereux qu'en commençant plus jeune, on y fasse peu ou point de progrès, quelque soin qu'un maître prenne, parce que plus on a d'âge, plus on est en état de réfléchir avec jugement.**

Etonnante réponse !

Ce que Piaget a démontré scientifiquement il y a quelques décennies, ce que nos programmes essaient de mettre en évidence non sans difficultés depuis quelques années, les faiseurs d'Encyclopédie de 1787 le disaient déjà. Etaient-ils des précurseurs ? Je ne le crois pas. N'étaient-ils pas tout simplement des gens dont la sagesse reposait sur un bon sens profond, sur une observation naturelle de l'enfant, sur une connaissance vraie des choses et des êtres ?

Françoise Waridel

L'enseignement mathématique de la zone pilote de Vevey

par T. Bernet, L. de Berville, L. Chappuis, H. Corthésy, J. Dupertuis, J.-L. Ferrari, P. Michel, F. de Micheli, D. Rickebusch, C. Soland

Introduction

Dans la zone pilote de Vevey, l'enseignement fait suite à trois années d'école primaire. En quatrième et cinquième années, il se donne dans des classes hétérogènes, en sixième année sont introduits les niveaux pour le français, l'allemand et la mathématique, en septième on trouve un système de transition comportant à la fois des divisions (pratique, moyenne, gymnasiale), des options et des niveaux pour les disciplines précitées. La «volée de pointe» est actuellement en septième année. En huitième et neuvième, il est probable qu'on passera graduellement à un système de divisions avec options, mais sans niveaux. Cette description est légèrement schématisée, mais elle devrait suffire à faire comprendre dans quel cadre est donné l'enseignement que nous voulons présenter [1]. Comme on le voit, l'expérience de «réforme vaudoise» se fait dans le cadre d'une structure très différente de l'actuelle, où l'on met à part des «collégiens» dès 10 ou 11 ans. A Rolle, il n'a pas été introduit de divisions à partir de la septième.
La préparation d'un tel changement de structure conduit tout naturellement à se poser toutes sortes de questions sur l'enseignement mathématique, dès avant le passage à l'expérimentation. Des commissions du CREPS (Conseil de la réforme et de la planification scolaire) se sont penchés sur le problème des objectifs de l'enseignement mathématique (groupe 220.2) et sur celui des méthodes correspondantes (groupe 230) [2]. Ces discussions, dans lesquelles l'influence du professeur A. Delessert fut importante, montrèrent que l'enseignement de la mathématique pourrait profiter au plus grand nombre d'élèves si, à côté de l'apprentissage de notions et de techniques, il faisait une place de choix à l'exercice de la pensée personnelle, non guidée pas à pas par le maître. Ainsi la liste d'objectifs établie par le groupe 220.2 cherche à cerner les démarches de la réflexion mathématique sur des données pouvant aussi bien être concrètes que mathématiques. Le rapport sur les méthodes, quant à lui, met l'accent sur la technique des situations, à côté d'autres plus courantes. Il préconise une stratégie d'enseignement en trois volets:

— l'initiation à la recherche,
— le rassemblement à des points de ralliement,
— l'apprentissage et l'entraînement de mécanismes.

[1] Chaque année scolaire comprend entre 25 et 30 classes.
[2] Voir: groupe 220.2 du CREPS: Objectifs communs au français et à la mathématique; groupe 230 du CREPS: Les méthodes de l'enseignement mathématique.

Au moment de faire démarrer l'expérience, les maîtres et les animateurs eurent la possibilité de reprendre la réflexion à la base. A ce moment-là, ce fut la présence de Mme D. Rickenbusch, une enseignante formée en Angleterre, qui fut déterminante. Elle avait été l'élève, à Exeter, de D.G. Tahta et de ses collègues, auteurs de «Points de départ» (Ed. CEDIC). On mit alors l'accent sur les objectifs affectifs, tant sur le plan personnel que sur le plan social.
Parallèlement, les animateurs utilisaient les travaux préparatoires des commissions du CREPS. Pour illustrer cela, présentons des extraits d'un travail, à vrai dire plus récent, dans lequel on montre, pour certains des objectifs choisis, quelles sont les attitudes du maître qui vont **dans le sens** de l'objectif **(colonne de gauche),** et lesquels vont **à l'encontre** du même objectif **(colonne de droite).**

Apprendre à penser par soi-même

Fournir un point de départ (ex. planche à clous, suites de nombres, cercles concentriques, etc.) et demander aux élèves: «que peut-on en faire ?».
Les aider à poursuivre leurs idées. Les engager ensuite à juger, à choisir et à critiquer ce choix.

Juger systématiquement tout travail de l'élève (ex. «c'est bien, c'est juste, c'est faux...»).
Préparer un chemin à suivre, par exemple des stencils à compléter.

Donner envie d'y voir clair

Avoir envie soi-même d'y voir clair.
Ne pas poser que des problèmes dont on connaît par avance la réponse.
Partager son savoir-faire dans une recherche commune.

Accepter du travail juste, même technique, quand on sait qu'il n'est pas compris.
Imposer le même chemin à un élève bloqué.

Faire fonctionner un codage en distinguant l'objet de son image dans le code

Utiliser les codes des élèves dans toutes leurs variétés.

Trop utiliser un seul code, même habituel et riche. Par exemple: la réglette jaune est 5; surface = longueur fois largeur (plus on est habitué à un code, plus on a tendance à le confondre avec l'objet).

Aller en quête d'informations, les organiser

Fournir des sources d'information autres que le maître.
Poser des questions qui nécessitent l'abandon ou la recherche de certains éléments.

Poser des questions contenant exactement le nombre d'éléments nécessaires à la solution.

Il faut mentionner encore une troisième composante intervenue dans l'élaboration des programmes: la nécessité de ne pas rendre impossible le passage d'une classe de la zone pilote dans une autre classe vaudoise ou vice-versa, et celle d'assurer en fin de neuvième année le raccordement avec le gymnase, les écoles professionnelles ou les apprentissages.
Ces diverses considérations conduisirent à un programme en gros divisé en deux parties: l'une guidée et l'autre libre. La partie guidée, qu'on a cherché à rendre la plus restreinte possible, assigne à chaque année scolaire un minimum d'objectifs techniques.
Dans la partie libre, il s'agit plutôt de suggestions, de thèmes dans le cadre desquels les maîtres sont invités à proposer à leurs élèves ce qu'on s'est mis à appeler des «recherches». Dans ce cadre, on tend à faire un enseignement plus ouvert, dans lequel les objectifs visés primordialement ne sont pas la connaissance de notions et de techniques, mais les comportements de la personne qui s'attache à résoudre par elle-même les problèmes qui se présentent à elle. Le choix et la préparation de ces recherches n'est pas centralisé, il est du ressort des équipes de trois ou quatre maîtres qui enseignent la mathématique dans un même groupement de classes. On veut faire résoudre de «vrais problèmes» aux élèves leur faire «faire de la recherche», pour diverses raisons, dont les suivantes:

— il s'agit de préparer les élèves à mieux se débrouiller dans la vie;
— ils sont mieux motivés quand ils ont à résoudre de vrais problèmes, particulièrement si ceux-ci portent sur des thèmes qui leur sont bien connus et qui les intéressent;
— en résolvant de tels problèmes, on apprend mieux comment la mathématique s'applique à la réalité;
— des problèmes plus ouverts s'adaptent d'eux-mêmes à la diversité des aptitudes des élèves d'une classe hétérogène.

Pour mieux décrire ce qui se passe dans la réalité, il faut dire que le degré de liberté des maîtres n'est pas le même dans toutes les années scolaires. En quatrième et cinquième, il est possible de faire faire beaucoup de recherches, car la part des notions qu'il faut absolument acquérir est relativement faible. Plus loin, disons dès la septième, l'obligation de raccorder avec le gymnase ou d'autres écoles fait sentir ses effets. Si l'on continue à faire des recherches, c'est de façon moins libre. Elles sont plus dirigées, elles visent en général à préparer une notion ou à motiver l'étude d'un sujet.
Dans l'enseignement mathématique de la zone pilote de Vevey, il se donne bien sûr des leçons de types très divers. Les recherches qu'on y fait faire aux élèves ne sont qu'une activité parmi d'autres. Mais, comme elles sont ce qu'on y trouve de plus neuf et de plus intéressant, c'est d'elles que les exemples suivants doivent donner un reflet.

Travail de groupe sur les formes géométriques

Ce travail a été réalisé par des élèves de 10 ans, en début de quatrième réformée, à Puidoux en 1974.

Matériel utilisé:

— planche à clous (une par élève);
— élastiques;
— feuilles de motifs (pointillés cm/cm);
— rétro-projecteur.

Démarche suivie:

1. Les enfants jouent librement avec les planches à clous pendant environ une période.

2. Chaque enfant invente des formes sur sa planche.

3. Il recopie exactement (exercice d'attention) ses formes sur une feuille de motifs.

4. Chaque enfant choisit une forme qui lui plaît et vient la dessiner au rétro-projecteur. La classe recopie sur une feuille de motifs chaque forme reproduite au rétro.

5. On demande aux élèves de trouver des critères qui permettent de classer les formes trouvées par la classe. *Voici les critères les plus intéressants trouvés par des élèves pour qui c'était le premier véritable travail de recherche* (ils avaient donc encore beaucoup de peine à exprimer leurs idées):

A: Classer toutes les formes qui sont faites avec des *traits «droits» seulement.*
B: Classer les formes d'après leur *grandeur.*
C: Classer les formes que l'on peut *agrandir, amplifier* facilement.
D: Classer les formes d'après une idée de *simplicité.*

6. Chaque enfant choisit d'étudier un des critères et les groupes se forment (4-5 élèves). Chaque groupe devait suivre une même démarche, prendre des notes, puis présenter le résultat de sa recherche sur stencil, ce qui nous à conduit à créer un petit cahier réunissant les divers stencils.

Démarche suivie par chaque groupe:

1. Se mettre d'accord sur une définition plus précise du critère choisi.

2. Choisir une manière de classer ses formes qui mette tout le monde d'accord !

3. Choisir et classer tout d'abord les formes de la liste commune à la classe.

4. Inventer, puis classer de nouvelles formes d'après les règles admises dans le groupe.

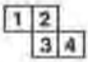
Reflets de quelques travaux de groupes

A: les traits «droits»

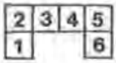
Précision des groupes: les traits droits sont les traits horizontaux et verticaux, en fonction des bords de la planche à clous !

Manière de classer: le *premier groupe* a classé d'après le nombre de carrés intérieurs (surface).

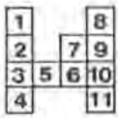
a) *formes petites* jusqu'à 4 carrés de surface



b) *formes moyennes* jusqu'à 6 carrés

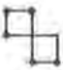


c) *formes grandes* jusqu'à 13 carrés

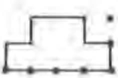


Le *deuxième groupe* a classé d'après le nombre de clous utilisés en longueur et en largeur, pour dessiner la forme.

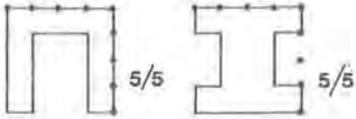
a) *formes petites:* 1/2; 1/3; 2/2; 3/2; 4/2; 3/3

 3/3  3/3  4/2

b) *formes moyennes:* 4/3; 4/4; 5/2; 5/3

 3/4  5/3

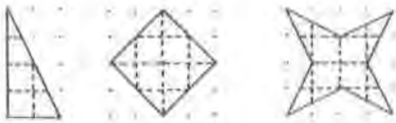
c) *grandes formes:* 5/4; 5/5



B: d'après la grandeur

Un groupe a décidé:
«Pour nous, les formes petites sont d'une surface de 0-4 carrés,
pour nous, les formes moyennes sont d'une surface de 5-8 carrés,
pour nous, les formes grandes sont d'une surface de 9 carrés et plus.»

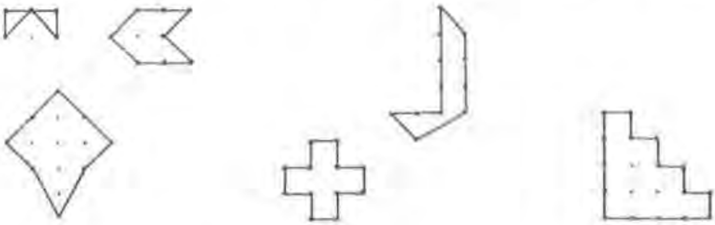
- Difficulté pour les élèves de calculer la surface de certaines formes telles que:



- Evaluation approximative de la surface: on essaie des regroupements de carrés pour un calcul plus précis.

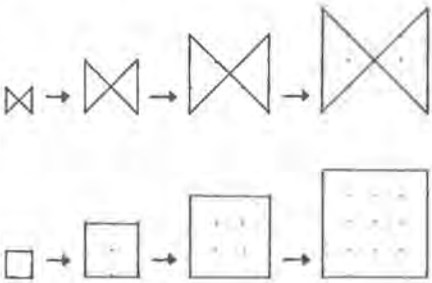
Un autre groupe a décidé de calculer le *pourtour* de chaque forme:

a) *petites* (0-8 clous) b) *moyennes* (9-12 clous) c) *grandes* (13-25 clous)



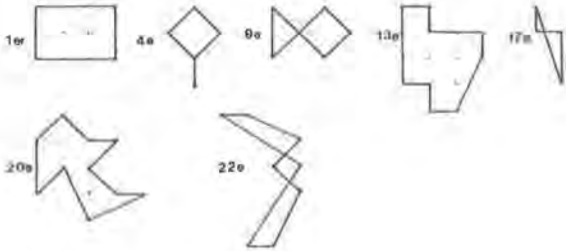
C: formes agrandies

Les formes simples peuvent être agrandies facilement sur la planche à clous.



D: d'après leur simplicité

Le critère de simplicité a été très difficile à déterminer.
Choix du groupe: les formes les plus simples sont faciles à dessiner car elles ne sont pas croisées. Les formes plus compliquées sont difficiles, car elles ont des détours.



Prolongements éventuels

On peut faire trouver d'autres critères intéressant:

— formes ayant un axe de symétrie,
— formes qui ressemblent à un objet réel.

On peut également aborder les coordonnées en demandant aux enfants de faire reproduire à leurs camarades une forme de leur choix.
Etc.

Les cubes (Blonay, 5e année)

Les élèves ont construit chacun un grand cube fait de 27 petits cubes de 2 cm d'arête. Ils l'ont ensuite démonté en collant les petits cubes par groupes, selon une consigne:

Elèves forts:

6 pièces devaient être faites de 4 petits cubes si possible sans obtenir deux fois le même assemblage.

Elèves faibles:

Assemblages de 2, 3 ou 4 petits cubes. Pas d'autre contrainte.

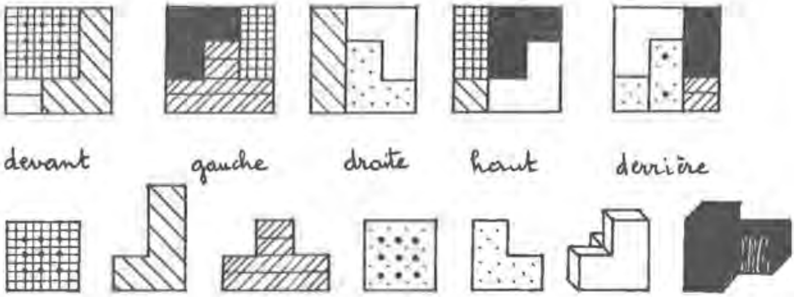
On leur a demandé de noter au moyen d'un système de leur invention le «mode d'emploi» pour la reconstruction du cube. Les feuilles d'élèves annexées sont des exemples de notation de leur «mode d'emploi».

Remarques:

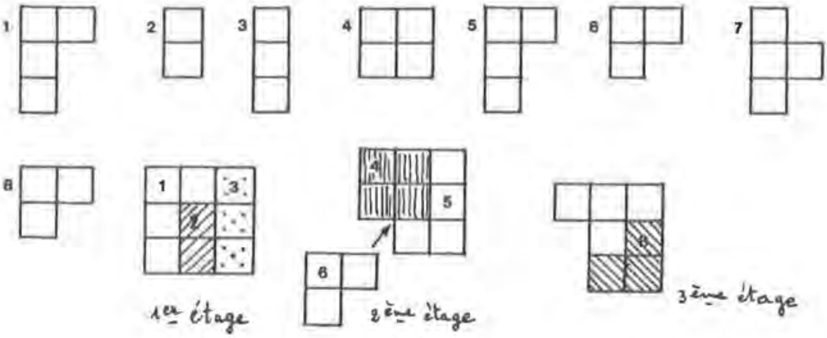
— sur 21 élèves, 8 faisaient partie du groupe «faible»;
— un seul élève a réussi à construire des pièces absolument différentes;
— neuf élèves ont doublé une pièce. A noter que ce n'est pas chaque fois la même (3 possibilités utilisées).

(Les dessins ci-après reproduisent fidèlement ceux des élèves; Robert a utilisé deux couleurs de hachures).

Robert

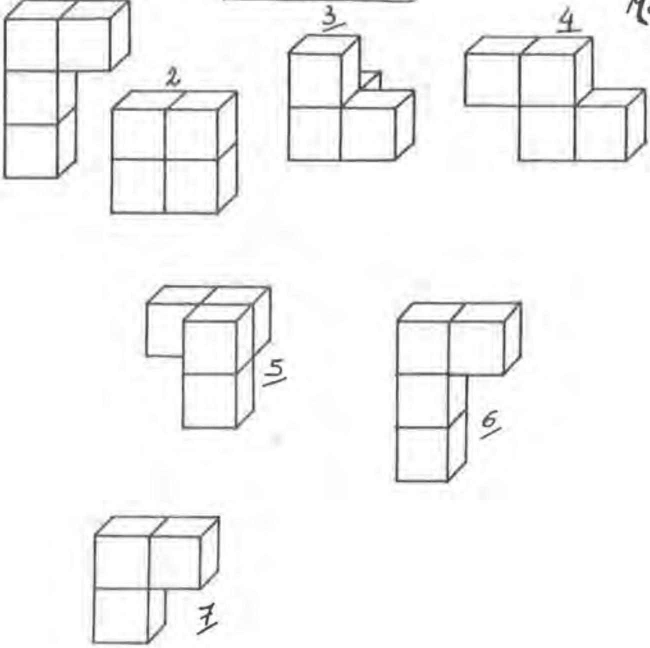


Chantal



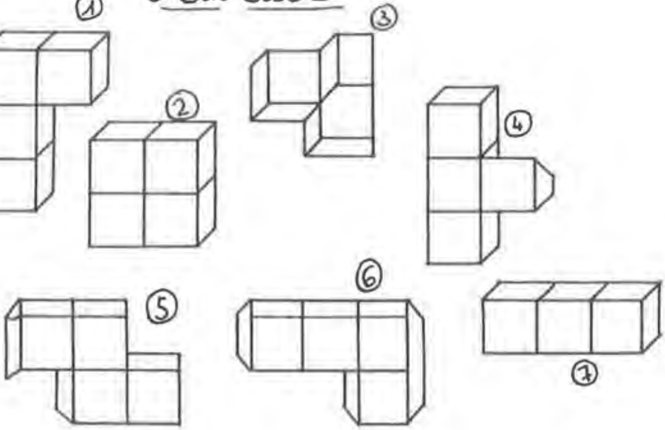
Mon cube

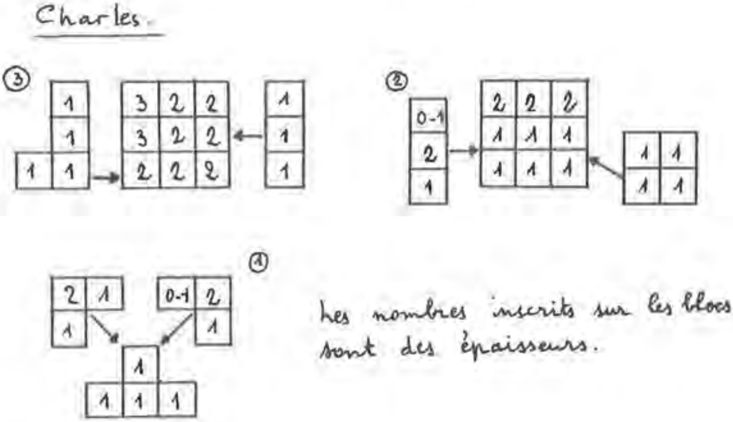
Maribel



Mon cube

Michelle





Formes et pavages (Vevey, 5e année)

Point de départ:

Comparaison de surfaces. Les élèves travaillent en groupes,

Moyens choisis:

— Découpage d'une forme en bandes qu'on colle l'une sur l'autre; on essaie d'évaluer ce qui dépasse par rapport à ce qui manque ailleurs.
— Découpage des 2 formes. On colle l'une sur l'autre, on enlève ce qui est de trop et on le place dans les «trous».
— Décalque: par transparence, devant une fenêtre, on reproduit les formes sur du papier quadrillé et on compte les carrés.
— ...
— Un groupe a très vite fini: à l'aide d'une ficelle, les élèves ont mesuré le périmètre... ce qui donne lieu à une discussion lors du compte-rendu oral de ce groupe, qui ne se laisse pas convaincre facilement par les arguments contradictoires d'un camarade !

Après des comparaisons d'aires et périmètres: nombre de carrés, de triangles, etc., sur le tour ou à l'intérieur de figures diverses, recherche de figures ayant une aire de n carrés, de n triangles.

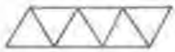
Les élèves ont trouvé 12 figures différentes ayant une aire égale à 6 triangles équilatéraux (travail sur feuilles de motifs distribuées par le D.I.P. du canton de Vaud). Lorsqu'on remarque que ce sont justement les 12 pièces d'un puzzle que personne n'avait pu «remonter», les élèves et la maîtresse se «crochent», et parviennent à trouver non sans mal, mais avec beaucoup de satisfaction, 5 solutions différentes.
Essais de pavages avec les 12 formes trouvées, employées n'importe comment, isolées ou par 2 ou 3, selon les cas. Chaque élève propose un pavage et le commente pour ses camarades. La maîtresse relève les questions posées par les élèves (E) ou qu'elle leur pose (M). En voici quelques-unes, et des travaux illustrant les réponses (les groupes choisissaient 2 questions parmi les 8 qui étaient proposées).
Ceci est un exemple d'«ouverture» (à partir d'une recherche dont le but principal était de trouver une unité et des sous-unités permettant le calcul d'une aire) qui pourrait lui-même «s'ouvrir» sur: symétrie axiale et centrale, coloriage de cartes, calcul d'angles, etc.

Nos questions au sujet des formes de 6 triangles. Feuille 1

I

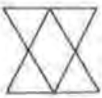
E. — Par combien de côtés l'hexagone peut-il toucher un hexagone voisin dans un pavage ?

II



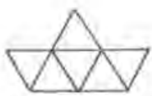
E. — Est-il possible de faire un pavage en utilisant cette forme toujours dans le même sens ?
M. — Y a-t-il d'autres possibilités ? Si oui, lesquelles ?

III



E. — Peut-on faire faire à cette forme un demi-tour (sur réseau de triangles équilatéraux) ?
— Peut-on faire un quart de tour ?
M. — Si oui, fais un dessin et explique ta réponse.

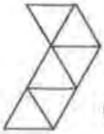
IV



E. — Dans cette forme, il y a un axe de symétrie. Quelles sont les autres formes qui en ont un ?
M. — Existe-t-il des formes ayant plus d'un axe de symétrie ?

V

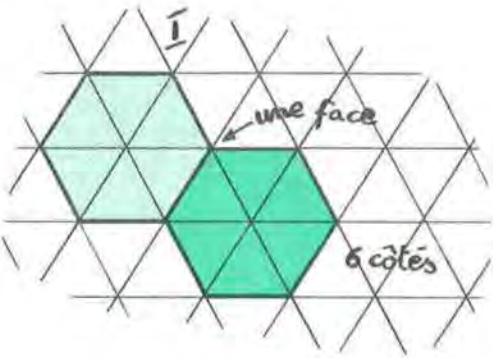
(a)



(b)

E. — Combien de pavages différents (et sans trous) peut-on faire avec la forme (a) ? Avec la forme (b) ?
E. — Y a-t-il des formes avec lesquelles on ne peut faire qu'une sorte de pavage ?
E. — Quelles sont celles qui se prêtent bien à des pavages variés ?
M. — Trouve un pavage ayant un rythme de forme, de couleur.

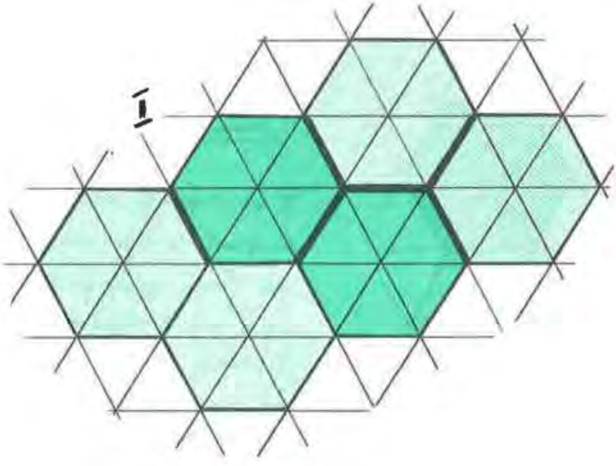
Marianne, Monserrats, Myriam (a)



Commentaire :

"On a trouvé que l'hexagone peut se placer sur toutes les faces d'un autre hexagone mais quand il est placé sur un côté il ne touche que d'une face"

Marcella, Rosanna et Denise



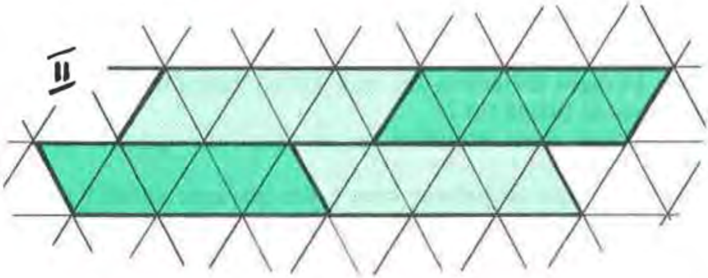
Commentaire :

"Un hexagone ne touche que par un côté seulement."

Marcella, Rosanna et Denise

(b)

II

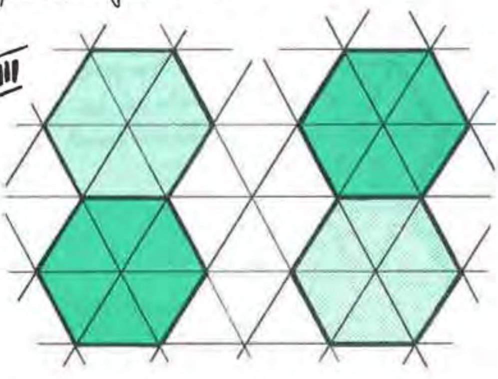


Commentaire :

Oui ; c'est possible de faire un pavage toujours avec cette même forme.
Non ; il n'y a pas d'autre possibilité.
Mais on pourrait décaler d'une forme, comme dans l'exemple.

Michel, Angelo, Thomas

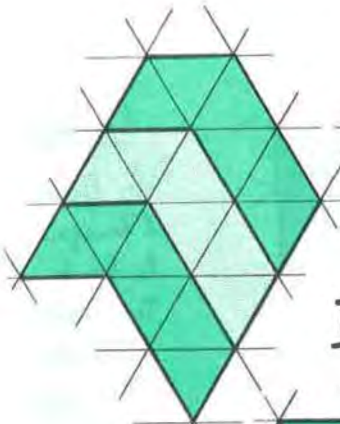
III

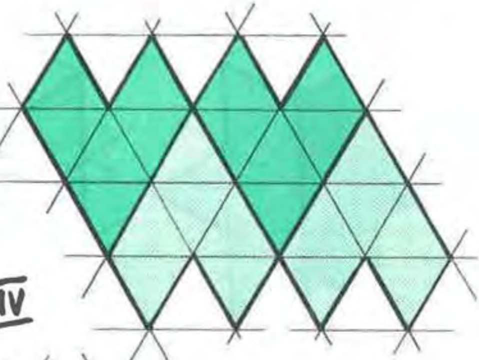


Commentaire :

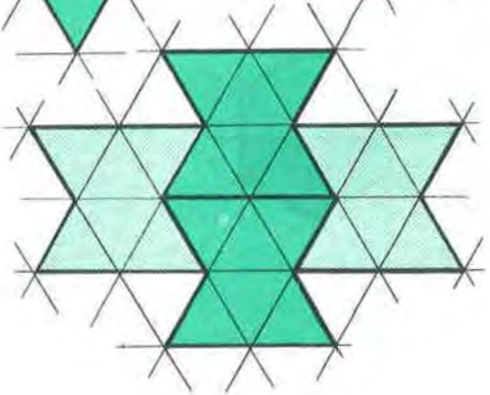
"Il est impossible de faire un quart de tour avec cette forme parce qu'il n'y a pas de ligne verticale, mais l'on arrive à faire un demi-tour."

Nathalie, Nicole, Angelica ©





IV



Commentaire :

"On ne peut faire qu'une sorte de pavage."

Christian, Victor, Jean-Marc

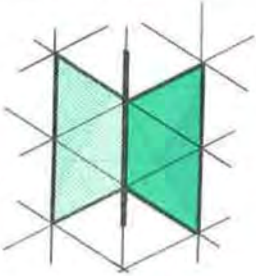
V

Commentaire :

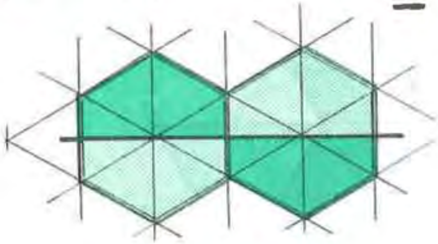
"Peut-on dessiner un axe de symétrie ? Oui."

(d)

Marco et Bernard



V

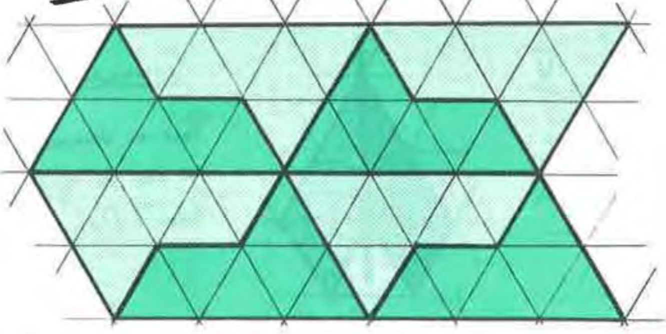


Commentaire :

" Les formes comme l'hexagone, le X, la bande, le bateau, ont un axe de symétrie, car ils se replient et donnent la même forme. "

Marco et Bernard

VII



Commentaire :

" L'église va bien pour un pavage rythmé. "

Nombres triangulaires (Corsier, 6e année, niveau 1)

Sujet: compter le nombre de croix disposées en triangle comme sur la figure 1, en faisant varier le nombre de croix situées à la base (1, 2, 3, etc.). Chercher une manière de trouver ce nombre sans compter toutes les croix (les croix peuvent représenter par exemple un empilement de billons ou de boîtes de conserves: fig. 2).

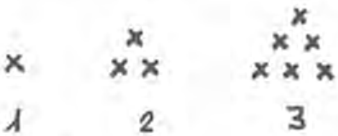


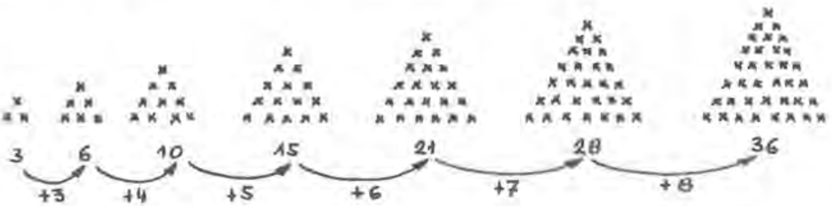
Fig. 1


Fig. 2

Temps à disposition: 2 périodes de 40 minutes. Les élèves devaient travailler individuellement, et faire un compte-rendu comprenant: énoncé du sujet, recherche faite, résultats trouvés. Voici quelques extraits des travaux des élèves.

Georges

1) J'ai trouvé que l'on a 3 croix, et après 6, puis 10, etc., la différence de 3 à 6 = 3 puis la différence de 6 à 10 = 4, etc.



Christian (à propos de cette même découverte)

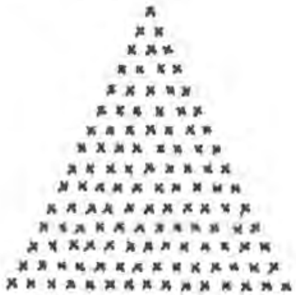
[...] Inconvénient: il faut savoir le nombre d'avant [...]

Eric

[...] Tout cela joue mais ne me permet pas de trouver si on me donne comme indication (mille) 1000. Par contre j'ai trouvé comment compter les nombres de croix.

$*^1$: au départ
$*^2$: en tout

$*^1$	$*^2$
1	1
2	3
3	6
4	10
5	15
6	21
7	28
8	36
9	45
10	55
11	66
12	78
13	91
14	105
15	120



Il doit y avoir un autre truc: j'ai cherché dimanche mais pas trouvé.

Eric continue son tableau ainsi jusqu'à 23 !

Michel

Comment peut-on savoir combien il y aura de billons dans une «pyramide».

Première façon assez longue

On compte le nombre du bas et ensuite on enlève chaque fois un jusqu'à ce qu'on arrive à un billon qui sera le haut de la «pyramide».

Ex.

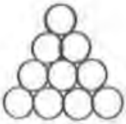
$$\begin{array}{r} 4 \\ 3 \\ 2 \\ \underline{1} \\ 10 \end{array}$$

Avec 4, il y a 10 billons

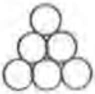
Deuxième façon très courte et facile

On compte le nombre du bas, on l'écrit. Ensuite on reprend ce nombre et on l'additionne à 1, on pose les 2 nombres l'un à côté de l'autre avec un signe · entre eux, on les multiplie ensemble, et on divise le résultat trouvé en 2, ce qui nous donnera la solution.

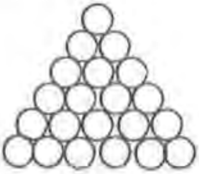
Ex.



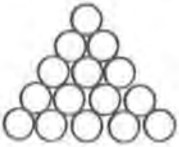
$4 \cdot 5 = 20 : 2 = 10$; *(sic)*
10 étant la solution



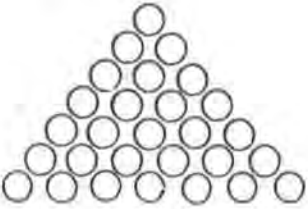
$3 \cdot 4 = 12 : 2 = 6$



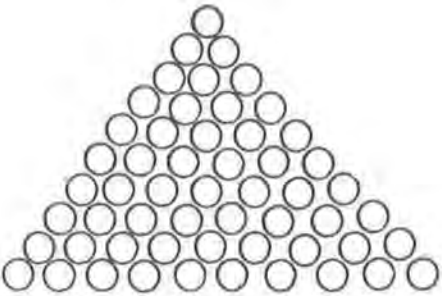
$6 \cdot 7 = 42 : 2 = 21$



$5 \cdot 6 = 30 : 2 = 15$



$7 \cdot 8 = 56 : 2 = 28$



$10 \cdot 11 = 110 : 2 = 55$

Monique explique le truc

Ici on a des bidons et l'on les empile les uns sur les autres; puis en sachant qu'il y a 5 bidons en base je dois trouver combien il y a en tout (toujours en montant en forme de triangle jusqu'à ce que j'arrive à un: donc au sommet).

Première possibilité:

Je sais que s'il y a 5 bidons en base, qu'en montant, il y aura toujours un de moins, alors je fais $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$. Mais au lieu de faire toujours l'addition l'ont peut faire comme ça:

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + 3 + 4 + 5 \\ + \ \underline{5 + 4 + 3 + 2 + 1} \\ 6 \quad 6 \quad 6 \quad 6 \quad 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ \times \ \underline{5} \\ 30 \end{array} : 2 = 15$$

Exemple:

$$\begin{array}{r} 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7 \\ \underline{7\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1} \\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ \times \ \underline{8} \\ 56 \end{array} : 2 = 28 \text{ bidons} \qquad (1)$$

Paul

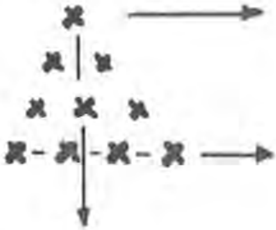
[...] Pour calculer plus vite la somme des nombres qui se suivent à une unité, on prend le plus grand, et on lui ajoute 1, et on le multiplie par lui-même. Le produit divisé par 2 donne le nombre cherché.
Exemple: $7 + 1 = 8 \cdot 7 \quad = \quad 56 : 2 = 28$ (*sic*) il y a 28 billons

(1) Ce «truc» avait été donné à la classe par le maître une semaine avant et pour un autre sujet. Quelques-uns y ont repensé.

Nicole

1) Mon «truc» le voici:
Je prends le nombre 4, 6, 8, 10, c'est égal pourvu que ça soit un nombre pair. Ensuite je prends le tronc qui est tout en haut. Si j'ai le nombre 4 je fais plus 1 c'est-à-dire + le tronc qui est tout en haut ça me donne 5, et puis je multiplie 5 par les troncs qui sont au centre, ceux qui sont dessous celui qui est tout en haut.

Exemple:



le 1 tout en haut — $4 + 1 = 5 \times 2 = 10$ c'est juste.

les 4 d'en bas — Mais ça joue seulement avec les nombres pairs.

les 2 qui sont au centre

Avec les nombres impairs je fais comme ça:

Je peux prendre n'importe quel nombre impair. Si j'ai le nombre 9 après, je le multiplie par ceux qui sont au centre, il y en a 5 alors je fais $9 \times 5 = 45$. C'est à peu près la même chose que celui d'en haut (le précédent cas) mais on ne prend pas le tronc tout en haut. Voilà !

Travaux de recherche menant à la déduction ou au calcul algébrique par des élèves de 7e, niveau 1

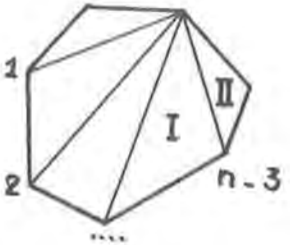
Ce texte décrit deux sujets que j'ai traités avec ma classe. J'ai volontairement mis l'accent sur les articulations des leçons plutôt que sur les résultats des élèves ou des groupes. Les élèves connaissent les propriétés élémentaires des angles, des triangles et des cercles.

I. La somme des angles d'un polygone

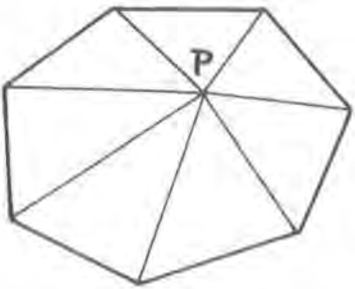
Travail fait en classe: les élèves sont en groupes de 4. «Vous savez que la somme des angles d'un triangle mesure 180°. Que se passe-t-il pour les autres polygones ?» La plupart des groupes commencent par traiter des cas particuliers. On dessine des quadrilatères, des pentagones, on mesure des angles, on additionne. Je dis que je veux une formule générale et des preuves.
Je demande de quoi on peut partir, quelles sont les hypothèses. Un quart d'heure plus tard, 2 groupes sont en train de diviser leurs quadrilatères et leurs pentagones en triangles par des diagonales, un groupe relie les sommets

de ses polygones à un point intérieur, un groupe continue à dessiner et à mesurer, le dernier transforme ses polygones en polygones de même surface (!). J'aide à dégager les idées et pousse à la généralisation. Au bout d'une heure de travail, je ramasse les comptes rendus (un par groupe). A la maison, je munis chaque compte rendu d'un commentaire écrit.

La leçon suivante, je demande aux élèves de continuer leur recherche en tenant compte de mes commentaires. Deux périodes plus tard, 3 groupes, dont celui qui était parti dans les surfaces, sont arrivés à la formule $S = (n-2) \cdot 180$, où S est la somme des angles du polygone et n le nombre de ses côtés. Ils se sont appuyés sur le dessin ci-contre. Deux de ses groupes ont tenté une démonstration: «La première diagonale crée un triangle, la deuxième un deuxième triangle, etc. La dernière diagonale crée **deux** triangles. Il y a trois diagonales de moins que de sommets, donc (n—2) triangles. Donc...



Un autre groupe d'élèves est arrivé à la formule $S = (n \cdot 180) - 360$. Ils se sont appuyés sur le dessin ci-contre. Voilà leur raisonnement: «Il y a autant de triangles que de côtés. Donc $n \cdot 180$. Les angles autour de P ne font pas partie des angles du polygone. Donc on soustrait 360».



Le dernier groupe a dessiné 10 pentagones. Il en a mesuré les angles et calculé pour chaque pentagone la somme des angles mesurés. Il a comparé les résultats à la prévision théorique d'une somme de 540°, prévision obtenue en utilisant une formule empruntée à un autre groupe. Il a fait une moyenne de ces sommes et s'est livré à quelques réflexions sur la précision de ses dessins et mesures.

II. Angles inscrit dans un cercle

Ce travail a été conçu comme test d'aptitude. La première partie était un dessin dicté: «Dessinez un cercle de centre O et de 8 cm de rayon environ. Dessinez un diamètre qui coupe le cercle en deux points A et B. Dessinez une sécante passant par A et recoupant le cercle en C. Dessinez le segment OC. Mesurez les angles BAC et BOC. Posez les crayons.»

$\sphericalangle$ BAC		$\sphericalangle$ BOC
Jean	36°	73°
Anne	48°	100°
Lise	39°	78°
etc.		etc.

J'ai ensuite relevé au tableau noir en 2 colonnes les 2 mesures de chaque élève (voir ci-contre). «Voilà deux séries de nombres. Il y a une loi là-dessous. Laquelle et pourquoi ?» Comme le «pourquoi» est difficile, je les fais continuer par deux. 23 élèves sur 25 ont vu $\sphericalangle$ BOC = 2 · $\sphericalangle$ BAC. J'ai mis les notes de la façon suivante:

Avoir vu la loi: 3 points.

Précision du dessin: Si 2 · $\sphericalangle$ BAC = $\sphericalangle$ BOC ± 3°: 0 point
Si 2 · $\sphericalangle$ BAC = $\sphericalangle$ BOC ± 1°: +1 point
Sinon: —1 point

Essai de démonstration, quel qu'il soit: ½ point.

Les 1 ½ points qui restent ont servi à coter la démonstration [1].
(* N.D.L.R.: Les notes ont été réintroduites dans les zones pilotes à partir de la septième. C'est l'échelle fédérale (1 à 6) qui a été retenue).

(A suivre)

Des «carrés magiques» aux symétries du carré

par Gisèle Dronne et Simonne Sauvy

Un jour de l'année scolaire 1973-74 un enfant de ma classe [1] (une 7/8e qui se renouvelle par moitié tous les ans) apporte de chez lui le carré magique de la figure 1 (qu'il a sans doute trouvé dans un magazine).

4	3	8
9	5	1
2	7	6

Fig. 1

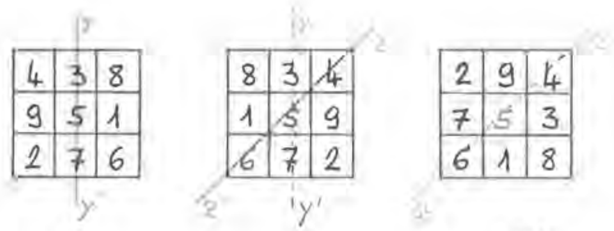
Il explique à ses camarades en quoi le carré est «magique»: le total des nombres de chaque colonne, de chaque ligne et de chaque diagonale est, *dans tous les cas*, égal à 15 !

[1] Ecole Decroly de Saint-Mandé près de Paris (NDLR: c'est Gisèle Dronne, la maîtresse, qui a rédigé cette partie de l'article).

Exemple:	1re ligne:	4 + 3 + 8 = 15
	2e colonne:	3 + 5 + 7 = 15
	1re diagonale:	2 + 5 + 8 = 15 [2]

(Ajoutons que le carré est constitué par les neuf nombres 1 à 9, *chaque nombre figurant une fois et une seule dans le carré).*
Naturellement les enfants s'émerveillent et, certains d'entre eux, dès qu'ils ont un moment de libre, se mettent à examiner de près les particularités de cet assemblage de nombres.
C'est ainsi que naît une recherche qui progressivement s'amplifie et conduit certains enfants, comme on le verra ci-dessous, à s'intéresser aux *symétries du carré.*
En effet l'enfant qui a apporté le premier carré magique demande à ses camarades s'il est possible d'en fabriquer d'autres.
Moyennant quelques tâtonnements de nouveaux carrés du même genre sont trouvés (fig. 2).

Figure 2



2 (a) 2 (b) 2 (c)

Un des enfants se pose alors le problème de *trouver tous les carrés magiques (de ce type) possibles.*
Au cours de la recherche subséquente, à laquelle participent une bonne partie des enfants de la classe, diverses remarques sont faites:

— le nombre 5 occupe toujours la case centrale,
— le nombre 1 ne figure jamais dans un coin,
— dans les coins il n'y a que des nombres pairs.

Certains enfants vont plus loin et, faisant appel spontanément à une *technique géométrique* [3], ils reproduisent le carré magique de base sur un carton. Ils retournent ce carton suivant tel ou tel de ses axes de symétrie ou lui font subir des rotations et cela les aide à trouver d'autres dispositions magiques.

[2] Nous désignons, selon l'usage , par 1re diagonale la diagonale bas-gauche/haut-droit et par 2e diagonale l'autre.
[3] Peut être le fait de travailler sur la planchette à clous les a-t-il aidés dans ce «transfert»

Par exemple en effectuant une symétrie-miroir autour de y'y (fig. 2) on trouve le carré 2(b).
De même (fig. 3) une rotation d'un quart de tour permet de passer du carré 3(a) au carré 3(b).

Figure 3

4	3	8
9	5	1
2	7	6

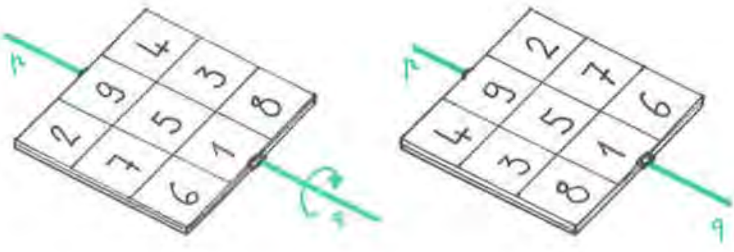
3(a)

2	9	4
7	5	3
6	1	8

3(b)

Au terme de cette phase de recherche libre où les enfants ont poursuivi leurs investigations comme ils l'entendaient mais où ils ne sont pas parvenus à répondre à la question: «trouver tous les carrés magiques», nous entreprenons une mise au point avec de petites équipes [4].
Pour faciliter la tâche de ceux des enfants qui ne sont pas encore bien familiarisés avec les questions de *symétrie* nous leur remettons une série de cartons qui reproduisent sur leur recto et leur verso, le carré magique de la *figure 1.* Sur chaque carton est fixé avec du scotch un morceau de rayon de bicyclette qui occupe la place d'un des axes de symétries du carré.

Figure 4

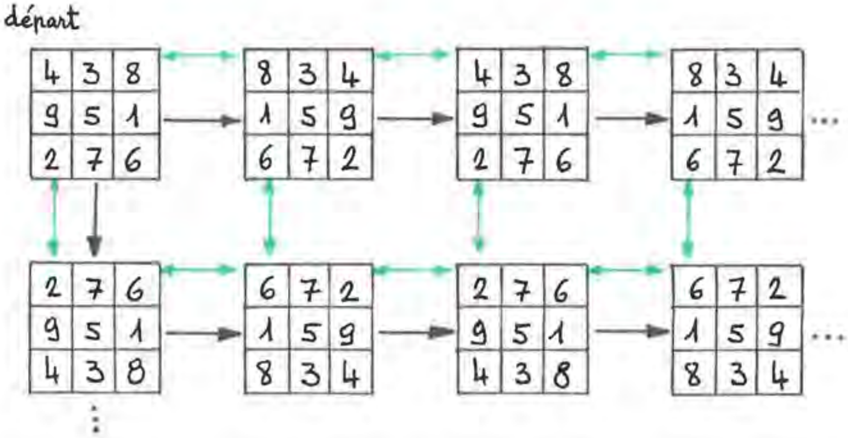


4(a) 4(b)

[4] N.D.L.R.: c'est désormais Simonne Sauvy, psychopédagogue, qui parle.

En faisant tourner d'un demi-tour un tel carton on obtient chaque fois le transformé du carré magique de départ sous la symétrie considérée (cf fig. 4). Quand ce premier point est bien compris de tous, les enfants sont invités à *composer* les diverses transformations à leur disposition, c'est-à-dire à *«enchaîner» plusieurs transformations.*
Cette nouvelle recherche se fait individuellement ou par petits groupes.
Un groupe de trois enfants réalise un tableau qui nécessite l'assemblage de plusieurs grandes feuilles de dessin et dont la *figure 5* donne un extrait.

Figure 5

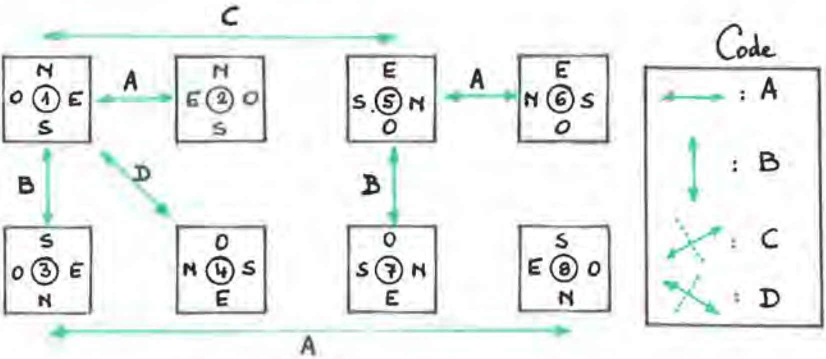


D'autres enfants travaillent avec l'aide d'un carré de carton sur lequel on inscrit les initiales des quatre points cardinaux. Ils abandonnent alors totalement les nombres du carré magique et se contentent de tracer sur la feuille les diverses positions du carré qu'ils obtiennent en opérant des retournements *(symétries)* ou des *rotations* dans le plan. Le carré de départ, disposé suivant la rose des vents, est appelé le carré 1 et chacun des carrés obtenus reçoit un numéro d'identification.

MATH-ECOLE se porte bien... !
Grâce aux efforts de Léo Biollaz et de Frédéric Oberson dans leurs écoles normales respectives, nous avons le plaisir d'enregistrer 250 abonnements nouveaux. Bienvenue à tous ces jeunes lecteurs. Qu'ils n'hésitent pas à nous faire part de leurs critiques et de leurs suggestions...
Et merci aux anciens toujours si fidèles... !

Un des enfants établit le dessin de la *figure 6.*

Figure 6



Un de ses camarades procède de même. Sur la feuille il inscrit les remarques suivantes:

«Quand il y a un nombre pair de mouvements (exemple: BB, BBBB, BBBBBB, etc., on revient au point de départ».

«Les quarts de tours sont possibles, mais on trouve les mêmes résultats qu'avec les autres mouvements» [5].

«Il y a aussi les demi-tours, les trois quarts de tours. Ils ne sont pas les mêmes mouvements mais ils donnent les mêmes résultats».

Ces remarques indiquent clairement que l'enfant en question fait bien la différence dans cet exercice entre les «*opérateurs*» (ce qu'il appelle les «mouvements»), et les «*états*» (qu'il appelle les «résultats»).

Plusieurs enfants ont remarqué le rôle de la *parité*, quand on répète plusieurs fois la même opération («Faire deux fois c'est comme ne rien faire»).

Arrivé à ce stade nous envisageons de voir dans quelle mesure les enfants pourraient «aller plus loin» et explorer certaines propriétés des *groupes* mathématiques qu'ils ont utilisés spontanément. Mais après un essai limité au seul groupe de Klein, j'arrive à la conclusion que ces enfants (âgés de 9 ½ à 10 ½ ans) ne sont pas mûrs pour passer à un niveau supérieur d'abtraction. Je n'insiste donc pas.

En tout cas lesdits enfants sont maintenant convaincus qu'ils ont obtenu *tous* les carrés magiques de l'espèce considérée, au nombre de *huit*, ce qui constitue la réponse à la question posée quelques mois plus tôt par un des leurs, en même temps qu'ils ont eu un avant goût de ce que peut être une *démonstration mathématique.*

---

[5] Il veut dire par là qu'on ne trouve pas de résultats autres que ceux qu'on a déjà trouvés.

● Conseil de l'Europe «Mathématiques nouvelles»

L'enseignement des mathématiques nouvelles dans les écoles primaires de huit pays d'Europe.

Rapport de synthèse par M. S. Roller.

Qu'en est-il, à l'étranger, de l'enseignement de la mathématique ? Quel crédit faut-il accorder aux rumeurs qui courent sur l'abandon des «math modernes» ? La Suisse romande va-t-elle se retrouver seule à renouveler l'enseignement de la mathématique ? Ces questions, on les entend fréquemment, on nous les pose, on se les pose et il est bon qu'on y réponde.

En parcourant le rapport de synthèse de S. Roller sur l'enseignement des mathématiques nouvelles dans les écoles primaires de huit pays d'Europe, on ne trouvera, certes pas la réponse à toutes ces questions, mais, en revanche, de précieux éléments d'information.

A la fin de 1973, sur la demande du Comité de l'enseignement général et technique du Conseil de l'Europe, l'Autriche, la Belgique, la République fédérale d'Allemagne, la France, le Royaume-Uni, l'Irlande, la Finlande et la Suisse ont présenté un rapport sur la «Comparaison des résultats obtenus au niveau national par l'introduction des mathématiques nouvelles dans le curriculum de l'école primaire». M. S. Roller a reçu la délicate mission d'en établir une synthèse.

Huit rapports nationaux rédigés selon des schémas différents donnent un fourmillement d'informations disparates et difficiles à traiter, parfois fragmentaires et lacunaires, mais authentiques et non déformées et dont l'avantage est d'éclairer sous des angles différents une même réalité européenne: le renouvellement de l'enseignement de la mathématique.

L'heure des bilans n'a pas encore sonné, tous les pays sont en pleine phase de recherche et d'introduction. Dans cette situation, S. Roller a su éviter le piège d'un rapport statistique prématuré et mal fondé; avec bonheur, il s'est attaché à dégager les lignes de force significatives et les tendances générales.

On constate que la généralisation d'un enseignement renouvelé de mathématique progresse partout, à des rythmes divers. Il est encourageant de voir que le problème de l'évaluation n'est négligé nulle part. Si on est satisfait des quelques résultats obtenus jusqu'ici on ne se cantonne pas pour autant dans une autosatisfaction statique, mais on va vers un ajustement continu des programmes et des méthodes.

Il apparaît que ce n'est pas au niveau du «contenu des programmes» que se situent les grands apports de la rénovation mais bien dans «l'esprit» avec lequel on enseigne les mathématiques. Les expressions «math modernes» ou «math nouvelles» ont malheureusement passé dans le langage courant, et même subrepticement, jusque dans le titre de ce rapport de synthèse. Ces expressions sont malheureuses car elles créent une fausse antinomie entre «math modernes» et «math traditionnelles». Lorsqu'on entend «enseignement de la mathématique nouvelle» il faut comprendre — et on ne le répétera jamais assez — «nouvel enseignement de la mathématique».

J. A. 1211 GENEVE 6

Mademoiselle
Madeleine BRAUTIGAM
Maîtresse d'application
Rue Ls-de-Savoie 27
1110 MORGES

TABLE DES MATIERES

Comité de rédaction:

Mlle F. Waridel, MM. Th. Bernet, L. Biollaz, F. Brunelli, A. Calame, D. Froidcœur, G. Guélat, R. Hutin, F. Oberson, S. Roller, J.-J. Walder.
Rédacteur-responsable: R. Hutin

Abonnements:

Suisse: F 12.—, Etranger F 14.—, CCP 12 - 4983. Paraît 5 fois par an. Service de la Recherche Pédagogique; 11, r. Sillem, CH 1207 Genève. (Tél. (022) 35 15 59).

Adresse: Math-Ecole; 11, rue Sillem, CH-1207 Genève; CCP 12 - 4983

Imprimerie typo-offset Fiorina & Burgener, 1950 Sion