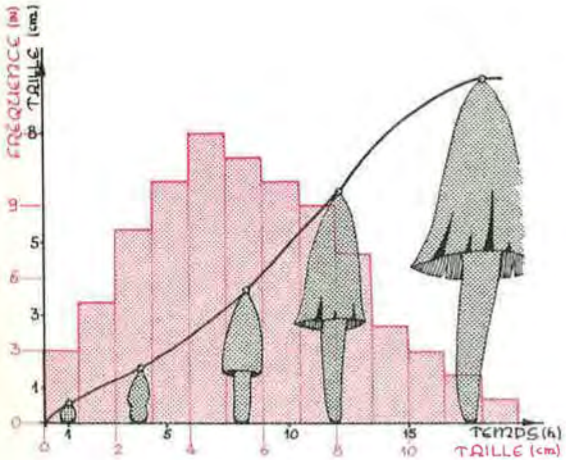
86



MATH ECOLE

JANVIER 1979
18e ANNEE

MATH ECOLE 86

18e ANNEE — Paraît cinq fois par an — JANVIER 1979

Editorial

On y est !

Les classes pilotes ont fait leur chemin.
La nouvelle méthodologie est employée dans les six premières années de la scolarité.
Le corps enseignant, face aux découvertes des enfants, aux remises en question auxquelles il est soumis, est-il conscient de l'esprit nouveau ? Est-il conscient que lui aussi doit... !
Si beaucoup de maîtres regrettent de n'avoir pu eux-mêmes suivre le chemin que vivent actuellement leurs élèves, qu'ils se réjouissent.
En effet, la réédition du manuel de première année est sous presse. Les autres suivront.
Vos expériences quotidiennes, en classe, ont modifié et modifieront encore les activités proposées dans nos manuels. Ainsi, la remise en question dans les leçons de mathématique n'est déjà plus un privilège réservé seulement aux enfants qui nous sont confiés.
Les difficultés rencontrées par les élèves lors de l'approche d'une nouveauté sont celles que chacun rencontre dans son travail quand il se demande s'il est nécessaire d'insister sur telle ou telle partie de la leçon ou s'il convient de modifier quelqu'autre notion.
Seule la révision périodique — actuellement en cours — des moyens d'enseignement nous permet de progresser et d'approcher au mieux le but de tout enseignement: donner le meilleur.

René Dénervaud

Le numéro précédent contenait un bulletin de versement. Avez-vous pensé à l'utiliser pour régler votre abonnement 1979. Merci pour votre fidélité.

IVe Forum mathématique

par Michel Dokic, Crans/Valais, 27-29 novembre 1978

Quelque 130 personnes, déléguées de chaque canton suisse, ont participé pendant trois jours à ce quatrième forum mathématique consacré cette année à la géométrie. Il n'était pas dans les intentions des organisateurs d'arriver à établir un consensus général sur l'enseignement de la géométrie, mais plutôt de mener un recensement de tout ce qui se pratique dans ce domaine.
Il est exemplaire de constater que l'ensemble des groupes de travail a adopté comme démarche structurant sa réflexion, *la situation de recherche.* C'est dire que la majorité des participants sont partis de travaux pratiques qu'ils ont réalisés eux-mêmes sur place, ou d'activités présentées préalablement à des enfants. Sans doute est-ce téméraire de penser que tout le monde est acquis à la pédagogie dite de situation; mais peut-être y a-t-il là signe d'une certaine évolution quant à la conception didactique d'un cours et à la manipulation active favorisant la structuration de certaines notions.

La géométrie, qu'est-ce que c'est ?

Personne ne s'est aventuré à donner une définition stricte du champ que couvre cette discipline. L'intérêt était ailleurs. Ainsi on s'est plu à souligner que l'opinion publique, si sensibilisée aux quatre opérations arithmétiques, continue à ne voir et à ne vouloir qu'une géométrie centrée sur des questions de *calcul*, de mesures de distances, d'angles, d'aires ou de volumes. La géométrie des transformations, une toute autre affaire !
Cet état de fait laisse une grande liberté de manœuvre pour l'enseignant. Présenter un matériel et inviter les élèves à manipuler, poser des hypothèses, découper, coller donnent les moyens de se dégager des sempiternelles activités «papier-crayon» et d'appréhender réellement, concrètement l'espace. Il est sûr que ce n'est pas la seule manière d'aborder le monde de la géométrie, mais la majorité des participants s'accordent pour considérer que c'est là une voie privilégiée.

Exigences de cette approche

Il convient dans toute situation d'apprentissage d'essayer de définir les objectifs que poursuivent ces activités dans le cadre des programmes officiels. La tâche n'est pas aisée, il reste du pain sur la planche. A quels élèves s'adressent

ces travaux et quels profits peuvent-ils en tirer ? La chance des enfants, confrontés à ce type d'approche, est que l'enseignant favorise non seulement la mise en action des *processus de découverte* mais donne à chaque élève l'occasion d'exercer une certaine *autonomie* dans le travail solitaire ou de groupe. Encore faut-il trouver un équilibre entre les exercices et les problèmes à résolution standard, et les situations qui restent «ouvertes», même pour les enseignants. C'est désécurisant, ont affirmé certains maîtres, mais c'est le chemin qui offrira le plus de richesses d'apprentissage !
Un groupe a relevé dans son compte rendu que toute expérimentation spatiale, avec l'aspect qualitatif qu'elle implique, est utile (en terme de profit) à l'élève tout autant qu'un simple entraînement à l'utilisation de formules d'aires ou de volumes. Fasse que cela soit entendu par tous.
Il ne faut pas opposer manipulation et formalisation, mais favoriser l'appréhension synthétique de l'espace (thème repris dans l'exposé d'André Delessert qui figurera dans les actes du Forum). Il n'y a pas antinomie entre expérimentation et approche progressive du raisonnement. Bien au contraire, l'un ne se fait pas sans l'autre, du moins convenablement.

Les modèles en géométrie

Plusieurs modèles, constructions géométriques à trois dimensions, ont été exposés durant le forum. Les enfants, nous a-t-on affirmé, en tirent grand profit. C'est une approche particulière et fascinante que la construction de modèles en géométrie. S'il existe des modèles courants, facilement réalisables tels que le cube ou le parallélépipède, il nous a été donné de découvrir des modèles complexes, surprenants dans leur présentation et leur interprétation.
Les objectifs visés par ce type de démarche sont de rendre les élèves capables de travailler méthodiquement et de leur apprendre à maîtriser une technique. Ici la découverte de l'espace passe par la compréhension et l'utilisation des codages. L'enseignant favorise l'intuition, la généralisation, l'abstraction et la vision synthétique. Cette pédagogie laisse la première place à l'imagination, à la sensibilité, à l'aspect esthétique. De cette didactique, relevons l'utilisation d'un mode de communication non verbal qui n'est certes pas à négliger. Un point d'interrogation subsiste: quelle formation pour l'enseignant ? Il est vrai que l'animateur qui a présenté et proposé ces modèles, a davantage parlé de sa passion pour les modèles que de la technique nécessaire.

L'évaluation en géométrie

Ce point n'a pas particulièrement retenu l'attention des enseignants au cours de ce forum. Toutefois certains participants sont tombés d'accord pour faire ressortir que l'évaluation, pratiquée dans leur classe, a toujours été du type «papier-crayon», sans déborder jamais le plan.

Il est bien évident qu'il faut sans cesse passer du plan à l'espace à trois dimensions ou inversément. Mais quel maître pourrait rester insensible à cette évaluation extérieure qui sanctionne les élèves et qui se confine à l'application d'une formule ou à la pseudo-démonstration d'un théorème. Son enseignement en est profondément marqué. Il faut sans cesse distinguer les objets géométriques des actions que l'on opère sur eux; dans l'étude des objets, distinguer le discret et le continu. Tout cela implique donc d'*inventer d'autres stratégies d'évaluation*, davantage pour encourager l'élève que pour le sanctionner; une évaluation liée à l'invention et à l'imagination dont sont nantis tous les enfants.

La coordination de l'enseignement de la mathématique en Suisse

Le bulletin numéro 66/67 du centre suisse de documentation en matière d'enseignement et d'éducation présente un compte-rendu du symposium qui a réuni en juin dernier 70 délégués provenant de toutes les régions de Suisse.
Les buts principaux de cette rencontre étaient l'examen des résultats d'une enquête conduite dans toute la Suisse à la fin de 1977, l'estimation des effets des décisions prises en 1974 par la Conférence des chefs de Départements (des ministres cantonaux) de l'Instruction publique, la recherche de nouvelles stratégies de coordination.
Les participants constatent que, malgré des différences régionales, à l'école primaire, le renouvellement évolue dans la même direction. On note que «l'écart entre la Suisse romande et les autres régions de Suisse diminue progressivement pour ce qui a trait à la modernisation des contenus, des manuels ou fiches d'élèves, et des méthodes d'enseignement».
Pour les dernières années de la scolarité obligatoire, la situation est plus disparate. En raison des différences de structures scolaires notamment, la coordination sera œuvre de longue haleine.
Dans toutes les régions, on attache maintenant beaucoup plus d'importance aux méthodes d'enseignement qu'aux contenus.

Traits communs:
«— *On prend comme point de départ des activités et des situations plutôt que des contenus;*
— *On donne plus de poids à la compréhension qu'aux automatismes dans l'apprentissage des techniques de calcul;*
— *On apprend aux élèves à travailler par eux-mêmes en s'appuyant sur un matériel diversifié;*
— *On s'applique à donner confiance aux élèves.*»

Les participants au symposium font des propositions diverses pour que soit poursuivi et intensifié l'effort de concertation et de coordination au niveau de l'ensemble du pays.

Aux joueurs de Y A T !

Prolongements mathématiques du jeu de dés proposé dans Math-Ecole 81
présenté par Danielle Berney et Marcelle Goerg

Combien de chances ai-je d'obtenir... ?
Combien de possibilités y a-t-il d'avoir... ?
Quelle est la probabilité d'obtenir... ?

... Les réponses intuitives ne sont pas (toujours) les meilleures,
Nous l'allons montrer tout à l'heure !...

Rappel:

> La probabilité est le rapport du nombre de cas favorables (chances) sur le nombre de cas possibles.
>
> $$O \leqslant P \leqslant 1$$

Activités et représentations graphiques.

1. Avec un 

en 1 lancer:

— *Combien y a-t-il de chances d'obtenir*  *?*

Un dé a **6** faces, **1** seule porte le .

1 chance sur 6, probabilité de $\frac{1}{6} = 0{,}166$ ...

— *Combien y a-t-il de chances de ne pas obtenir*  *?*

5 chances sur 6, probabilité de $\frac{5}{6}$.

2. Avec 2  en 1 lancer:

— *Combien de chances avons-nous d'obtenir*  *et*  *?*

Cette question détermine 2 situations:

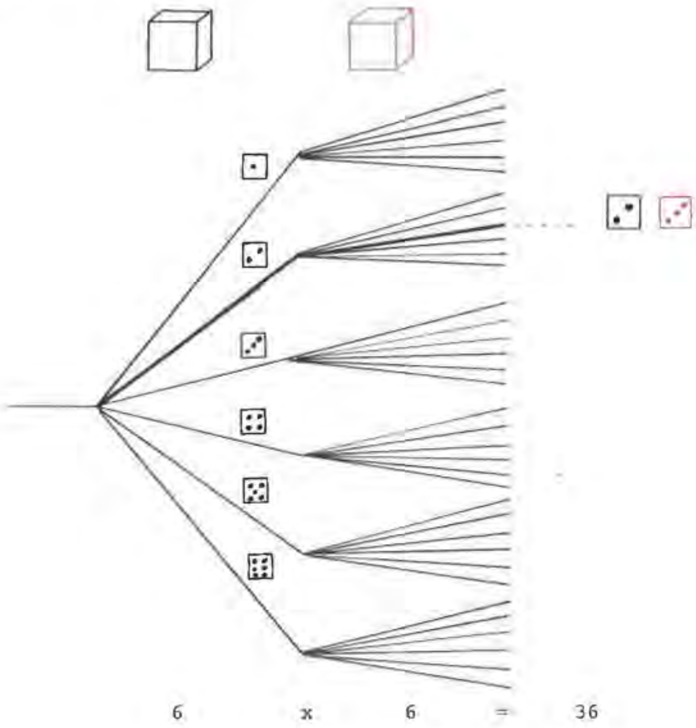
A. Avec contrainte:
⚁ ⚂ (2 sur le noir et 3 sur le rouge).

B. Sans contrainte:
⚁ ⚂ ou ⚂ ⚁

A. Avec contrainte:
1 chance sur 6 d'avoir ⚁
1 chance sur 6 d'avoir ⚂
donc 1 chance sur 36 d'avoir ⚁ ⚂
Probabilité: $\frac{\text{chances}}{\text{possibilités}} = \frac{1}{36}$

En classe, afin de mieux visualiser ces possibilités et les chances d'obtenir la situation recherchée, les élèves peuvent s'aider de *représentations graphiques,* telles que:

a) Arbre de classement.



Nombre de possibilités: $6 \times 6 = 36$
1 seul chemin sur les 36 donne la solution

Probabilité: $\left[\frac{1}{36} \quad \frac{1}{6 \cdot 6} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6^2}\right]$

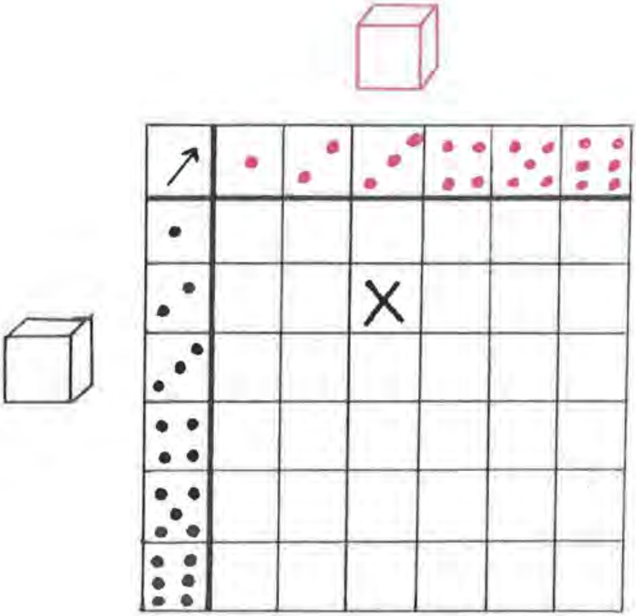
— *Avec* , *quelle est la probabilité d'obtenir* ?
(ou , ou ... ?)

Nombre de possibilités: $6 \times 6 \times 6 = 6^3 = 216$

Probabilité: $\frac{1}{216}$ $\left[\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6^3}\right]$

— *Avec 4 dés ?* *avec 5 dés ?* *avec n dés ?*

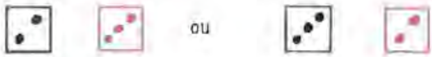
b) Tableau à double entrée.

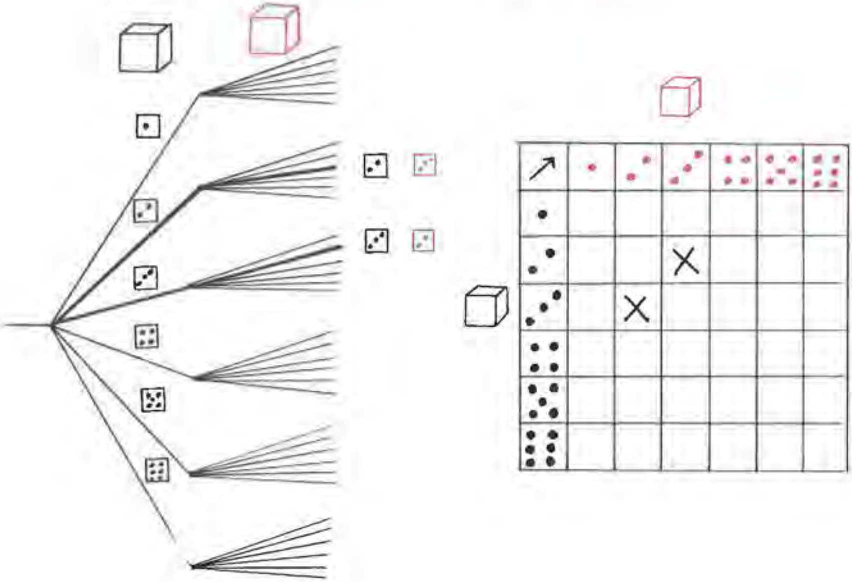


Nombre de possibilités: $6 \times 6 = 36$
1 seule case sur les 36 donne le couple

Probabilité: $\frac{1}{36}$ $\left[\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6^2}\right]$

B. Sans contrainte:





Note:
— L'arbre pourrait tenir compte d'abord du , ensuite du .
— De même le tableau à double entrée pourrait être lu dans l'autre sens !

Nombre de possibilités: $6 \times 6 = 36$
Nombre de cas favorables: 2 (2 chemins ou 2 cases)

Probabilité: $\frac{2}{36}$ $\left[\frac{2 \cdot 1}{6 \cdot 6} = \frac{2}{6^2}\right]$

Sur le , on peut obtenir ou , donc la probabilité est de $\frac{2}{6}$.

Sur le , on ne peut obtenir que la deuxième demande, donc la probabilité est de $\frac{1}{6}$.

— *Avec   , quelle est la probabilité d'obtenir   ?*
(les faces étant différentes et la couleur du dé non définie).

Nombre de possibilités: $6 \times 6 \times 6 = 6^3 = 216$
Nombre de cas favorables: 6

Probabilité: $\frac{6}{216} \quad \left[\frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{6 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{3\,!}{6^3}\right]$

Liste des triplets:

⚁	⚂	■
⚁	⚃	■
⚂	⚁	■
⚂	⚃	■
⚃	⚁	■
⚃	⚂	■

— *Avec 4 dés ?* (faces différentes, couleur non définie)
— *Avec 5 dés ?* (faces différentes, couleur non définie)
— *Qu'en est-il si des faces sont semblables ?*
— *Qu'en est-il si on a plus de 6 dés à disposition ?*

Réflexions en cours de jeu (pour le maître)

I ⚄ ⚄ ⚄ □ □

On a obtenu, après 2 lancers: ⚄ ⚄ ⚄; restent 2 dés et 1 lancer.

— *Quelle est la probabilité de réussir, en 1 lancer:*

— le YAT ?
⚄⚄⚄⚄⚄ $\frac{1}{36}$ $\boxed{\bullet}$

— le CARRE ?
⚄⚄⚄⚄□ $\frac{10}{36}$ $\boxed{\times}$

— la LUNE ?
⚄⚄⚄⚀⚀ $\frac{5}{36}$ $\boxed{\triangle}$

↗	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	△				X	
⚁		△			X	
⚂			△		X	
⚃				△	X	
⚄	X	X	X	X	●	X
⚅					X	△

— 2 PAIRES ?

$\underbrace{⚄⚄}\,⚄\,\underbrace{⚁⚁}$ $\qquad \frac{16}{36} \qquad \left[\underset{\text{carré}}{\frac{10}{36}} + \underset{\text{lune}}{\frac{5}{36}} + \underset{\text{yat}}{\frac{1}{36}}\right]$

Remarques: Les 2 paires sont contenues dans *le carré* [⚄ ⚄ ⚄ ⚄ □] et dans *la lune* [⚄ ⚄ ⚄ ⚁ ⚁] et dans le *yat* [⚄ ⚄ ⚄ ⚄ ⚄], d'où l'addition des probabilités.

II ⚄ ⚄ ⚄ □ □

On a obtenu, après 1 lancer: ⚄ ⚄ ⚄; restent 2 dés et 2 lancers.

— *Quelle est la probabilité d'obtenir, en 2 lancers au maximum, le YAT ?*

3 cas sont à envisager, après le premier lancer:

— soit on obtient du premier coup *le yat* (⚄⚄)
— soit on obtient 1 dé ⚄ et on tentera de sortir au 2e lancer un autre ⚄
— soit on n'obtient pas de ⚄ au 1er lancer, mais alors il faudra sortir ⚄ et ⚄ au 2e lancer.

Si l'on veut connaître la probabilité d'avoir *un yat en 2 lancers au maximum*, on additionnera les probabilités de chacun de ces cas.

		3 cas	
1er lancer:	yat réalisé	carré réalisé	pas de ⚄
	$\frac{1}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{25}{36}$
	⚄ ⚄	⚄ □	□ □
	↓	↓	↓
2e lancer:	inutile	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{36}$
Après le 2e lancer:	$\frac{1}{36}$ +	$\frac{10}{36}\cdot\frac{1}{6}$ +	$\frac{25}{36}\cdot\frac{1}{36}$

$$= \frac{(1 \cdot 36) + (10 \cdot 6) + (25)}{36 \cdot 36} = \frac{121}{1296} = 0{,}093...$$

Remarques:

1. Il y a 10 chances sur 36 d'obtenir un carré au 1er lancer, il y en a 1 sur 6 au 2e lancer de sortir ⚄, d'où la probabilité $(\frac{10}{36} \cdot \frac{1}{6})$.
2. De même, il y a 25 chances sur 36 de ne pas obtenir de ⚄ au premier lancer, il y en a 1 sur 36 au 2e lancer de sortir ⚄ et ⚄, d'où la probabilité $(\frac{25}{36} \cdot \frac{1}{36})$.

III ⚅ ⚄ ⚁ ⚀ ⚂

On a obtenu après 1 lancer, cette situation.
Imaginons que la nécessité à ce moment du jeu est de *réaliser 1 paire* (parmi les plus payantes).

2 choix sont donc possibles.

A

— garder le ⚅
— reprendre les 4 autres dés
— les lancer 2 fois
— essayer d'obtenir au moins un ⚅

B

— garder le ⚅ et le ⚄
— reprendre les 3 autres dés
— les lancer 2 fois
— essayer d'obtenir au moins un ⚅ ou un ⚄

— *Quelle est la probabilité de réussir A ? B ?*
— *Lequel de ces 2 choix a le plus de chances d'aboutir ?*

Remarque:

Dans le cas A, on dispose de 4 dés, mais on doit sortir obligatoirement un ⚅.
Dans le cas B, on dispose de 3 dés, mais on peut sortir 2 résultats, un ⚅ ou un ⚄.

A ⚅ □ □ □ □

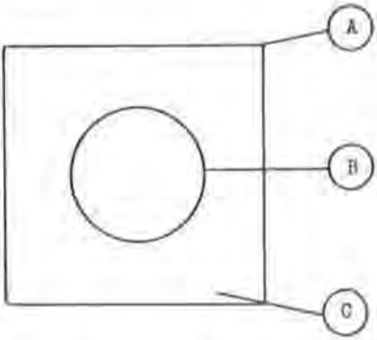
— *Quelle est la probabilité d'obtenir, en 2 lancers au maximum avec 4 dés, au moins 1* ⚅*?*

Rappel:

Avec 1  et un lancer:
On a 1 chance sur 6 d'obtenir 1 ⚅, de même on a 5 chances sur 6 de ne pas obtenir de ⚅.
1 cas favorable, c'est tous les cas possibles (6), moins tous les cas défavorables (5) (on entend par là tous ceux qui ne contiennent pas de ⚅).

$$\frac{1}{6} = \frac{6-5}{6} = \frac{6}{6} - \frac{5}{6} = 1 - \frac{5}{6}$$

On s'appuie par ce raisonnement sur la négation, c'est-à-dire la complémentarité.



(cas possibles)

(cas contenant au moins 1 ⚅)

(cas ne contenant pas de ⚅)

B = A / C

Reprenons la situation A.

Au 1er lancer,

avec 

Nombre de possibilités: 6^4
Nombre de cas défavorables: 5^4
Nombre de cas favorables: $6^4 - 5^4$

Probabilité:

$$\frac{\text{cas favorables}}{\text{cas possibles}} \quad \frac{6^4 - 5^4}{6^4} = \frac{6^4}{6^4} - \frac{5^4}{6^4} = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4$$
$$= \frac{671}{1296} = 0{,}51...$$

Il y a donc 671 chances sur 1296 d'obtenir au moins 1 ⚅ au premier lancer, soit environ une chance sur deux !

Au 2e lancer (nécessaire si un ⚅ n'est pas sorti au 1er lancer, soit dans 625 cas sur 1296

$$[\underbrace{1296}_{\text{cas possibles}} \quad - \quad \underbrace{671}_{\text{au moins un ⚅}} \quad = \quad \underbrace{625}_{\text{pas de ⚅}}]$$)

Il y a 625 chances sur 1296 de ne pas obtenir de ⚅ au premier lancer; il y en a 671 sur 1296 d'en obtenir 1 au 2e lancer avec les 4 dés, d'où la probabilité cherchée:

$$\frac{625}{1296} \cdot \frac{671}{1296} = \frac{625 \cdot 671}{1296^2}$$

Après les 2 lancers

$$\underbrace{\frac{671}{1296}}_{\substack{\text{probabilité d'obtenir} \\ \text{au moins 1 ⚅} \\ \text{après le 1er lancer}}} + \underbrace{\frac{625 \cdot 671}{1296^2}}_{\substack{\text{probabilité d'obtenir} \\ \text{au moins 1 ⚅} \\ \text{après le 2e lancer,} \\ \text{n'en ayant pas obtenu} \\ \text{après le 1er}}} = \frac{(671 \cdot 1296) + (625 \cdot 671)}{1296^2}$$

$$= \frac{671\ (1296 + 625)}{1296^2} = 0{,}76...$$

B ⚅ ⚄ □ □ □

— *Quelle est la probabilité d'obtenir, en 2 lancers au maximum, avec 3 dés, au moins 1 ⚅ ou 1 ⚄?*

Au premier lancer,

avec 

Nombre de possibilités: 6^3
Nombre de cas défavorables: 4^3

Nombre de cas favorables: $6^3 - 4^3$

Probabilité: $\frac{6^3 - 4^3}{6^3} = 1 - (\frac{4}{6})^3 = \frac{152}{216} = 0{,}70$

Au 2e lancer (nécessaire si un ⚅ ou un ⚄ n'est pas sorti au 1er lancer, soit dans 64 cas sur 216 [216 — 152 = 64]).

$$\frac{64}{216} \cdot \frac{152}{216} = \frac{64 \cdot 152}{216^2}$$

Après les 2 lancers

$$\frac{152}{216} + \frac{64 \cdot 152}{216^2} = \frac{(152 \cdot 216) + (64 \cdot 152)}{216^2}$$

$$= \frac{152\ (216 + 64)}{216^2} = 0{,}91...$$

Comparaison des probabilités de réussite des cas A et B.

A : 0,76
B : 0,91

... et pourtant, dans les 2 cas, vous pourriez être perdants !

Pour ceux que le calcul des probabilités ne rebute pas encore:

IV ⚀ ⚁ ⚂ □ ⚄

— *Quelle est la probabilité d'obtenir en 2 lancers au maximum le ⚃ pour avoir une petite suite ?*

V ⚁ ⚂ ⚃ ⚄ □

— *Quelle est la probabilité d'obtenir en 2 lancers au maximum, soit le ⚀ (petite suite), soit le ⚅ (grande suite) ?*

Bonne chance !

Le jeu: un accès au réel et à l'imaginaire

par Myriam Halperin

Au fur et à mesure que la civilisation évolue vers une société hautement technologique, la capacité d'utiliser une pensée de type abstrait devient une condition indispensable pour assurer un fonctionnement social et professionnel efficace.

Cet accent mis de plus en plus sur la «connaissance abstraite» se reflète très clairement, entre autres, dans les objectifs éducatifs de notre temps. Cependant, le jeu, comme moyen d'accéder à la pensée abstraite, est encore, regrettablement, exclu des méthodes pédagogiques courantes.

Le monde de l'enfant et du jeune adolescent est un monde dynamique, plein de sensation, d'imagination et d'activités physiques. Pourtant, les occasions pour les écoliers de donner libre cours à leur activité *dans* le cadre même de leur programme éducatif sont encore bien trop rares, comme si les adultes protégeaient leur monde à eux contre une éventuelle invasion.

Toutes nos activités volontaires, font intervenir plusieurs participants, des rôles, des procédures, des succès et des échecs. L'utilisation si répandue du mot «jeu» en tant que métaphore pour de si nombreuses activités sociales, économiques, politiques et même militaires, illustre la similitude existant entre les activités ludiques et les activités de la vie réelle.

Le jeu est un mode particulier par lequel nous pouvons considérer une chose particulière. Ce «mode» lorsqu'on le décortique, apparaît formé de deux composantes: une composante rationnelle et analytique, et une composante émotionnelle, créative et, si l'on veut, dramatique.

La composante analytique du jeu se retrouve dans de nombreux aspects de notre vie: la famille, l'amour, l'amitié, l'éducation, la profession, le commerce, la guerre, la politique, dont certaines caractéristiques structurales sont très similaires et presque identiques à celles qu'on trouve dans les jeux. La composante émotionnelle, créative et dramatique est formée, de son côté, d'une combinaison de deux éléments: d'une part, ce qu'on pourrait appeler une croyance optimiste dans une chance supplémentaire, c'est-à-dire se renouvelant d'elle-même à l'infini, et, d'autre part, une acceptation de caractère plutôt pessimiste du rôle prépondérant joué par le hasard dans tout ce qui nous entoure.

Le jeu n'est autre chose qu'une activité se déroulant entre deux ou plusieurs «preneurs de décisions» indépendants les uns des autres mais qui cherchent ensemble à atteindre des objectifs dans le cadre d'un contexte limité et précis. D'autre part, nous savons par notre propre expérience que la majorité des activités de notre vie quotidienne font intervenir de tels preneurs de décisions. Si l'on conjugue l'autonomie des volontés humaines avec la diversité des motivations on obtient aisément des formes d'interactions interpersonnelles ressemblant étrangement à des situations ludiques. Et dans ce sens il ne serait pas erroné, je crois, de considérer que toute l'histoire humaine porte en elle ne serait-ce que pour une part seulement, une nature de type ludique.

Nous ne pouvons pas connaître avec certitude la vraie origine des jeux. Nous ne savons pas s'ils ont débuté dans la magie, dans la religion, dans la guerre ou dans le commerce.
Mais quelle que soit leur origine, il semble clair que la motivation profonde de chaque individu était et est toujours la soif persistante d'expérimenter quelque chose qui le dépasse. Sans une expérimentation dans le monde de l'imaginaire, comment aurait-on pu essayer les rôles de ceux qu'on admire mais auxquels il nous est impossible d'accéder ?
Une des stratégies employées par l'homme qu'on appelle «primitif» ou encore par tout être en processus de développement et, bien évidemment, par tous les enfants du monde pour pouvoir faire face à la réalité qui les entoure est de «fabriquer» des modèles de ce qu'ils estiment important et ainsi de simuler ce qu'ils croient être la réalité au moyen de représentations qui leur sont compréhensibles.
Le passage du jeu avec ces modèles aux «jeux de rôles» n'est qu'un pas naturel au cours duquel les rôles deviennent des modèles psychologiques comportementaux.
Nous connaissons tous bien le fait que les enfants du monde entier s'amusent à expérimenter la réalité tout en l'essayant et la mettant à l'épreuve: ils jouent le rôle des parents à la tête d'une famille, des policiers pourchassant des criminels, des pompiers, des soldats; et dans cette forme particulière de jeu, les rôles qu'ils assument n'ont pourtant encore rien de compétitif.
On a souvent l'impression qu'il existe, dans les croyances populaires, une sorte de dichotomie entre les jeux «sérieux» et les «jeux divertissants». Mais ceci ne signifie nullement que les jeux que l'on veut «sérieux» ne sont pas ou ne doivent pas être amusants ou divertissants.
Si une activité donnant des résultats éducatifs satisfaisants est en mesure d'offrir en même temps à ses participants une satisfacion émotionnelle immédiate, elle ne fera de ce fait que gagner en efficacité car elle motivera et récompensera, en même temps qu'elle facilitera et permettra l'apprentissage particulier qu'elle vise. Les «bonnes activités éducatives» doivent pouvoir avoir une signification sans être étiquetées de «sérieuses»; elles doivent être intéressantes sans toujours être amusantes ou drôles, et surtout si elles sont difficiles, elles doivent l'être sans être frustrantes.

Savez-vous que...

En 1876, le mathématicien français Lucas battait un record dans la recherche du plus grand nombre premier connu en démontrant que $2^{127} - 1$ *était premier. Si vous suggérez à vos élèves de découvrir quel est ce nombre, ne comptez pas trop sur leur calculatrice de poche... En effet, en numération décimale vous obtiendrez un nombre de 39 chiffres. Ce record resta invaincu jusque vers 1950.*
Depuis lors, de nouveaux nombres premiers ont été découverts grâce au développement des ordinateurs. Le dernier en date, découvert cette année par des chercheurs américains, est $2^{21701} - 1$*. Dans notre numération, ce nombre s'écrirait au moyen de 6533 chiffres. Faute de pouvoir l'écrire, vos élèves pourraient-ils découvrir la longueur de la bande de papier nécessaire ?*

Informations tirées du Monde du 6.12.1978

M A T H - E C O L E

Index analytique

Numéros 71 à 80 (janvier 1976 à novembre 1977)

Les titres des périodiques sont en caractères italiques. Les titres des ouvrages cités sont entre guillemets. Les noms propres sont en capitales. Les mots-clés sont en minuscules.

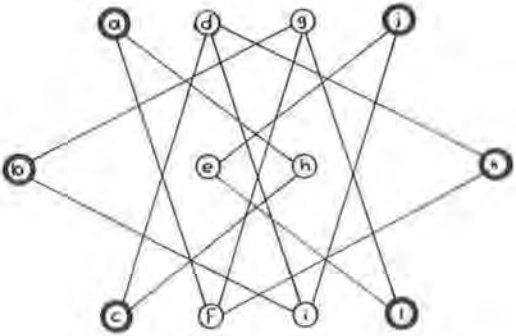
Les nombres en italiques indiquent le numéro du bulletin; ils sont suivis de l'indication de la page.

Découverte de l'espace (5)

par J.-J. Walder, école d'Hermance

Jeu topologique

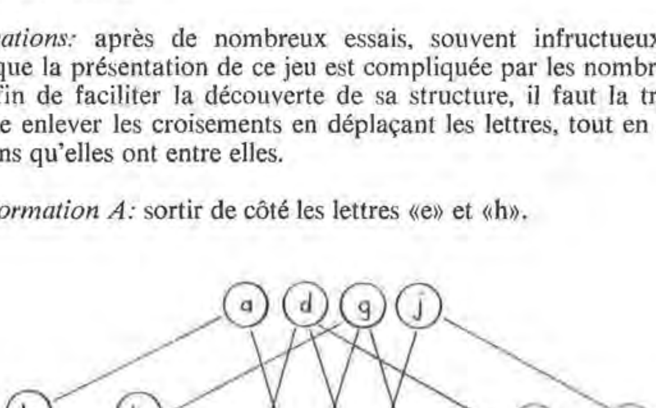
1. Situation de départ: reproduire le dessin ci-dessous sur une feuille A4. Placer trois jetons rouges en a, b, c et 3 jetons bleus en j, k, l.



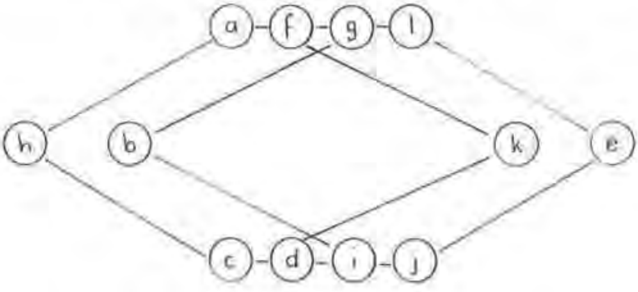
2. But du jeu: conduire les jetons rouges en j, k, l et les jetons bleus en a, b, c. Deux jetons peuvent se trouver sur la même lettre et ne peuvent, bien sûr, pas sauter l'un sur l'autre.

3. Observations: après de nombreux essais, souvent infructueux, on peut observer que la présentation de ce jeu est compliquée par les nombreux croisements. Afin de faciliter la découverte de sa structure, il faut la transformer, c'est-à-dire enlever les croisements en déplaçant les lettres, tout en conservant les relations qu'elles ont entre elles.

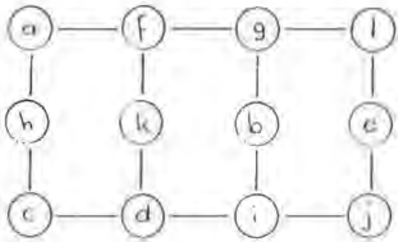
4. Transformation A: sortir de côté les lettres «e» et «h».



5. Transformation B: permuter les lettres «d» et «f», ainsi que «j» et «l».



6. Transformation C: permuter les lettres «b» et «k». Après cette troisième transformation, et en resserrant les lettres «h», «k», «b» et «e», on obtient une structure identique à celle du jeu, mais sans croisements.



7. Tableau des déplacements:
On peut remarquer qu'il faut 5 coups au minimum pour aller de «a» à «j», 2 seulement pour aller de «a» à «k» et 3 pour aller de «a» à «l», et vice versa. On peut donc établir le tableau des déplacements:

↔	a	b	c
j	5	2	3
k	2	3	2
l	3	2	5

En observant ce tableau, on constate aussi qu'il faut 7 coups au minimum, du moins théoriquement, pour amener les 3 jetons de gauche aux emplacements de droite et autant pour ceux de droite, soit en tout 14 coups.

Deux possibilités sont offertes:

Possibilité A	*Possibilité B*
«a» $\xrightarrow{3}$ «l»	«a» $\xrightarrow{2}$ «k»
«b» $\xrightarrow{2}$ «j»	«b» $\xrightarrow{2}$ «l»
«c» $\xrightarrow{2}$ «k»	«c» $\xrightarrow{3}$ «j»
7 coups	7 coups
x 2 $\longleftarrow$	x 2 $\longleftarrow$

On peut bien sûr combiner ces deux tableaux:

1. aller A et retour A
2. aller A et retour B
3. aller B et retour A
4. aller B et retour B

C'est ce troisième tableau qui permet le changement exigé avec le moins de déplacements, non pas 14, mais effectivement *16.*

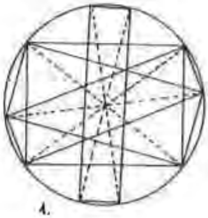
8. Exemple de jeu réussi:
Pour la clarté des déplacements, nous numéroterons les jetons qui se déplacent. Au départ, le jeton 1 est sur la case «a»

2	«b»
3	«c»
4	«j»
5	«k»
6	«l»

Coup	*jeton qui se déplace*	*déplacement*	*Coup*	*jeton qui se déplace*	*déplacement*
1.	1	a - f	9.	6	f - a
2.	3	c - d	10.	2	b - g
3.	3	d - i	11.	2	g - l
4.	5	k - d	12.	3	i - d
5.	5	d - c	13.	4	j - i
6.	1	f - k	14.	4	i - b
7.	6	l - g	15.	3	d - i
8.	6	g - f	16.	3	i - j

Cercles et parallélogrammes

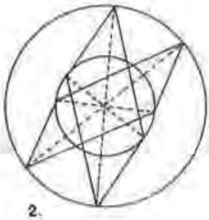
par D. Froidcoeur



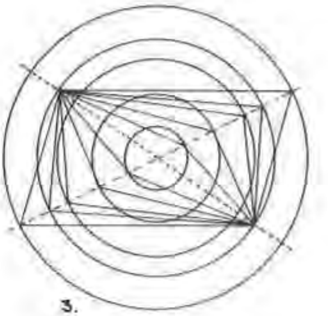
1.

1. Tracer un cercle et deux diamètres arbitraires.
   Joindre les points d'intersection.
   Quelle est la figure obtenue ?
   Par ce procédé, peut-on obtenir un carré ?

2. Tracer deux cercles concentriques, puis un diamètre du cercle intérieur et un diamètre du cercle extérieur. Joindre les points d'intersection.
   Quelle est la figure obtenue ?
   Faire plusieurs constructions analogues.
   Par ce procédé, peut-on obtenir un losange ?



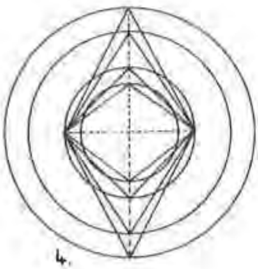
2.



3.

3. Tracer quelques cercles concentriques et deux diamètres arbitraires.
   Construire des parallélogrammes...
   Dans quel cas obtient-on un rectangle ?

4. Tracer quelques cercles concentriques et deux diamètres perpendiculaires.
   Construire des losanges...
   Dans quel cas obtient-on un carré ?



4.

Introduction de l'algorithme de la multiplication

par Hans Ter Heege

Le texte qui suit est extrait de la revue «Educational Studies in Mathematics» (Pays-Bas), vol. 9, No 1, 1978. Avec l'aimable autorisation de l'auteur et de l'éditeur, Math-Ecole en publie une traduction approximative. Les dessins sont la reproduction exacte de l'original.

La multiplication débute le troisième mois du troisième degré, lorsque les élèves ont déjà avancé raisonnablement sur le chemin de l'addition algorithmique. Le climat d'enseignement favorise spontanément le progrès en schématisation et en découvertes individuelles. Tel est le climat lorsque le maître introduit la multiplication.
Il raconte à la classe une histoire au sujet de la famille Ecureuil qui ramasse des glands pour la provision d'hiver. C'est une famille de 8 personnes. Grand-père Ecureuil compte les glands. L'histoire continue avec les indications: chacun des 8 écureuils ramasse 23 glands. Combien le grand-père doit-il en compter ?
Les enfants peuvent employer toute l'aide qu'ils désirent, mais la plupart choisissent de résoudre le problème sur du papier.
Remarquez que le problème n'a pas été formulé comme un problème de multiplication.

Analyse de quelques observations en résolvant le problème

Quelques enfants utilisent la méthode du double. Il est remarquable qu'ils voient facilement le double de 23. Ils écrivent immédiatement 46. Un exemple de cette méthode (dessin 1).

Pour l'addition ces enfants travaillent à un niveau élevé, sans lignes de position. Echanges et transferts se produisent directement.

Une méthode vraiment originale a été choisie par une fille qui additionne 5 fois 23, en prenant d'abord les dizaines ($20 + 20 + 20 + 20 + 20 = 100$) et ensuite les unités ($3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$), et en continuant de la même façon avec le reste ($20 + 20 + 20 = 60$, $3 + 3 + 3 = 9$).
Un autre enfant utilise une disposition en colonne (dessins 2 et 3).

Un élève note directement 160. Lorsqu'on le questionne, il explique que 2×80, c'est la même chose que 8×20 (en effet, $2 \times 8 = 8 \times 2$, $2 \times 80 = 8 \times 20$, cependant $5 \times 83 \neq 8 \times 53$. L'élève en est-il conscient ?).
Un certain nombre d'élèves s'acquittent de la tâche rapidement. Ils utilisent la distributivité (dessin 4).

46 + 46 = 92

46 + 46 = 92

92 + 92 = 184

150

(1)

$\times$ 8 $\times$ 23 = 184

23	100
23	15
23	60
23	9
23	1714
23	104
23	

(2)

1	47
2	48
3	49
4	05
5	51
6	52
7	53
8	54
9	55
10	56
11	57
12	58
13	59
14	06
15	61
16	62
17	63
18	64
19	65
20	66
21	67
22	68
23	69
24	07
25	71
26	72
27	73
28	74
29	75
30	76
31	77
32	78
33	79
34	08
35	81
36	82
37	83
38	84
39	85
04	86
41	87
42	88
43	89
44	09
45	91
46	92
	184

(6)

2 $\times$ 80 = 160

8 $\times$ 3 = 24

160
24
184

(4)

2	3
2	3
2	3
2	3
2	3
2	3
2	3
2	3
160	24
184	

(5)

			2	3
			2	3
			2	3
			2	3
			2	3
			2	3
			2	3
			2	3
			16	24
			18	4
		1	8	4

(3)

40 40 40

(9)

25
25
25
25
25
25
120
30
150
150

(8)

20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 163, 166, 169, 172
175, 178, 181, 184. CHRISTIAAN.

(7)

Le travail d'un autre élève montre la compréhension complète de la valeur positionnelle et l'habileté à l'utiliser (dessin 5).
Il y a des élèves qui essayent de résoudre le problème en comptant. En voici un exemple extrême (dessin 6).
La fillette trace un trait après chaque multiple de 23. Lorsqu'elle arrive à 92, elle décide de doubler le résultat.

Le calcul peut être accompli d'une manière différente. Christian procède d'abord par sauts de 20 et ensuite par sauts de 3 (dessin 7).

On trouve quelques variantes de cette méthode. Dans le prochain exemple, l'élève a fait une erreur. Il a calculé 6 × 25. Le chemin qu'il a pris est plutôt délicat. Il n'a pas utilisé la position en ligne. Il a additionné d'abord les dizaines, ensuite les unités. Visiblement il n'a pas pensé ce qu'il a écrit.

Il a pensé:

$$
\begin{aligned}
6 \times 20 &= 120 \\
6 \times 5 &= 30 \\
6 \times 25 &= 150
\end{aligned}
$$

Il a écrit (dessin 8).

Un autre élève a inscrit horizontalement 8 fois 23 traits qu'il a additionnés verticalement. C'est dommage qu'il ait travaillé négligemment et commis des erreurs (dessin 9).

Conclusions des observations et analyse

L'introduction de la multiplication produit divers niveaux spontanés d'attitudes de résolution. Cela prédit un bon départ du processus de développement de la schématisation. Il y a beaucoup de méthodes de résolution individuelles.

Commentaire de la rédaction

L'exemple ci-dessus montre que nos collègues hollandais savent développer un apprentissage par la découverte et conserver pour les élèves toute la richesse de l'exploration individuelle avant de lancer les enfants dans l'apprentissage d'un algorithme stéréotypé. Il y a certainement, en Suisse romande, des classes où l'on procède avec succès de la même manière. Qui nous fera part de ses expériences en la matière ?

R.H.

Nous avons reçu...

● Activités mathématiques à l'école élémentaire
par un collectif animé par Nicole Picard.
Cours élémentaire 1 - Edition 1978 - OCDL.

La plupart de nos lecteurs connaissent les travaux de Nicole Picard et de son équipe. L'édition 1978 pour le CE 1 n'est pas entièrement nouvelle mais elle devrait se trouver dans la bibliothèque de chaque enseignante (je sais, je sais, les documents romands sont déjà si volumineux... mais je vous assure, cela en vaut la peine). Pour vous allécher, d'abord un large extrait de la préface:

LES OBJECTIFS

Les enfants qui arrivent au C.E.1 ont déjà acquis le concept de nombre entier naturel, ils ont travaillé sur la numération, ils savent compter jusqu'à 20, certains jusqu'à 100, ils peuvent déjà écrire quelque chose des nombres supérieurs à 20 car ils connaissent la signification d'écritures telles que $(7 + 5 + 8 + 3)$. Ils ont acquis une certaine maîtrise de l'espace dans lequel ils se meuvent. Ils ne savent pas leurs tables d'addition mais ils sont déjà capables de faire des schémas qui représentent des situations assez compliquées. Ils ont de l'imagination, ils aiment jouer, ils commencent à se socialiser. Ils vivent dans la ville ou à la campagne, dans une famille, ils ont ou n'ont pas de copains, ils regardent la télé, ils n'ont souvent — en tout cas dans les villes — pas d'espace où courir, crier, pas de lieu où s'isoler, ils entendent leurs parents discuter, trop de travail, pas de travail, pas assez d'argent. Ils n'ont pas de frères ou sœurs et ils s'ennuient, ils ont un grand frère et se trouvent bien petits, ils ont un petit frère et se sentent abandonnés, ils voudraient des hamsters pour se consoler. Ils ont une kyrielle de frères et sœurs et se sentent noyés.

Comptent-ils pour quelqu'un ?

Sont-ils quelqu'un ?

Et si c'était celà que nous nous donnions comme objectif, du C.E. comme de toute autre classe, que les enfants prennent conscience qu'ils sont quelqu'un. Et si nous regardions l'enseignement des mathématiques, au C.E. comme aux autres niveaux, comme l'un des moyens de cette prise de conscience, l'un des moyens de cette conquête progressive de l'autonomie.

CONQUÊTE DE SON AUTONOMIE

Conquérir son autonomie, cela signifie être capable de comprendre le monde, d'avoir prise sur lui, être conscient de ses possibilités créatrices.

Être capable de comprendre le monde et avoir prise sur lui nécessitent de s'approprier certains savoirs, certains outils d'observation et d'analyse. Ces savoirs, ces outils sont nécessaires à l'autonomie. Ceux qui ne les possèdent pas sont en état de dépendance.

Mais on peut posséder un savoir et être néanmoins en état de dépendance : cela dépend de la façon dont on a acquis ce savoir. Prenons comme exemple la division. Premier cas : quelqu'un nous a dit comment faire une division sans que nous ayons compris pourquoi faire ; ainsi, nous devons appliquer une règle, si nous l'oublions, nous sommes perdus, nous nous sentons en état d'infériorité, nous nous considérons comme rien. Deuxième cas : nous avons abstrait* de notre expérience une technique de division, nous l'avons utilisée, améliorée, nous l'avons intégrée à notre bagage de savoir-faire ; si un jour, par manque de pratique, nous venions à l'oublier, nous saurons la reconstituer ou nous débrouiller pour en trouver une autre, nous avons confiance dans les capacités de notre intelligence.

AVOIR CONFIANCE DANS LES POSSIBILITÉS DE SON INTELLIGENCE

Cela suppose que l'on a eu l'occasion maintes fois répétée d'expérimenter ces possibilités, de se rendre compte expérimentalement que l'intelligence fonctionne.

Voilà ce que nous devons fournir aux enfants : des occasions multiples de se rendre compte que leur intelligence fonctionne et que ce fonctionnement procure du plaisir, et que ce fonctionnement n'est pas forcément le même pour tous, qu'il n'y a pas seulement une façon de résoudre un problème. Il y a, certes, des solutions plus élégantes que d'autres, mais à quoi bon apprendre la solution élégante dans laquelle on est mal à l'aise si une autre, plus rustre, que l'on a inventée, donne davantage un sentiment de sécurité. Peu à peu, on se familiarise avec des outils plus « performants ». Certains le feront plus vite que d'autres. Quelle importance ?

QUELLE PÉDAGOGIE?

Si nous nous donnons comme objectif la conquête par les enfants de leur autonomie et si nous pensons que cette autonomie passe, entre autre, par la prise de conscience des possiblítés de leur intelligence, nous ne pouvons pas utiliser une pédagogie de la compétition, ni une pédagogie de la méfiance, ni une pédagogie où les enfants ne sont pas actifs. Nous devons considérer les enfants comme sujets (ils s'approprient le savoir) et non comme objets (nous leur déversons notre savoir).

Il est bien évident qu'ils ne peuvent pas seuls s'approprier le savoir : ils ne peuvent pas, par leurs seuls moyens, en quelques années, acquérir ce que l'humanité a mis des milliers d'années à découvrir. Notre rôle va donc être de leur fournir des situations, de leur procurer des jeux, des matériels qui vont leur permettre une expérimentation, de les munir d'outils, de représentations qui vont leur faciliter les comptes rendus de cette expérimentation. Nous devons être attentifs à leurs façons de faire car il est mieux de partir de là que de nos a priori d'adultes. Heureusement, il y a tout de même de grandes constantes sur lesquelles nous pouvons nous appuyer. Nous n'arrivons pas devant notre tâche les mains vides, d'autres nous ont précédés, ont étudié la psychologie cognitive des enfants et puis, depuis une quinzaine d'années, de nombreuses recherches ont été faites sur l'apprentissage des mathématiques par de jeunes enfants, et de nombreux maîtres ont appliqué ces recherches.

En tous cas, nous savons que si les processus d'apprentissage suivent des chemins pas trop divers, il n'est tout de même pas possible de faire marcher tout le monde au même pas.

* Du latin *abstrahere*, tirer de.

Vous n'êtes pas convaincus ! Voyez ce merveilleux problème:

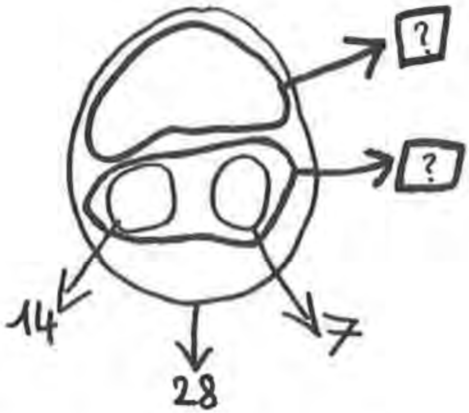
Voici un texte proposé par une petite fille de C.E.1. :

papa a 28 pipes
alor quil sapraite as

prandre ses 28 pipes
ma maman di a mon
papa pran pa tous tes
belles pipes cri maman
papa fer comme sil
antender rien il les pran
sen obayre maman.
il va Sapraiter à faire
un pa pour arriver à son
confortalle fauteuille boume
maman a u peur elle va
dans le salon voire se qui se
pase. en voien papa
pleurer maman ri
alor papa di tous
daisaipairer di a maman.
jai casai 14 belles pipes
et 7 movaises, maman
di voila quan on ecoupa les
femmes. Combien y a t-il ?

Anna. Baldaccini

Papa a 28 pipes helas, il tombe, en casse 14 et en ébreche 7



$\boxed{21} = 14 + 7$

$\boxed{7} = 28 - 21$

Mon pauvre papa il ne lui reste plus que 7 pipes, tantpis pour lui

Vous trouverez encore dans cet ouvrage des considérations fort pertinentes sur la soustraction qui «... est désormais introduite au CE 1 uniquement à partir de la notion de machine...», des suggestions pour l'étude de la numération, de la mesure, des jeux, des «chiffres croisés», etc.

- Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire ERMEL. Cycle élémentaire, tome 1 et 2 SERMAP/OCDL 1978.

Sous la dynamique impulsion de Jacques Colomb et Marie-Noëlle Audigier. l'équipe de recherche mathématique à l'école élémentaire de l'institut national de recherche pédagogique publie deux nouveaux volumes dont le contenu recouvre approximativement les notions figurant dans le programme romand pour les degrés 2 à 4.
Comme l'ouvrage consacré au cours préparatoire dont Math-Ecole a rendu compte en son temps, ces deux nouveaux volumes sont divisés en trois parties: Aspects théoriques et objectifs pédagogiques, Progression, Séquences pédagogiques.
Le tome 1 est consacré au calcul mental, aux problèmes de classement, à la notion de problème et à la géométrie. Dans le tome 2, on aborde la numération, les opérations arithmétiques, le produit cartésien, les relations fonctionnelles, etc.
Il n'est pas possible de relater dans le détail tout ce que contient un ouvrage aussi riche. Notre attention se portera plus particulièrement sur la soustraction, domaine qui semble faire problème en Suisse romande. Dans l'ouvrage de Nicole Picard présenté ci-dessus, il était mentionné que les travaux les plus récents conduisaient à n'introduire la soustraction que par le biais des «machines». Ici, on est plus «traditionnel» dans le modernisme (que le lecteur me pardonne cette image). La première approche de la soustraction est liée à la recherche du cardinal du complémentaire d'un ensemble dans un référentiel donné.
Elle «correspond, au niveau des enfants, à des manipulations d'objets et à la recherche du cardinal du complémentaire...».
En revanche, une deuxième approche, moins fréquente est proposée: c'est l'étude de la soustraction à partir de la notion de distance qui, selon les auteurs, «... correspond au niveau des actions des enfants à des déplacements sur la demi-droite numérique dont le modèle mathématique concerne essentiellement la distance et les translations dans N.».
Pour illustrer cette démarche, voici de larges extraits d'une des séquences d'appentissage (p. 302-303).

Soustraction-distance au CE1

CHRONIQUE

Première séance (24 mars)

Les enfants sont répartis en groupes de trois. Ils ont à leur disposition un crayon papier et un gros feutre noir.

L'institutrice montre les grandes feuilles qu'elle a à la main, dont voici un exemplaire :

d (10, 28) = 18
d (20, 38) = 18
d (70, 88) = 18
d (. , 128) = 18
d (48, .) = 18
d (147, .) = 18
d (. , .) = 18

- Vous devez comprendre ce qui est écrit, compléter et continuer.

Elles distribue les feuilles, une par groupe, et les enfants se mettent au travail pendant une demi-heure.

Au terme de ce travail de groupe, une mise en commun est proposée. C'est à travers cette synthèse qu'on peut décrire de façon pertinente le travail fait par les différents groupes.

Travaux réalisés par Stéphane, Laurence et Étienne.

Ce groupe disposait de la feuille reproduite ci-dessus (distance 18).

– Stéphane explique : *Il y avait 18 partout. La distance entre 10 et 28 est égale à 18.*

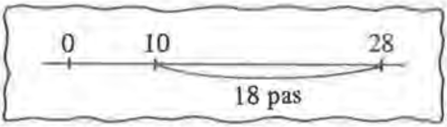
Un enfant de la classe :

– *Comment tu le sais ?*

– Stéphane : *La maîtresse a mis 18 de plus. D'abord 10, ça fait 20, puis 8, ça fait 28.*

- Pourrais-tu nous faire un dessin ?

Stéphane propose :



Stéphane explique ensuite :

d (20, 38) = 18 et d (70, 88) = 18

de la même façon que précédemment.

– Étienne explique le cas « d (., 128) = 18 » :

– *On retire 10, on n'a plus que ... (Il hésite) ... 108, non 138.*

COMMENTAIRES

Le travail antérieur sur des situations du type distance et les écritures que les enfants ont été amenés à produire pour décrire ces situations permettent maintenant une consigne extrêmement simple. Pourtant l'activité mise en place à partir de cette consigne va être riche et novatrice.

La notion de distance ne faisant plus problème, c'est autour des procédés de calcul que la discussion va s'engager.

L'écriture « d (10, 28) = 18 » est lue 10 + 18 = 28 avec une technique de calcul rapide simple : 10 + (10 + 8) = 28

L'institutrice est soucieuse de ne pas s'enfermer dans un simple exercice de calcul rapide. A l'aide du procédé de représentation « droite numérique » elle demande aux enfants de référer les notations utilisées aux situations sur lesquelles la notion de distance a été travaillée en premier lieu.

Ici, il s'agit, contrairement à ce que proposait Stéphane d'effectuer un travail de rétrograda-

– Un autre enfant : *Non c'est 118. C'est comme si tu enlèves un bleu.*

– Étienne : *Après on retire 8 et on trouve 110.*

Dans un autre groupe, qui avait la même feuille au départ, une autre méthode a été employée pour ce même cas. Richard vient l'exposer :

– *Nous on a fait une addition.* Et il la pose au tableau :

$$\begin{array}{r} 128 \\ +\ 018 \\ \hline 146 \end{array}$$

– Laurence reprend les explications pour le premier groupe. Elle s'attache au cas « d (48, .) = 18 ». *On retire 10 à 48, ça fait 38. Puis on retire 8, ça fait 30.*

– Étienne donne le résultat du cas « d (147, .) = 18 ». *On a trouvé 165.*

– Un enfant du deuxième groupe intervient : *Nous on a trouvé 128.*

• Qui a raison ?

Stéphane écrit au tableau :

$$\begin{array}{c} 147 \quad + \quad 18 \\ \searrow \quad \swarrow \\ 165 \end{array}$$

– et il explique : *8 et 7, 15. Ça fait 5. J'en mets 1 à 4, ça fait 5; et 1 ça fait 16.*

– Richard, à son tour, explique pour le deuxième groupe : *Nous, on a reculé. On recule de 5; ça fait 142. Puis on recule de 2, ça fait 140. On a déjà reculé de 7. On recule de 10, ça c'est facile, ça fait 130. Il faut encore reculer d'1. Ah, oui. On s'était trompé, ça fait 129.*

• Est-ce que quelqu'un aurait une méthode plus rapide ?

tion sur la droite numérique. « d (. , 128) = 18 » est donc lu : « 128 – 18 = . ». Avec, encore une fois, une technique de calcul rapide qui permet d'effectuer d'abord un premier saut de 10 puis un second de 8. Mais on voit comment Etienne a encore des difficultés pour remonter la suite des nombres. C'est par un point d'appui sur le « jeu du banquier » que la situation est éclaircie (il ne s'agit plus alors de travailler sur la suite des nombres).

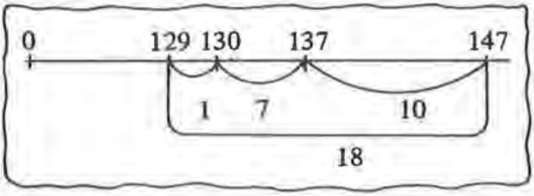
Avec Richard, on peut voir que la notion de distance, avec son apparente complexité par rapport à la différence d (128, 110) = d (146, 128) ne trouble pas les enfants.

Par rapport à l'addition posée, du groupe précédent, on a avec Stéphane un mode de calcul intéressant bien que formulé de façon assez ambiguë. On peut le traduire ainsi :
8 et 7, quinze; soit 5 unités et 1 dizaine. Il y a maintenant 4, 1 et dizaines, soit 6 dizaines. Avec la centaine perçue comme 10 dizaines, cela fait 16 dizaines.

Avec Richard, le travail de rétrogradation sur la suite des nombres est patent. Il procède par petits bonds successifs en prenant appui sur les valeurs remarquables et en prenant le soin de tenir le compte des « pas » faits à reculons.

– Christophe : *On peut enlever tout de suite 10 ça fait 137. Puis on enlève 7, ça fait 130. On a enlevé 17; il faut enlever encore 1, ça fait 129.*

- Est-ce que c'est une bonne méthode ?
  Approbation générale.
- Peut-on faire un dessin ?
  Marianne propose :



Si l'explication de Christophe paraît plus simple, elle ne saurait masquer la valeur de l'explication précédente. Elle en est peut être l'aboutissement, c'est-à-dire la synthèse entre une bonne connaissance du système décimal de numération et une familiarité avec l'ordre rétrograde de la suite des nombres, ce que visualise très nettement le dessin produit.

- Géométrie - Espaces euclidiens, triangles, cercles et sphères, par Marcel Berger, CEDIC/NATHAN, 1977.

Cet ouvrage, publié avec le concours du CNRS, fait suite à un premier volume qui s'intitulait «actions de groupe, espaces affines et projectifs». La collection complète comprend 5 volumes.
Sa lecture demande une bonne initiation à la mathématique et, probablement, un effort soutenu pour le non-mathématicien, mais sa présentation très claire en rend l'étude agréable.

- Raisonner et calculer. Math CM 2
  Equipe GEMA, OCDL 1978.

Encore un manuel destiné à des élèves de 10-11 ans. A signaler:
— Une présentation sommaire des numérations romaines, égyptienne, maya, sino-japonaise qui permet d'étoffer et de rendre attrayante l'étude des grands nombres;
— des idées pour des pistes de recherches (l'électricité, les calories des aliments, les nombres triangulaires, les nombres croisés, le plan d'une maison, l'autoroute, les solides réguliers, les polyminos, l'utilisation astucieuse d'un dessin de M.C. Escher pour l'étude des rotations du triangle équilatéral).

Notre critique: A partir d'idées excellentes, trop de problèmes fermés dont l'énoncé même contient la réponse ou la marche à suivre.

J. A. 1211 GENEVE 6

Mademoiselle
A. C. PIERREHUMBERT

1411 GIEZ
VD

TABLE DES MATIERES

Comité de rédaction:

Mlle F. Waridel, MM. Th. Bernet, F. Brunelli, A. Calame, R. Dénervaud, D. Froidcoeur, G. Guélat, R. Hutin, Ch. Morandi, F. Oberson, S. Roller, J.-J. Walder.
Rédacteur-responsable: R. Hutin

Abonnements:

Suisse: F 12.—, Etranger F 14.—, CCP 12 - 4983. Paraît 5 fois par an. Service de la Recherche Pédagogique; 11, r. Sillem, CH 1207 Genève. (Tél. (022) 35 15 59).

Adresse: Math-Ecole; 11, rue Sillem, CH-1207 Genève; CCP 12 - 4983

Imprimerie typo-offset Fiorina & Burgener, 1950 Sion