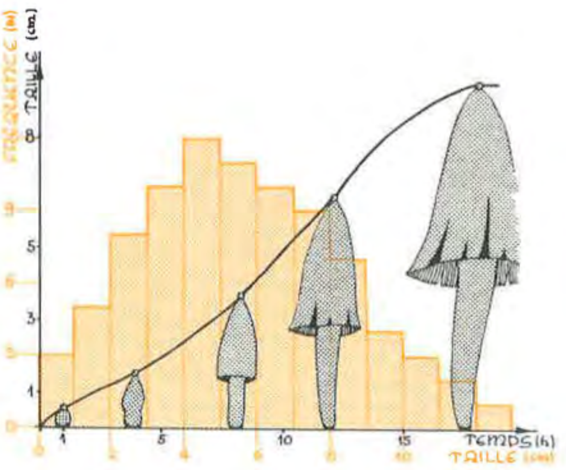
81



MATH ECOLE

JANVIER 1978
17e ANNEE

MATH ECOLE 81

17e ANNEE — Paraît cinq fois par an — JANVIER 1978

Editorial

Il faudrait...

C'est banal aujourd'hui de parler d'évaluation et des objectifs qui y sont liés. A propos d'évaluation, le professeur B. Schwartz, quand il en parle, insiste sur la nécessité de préciser d'avance: «Evaluation de quoi ? pour qui ? par qui ?» Mon intention, ici, est de mettre l'accent sur l'évaluation des élèves par le maître et pour le maître.
Quant aux objectifs, on sait bien qu'on donne de plus en plus de poids à ceux qui décrivent les compétences des élèves, tout en gardant une bonne partie de ceux qui concernent leurs performances.
Le maître regarde faire ses élèves. Il éprouve une satisfaction à voir leurs réussites; cela fait partie de la justification de son rôle. Dans quoi va-t-il trouver son plaisir ? *Cela dépend de ses objectifs et, ceux-ci étant en changement, il faudrait qu'il se mette à prendre plaisir à de nouvelles choses, et qu'il apprenne à les voir. En vrac: tel élève, ou tel groupe d'élèves,*

- *a entrepris de lui-même un essai pour vérifier une supposition qu'il a faite;*
- *a fait tel rapprochement;*
- *a formulé, peut-être maladroitement, une définition, c'est-à-dire qu'il a ressenti le besoin de préciser sa pensée;*
- *s'est aperçu que telle formulation est à double sens;*
- *a pris son crayon, sans qu'on l'y ait incité, pour faire un schéma, pour chercher un exemple;*
- *a cherché un autre moyen de trouver ce qu'il a déjà trouvé;*
- *s'est posé une nouvelle question;*
- *a eu l'idée de faire un tableau de ses résultats;*
- *ayant constaté une coïncidence, il en a expliqué les raisons à la satisfaction de ses camarades;*
- *ayant affaire à plusieurs objets, il les a désignés par des noms, de manière à les distinguer et à les reconnaître;*

et ce ne sont là que quelques exemples. Dans une classe au travail, en train de «chercher», il se passe une foule de choses qu'il faudrait apprendre à déceler. C'est là une belle et longue tâche pour les cours de perfectionnement, les écoles normales, et pour les maîtres chacun de son côté. Il faudrait se persuader qu'elles ont autant de valeur pour l'avenir des élèves, si ce n'est plus de valeur que d'autres réussites plus visibles, plus faciles à contrôler, dans des performances qui s'émoussent dès que l'entraînement a cessé.

Théo Bernet

Calculatrices de poche

Le forum mathématique de Coire

La Conférence des chefs de départements de l'instruction publique des cantons suisses dispose, pour l'étude de problèmes généraux d'éducation, d'une commission pédagogique. Cette commission organisait à Coire du 5 au 7 décembre dernier son troisième forum pour l'enseignement des mathématiques.

Le thème retenu pour les débats pourrait surprendre mais il reflète bien l'une des préoccupations actuelles des nombreuses autorités scolaires dans les pays développés. Il s'agissait de prendre position et de formuler des recommandations sur: «La calculatrice de poche dans l'enseignement des mathématiques et son influence sur les plans d'études de la scolarité obligatoire».

Avant d'entrer dans le vif du sujet, il convient de dire combien ces forums annuels qui réunissent chaque fois une centaine de participants venant de tous les cantons et de tous les ordres d'enseignement sont utiles à la compréhension mutuelle et constituent un facteur puissant de coordination au niveau national. Il est en effet frappant, pour celui qui a eu le privilège de participer aux trois rencontres successives, de constater que les convergences sur le plan des idées et des réalisations sont de plus en plus nettes. La Suisse romande a choisi la voie de l'unification et présente des manuels communs à tous les cantons francophones mais les cantons de Zurich, de Berne, de Lucerne et de Soleure, bien qu'ils aient réalisé récemment des manuels distincts, font la preuve que les idées concernant la rénovation de l'enseignement de la mathématique à l'école primaire sont beaucoup plus proches d'une région à l'autre en 1977 qu'elles ne l'étaient en 1975.

La coordination passe avant tout par la concertation et les forums mathématiques constituent un lieu privilégié pour celui qui souhaite mieux connaître ce qui se pense et ce qui se fait aux quatre coins de notre pays. Indéniablement, chacun des participants en ressort enrichi, vivifié, plein d'idées nouvelles pour sa propre activité, plus capable de comprendre les problèmes complexes de nos systèmes scolaires.

Pour en revenir à l'essentiel des délibérations, nous ne prétendons pas donner en quelques lignes la synthèse des travaux conduits dans les neuf groupes de travail mais simplement apporter quelques impressions personnelles.

L'invasion du marché par des calculatrices de poche de moins en moins coûteuses est une réalité que l'école ne peut ignorer. Quelques sondages empiriques permettent de penser que la moitié des élèves de 10 à 13 ans, la presque totalité de ceux de 13 à 15 ans, ont la possibilité d'utiliser une calculatrice à leur domicile. Il est donc évident que l'école ne peut nier cette situation nouvelle et que, même si l'emploi de la calculatrice est interdit en classe, sa disponibilité à l'extérieur modifie les conditions de l'enseignement. N'est-ce pas du masochisme que de faire manuellement les dix longues opérations que le maître a donné comme devoir à domicile alors que la calculatrice permet de les effectuer en quelques minutes ? Il faut en tout cas une belle force de caractère pour ne pas succomber à la tentation.

Le problème se pose de manière très nette aussi chez les apprentis. Prenons par exemple le cas de la vendeuse ou de l'employée de bureau: dans le passé, les calculs qu'elles devaient effectuer pendant les heures de cours professionnels constituaient le prolongement naturel de ce qu'elles avaient à faire le reste de la semaine sur leur lieu de travail. Aujourd'hui les cours d'arithmétique apparaissent comme un anachronisme, comme une brimade inutile, puisqu'on y effectue des calculs selon des moyens qui n'apparaissent plus ailleurs. L'école aurait donc grand intérêt à s'adapter et à enseigner aux futurs apprentis comment se comporter pour calculer avec efficacité et sûreté lorsqu'on dispose d'une calculatrice.

Dans certains pays, on a interdit l'usage de la calculatrice de poche dans les écoles. Cette décision arbitraire a été jugée néfaste par la plupart des participants. Dans de nombreuses écoles, il semble que des utilisations sporadiques aient lieu, mais on ne dispose pas encore d'expériences systématiques. On peut cependant estimer que la calculatrice de poche a sa place, comme d'autres moyens d'enseignement, dans tous les degrés de la scolarité dès l'âge de 7-8 ans.

La machine à calculer ne se substitue pas à l'entraînement au calcul mental qui conserve toute son importance. Tout au plus, elle rend sans objet l'entraînement à des calculs trop compliqués.

En revanche, la calculatrice permet, à certains moments, de mettre à disposition de l'élève une masse importante de données et le libère des contraintes de calcul pour lui permettre de consacrer toute son énergie à la résolution de problèmes. Elle constitue aussi un puissant moyen de compréhension des algorithmes de calcul.

Chez de jeunes élèves, elle permet de contrôler que des argumentations dont la validité a été perçue expérimentalement avec de petits nombres restent valables lorsque les nombres sont plus grands. L'étude de la notion de fonction, avec la possibilité que donne la calculatrice de vérifier expérimentalement un grand nombre des points d'une droite ou d'une courbe, constitue un domaine où la calculatrice est particulièrement utile.

La calculatrice permet aussi, dans un certain nombre de cas, aux élèves peu doués d'accéder à la joie de la découverte personnelle et ne les contraint plus à subir les découvertes de leurs camarades plus habiles en calcul.

La plupart des participants s'accordent sur le fait que l'introduction de la calculatrice n'apportera pas des bouleversements considérables dans les programmes mais que c'est principalement la méthodologie qui en serait enrichie sur deux plans au moins. D'une part, l'étude du fonctionnement de la calculatrice, la recherche de l'approximation d'un résultat constituent une intéressante motivation pour l'étude des propriétés des opérations et le développement de la pensée algorithmique.

D'autre part, la possibilité d'effectuer rapidement un grand nombre d'opérations ouvre de nouvelles voies pour la compréhension de certaines notions.

On relève enfin que des expériences nombreuses et conduites avec une certaine rigeur sont indispensables pour l'information du corps enseignant afin de tirer le meilleur parti du nouvel outil. La rédaction de Math-Ecole espère, dans les prochains numéros, présenter des exemples concrets d'exploitation de la calculatrice. Elle remercie d'avance les lecteurs qui lui feront parvenir des suggestions ou des comptes rendus de travaux effectués en classe sur ce sujet.

RH

Noisette... (1)

● Chez les petits, l'entraînement au calcul est souvent très directif et ne laisse généralement guère de place à l'activité personnelle. Voici une situation très simple qui permet d'amples développements.

L'institutrice inscrit au tableau noir ou fournit une fiche d'exercice portant les informations suivantes:

2 5	+	17
4		12 4
1 6		9
3	=	14 6
		23

Règle du jeu:

Inventer un calcul dans lequel on trouve:

— quelques nombres pris dans la première colonne (on peut utiliser plusieurs fois le même);

— au moins deux des signes de la deuxième colonne;

— un nombre pris dans la troisième colonne au résultat.

L'intérêt de l'exercice réside dans le fait que la situation n'est pas totalement libre et que les productions sont soumises à certaines contraintes, mais que la marge de choix individuel reste considérable et permet de tenir compte des différences de développement.

La comparaison des productions des enfants suscitera des observations intéressantes.

Voici, par exemple, ce qui s'est passé dans une classe d'enfants de 8 ans.

Proposition d'un enfant:	6 = 6
Réaction de la classe:	La règle du jeu n'est pas respectée. Il n'y a qu'un seul signe.
Autre proposition:	6 + 5 = 11
Réaction de la classe:	La troisième règle du jeu n'est pas respectée. 11 n'est pas permis.

(suite p. 11)

Le jeu: moyen d'observation des stratégies

par Miri Halperin et Ninon Guignard

A la suite des travaux portant sur l'aspect structural de la formation des connaissances et des processus généraux du développement cognitif, travaux dont l'intérêt était avant tout épistémologique, un courant important s'est tourné vers l'étude de l'utilisation pratique et effective des connaissances par des sujets placés devant des situations de résolution de problèmes.
Chaque sujet dispose de manière permanente d'un ensemble de connaissances générales élaborées à partir de ses propres actions et des objets (au sens large) qu'il manipule. De même, il existe un ensemble de procédures plus ou moins générales à disposition du sujet pour la résolution de tâches connues. Mais cet ensemble de connaissances n'est pas directement utilisable par le sujet lorsqu'il est mis devant une situation nouvelle pour lui. Dans ce dernier cas, il commence toujours par mettre en œuvre le sous-ensemble de connaissances qui lui semble adéquat face au problème spécifique qu'il a à traiter.
Le sujet doit alors s'assurer de deux choses: d'une part que le sous-ensemble de connaissances choisi est bien applicable aux éléments de la situation tels qu'il les a appréhendés, et, d'autre part, que la signification attribuée à ces éléments est bien pertinente par rapport aux transformations qu'il veut opérer.
S'interroger sur les stratégies du sujet consiste à rechercher les significations qu'il prête à ses actions face à une situation précise et sur l'évolution de ces significations. Le sujet procède ainsi à des réajustements progressifs en fonction du feed-back provoqué par son activité continue.
Dans un cours encore non publié, Inhelder définit la «stratégie» comme: «procédure ou système de procédures répétables et transférables constituant des moyens pour le sujet d'atteindre le but visé par lui».
Il est important de souligner que l'observation du sujet en train d'agir ne se définit pas en terme de critères mesurables, mais en fonction des **significations** que le sujet semble attribuer à ses propres actions.
Une même action peut relever de plusieurs schémas de nature et de niveaux différents. Il s'agit de retrouver le statut psychologique de chaque action pour enfin arriver à suivre le cheminement de la pensée du sujet.
Le jeu que nous proposons permet d'observer les mécanismes fonctionnels de stratégies propres à chaque sujet aux divers niveaux du développement. Lors de l'observation du comportement de l'enfant, on essayera de capter tous les indices qui peuvent nous renseigner sur ses projets et sur sa conception de leur mise en œuvre. L'enfant est libre d'inventer des procédures variées pour parvenir au but visé.

On essayera:
— de noter l'explication au niveau verbal de l'échec pour voir si l'information négative récoltée est capitalisée;
— de voir si l'enfant est capable de modifier son plan initial en cours de route.

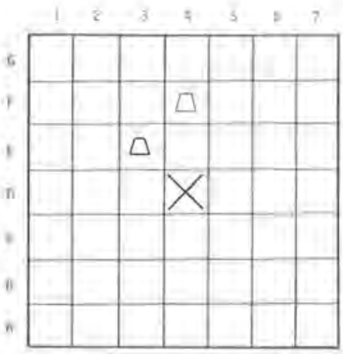
Seejeh סיגה

Echiquier 7 × 7 (case centrale «X»)
24 pions «blancs»
24 pions «noirs»

But du jeu: enlever tous les pions de l'adversaire ou blocage de l'adversaire.

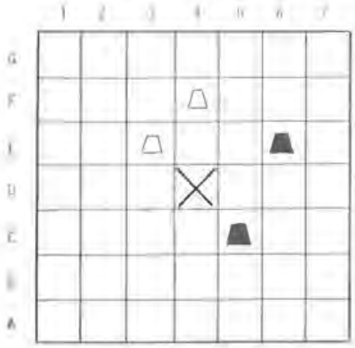
1. Première phase: préparation et placement des pions

a) Tirage au sort de la couleur des pions.
   Le joueur qui tombe sur les pions blancs commence.
   On joue à tour de rôle.
b) Le joueur avec les pions blancs dépose 2 pions sur l'échiquier (n'importe où, sauf sur la case du milieu).

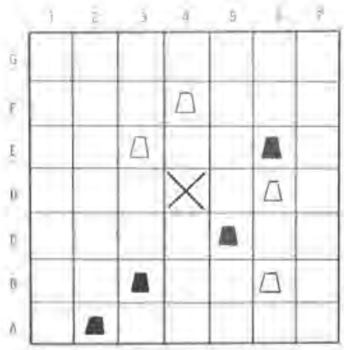


Exemple de disposition des pions après le premier tour de «blanc».

Le joueur avec les pions noirs dépose à son tour 2 pions sur l'échiquier et ainsi de suite jusqu'à ce que toutes les cases soient occupées (sauf celle du milieu).
Le joueur avec les pions noirs n'a pas le droit d'entourer complètement la case du milieu.



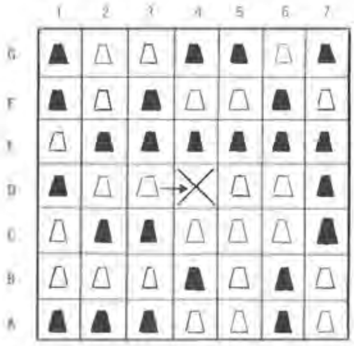
Exemple de disposition des pions après le premier tour de «noir».



Exemple de disposition des pions à la fin du 2e tour.

2. Deuxième phase: déplacement et enlèvement

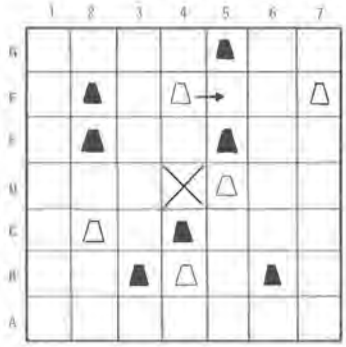
a) Chaque joueur ne bouge qu'un seul pion à la fois.
Le joueur «blanc» effectue le premier déplacement vers la case centrale.



Exemple du premier déplacement du «blanc» vers la case centrale.

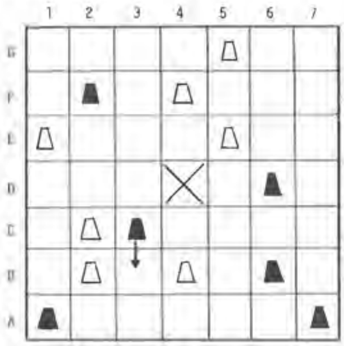
b) On ne peut pas déplacer les pions en diagonale, mais seulement latéralement.
Il est interdit de sauter par-dessus les pions.

c) Elimination des pions adverses:
on élimine un (ou plusieurs) pion(s) adverse(s), lorsqu'un déplacement aboutit à entourer le pion adverse latéralement (pas en diagonale).



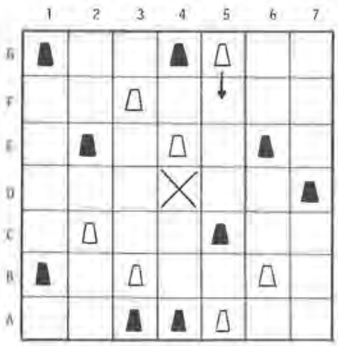
«Blanc» se déplace de F4 à F5 et enlève le noir en E5.

Un pion qui se trouve déjà entre 2 pions adverses (sans qu'il y ait déplacement) ne peut pas être retiré du jeu.
Le joueur qui place son propre pion entre 2 pions adverses laisse son pion sur l'échiquier.



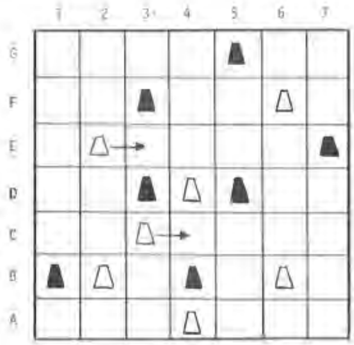
«Noir» (C3) déplace son propre pion entre 2 pions adverses (B2 et B4). Son pion est laissé sur l'échiquier.

d) Lorsqu'un joueur qui a effectué un déplacement n'a pas réussi à enlever un pion adverse, il passe son tour.



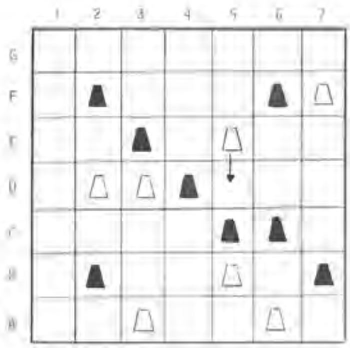
«Blanc» se déplace de G5 à F5. Ce déplacement n'ayant pas abouti à enlever un pion ennemi, il passe son tour.

Si un déplacement a permis l'élimination d'un pion, le joueur peut continuer jusqu'à ce qu'il ne puisse plus enlever d'autres pions.
C'est à ce moment que son «tour» est terminé.



«Blanc» se déplace de E2 à E3 et enlève le «noir» en D3. Il continue en se déplaçant de C3 à C4 et enlève le «noir» en B4. A ce moment son tour est terminé.

e) Si par un déplacement le joueur entoure des 2 côtés plusieurs pions ennemis, tous sont retirés du jeu.



«Blanc» se déplace de E5 à D5 en entourant 2 pions adverses (C5 et D4). Ces 2 pions adverses sont retirés du jeu.

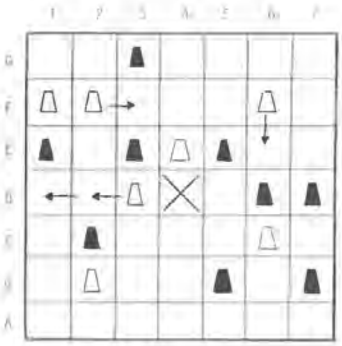
3. Blocage

Dans le cas où un des joueurs ne peut effectuer aucun mouvement:
— le joueur des «blancs» retire du jeu 2 de ses pions à sa convenance;
— le joueur des «noirs» retire du jeu un seul de ses pions à sa convenance;
— le fait d'avoir retiré 3 pions, doit permettre au joueur bloqué d'effectuer un déplacement.

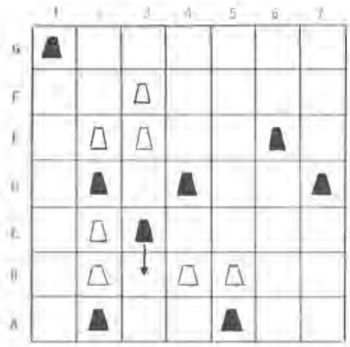
4. Victoire

Est vainqueur le joueur qui a réussi à enlever tous les pions de l'adversaire.

Exemples de situation:



«Blanc» se déplace de F2 à F3 et enlève le «noir» en E3. Le joueur continue par déplacer le «blanc» de D3 à D2 et enlève le «noir» de C2; le déplacement du «blanc» de D2 à D1 permet d'enlever E1. Toujours lors du même «tour», «blanc» se déplace de F6 à E6 en enlevant 2 «noirs»: E5 et D6.
Le «blanc» n'a plus la possibilité d'effectuer un déplacement qui aboutisse à l'élimination d'un pion adverse. Son tour est donc terminé.



«Déplacement défensif» du «noir» de C3: afin d'éviter d'être enlevé par un mouvement du «blanc» de B4 à C4, le «noir» se déplace de C3 à B3.
Ce déplacement a servi la défense du «noir». Aucun «blanc» n'ayant été éliminé, le «noir» passe son tour.

L'observation de 2 enfants de 5P en train de jouer nous amène à préciser quelques points.
Après quelques coups, nous demandons aux deux joueurs de se prononcer sur la façon dont ils ont placé leurs pions. Ils prennent conscience de l'importance du placement des pions au début de la partie.
Par opposition à de nombreux autres jeux du même type où la position des pions au départ est imposée, le Seejeh oblige à élaborer une tactique d'attaque et de défense dès la mise en place des pions.
Les enfants ont tendance à jouer trop vite et ne se centrent que sur un nombre restreint de pions. Nous leur suggérons de temps à autre une vision plus globale pour améliorer leur stratégie.

YAT .... choum !

présenté par Danielle Berney et Marcelle Goerg

Il se jouait, semble-t-il, pendant la Première guerre mondiale, il vient du nord... vous le reconnaîtrez peut-être.

5 dés +

des fiches de jeu à distribuer à chacun,

8 ans au moins,

2 à 4 joueurs par équipe,

15 tours par partie ...

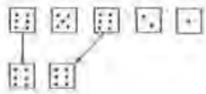
... vous êtes prêts à jouer, mais comment ?

Dans tous les jeux, les règles peuvent s'inventer, s'améliorer, se modifier pour relancer l'intérêt.

Voici une façon de jouer:

Chaque jouer lance les dés 3 fois au maximum.

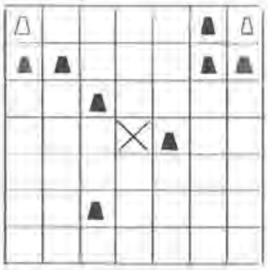
Au premier jet, il met de côté les dés qui l'intéressent en vue de réussir un des 15 tours de la partie



(paire de $\boxed{6}$ ou
triangle de $\boxed{6}$ ou
carré de $\boxed{6}$ ou
yat de $\boxed{6}$ ou
somme de $\boxed{6}$ ou...)

Il faut leur rappeler qu'un «tour» n'est pas terminé lorsqu'un joueur a enlevé un pion adverse, mais qu'il continue tant qu'il peut en enlever d'autres, même si pour ce faire il doit déplacer des pions différents. Le nombre de déplacements possibles dans un tour est variable.
On pourrait penser que la partie devient moins intéressante au fur et à mesure que le nombre de pions diminue. Ce n'est pas le cas !

L'un des joueurs croit avoir définitivement cerné son adversaire:



pourtant la partie a duré encore un bon moment et le joueur qui se croyait gagnant se voit prendre plusieurs de ses pions.

pourtant la partie a duré encore un bon moment et le joueur qui se croyait gagnant se voit prendre plusieurs de ses pions.

De plus, quand les pions deviennent rares sur le jeu, l'élaboration des stratégies est d'autant plus importante. Il faut alors prévoir plusieurs déplacements dont la composition aboutira à l'élimination des pions adverses. Son attention moins portée à une vision étendue du jeu, l'enfant peut se concentrer sur l'élaboration de stratégies.
Nos deux joueurs, «choisis» au plus grand hasard, ont terminé la partie.
Le «perdant» nous jette négligemment: «j'ai joué à ça au Neguev avec des crottes de chameau».
Le hasard...

(Suite de la p. 4)

Une discussion s'engage sur la manière de transformer la production donnée. Plusieurs solutions apparaissent:

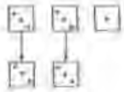
$6 + 6 = 12$	ou	$6 + 5 + 1 = 12$
$6 + 8 = 14$	ou	$6 + 5 + 3 = 14$

Après ces premiers essais discutés collectivement, une intense activité de production individuelle se développe.

(suite p. 18)

Il lui reste 2 jets à faire avec les dés qui ne conviennent pas pour tenter d'améliorer la situation et atteindre l'objetcif choisi.

Le deuxième jet, réalisé au moyen des 3 dés restants, offre l'avantage suivant: ... on peut alors mettre de côté



Dès lors, le problème du choix se repose:

a) on peut se contenter de cette situation ⚅ ⚅ ⚂ ⚂ ,soit 2 paires = 18 points, et comptabiliser ceux-ci dans la case correspondante (voir fiche individuelle).
b) on peut viser à obtenir la *lune* en *relançant le dernier dé*, espérant ainsi sortir *au troisième jet* un ⚂ ou un ⚅ . On arriverait ainsi à cette situation:

⚅ ⚅ ⚂ ⚂ ⚂ → 1 lune = 21 points

⚅ ⚅ ⚅ ⚂ ⚂ → 1 lune = 24 points

Remarques

— La chance aidant, il se peu qu'au premier jet, on obtienne une situation satisfaisante: ⚅ ⚄ ⚃ ⚂ ⚁
soit une grande suite = 20 points. Il n'est donc pas nécessaire d'utiliser les 2 autres jets possibles.
— Chaque tour (de 1, 2 ou 3 jets) doit être comptabilisé dans une des cases de la fiche individuelle; ainsi les joueurs commencent et terminent la partie (c'est-à-dire les 15 tours) en même temps.
Si aucune combinaison ne peut être retenue après les 3 jets (par exemple, pour la situation obtenue ⚅ ⚃ ⚂ ⚁ ⚀), il faut choisir le tour que l'on va sacrifier parmi ceux qui restent. On peut alors noter 1 point dans la *somme des* 1 ou 0 point dans la *petite suite*, ou... ou encore le total des points obtenus par les 5 dés dans la case *chance* (soit 16 points).

Toute décision dépend de la situation globale de chaque participant.

Approche du jeu

Pour prendre connaissance des 15 tours, on peut les réaliser à la suite l'un de l'autre (sans choix).

Pour introduire la notion de choix inhérente à ce jeu, on peut jouer en 2 étapes, A puis B, ce qui limite les possibilités de combinaisons.

A. Partie en 6 tours

PRENOM	P O	I	N	T	S	
	?	1e partie	2e partie	3e partie	Total	Comptes personnels
Somme des ⚀						
" ⚁						
" ⚂	15	12				
" ⚃						
" ⚄						
" ⚅	30	18				
TOTAL des points						

1er tour:

1er jet ⚅ ⚄ ⚃ ⚂ ⚂

2e jet ⚃ ⚂ ⚀

3e jet ⚄ ⚂

Somme des ⚂ = 12 points
(Somme maximum possible = 15 points)

2e tour:

1er jet ⚅ ⚅ ⚂ ⚀ ⚀

2e jet ⚅ ⚃ ⚁

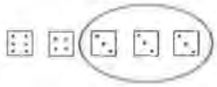
3e jet ⚄ ⚂

Somme des ⚅ = 18 points

B. Partie en 9 tours

PRENOM						
	?	1e partie	2e partie	3e partie	Total	Comptes personnels
2 dés identiques = 1 paire						
2x2 dés identiques = 2 paires						
3 dés identiques = triangle						
4 dés identiques = carré	24	12				
1-2-3-4-5 = petite suite						
1-2-3-4-5-6 = grande suite						
triangle + paire = lune						
chance						
5 dés identiques = YAT 50 pts.	50	50				
TOTAL général						

1er tour:

1er jet 

Choix possibles:
triangle (9 points) ou début d'un *carré* ou d'un *yat*.

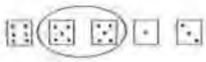
2e jet 

carré (12 points) ou amorce d'un *yat*.

3e jet 

Décision:
carré de  , soit 12 points.

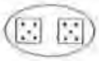
2e tour:

1er jet 

Choix possibles:
1 *paire* = 10 points ou
2 *paires* ... ou *triangle*...
ou *lune* ... ou *yat*

2e jet 

triangle = 15 points...
ou *lune*... ou *yat*

3e jet 

yat réalisé = 50 points

Quand les tours sont intériorisés, le choix est possible sur l'ensemble du jeu.

YAT

PRENOM	points					
A/	?	1e partie	2e partie	3e partie	total	comptes personnels
Somme des ⚀		3				
" ⚁		8				
" ⚂		3				
" ⚃	20	12				différence de 8
" ⚄	25	15				différence de 10
" ⚅		24				
TOTAL des points		65				
(Si total ⩾ 63) BONUS de 25 points		25				
B/						
2 dés identiques = 1 paire		8				
2 x 2 dés identiques = 2 paires	22	20				
3 dés identiques = triangle	18	12				différence de 6
4 dés identiques = carré		20				
1-2-3-4-5 = petite suite		0				
2-3-4-5-6 = grande suite		20				
triangle + paire = lune		8				
chance		16				
5 dés identiques = YAT 50 pts.	50	0				
TOTAL général		194				

Partie en 15 tours

1er tour:

1er jet	⚃ ⚃ ⚀ ⚀ ⚂	amorce d'une série de ⚃
2e jet	⚅ ⚄ ⚁	rien à mettre de côté !
3e jet	⚅ ⚃ ⚀	*triangle* de ⚃ ou *somme* des ⚃

... on choisit le triangle parce que la différence *entre les points obtenus (12 points) et le total des points possibles (18 points) n'est que de 6, alors que dans la somme des* ⚃ *, elle est de 8 points.*

2e tour:

1er jet	⚅ ⚅ ⚂ ⚁ ⚀	choix suggéré par la situation: 2 *paires*
2e jet	⚃ ⚃ ⚁	objectif réalisé: 2 *paires* = 20 points

3e tour:

1er jet	⚄ ⚄ ⚂ ⚂ ⚂	Premier choix du joueur: *somme* des ⚄
2e jet	⚄ ⚀ ⚁	Deuxième choix possible: *carré* ou *yat*
3e jet	⚂ ⚅	Solution obligatoire: somme des ⚄ = 15 points

Après le 15e tour, chaque joueur totalise ses points et les fait vérifier à un camarade.
Les enfants sont alors prêts à aborder la deuxième partie de 15 tours.

Stratégie

Elle se découvre en jouant librement.
Laisser les enfants trouver leurs repères: par exemple celui de noter les points maximums que l'on peut obtenir pour chaque tour et de tenter de réduire la différence existant entre les points obtenus et les points maximums possibles.
(Sur la fiche individuelle, la colonne ? pourrait être utilisée à cet effet, ainsi que le montre l'exemple).

Qualité de ce jeu

Elle réside autant dans l'impact que tout jeu de dés a sur les enfants (chance, hasard...) que dans les nombreuses démarches de pensée mises en action (combinaisons, choix, anticipation, décision, probabilités, opérations arithmétiques, calcul mental...).
Le yat est une pratique de ces activités mentales. Dans un premier temps, celles-ci se révéleront par la joie de jouer.
Nous mathématiserons plus tard.

(Suite de la p. 11)

Avec des enfants un peu plus âgés, il sera possible d'aborder la recherche de toutes les solutions possibles. Attention, elles sont nombreuses ! Il sera bon de refermer l'éventail en fournissant comme éléments de départ, par exemple,

5 4 6	+ − =	9 17 12 23

et en n'admettant que trois fois la présence du même nombre. Ce qui autorise (le problème de la commutativité étant résolu):

$4 + 5 = 9$	$6 + 6 + 5 = 17$
$6 + 6 + 6 - 4 - 5 = 9$	$6 + 6 + 6 + 4 - 5 = 17$
$6 + 6 = 12$	$6 + 6 + 6 + 5 = 23$
$4 + 4 + 4 = 12$	$5 + 5 + 6 - 4 = 12$
etc.	

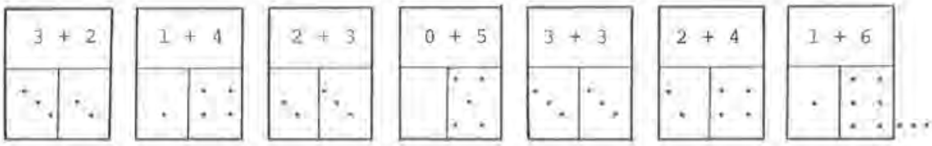
Si les nombres sont petits, l'exercice est bien moins simple qu'on pourrait le penser. Voici deux pistes que nous laisserons à la sagacité du lecteur, ou mieux encore à celle de sa classe:
— Comment apparaît le nombre 5 ? (Problème de la parité).
— Comment s'assurer que toutes les écritures possibles ont été découvertes ? Pourquoi ne pas laisser ce problème ouvert pendant quelques jours au cours desquels les enfants viendront successivement afficher leurs trouvailles ? Comment ordonner ces trouvailles pour éviter les répétitions ?

Jeu de calcul

Une variante de «l'homme noir».

On confectionne un jeu de 29 cartes en fonction des nombres qui doivent être travaillés. Ces cartes portent des nombres. Pour les petits, les nombres peuvent être accompagnés d'une représentation.

Exemple:



Quatre cartes portent deux nombres dont la somme est 5, quatre cartes portent deux nombres dont la somme est 6, et ainsi de suite jusqu'à 9, ce qui donne 20 cartes.
Une seule carte porte deux nombres dont la somme est 10. C'est celle qui restera entre les mains du joueur perdant (l'homme noir). Quatre cartes portent deux nombres dont la somme vaut 11 et quatre deux nombres dont la somme vaut 12.
Comme avec un jeu de cartes ordinaires, le joueur a le droit de poser sur la table deux cartes représentant la même somme. On peut donc poser 3 + 2 avec 1 + 4 ou avec 2 + 3 ou encore 0 + 5. En faisant choisir, à tour de rôle, une carte de son jeu à son voisin, on dépose deux cartes chaque fois que c'est possible. A la fin du jeu, l'un des joueurs conserve forcément la seule carte valant 10.
De nombreuses variantes peuvent être imaginées en changeant les nombres utilisés. Avec des élèves plus grands, par exemple, les cartes pourront porter les nombres 6 2 7, 1 7 3, 5 8 0, 2 0, 4 4 2, 2 5 8, etc. On aura alors le droit de déposer deux cartes lorsque leur somme est égale à un multiple de 100.
Remarquons encore que, avec la première série de cartes, les petits peuvent aussi jouer au jeu de la bataille qui les amuse toujours beaucoup.

Le jeu des carrés

par Alain Fouliard

Un jeu aux règles simples exigeant peu de matériel, mais de l'astuce et de la réflexion.

A. Sur une plaque de contreplaqué recouverte de «peinture ardoisée» (peinture pour tableaux noirs), marquer 16 points — 4 rangées de 4 points — selon la disposition indiquée sur la figure 1. A tour de rôle, les deux joueurs réunissent par un segment vertical ou horizontal deux points adjacents. Le but du jeu consiste à fermer le plus de carrés possibles. Une règle annexe mais capitale: fermer un carré donne le droit de rejouer. [1]

Et maintenant, à vous de jouer !

Supposons qu'une partie en soit au stade suivant (figure 1). Le joueur à qui c'est le tour de jouer a irrémédiablement perdu. Voyez-vous pourquoi ? (n'oubliez pas que le joueur qui ferme un carré joue à nouveau).
Imaginons en effet que le joueur décide de réunir les points A et B (segment en pointillé sur la figure 2). Son adversaire n'aura plus qu'à joindre les points E et F pour fermer un premier carré. Puis les points F et J pour fermer un second carré. Compte tenu de la règle qui autorise un joueur venant de réaliser un carré à jouer une nouvelle fois, cet adversaire fortuné s'emparera ainsi de proche en proche des 7 carrés restants. En examinant la figure 2, on se rend compte aisément que quels que soient les deux points réunis par le premier joueur, la partie connaît la même ocnclusion, l'adversaire prenant l'avantage en fermant successivement les 9 carrés-unités.

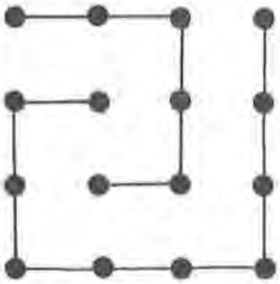


Figure 1

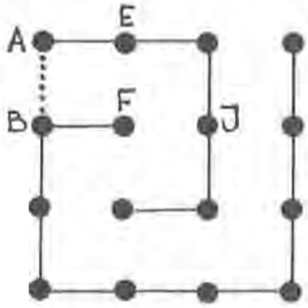
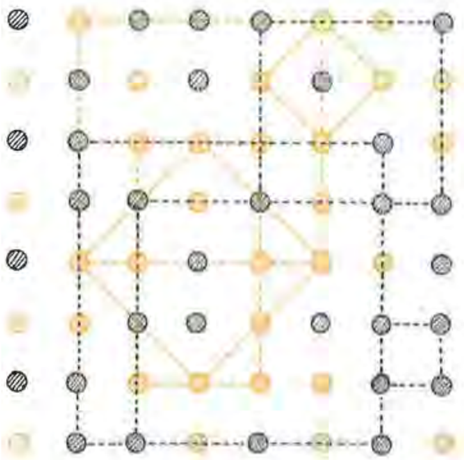


Figure 2

[1] Spontanément, des enfants de Cours Moyen 1 (enfants âgés de 9-10 ans) imaginèrent une version légèrement différente. Le jeu des carrés devint le jeu des triangles, les points du réseau pouvant être reliés, non seulement par des segments verticaux et horizontaux, mais également par des segments «en diagonale».

B. 64 points (soit 8 rangées de 8 points) sont marqués selon les nœuds d'un quadrillage (figure 3). Les joueurs, — deux ou plus — disposent de jetons, chaque joueur choisissant des jetons d'une couleur différente. A tour de rôle, les joueurs disposent l'un de leurs jetons sur l'un des points du réseau, le but du jeu étant d'éviter de placer quatre de ses jetons suivant les sommets d'un carré. La constitution d'un carré, quelle que soit l'orientation ou la taille de celui-ci, entraîne 1 point de pénalité. Est gagnant le joueur qui a réalisé le score le plus faible. La figure 3 montre un exemple de partie. Le joueur aux jetons noirs a perdu en constituant cinq carrés... Il s'agit là d'une partie fictive et tout à fait médiocre. Deux joueurs quelque peu attentifs ne sauraient en effet capitaliser un nombre aussi grand de pénalités !
Ce jeu, cité dans un ouvrage de Martin Gardner, «Nouveaux jeux et divertissements mathématiques» (DUNOD) est intéressant en ce sens qu'il peut aider les enfants à appréhender la notion de carré dans toute sa généralité. En effet, l'enfant ne peut se limiter à ne prendre en considération que les «carrés droits» par opposition aux carrés de travers», si l'on s'en tient à la terminologie utilisée par certains enfants !... c'est-à-dire les figures qui répondent à une représentation particulièrement restrictive du carré. Au contraire, le fait que l'orientation des figures n'entre pas en ligne de compte, la construction de l'ensemble des carrés repose alors sur une perception plus riche, plus globale — bien que toute intuitive — des propriétés communes aux éléments de cet ensemble.



La construction du langage mathématique

par Raymond Hutin

(exposé présenté lors des rencontres internationales de Nantes en juillet 1977)

Le message en mathématique

Placer l'ensemble de la rencontre sous le thème général du message en mathématique constitue un exemple significatif de l'évolution du rôle joué par les mathématiques dans la civilisation d'aujourd'hui et de la place qu'elles occupent dans la vie quotidienne de tout un chacun.
Qui dit message sous-entend, en principe, un émetteur, la parole ou l'écriture, un récepteur l'écoutant ou le lecteur, et une relation de communication comportant plus ou moins de perturbations. Dans le langage oral, au sens où on l'entend habituellement, les perturbations proviennent principalement du fait que l'émetteur et le récepteur s'appuient chacun sur un référentiel distinct et que les connotations placées derrière les mots varient d'une personne à l'autre.
La tentation est grande de considérer le langage mathématique comme univoque, ne laissant place à aucune ambiguïté, compris de la même manière par tous les interlocuteurs. Or, il serait aisé de démontrer que le message mathématique, langage écrit par essence, laisse passablement de place à l'interprétation personnelle. Qu'on songe, par exemple, à l'interprétation des statistiques.
Le mathématicien rétorquera que l'ambiguïté réside dans l'utilisation que l'on fait du langage mathématique pour décrire un certain réel mais que, en lui-même, ce langage ne prête à aucune équivoque. Nous n'entrerons pas en discussion sur ce point mais nous poserons comme axiome que, les mathématiciens mis à part, tout le monde interprète, d'une manière ou d'une autre, le message mathématique en relation avec un certain réel et que les différences de référentiel signalées pour la langue en général se retrouvent au moins partiellement dans la communication de données mathématiques.
Ce problème, qui n'est pas neuf, prend une acuité particulière pour deux raisons. D'une part, le développement exponentiel de la science et de la technologie multiplie les occasions de rencontre et d'utilisation du langage mathématique dont le champ s'élargit de plus en plus et couvre pratiquement tous les aspects de la vie sociale et professionnelle. D'autre part, en corollaire, la demande croissante d'éducation et l'élévation du niveau de connaissances requis dans la quasi-totalité des professions exige la maîtrise par le plus grand nombre de ce qui était naguère réservé à une élite.
Il convient ici de préciser que le langage mathématique ne peut se réduire à la seule préoccupation de transmission d'un message. Il n'est pas nécessaire d'insister sur l'interaction entre la construction du langage et celle de la pensée. En mathématique, la connexion entre langage et pensée est probablement plus forte qu'ailleurs et le message mathématique servira tout autant, si ce n'est plus, à éclaircir et à préciser sa propre pensée qu'à communiquer avec autrui.

Avant d'aborder divers aspects du langage mathématique, il faut rappeler l'une de ses particularités. Contrairement à la langue, le langage mathématique n'est jamais redondant. Chaque «mot», chaque symbole fournit, à lui seul, toute la signification qu'il porte. Il n'est donc pas possible de le décoder de manière superficielle comme on a l'habitude de le faire lorsqu'on lit son journal. Cette rigueur, cette économie de moyens constituent certainement une source non négligeable de difficultés.

Les diverses formes du langage mathématique

Une partie de la controverse sur l'enseignement de la mathématique tient au fait que la distinction entre les différents niveaux du langage n'est pas nette, ce qui permet de reprocher à l'un son manque de rigueur, à l'autre son formalisme, à un autre encore des utilisations non conventionnelles.

Parmi les différentes formes possibles, au moins trois sont pertinentes dans une perspective d'apprentissage:

— le langage mathématique nécessaire à la vie quotidienne, celui qui n'a d'autre intention que de décrire ou de modéliser un certain réel; celui qui permet de lire son journal, de construire sa voiture, de gérer son budget, etc.;
— le langage mathématique conventionnel nécessaire à la compréhension des ouvrages mathématiques qui doit être non pas inculqué, mais construit de l'intérieur par l'élève, en particulier par celui qui poursuivra des études longues. C'est le langage de la communauté scientifique que nous n'aborderons pas au cours de cet exposé;
— le langage mathématique nécessaire à l'enseignant, métalangue pédagogique dont usent, et parfois abusent les novateurs de l'école, en particulier ceux qui militent pour réformer l'école élémentaire; cette métalangue est nécessaire mais elle court en permanence le risque d'enfermer l'enfant dans une relation particulière peu enrichissante, voire, si le maître n'y prend garde ou si sa formation est insuffisante, contradictoire par rapport aux objectifs recherchés.

Dans une perspective pédagogique, il s'agit de bien préciser à quel niveau de langage on se situe afin de ne pas confondre les moyens et les buts. Il faut aussi savoir ne pas brûler les étapes en exigeant au départ de l'élève un langage axiomatique détaché du réel, coupé de toute illustration de type physique ou géométrique, alors que ce langage axiomatique constitue justement l'aboutissement de la démarche et se construit progressivement par voie de modélisation et de généralisation à partir d'une multitude de supports réels.

Langage mathématique et vie quotidienne

Le principal reproche que l'on peut faire à un grand nombre d'auteurs de programmes et de réformateurs de l'école, c'est de souvent agir comme si la seule population scolaire était celle qui arrivera sur les bancs de l'université et de considérer simplement que les autres élèves acquerront une portion plus ou moins grande du bel édifice de connaissances destiné à l'élite.

Il est grand temps de concevoir le problème d'une tout autre manière et de se demander d'abord comment construire le curriculum des 70 à 80 % de la population scolaire qui n'ira guère au delà de la scolarité obligatoire. Certes, la formation d'une élite est indispensable à la survie d'une nation quelles que soient ses structures sociales ou politiques, mais la préparation de cette élite ne pourra se justifier, à long terme, si elle se fait au dam de la majorité de la population scolaire.

Il convient donc de s'interroger d'abord sur ce que l'école devrait apporter à tous ceux qui la quitteront vers 15 ou 16 ans.

Sur ce plan, l'analyse des documents montre que le langage utilisé dans les manuels d'arithmétique au début du siècle correspondait, au moins dans les grandes lignes, aux besoins du temps. Les problèmes de prix d'achat et de prix de vente, l'étude des fractions ordinaires simples, les notions de mesures permettaient de résoudre la plupart des problèmes posés par la vie quotidienne dans une économie de type rural relativement fermée.

Jusque vers 1960, les programmes de mathématique de l'école élémentaire n'ont guère évolué et sont peu à peu devenus anachroniques, surtout lors du boom économique de l'après-guerre avec les transformations technologiques et sociales qui l'ont accompagné.

Depuis 1960, pour tenter de rattraper le décalage, l'école s'est lancée en direction des mathématiques dites modernes avec l'espoir de répondre mieux aux besoins nouveaux. En fait, si elle a partiellement comblé son retard par rapport à la demande des universitaires, un certain nombre de facteurs — absence d'analyse globale des besoins, excès de formalisme, formation insuffisante des enseignants, engouement pour une mode, confusion entre apprentissage et combat idéologique, entre autres — ont provoqué le remplacement d'un enseignement inadéquat mais accepté par la plupart des parents par un enseignement tout aussi inadéquat et qui, consacrant la rupture avec le passé, teinté d'un soupçon d'ésotérisme, allait provoquer les remous que tout le monde connaît.

Si la situation a évolué au cours des cinq dernières années, on est encore loin du compte. Aucune analyse sérieuse des besoins de la majorité de la population ne permet de fonder le choix des programmes, le mathématicien défend la pureté de sa discipline, le psychologue croit à la vertu de la mathématique ensembliste pour la formation du raisonnement logico-mathématique, le monde professionnel utilise les calculatrices mais prône les vertus du calcul mental, le professeur cherche dans la pédagogie par objectifs le moyen de découper un enseignement formalisé à l'extrême avec l'espoir que la succession des doses homéopathiques guériront le malade. Nous ne sommes pas en

présence d'un langage, mais d'une multiplicité de langages qui s'affrontent et s'entremêlent, chacun cherchant à conserver son propre jargon.
Il faut donc tenter, dans ce magma, de déterminer des axes directeurs. Sans négliger les besoins propres aux futurs scientifiques, la scolarité obligatoire devrait avoir comme double objetcif le développement du raisonnement logico-mathématique qui permet de fonder le jugement et la mise à disposition du langage donnant la possibilité de décoder les messages mathématiques qui fourmillent dans la vie courante.
Ouvrons n'importe quel journal: l'aliénation à la publicité fallacieuse, l'utilisation démagogique des statistiques, les entorses conscientes ou inconscientes au raisonnement logico-mathématique constituent autant d'armes contre celui qui n'est pas capable de rétablir l'échelle de mesure convenable, de distinguer les sophismes, de découvrir les contradictions internes.
Contrats de travail, de vente, d'assurance, de location, déclarations d'impôts, sécurité sociale, partout le message mathématique est sournoisement présent, prêt à piéger celui qui, mathématique moderne ou non, ne le domine pas.
Quelle que soit l'idéologie à laquelle on se rattache, il n'y a, à long terme, rien à gagner à l'entretien d'un sous-développement mathématique dans le but de conserver ou d'obtenir une position dominante sur les esprits à travers un simili-cartésianisme. L'école se doit de favoriser, chez tous les élèves, la construction des instruments nécessaires au décodage de l'information logico-mathématique.
Dans cette perspective, il ne suffit pas de munir les élèves d'un langage axiomatique se suffisant à lui-même. Il n'est pas possible que le mathématicien, pur parmi les purs, laisse à d'autres le soin de faire des mathématiques appliquées. C'est tout au contraire à partir de la réalité, par la modélisation, la mathématisation de situations de la vie courante que la construction d'un langage abstrait prendra tout son sens et que ceux qui en ont les moyens intellectuels pourront, à un moment donné, dépasser le réel pour aborder le raisonnement purement abstrait.

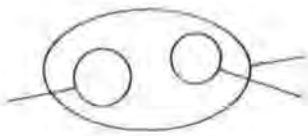
Langage mathématique et vie scolaire

En admettant que les buts de l'enseignement de la mathématique aient été définis par rapport aux besoins de la société contemporaine, se pose alors la question des moyens à mettre en œuvre pour atteindre ces buts. Quelle langue mathématique faut-il utiliser à l'école ? Quelles formes de ce langage sont accessibles aux différents âges ?
Les travaux des sociologues de l'éducation mettent en évidence la relation entre le bilinguisme culturel et l'échec scolaire. On sait que les enfants de milieu socio-économique défavorisé ne pratiquent en général pas le langage qui constitue la norme à l'école et que la scolarité sera d'autant plus difficile que la distance du milieu familial par rapport à cette norme sera plus grande.
Le langage mathématique n'échappe pas à la règle. Il est évident, que l'apprentissage de la mathématique passe par le canal de la langue maternelle et que

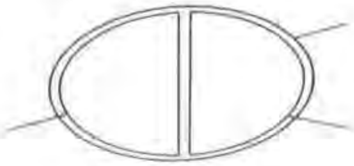
les perturbations dues à l'absence d'un référentiel commun vont occulter ou transformer la communication. L'élève n'entendra que partiellement ce que le maître lui communique. L'enseignement trouvera, dans la réponse de l'enfant, non pas ce que l'enfant dit mais ce que lui, le maître, attend que l'élève dise. Que l'on songe un instant à la manière dont sont corrigées les copies d'examen: la réussite de l'élève dépend plus de sa capacité à rédiger sa réponse dans la forme attendue par le professeur que de sa réelle compétence mathématique. Mais la difficulté ne réside pas seulement dans la langue utilisée pour parler de mathématique. Le langage mathématique lui-même qui paraît, par sa rigueur et sa clarté, peu susceptible de véhiculer l'ambiguïté, est une source de confusion lorsque l'expérience vécue qu'il décrit est par trop différente entre les interlocuteurs.
La pratique pédagogique fournit de nombreux exemples, même dans les domaines qui paraissent les plus limpides, de situations où la transmission du message peut subir des distorsions. Prenons deux cas parmi les plus simples:

- un enfant déclare qu'il n'est pas possible d'écrire 7 — 5 parce que «7 n'est pas moins que 5»;
- dans une autre classe, alors que l'institutrice attend qu'un petit problème soit résolu par la pose de l'équation $8 - 5 = 3$, un enfant écrit $6 + 7 = 2 + 8 = 3$, ce qui, bien entendu, est considéré comme une aberration alors que le raisonnement, dans le langage de l'enfant, s'explique parfaitement par la démarche: «Pour aller de cinq à huit il me faut le sixième plus le septième, ça fait 2, plus le huitième ce qui fait bien 3».

La réforme de l'enseignement a mis l'accent, à juste titre, sur la construction d'instruments de représentations. Pour appréhender le réel, pour mettre de l'ordre dans les données, en un mot pour mathématiser une situation, le sujet doit recourir à des représentations plus ou moins figuratives, plus ou moins symboliques. Mais l'emploi de ces représentations demande un consensus, un langage commun, dont l'importance est trop souvent sous-estimée. Prenons un exemple simple: quel degré d'abstraction faut-il pour interpréter un diagramme de Venn destiné à représenter une situation soustractive ? Combien d'enfants éprouvent de la difficulté à comprendre un diagramme présenté sous cette forme:



que le maître a tendance à dessiner très souvent alors qu'une légère modification du dessin comme ceci:



suffit pour modifier profondément la compréhension du sujet.

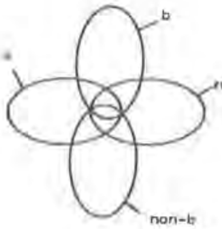
Il n'est pas nécessaire de multiplier les exemples pour montrer que, selon l'expérience extra-scolaire, selon l'environnement, selon les jeux pratiqués par l'enfant, selon le statut que donne la famille à l'expression écrite, les élèves d'une même classe se trouveront dans une position fort différente à l'égard des représentations qui leur sont proposées.
Le problème sera encore plus aigu lorsque le sujet choisira lui-même ses modèles de représentation. Les représentations fournies par l'enfant sont parfois chargées d'une signification que le maître perçoit d'une manière totalement différente de celle de l'élève, ce qui l'empêche de découvrir les failles du raisonnement. L'école n'accorde pas suffisamment d'importance à la construction du message. Et surtout, elle ne donne guère l'occasion de vérifier si le message produit est compris. Le recours au dessin pour élucider un problème est une technique que toutes les écoles normales ont enseignée aux élèves-professeurs. Et pourtant chaque enseignant sait que, pour recourir à la bonne représentation symbolique, le sujet doit avoir préalablement compris le problème.
L'élaboration du message mathématique constitue, au moins pendant la scolarité élémentaire, un objectif en soi et le contrôle de la qualité du message ne devrait pas être le fait du professeur qui sait déjà et qui verra dans le graphique les choses qu'il souhaite voir, mais bien son décodage par les pairs, par d'autres élèves qui, du fait de leurs réactions différentes et par leurs demandes de précision contribueront efficacement à la prise de conscience des insuffisances dans la formulation.
Le langage mathématique, comme toute langue, est un système de formes (mots, symboles, représentations), de structures formelles et de règles (ordre des mots ou des symboles, mode de concaténation, etc.). Ce langage, qui suppose un apprentissage, sert à désigner des objets, à exprimer des relations, à relater des événements qui sont eux-mêmes objets d'apprentissage.
Il s'ensuit que l'enseignement doit poursuivre un double but: contribuer à l'acquisition des notions mathématiques d'une part, construire les instruments de représentation et d'expression d'autre part.
Ce n'est pas une tâche simple et trop souvent, la confusion des deux buts fait que l'enseignant emploie un langage mal assimilé pour décrire une notion

inconnue. Les exagérations qui ont poussé certaines écoles à rejeter toute compromission avec les mathématiques appliquées ou avec la réalité physique sous prétexte de pureté formelle et de raisonnement axiomatique ne conduisent qu'à des impasses. C'est au contraire dans l'exploitation de la mathématique pour décrire le réel, pour le modéliser, le mathématiser, le généraliser, que se trouve la base qui permettra progressivement le passage à l'abstraction.
Or, il faut bien convenir qu'une telle démarche trouve difficilement sa place dans les manuels qui accueillent beaucoup plus facilement des collections d'exercices bien programmés, aseptisés, conçus pour inculquer les notions et non pour les faire apprendre. Comment un manuel pourrait-il tenir compte de la différenciation des vécus antérieurs des élèves qui l'utilisent ? Dans ce domaine, la part du maître est immense, sa capacité de s'effacer pour permettre à l'enfant sa propre appropriation des notions mathématiques est primordiale. La mathématisation du réel implique une disponibilité, une clarté de vue, une confiance en le potentiel des élèves bien plus grandes que la simple transmission répétitive des algorithmes et des formules. Il faut faire confiance à l'élève, le mettre en état d'apprendre. Il faut ne pas avoir peur de perdre du temps, ne pas vouloir des performances immédiates mais miser sur une construction progressive et harmonieuse. Dans la mesure où les insuffisances de l'enseignement antérieur par rapport à l'attente de la société actuelle sont connues, il paraît raisonnable de rechercher de nouvelles voies.

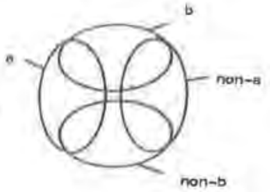
Les représentations ensemblistes

La rénovation de l'enseignement s'est résolument placée dans une perspective ensembliste et le diagramme de Venn est devenu le fanion de la mathématique moderne. On constate hélas trop souvent que ce type de diagramme peut faire l'objet d'un enseignement stéréotypé dans lequel les opérations d'intersection et de réunion sont enseignées sans que la logique des classes ne soit présente. L'enfant apprend à jongler avec des mots, à définir en extension ou en compréhension des collections, mais comme il n'assimile pas la logique sous-jacente au diagramme, il perçoit mal les informations qui lui sont fournies et ne maîtrise pas la relation entre affirmation et négation. Il apprend à utiliser le diagramme dans un certain nombre de situations scolaires mais il ne l'assimile pas en tant que moyen pour mettre de l'ordre dans une situation complexe.
Dans un souci d'obtenir les performances qu'on attend de lui, l'enseignant multiplie les exercices formels dans lesquels on classe des lettres ou des nombres. Le but paraît momentanément atteint mais la notion n'a aucun caractère opératoire et ne pourra être exploitée en vue de la compréhension d'autres notions.
Voici quelques exemples significatifs des erreurs commises. Dans une recherche qui cherche à vérifier dans quelle mesure les enfants de 9 à 11 ans avaient assimilé les modèles de classement, le matériel comprend trois critères, a, b, c.

On demande aux élèves de construire un diagramme de Venn utilisant les critères a et b. La réussite est générale.
Lors d'une seconde passation, la consigne est modifiée en ce sens que l'on demande cette fois de construire le diagramme de Venn utilisant les critères a, non-a, b et non-b. Dans un grand nombre de cas, on obtient les dessins suivants:



ou



Une analyse plus fine montre que, dans les classes participant à l'expérience, de nombreux exercices de classement ont été effectués, mais que toujours les critères de tri étaient donnés.

(Exemple: A = Multiples de 3 B = Multiple de 5
Classez les nombres de 15 à 30)

Le message est donc très incomplet et ne fonctionne que dans une seule direction. Des résultats nettement meilleurs ont été obtenus dans les classes où la part de création par les élèves était plus large.

(Exemple: Voici un matériel à explorer. Essayez de construire différents diagrammes permettant de le classer)

et où la vérification de la non-ambiguïté du diagramme obtenu intervenait par l'intermédiaire d'une discussion entre élèves.

On rencontre le même problème, sous une forme légèrement différente, à propos du diagramme en arbre. Dans une épreuve destinée à des élèves de 9 ans, on trouve la question suivante:

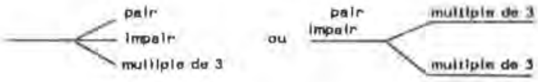
«Un dessinateur a commencé à dessiner des bonshommes. Il y en a des grands et des petits. Il y a ceux qui ont une casquette et ceux qui n'ont pas de casquette. Certains bonshommes ont une fleur et d'autres n'ont pas de fleur.
Dessine l'arbre de classement qui permet de classer tous les bonshommes qu'on pourrait dessiner.»

Le taux de réussite est de 83 % dans une population de 3000 sujets.

Un an plus tard, les élèves sont soumis à la question suivante:

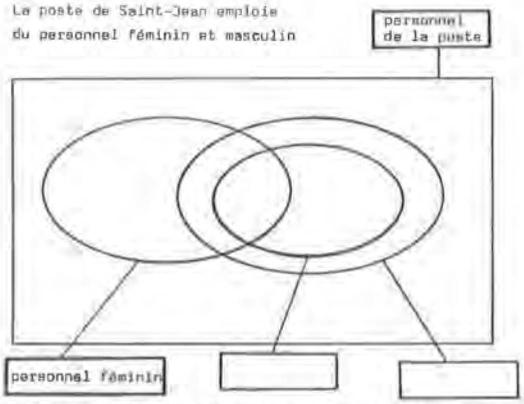
«Dessine un arbre de classement qui permette de trier: les nombres pairs, les nombres impairs, les multiples de 3. Inscris, à l'extrémité de la branche qui convient, le nombre 30.»

Le taux de réussite tombe à 48 %, la moitié des sujets fournissant des réponses du type



Un autre exemple sera tiré d'un test destiné aux élèves de sixième. Voici l'item qui leur est proposé:

La poste de Saint-Jean emploie
du personnel féminin et masculin



a) Choisis parmi les étiquettes ci-dessous celles qui te permettent de compléter le schéma. Remplis les cases vides.

personnel qui ne travaille pas à la poste

dames qui travaillent dans les bureaux

personnel qui travaille dans les bureaux

personnel de bureau qui trie le courrier

b) Colorie les plages qui signifient "personnel masculin"

La partie a de l'item est réussie par plus de 60 % des élèves. En revanche, la question b ne donne qu'un rendement de 25 %, ce qui montre bien que le diagramme n'est pas intériorisé en tant qu'instrument de pensée.
En conclusion, l'échec dans l'utilisation des représentations ensemblistes provient du fait que l'on cherche à inculquer à l'élève un modèle avant qu'il ne maîtrise le réel qui doit apparaître par l'intermédiaire de ce modèle. L'activité de l'enfant devrait d'abord porter sur le classement hors de toutes con-

tingences imposées du dehors. La compréhension de la négation, du tiers exclu, de l'appartenance simultanée d'un objet à plusieurs collections non disjointes ne se tire pas de l'utilisation d'un diagramme donné par le maître. Le langage conventionnel apparaît au contraire comme l'aboutissement d'un processus de maturation qui donne lieu successivement à l'émission de messages de plus en plus complexes. C'est seulement dans une phase ultérieure, quand les modèles de représentation sont parfaitement intériorisés et qu'ils ont acquis un caractère opératoire, qu'ils deviennent des instruments utiles au développement de la pensée.

Conclusion

La construction du langage mathématique exige qu'il y ait communication, que le message réalisé soit transmis pour décodage à d'autres élèves sans intervention préalable du maître. Il faut que le sujet constate de lui-même l'insuffisance de l'information fournie, son ambiguïté ou sa redondance. La mathématisation d'une situation, c'est-à-dire l'utilisation d'un modèle mathématique préalablement connu ou construit ad hoc constitue l'un des moyens privilégié d'élaboration du langage mathématique.
Pour atteindre le but visé, on ne peut se contenter des problèmes désincarnés présentés par les manuels. L'enseignement de la mathématique doit s'effectuer en prise directe avec le réel, le rôle essentiel de l'enseignant étant de choisir, parmi tous les réels possibles, ceux dont l'étude favorisera l'assimilation des notions qu'il est chargé d'enseigner. Il s'agira pour l'élève, non pas d'apprendre à répondre aux questions posées mais bien d'apprendre à se poser des questions, à trouver les démarches permettant d'y répondre, à communiquer graphiquement ou symboliquement les informations dégagées du réel, à susciter les confrontations qui conduiront de l'étude d'un cas particulier à la généralisation du concept.

Noisette... (2)

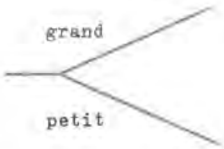
● Dans la plupart des classes on connaît la machine à calculer qui ne fournit pas la solution d'une opération mais qui, la solution ayant été donnée, indique par une lumière verte ou rouge si celle-ci est correcte.

Avez-vous essayé d'afficher 10 : 3 = 3 ?
Que répond la machine ?
Et si vous donnez comme réponse 3,3 ou 3,333 ou 3,3333 ?

Ceci étant dit, vos élèves sauront-ils déterminer le degré de précision de l'appareil ?
Sera-t-il du même ordre lorsqu'on divise par 3, par 7, par 23... ou par 647 ?

... et buisson de ronces !

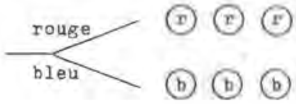
● Dans un cours destiné aux parents, l'animateur présente l'arbre de classement et travaille sur un référentiel comprenant des objets de deux tailles et de deux couleurs. Il porte donc sur l'arbre les indications :



... et entend à ce moment une maman dire à mi-voix à sa voisine :

— Tu vois ! Lui, il écrit grand et petit, tandis que dans la classe de mon fils, la maîtresse compte faux cette réponse et exige «grand», «non-grand».

Ceci est à rapprocher, dans le sottisier de la mathématique, de cet enseignant étranger qui déclarait au cours préparatoire qu'en mathématique moderne les triangles ne s'appellent plus des triangles mais des pointus... !
Lorsque le maître veut obtenir une dichotomie décrite par «grand» et «non-grand», il est indispensable que le matériel utilisé comporte au moins trois tailles différentes.
De même, il serait ridicule d'exiger de l'enfant qu'il écrive «rouge» et «non rouge» lorsque le matériel comporte des objets de deux couleurs seulement et répond, par exemple, parfaitement à la distinction:



Pour rendre l'étiquette «non-rouge» nécessaire, il faut présenter un matériel comportant au moins trois couleurs:

Si, dans un exercice, le but est de faire apparaître la négation, la consigne le précisera de manière explicite afin de ne pas surprendre la bonne foi de l'enfant qui a eu l'idée de choisir la solution la plus claire en fonction de la situation qui lui est proposée.
L'équivalence des étiquettes «petit» et «non grand» ou «bleu» et «non rouge», correspondent toujours à des cas bien particuliers.

J. A. 1211 GENEVE 6

TABLE DES MATIERES

Abonnements:

Suisse: F 12.—, Etranger F 14.—, CCP 12 - 4983. Paraît 5 fois par an. Service de la Recherche Pédagogique; 11, r. Sillem, CH 1207 Genève. (Tél. (022) 35 15 59).

Adresse: Math-Ecole; 11, rue Sillem, CH-1207 Genève; CCP 12 - 4983

Imprimerie typo-offset Fiorina & Burgener, 1950 Sion