

MATH ECOLE

SEPTEMBRE 1979
18e ANNEE

MATH-ECOLE PRATIQUE

Pour répondre à de nombreuses demandes provenant d'abonnés récents, la rédaction a édité son premier MATH-ECOLE PRATIQUE qui, en 148 pages, reprend 14 articles, directement utilisables dans les classes, parus dans les numéros 52 à 75 (1972-1976).

TABLE DES MATIERES

1. Etude de la construction de la suite des premiers nombres
 2. Enseignement renouvelé de la mathématique et pédagogie Freinet
 3. A propos de la mesure d'aire
 4. Les approches de la soustraction: sources de problèmes ?
 5. A propos de «machines»
 6. Du produit cartésien à la table de multiplication
 7. La division
 8. De l'idée d'échange à la notion de division
 9. Deux bonnes douzaines de problèmes de mathématique
 10. Autour d'un échiquier
 11. Planches à trous et planches à clous
 12. Planchettes à clous et géométrie spontanée d'enfants de 9 à 11 ans
 13. Quelques noisettes pour se faire les dents
 14. A propos de la proportionnalité
-

Pour obtenir cet ouvrage, il suffit de verser la somme de Fr. 16.— au CCP 12 - 4983, MATH-ECOLE, GENEVE.

Editorial

Après la tempête...

«L'orage est passé !» a dit, avec un petit air triomphant, un collègue lors de notre dernière rencontre annuelle de mathématiques.

En effet, les artilleurs à l'affût de sensations scolaires ou pédagogiques ont dirigé leurs tirs vers «Maîtrise du Français». Les mathématiques vont alors apparaître comme faisant partie de nos «traditions scolaires».

Mais soyons attentifs ! Le pas mathématique a été fait. Certes, il était allongé presque à la démesure; le fossé était devenu tellement grand qu'il apparaissait presque infranchissable. Nous l'avons franchi: Victoire !

Pyrrhus: vous connaissez ?

Ne soyons pas trop contents du brillant résultat obtenu. L'essentiel reste à faire: Avancer, faire progresser l'enseignement de la mathématique en parallèle à l'évolution des «individus élèves»; ne plus laisser s'accumuler ce retard grandissant entre la «matière enseignée» et «l'enseigné». Et c'est à nous, «enseignants», de veiller à ce que le joint reste intact par une constante attention, une incessante remise en question de notre savoir et de nos méthodes.

Echangeons avec nos collègues, ouvrons notre «école» aux parents, et surtout écoutons nos élèves. Rendons la mathématique vivante, soyons conscients de la nécessité de son constant renouvellement.

Beaucoup a été fait... tout reste à faire !

Charles-A. Morandi

La balance mathématique : **créer une situation susceptible** **de favoriser l'appropriation de la notion d'addition *** par Maria-Luisa Schubauer-Leoni et Richard Schubauer

I. Remarques préliminaires

Ce travail a été envisagé et effectué en fonction de deux **objectifs**:

Un premier objectif, spécifiquement pédagogique, qui est l'appropriation par l'enfant de la notion d'addition dans son double aspect de concept (niveau du signifié) et de représentation (niveau du signifiant).

Un deuxième objectif de recherche-observation lié aux modalités d'appropriation de la notion envisagée.

En vue d'atteindre l'objectif pédagogique fixé, de nombreuses activités ont été mises sur pied dans le courant de l'année. En fonction des propositions des enfants et des suggestions de l'enseignant, cette classe de 2P a travaillé alternativement selon des modalités individuelles de groupes (3-4 élèves), ou de classe. Le choix de la méthode d'animation était lié à la tâche ponctuelle et à l'intérêt des enfants. Notre but ici n'est pas d'essayer une synthèse de l'ensemble des activités mathématiques effectuées dans le courant de l'année, nous préférons choisir une suite d'activités qui se sont déroulées sur la période d'un mois à propos de la balance mathématique. La démarche observée et les évolutions constatées restent liées, à notre avis, aux nombreuses activités effectuées par ailleurs (en mathématique et dans les autres branches). Notre intention n'était pas d'isoler à tout prix des variables afin d'en évaluer l'impact dans le cadre spécifique de la balance. La balance elle-même est à considérer comme un outil parmi d'autres et notre propos n'est pas de vous présenter *la situation* la plus pertinente pour l'objectif fixé.

Le deuxième but de notre travail, parce qu'il est l'observation des enfants dans les différentes situations de mathématisation, dans la tentative de déceler le pourquoi et le comment de l'appropriation de la notion, permettra de nuancer notre discours.

Le premier et le deuxième objectif s'avèrent être liés: d'une part parce que toute observation d'un processus pédagogique n'est pas neutre, à savoir qu'il y a toujours des hypothèses explicites et/ou implicites et que, dans notre cas et par leur explication, ces hypothèses ont déterminé la vocation des animations pédagogiques.

* Ce travail a été effectué dans le cadre du contrat No 1-706-0.78 du Fonds national suisse de la recherche scientifique (Perret-Clermont, Brun).

Quelles étaient nos hypothèses principales ? ¹

Nous avons présupposé que tout apprentissage en situation pédagogique comporte par définition *une dimension sociale* par les relations interindividuelles qu'il suscite d'une part et d'autre part par la prise en compte de l'aspect culturel des disciplines enseignées. Nous sommes partis de l'hypothèse principale que les mathématiques ne peuvent pas être réduites au développement interne du sujet et qu'une de leurs caractéristiques est d'être un code élaboré socialement antérieurement et extérieurement à l'individu qui se l'approprie. Ceci ne signifie nullement que nous voulons réduire les mathématiques à un langage, nous considérons par contre que si la construction des connaissances doit se centrer sur l'activité de l'élève elle doit également être communicable.

Dans la perspective de mettre en évidence le rôle causal des facteurs sociaux dans le développement cognitif, de nombreux travaux ont été effectués pour rechercher expérimentalement quels peuvent être les effets de différentes formes d'interaction et de communication sociale sur le développement des connaissances chez l'enfant ². A la lumière de ces travaux il semble que l'interaction sociale est féconde parce qu'elle est l'occasion de *conflits socio-cognitifs*. Il apparaîtrait alors que la confrontation avec un point de vue différent soit la condition nécessaire au progrès de l'individu. Ce type de confrontation serait pourtant bénéfique à certaines conditions (niveau de développement cognitif des partenaires et écart pas trop grand entre eux, image du partenaire, signification sociale de la relation, pertinence et intérêt suscité par la tâche, etc.). Ces résultats interrogent la pédagogie à savoir: l'effet bénéfique des interactions sociales est-il à l'œuvre dans les apprentissages scolaires spécifiques? Comment profiter des interactions sociales et de la communication entre pairs dans le cadre de la classe? Plus précisément, comment envisager un acte éducatif qui tienne compte de cette dimension sociale entre partenaires en situation de recherche? et dans cette perspective quel est le rôle du maître? Peut-il se limiter à fournir un environnement physique «riche» où l'(les) enfant(s) effectue(nt) des activités autonomes et constitutrices de connaissances? Ou bien essayera-t-il de susciter un maximum d'échanges entre élèves en favorisant une confrontation socio-cognitive? Et encore, est-il possible d'exiger des élèves qu'ils «réinventent» les connaissances en l'occurrence mathématique? Quand et comment faut-il intervenir?

D'autres pédagogues (tels Freinet, Makarenko, Cecchini et Tonucci (1972), Gartner et al. (1971), Allen (1976) ont mis en évidence l'efficacité de certaines modalités d'activités de groupe sans pour autant expliciter la nature des processus en jeu.

¹ Hypothèses que nous essayons de vérifier par ailleurs dans des recherches expérimentales.

² Une grande partie des recherches expérimentales concerne les rapports entre interactions sociales et développement cognitif (W. Doise, G. Mugny, A.N. Perret-Clermont et coll.). D'autres recherches expérimentales plus récentes veulent vérifier la fécondité des interactions opératoires mais également dans des notions plus proches des «contenus scolaires» telles que les connaissances culturelles liées à l'apprentissage des mathématiques (A.N. Perret-Clermont, J. Brun et coll.).

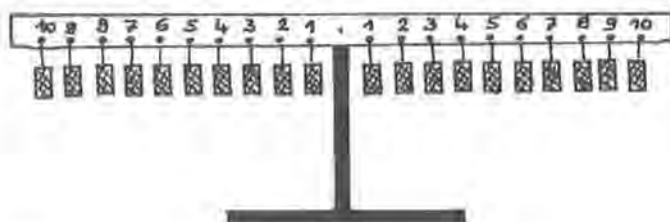
Dans le domaine mathématique G. Brousseau a particulièrement insisté sur le rôle de la communication entre enfants. Notre démarche à propos de la balance mathématique s'inspire de ces réflexions-questions; nous tenterons de vous faire part d'une série de moments-clé pour que chacun de vous puisse vivre la problématique à partir d'exemples concrets.

II. Compte-rendu des activités et commentaires

1. Un jour de novembre la balance a fait son apparition en classe. Lors de l'établissement du travail de la matinée, un groupe se propose pour travailler avec le «nouveau jeu». La consigne donnée par le maître est volontairement floue: «Essayez de voir ce qu'on peut en faire». L'intérêt est grand. Les enfants apportent l'outil sur leur table et «essayent de voir ce qu'on peut en faire». Entre temps l'enseignant s'occupe d'autres enfants. Quand il s'adresse au groupe-balance il constate que l'activité principale des élèves consiste à s'accrocher les poids aux oreilles et dans le nez: c'est très drôle !

2. La classe est au complet. La balance et les poids sont disposés sur une table à la vue de tout le monde. Consigne plus précise: «il faut faire en sorte que la balance soit en équilibre». A tour de rôle les élèves proposent des manipulations qu'ils soumettent à l'approbation des autres.

2.1 La solution la plus courante consiste à mettre un poids dans chaque encoche:



2.2 Utilisation spontanée de 2 poids:

2.2.1 l'enfant place 1 poids sur un bras et tâtonne pour placer le deuxième sur l'autre bras.

2.2.2 Comme précédemment mais sans tâtonnement: l'enfant a effectué la correspondance entre les poids et les chiffres inscrits sur la balance: 5 et 5, 6 et 6... c'est la découverte mais ça ne va pas plus loin.

2.3 Le maître introduit une nouvelle contrainte: «on a le droit d'utiliser seulement 3 poids».

2.3.1 Le tâtonnement recommence: placement d'un poids sur un bras, le deuxième sur l'autre bras et le troisième poids... on tâtonne d'un bras à

l'autre, d'une encoche à l'autre: les chiffres marqués n'ont plus de signification !

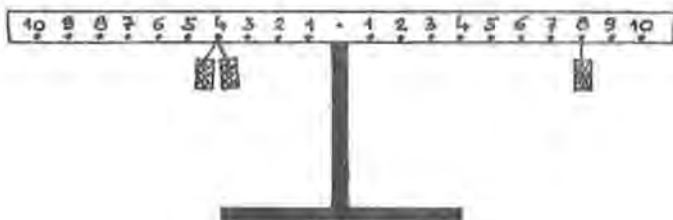
Les plus malins essayent la solution intermédiaire:

Ex. 5 à gauche, 5 à droite et le troisième poids «il ne vaut rien, on le met au milieu» (point d'appui de la balance).

Les camarades trouvent amusant mais il faut trouver une «vraie» position pour ce troisième poids.

2.3.2 Découverte qu'il est possible d'accrocher 2 poids à la même encoche:

Ex.:



Le tâtonnement prend moins de temps: une sorte d'estimation globale intervient (deux poids d'un côté au même endroit — ex 4 —, il faut aller plus loin (8) pour trouver l'équilibre).

Les élèves défilent à la table de la balance, ils proposent des manipulations, ils les effectuent, mais la plupart s'enferme dans la même procédure: 2 et 2... 4, 3 et 3... 6 etc. Les enfants qui essaient d'autres placements en arrivent presque à considérer le tâtonnement comme fatal !

2.4 Le maître dit: «Je vais placer 3 poids et je sais à l'avance que la balance va tenir en équilibre»: placement sur 2, sur 4 à gauche et sur 6 à droite: vérification minutieuse des enfants: *Comment ça se fait ?*

2.4.1 L'intérêt reprend. Trois ou quatre enfants réinterrogent les chiffres: «eh bien oui, 2 et 4 ça fait 6» !
La plupart des élèves essayent... et ça marche.

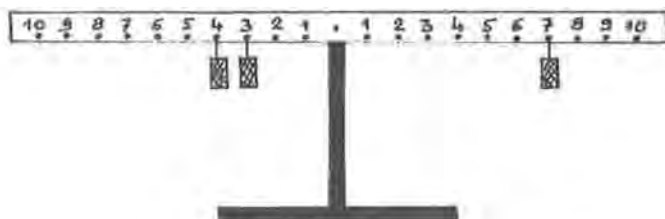
2.5 *Nouvelle consigne*: «Un enfant marque au tableau et un autre place les poids à partir de ce qui est marqué». Cela semble évident ! Un élève écrit:

$$5 - 3 - 8$$

Un camarade se propose pour le placement. Il place 5 à gauche 3 et 8 à droite sur la balance: étonnement: «ça penche!». Les élèves ont une opinion partagée. Il y a ceux qui disent: «et pourtant ça fait bien 8». D'autres affirment: «il a placé faux!». Les explications et contre-explications foisonnent.

- 2.6 Quelques jours plus tard le travail reprend par petits groupes. *Consigne:* «Marquer des messages pour un autre groupe. Il faut que la balance tienne en équilibre».
- 2.6.1 Les messages les plus fréquents sont constitués par des dessins:

Ex.:



- 2.6.2 Suite chiffrée avec séparation (grand espace, barre, etc.) des quantités:

Ex. 3 - 5 / 8

- 2.6.3 Trois enfants proposent des équations:

Ex.: 5 + 1 = 6

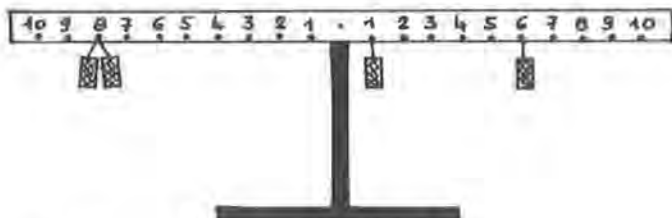
Il s'agit, comme par hasard, des élèves qui avaient découvert le «2 et 4 ça fait 6» (cf 2.4.1).

- 2.7 La situation est reprise quelques jours plus tard avec l'ensemble de la classe: les enfants producteurs d'écritures équationnelles avancent leurs solutions: tout le monde semble satisfait et d'accord. Le décodage des écritures conventionnelles semble aller de soi, mais d'autres codages continuent d'être proposés (type 2.6.2). Ce qui semble plus difficile à noter est le signe «=», jusqu'au moment où Ana Bellen déclare: «mais oui, c'est comme si on le mettait au milieu (point d'appui de la balance), ça veut dire que ça tient en équilibre!».

- 2.8 Nouveau travail de messages en petits groupes. Des équations du type $a + b = c$ ou $a + b + c = d$ sont effectuées dans tous les groupes. Les opérations sont correctes, mais quel est l'étonnement quand il faut décoder et surtout placer les poids sur la balance lorsque le résultat dépasse la dizaine:

Ex.: Message: $8 + 8 = 16$

Le décodeur place soigneusement 4 poids:



... et le tâtonnement recommence.

L'intérêt pour la numération de position prend le dessus sur la balance, les tas d'objets de toute sorte (cailloux, perles, jetons, etc. refont leur apparition sur les tables et les équations sont vérifiées et discutées avec d'autres matériaux que la balance, devenue... peu intéressante.

Toute tentative de reconduire la discussion sur la balance tombe à vide. On change de matériel et l'apprentissage continue avec ses tâtonnements et ses prises de conscience.

III. Réflexions en guise de conclusion provisoire

A la suite de cette période d'animation-observation il nous semble que:

- Dans l'ensemble et pour tous les élèves de la classe nous assistons à un apprentissage progressif mais non linéaire. L'activité des enfants dans un champ de relations interindividuelles constant semblerait effectivement favoriser la dynamique des structurations cognitives bien que la nature même de nos observations nous empêche d'explicitier les causes spécifiques de progrès pour chaque enfant (mais cela n'était pas notre but dans ce travail). Nous ne nous sommes d'ailleurs pas donné les moyens d'observer toutes les démarches individuelles (dans les groupes et lors des tâtonnements individuels et spontanés des enfants avec la balance).
- Quant au rôle de l'intérêt suscité par la tâche à des moments donnés, nous avons constaté une fois de plus qu'avec des élèves de 7-8 ans, lorsque l'objectif à atteindre est clair (cf. différentes consignes), l'activité peut se poursuivre assez longtemps (surtout en petits groupes). En revanche le travail effectué avec toute la classe exige des coupures plus fréquentes pour ne pas risquer de n'interpeller que les élèves les plus avancés.
- Etroitement lié à ce qui précède est le rôle d'animation joué par le maître, en fonction de l'objectif pédagogique fixé. La première prise de contact avec la balance est significative: la consigne est vague, les élèves s'amu-

sent... Fallait-il les laisser continuer ? Auraient-ils construit tous seuls la notion ? Nous nous permettons d'en douter et la suite des activités montre que les stimulations-questions de l'enseignant sont profitables, elles suscitent des confrontations socio-cognitives, les échanges entre élèves se multiplient. Il est en effet important de noter comment la confrontation avec l'autre (les autres) remet en discussion l'enfant dans ses affirmations et notations. L'élève s'aperçoit alors des points de vue différents, constate les limites de son raisonnement et active d'autres mécanismes, réenvisage la situation, reformule et... progresse dans l'apprentissage; il s'approprie davantage la notion.

Notes bibliographiques

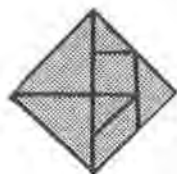
- ALLEN V.L. *Children as teachers*. Academic Press. 1976.
- BAKER N., LEONI M.L., PERRET-CLERMONT A.N. *Fondements psychologiques du travail de groupe en situation pédagogique*. Techniques d'instruction, GRETI, 2/78.
- BROUSSEAU G. *Etude locale des processus d'acquisition en situation scolaire*. Cahier de l'I.R.E.M. de Bordeaux. No 18, 1978.
- CECCHINI, TONUCCI, PINTO, DUBS. *Teacher training, pedagogical method and intellectual development*. Texte photocopié. Istituto di psicologia. C.N.R., Roma, 1972.
- FREINET E. *Naissance d'une pédagogie populaire*. Editions de l'Ecole moderne française, 1949.
- MAKARENKO A. *Œuvres complètes*. Moscou, 1958 (traduction française: Editions du Progrès, 1967).
- MUGNY G., LEVY M., DOISE W. *Conflit socio-cognitif et développement cognitif: l'effet de la présentation par un adulte de modèles «progressifs» et de modèles «régressifs» dans une épreuve de représentation spatiale*. Revue Suisse de Psychologie, 1978, 37, 22-43.
- MUGNY G., PERRET-CLERMONT A.N., DOISE W. *Coordinations interpersonnelles et différences sociologiques dans la construction de l'intellect*. Version française d'un chapitre à paraître dans: STEPHENSON G.M., DAVIS J.H. (Eds). *Progress in Applied Social Psychology*. Wiley, vol. 1, 1979.
- PERRET-CLERMONT A.N. *La construction de l'intelligence dans l'interaction sociale*. Collection Exploration. P. Lang, Berne, 1979.
- SCHUBAUER-LEONI M.L., PERRET-CLERMONT A.N. *Interactions sociales et représentations symboliques dans le cadre de problèmes additifs*. Recherches en didactique des mathématiques, No 1 (à paraître).
- VERGNAUD G. *Activité et connaissance opératoire*. Bulletin de l'A.P.M. No 307, février 1977, 52-65.

TANGRAM

par Marcelle Goerg et Henri Schaerer

Première partie

*Tch'i Tch'iao pau
la plaquette aux sept astuces
ou la plaquette de sagesse.*



L'âge de ce jeu chinois n'est pas connu. Sous l'empereur Ts'ing (Tchia Ts'ing 1796-1820) sont édités les premiers ouvrages sur le tangram. Vers 1800, Utamaro grave sur bois une scène où deux personnages se penchent sur un problème de tangram.

Puis, au XIXe siècle, l'intérêt pour ce jeu qui vient de Chine est tel que l'Europe s'en empare et de nombreuses publications paraissent. Napoléon, durant son exil, en est un joueur passionné.

La signification particulière plus ou moins concrète des figures réalisées au moyen des sept pièces du tangram échappe à l'attention des joueurs occidentaux; l'accent est mis sur l'imitation ou la reconstitution de modèles chinois incompris.

Les formes abstraites ou figurées obtenues donnaient aux Chinois l'occasion de lire un message ou de le transmettre; ces formes, souvent des idéogrammes, avaient donc une explication.

Tout cet aspect de message à créer, à composer, à décoder, à comprendre, disparaît lorsqu'on limite ce jeu à un puzzle à reconstituer.

Il reste certain que le puzzle a toujours été un jeu très populaire. Dès l'âge de 2 ou 3 ans, les enfants essaient d'introduire à la bonne place un élément approprié. A 4-5 ans, ils reconstituent en tout une image pouvant être découpée selon des lignes.

Plus tard, le nombre de morceaux varie, augmente, mais l'activité reste la même. Qu'ils soient âgés de 7 ans ou de 77 ans, les amateurs de puzzles assemblent toujours le même genre de petites pièces aux contours plus ou moins sinueux pour redonner un tout.

L'image reste plus ou moins difficile à reconstituer, mais cette illustration n'est rien d'autre qu'un encouragement à persévérer.

Si l'on observe des enfants et des adultes devant un puzzle, on est surpris de voir que l'enfant se débrouille le plus souvent en se centrant sur le contour de la pièce, tandis que l'adulte, procédant par élimination, s'aide de l'image, catégorise les pièces selon les couleurs du bleu du ciel, du vert des arbres, du roses des rosiers...

S'il n'était envisagé que sous l'aspect d'un puzzle, le jeu de tangram serait d'un intérêt limité, puisque n'était composé que de 7 «tans», 7 pièces.

L'astuce est autre: la symétrie des pièces découpées, les retournements possibles sont tels que, d'un puzzle à première vue banal, il devient un casse-tête. La compétition, s'il y en a une, n'est pas avec le partenaire, mais dans le jeu lui-même; il excite le joueur, le décourage souvent et si celui-ci perd, c'est face à lui-même, faute de trouver la solution du problème.

Sans diminuer l'attrait que peut avoir une tâche de ce genre à être réussie, sans nier l'importance d'activités qui permettent de prendre conscience des limites du tâtonnement pour déboucher sur une stratégie de travail, le tangram est plus qu'un casse-tête, plus qu'un passe-temps.

Son aspect créatif en fait un jeu très complet, dont il serait intéressant d'étudier les conduites.

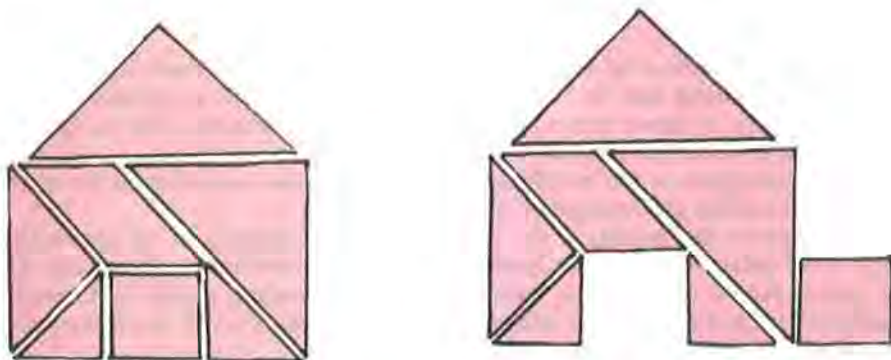
A partir d'un carré statique inerte, il est possible de produire une infinité de formes. Les pièces, par un assemblage toujours différent, créent des figures nouvelles, inattendues, dépassant la rigidité de leur forme propre, à savoir: triangle, carré, parallélogramme, pour suggérer la finesse d'un mât, celle de pattes d'oiseaux...

Il est étonnant de constater quel degré de concentration cette expression exige, et dans quel silence ! Il ne suffit pas de poser les pièces n'importe comment pour qu'elles signifient quelque chose; leur glissement subtil détruit les rapports qu'elles ont les unes avec les autres et pour atteindre une nouvelle interprétation, il faut savoir utiliser les vides et les pleins, tenir compte du fait qu'un vide augmente apparemment le nombre de pièces, permet un étirement de la figure, un élargissement des dimensions...

Cette mobilité créative ne peut être obtenue qu'après une compréhension sensible et géométrique des figures de base.

On se devra donc en premier lieu d'affiner l'œil de l'enfant pour qu'il achève sa création, qu'il sente l'enrichissement que le détail apporte, la signification qu'il dégage, et à quel niveau se situent les différences.

Est-ce la «même» maison ? Faut-il autant de peinture pour recouvrir l'une que l'autre ?

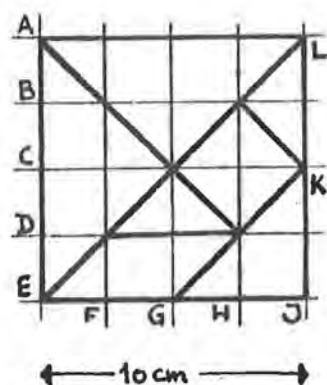


— «Non», dit l'enfant de 7-8 ans. Pourtant elles sont faites toutes les deux avec sept pièces du tangram, elles ont tout au plus la même aire, mais ceci est une autre histoire...

Il est temps, semble-t-il, de décrire le matériel utilisé pour ce jeu du tangram:

un carré, de 10×10 , par exemple, découpé d'une manière déterminée en 7 morceaux, soit en bois, en carton, en papier, en plastique, en pierre même — les puzzles chinois étaient en ivoire, en os ou en bois laqué, souvent ornés d'incrustations et de marqueteries délicates.

Pour le réaliser facilement, utiliser le papier quadrillé selon le modèle proposé:



Les morceaux du carré découpé donnent ces sept figures géométriques:

Et voici diverses manières de les fabriquer.

Chaque joueur a son propre jeu, non pas parce qu'il se joue en solitaire, mais parce que toute manipulation n'a de l'intérêt que pour celui qui manipule. Celui qui regarde ne fait pas la même expérience que celui qui agit !

Si vous réalisez «votre jeu» en carton, choisissez un carton de couleur. Les deux faces de même couleur facilitent le retournement des pièces.

Si vous le réalisez en carton de deux couleurs, recouvrez l'une des faces de toile adhésive et vous verrez que la propriété de la symétrie du carré, des triangles, s'oppose à la non-symétrie du parallélogramme.

Si vous le réalisez en bois, sciez du contre-plaqué de 5 mm environ, poncez-le et vernissez-le; l'épaisseur des pièces donne de nombreuses possibilités de manipulation dans trois dimensions: superposition des pièces, découverte des longueurs égales...

Il se pourrait que vous désiriez posséder un jeu plus grand, plus lourd, esthétiquement plus suggestif. Sciez un carré de 26 cm \times 26 cm dans du bois de 22 mm d'épaisseur, découpez les éléments selon le modèle.

Il vous faudra de la place pour l'utiliser, mais le poids des pièces, leur volume, leur stabilité sur la tranche permettent d'autres manipulations, d'autres découvertes du rapport des pièces entre elles.

Comme tous les jeux, le tangram a *des règles*:

- Les figures sont créées ou reconstituées uniquement à l'aide de sept éléments de formes imposées: un carré, un parallélogramme, cinq triangles. *Jamais plus, jamais moins.*

Cette contrainte est le moteur de l'activité. Le nombre restreint des éléments exige de celui qui invente des formes nouvelles une volonté d'imagination qui est non seulement constructive, mais créative.

- Les formes sont toujours utilisées dans leur totalité, elles *ne se chevauchent pas*, elles ont une fonction définie dans la reconstitution de chaque figure.

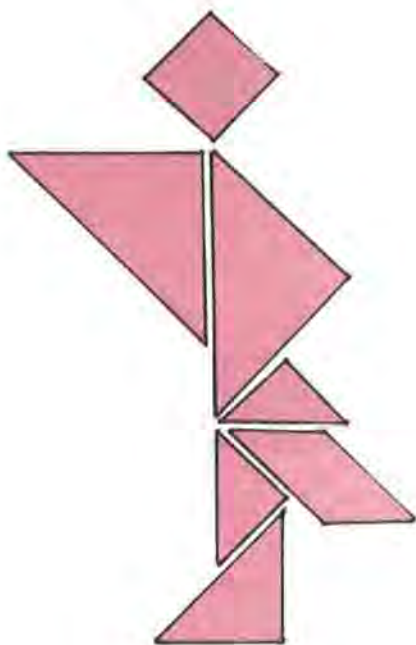
L'assemblage de formes donne un nombre illimité de figures qui, si elles représentent des personnages, sont remarquables par leur expression, leurs gestes, la fantaisie qui se dégage de leurs mouvements.

Deux démarches à considérer pour favoriser une approche créative de ce jeu:

1. Donner à l'enfant pour composer un motif, un thème large ou précis, un point «d'accrochage» pour limiter son choix.

Les références au jeu de mime sont certaines:

- où mettre l'angle du coude ?
- quelle pièce choisir ?
- où placer l'instrument pour que d'autres que soi-même reconnaissent un violoniste dans ce personnage ?



2. Laisser l'enfant libre de faire surgir devant lui un bateau, une maison, un oiseau, en manipulant les pièces sans un but précis.

Les pièces du tangram sont sur une feuille de papier; dès qu'une figure apparaît comme belle, significative, la cerner d'un trait de crayon. Le modèle ainsi constitué sera refait ultérieurement (ce qui n'est pas toujours facile !) par le «producteur» ou par un camarade.

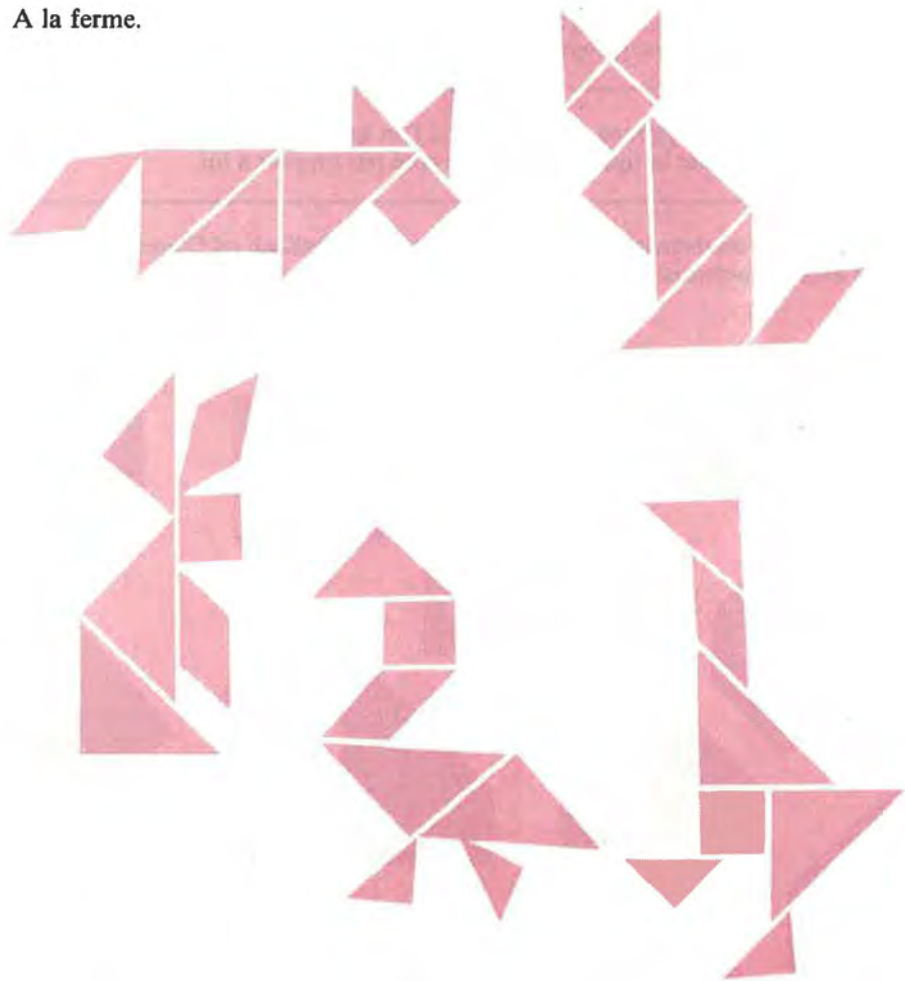
Très vite les enfants constatent que, plus une figure est ramassée, compacte, plus difficile en est sa reconstitution.

Un livre de classe recueille les modèles créés qui seront envoyés à d'autres classes ou donnés aux parents; ceux-ci seront surpris de la difficulté dont se jouent leurs enfants.

La leçon de gymnastique.



A la ferme.



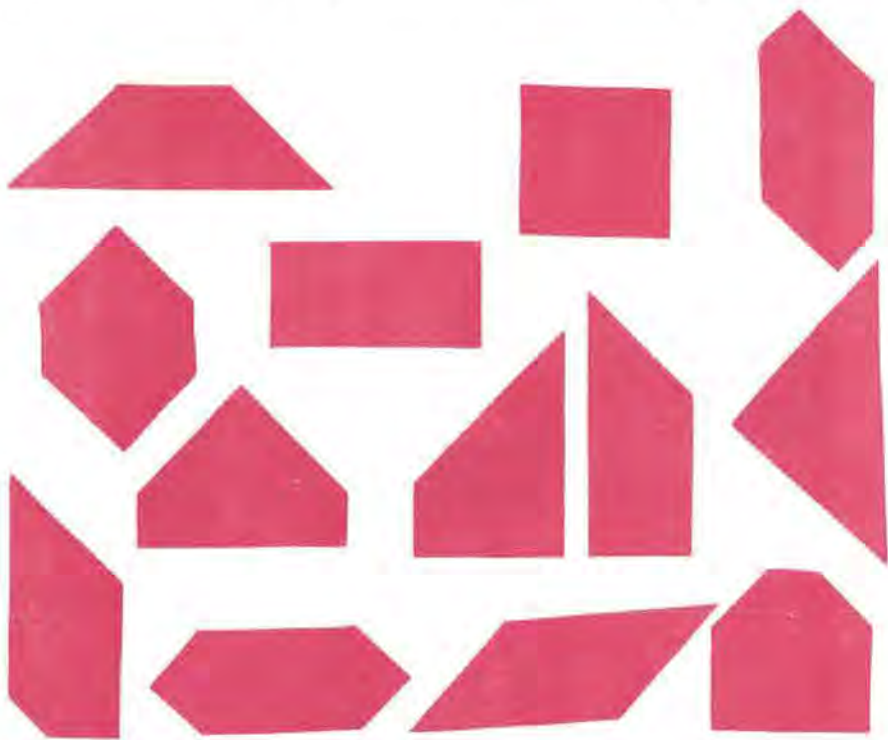
Des chiffres...

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Pour limiter le nombre des figures, il faut imposer des contraintes.
La convexité en est une (programme dès 4P).

On dit qu'un polygone est convexe si l'un quelconque de ses côtés prolongé laisse toute la figure d'un même côté par rapport à lui.

En 1942, des mathématiciens de l'Université de TcheKian en Chine ont prouvé qu'il existe exactement 13 tangrams convexes différents et pas plus.

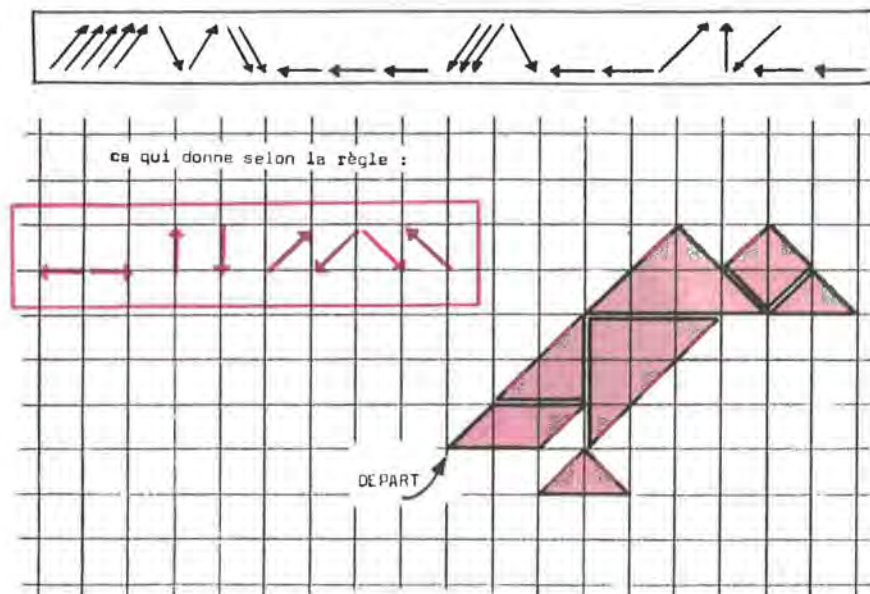


Le programme romand mentionne, en 2P déjà, de faire des activités de déplacements sur un réseau, de représentation d'un itinéraire, de reconstitution d'un déplacement (3P) et en 4P, de situer des points dans un espace à deux dimensions.

Le *tangram à réseau* s'applique à cette demande. Il n'est rien d'autre qu'un tangram dont les sommets de chacun des sept éléments coïncident avec les points du réseau, ce qui n'est pas le cas de toutes les figures; la suite de l'article en dégagera les raisons.

Deux démarches de travail sont possibles:

1. Faire découvrir la forme extérieure de la figure à l'aide d'un code:

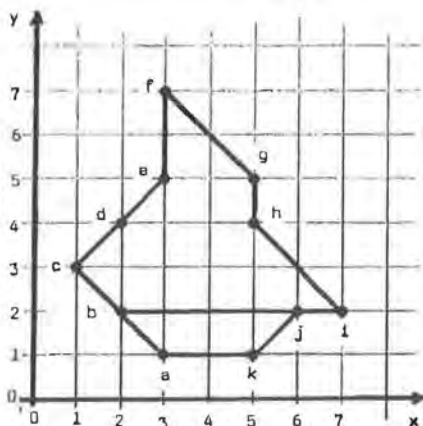


On connaît l'attrait des enfants pour les messages codés; une figure ainsi codée est transmise à des camarades ou des parents qui la reconstituent à l'aide de sept pièces !

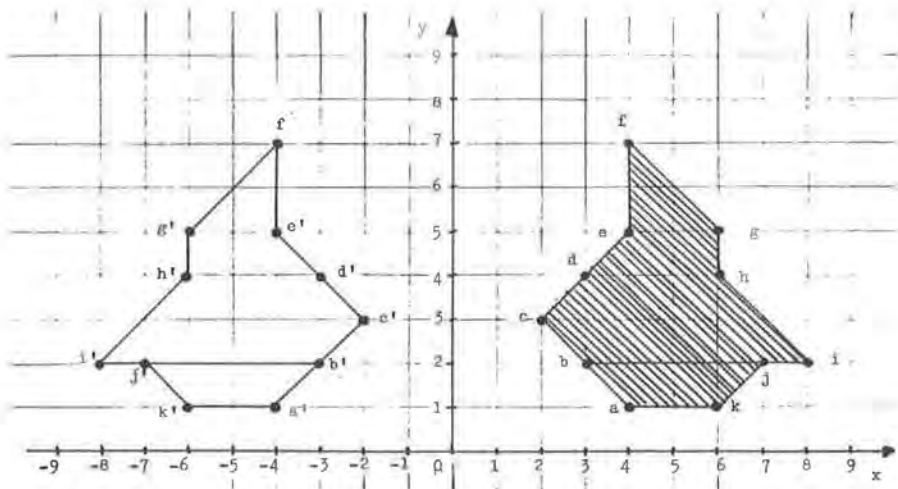
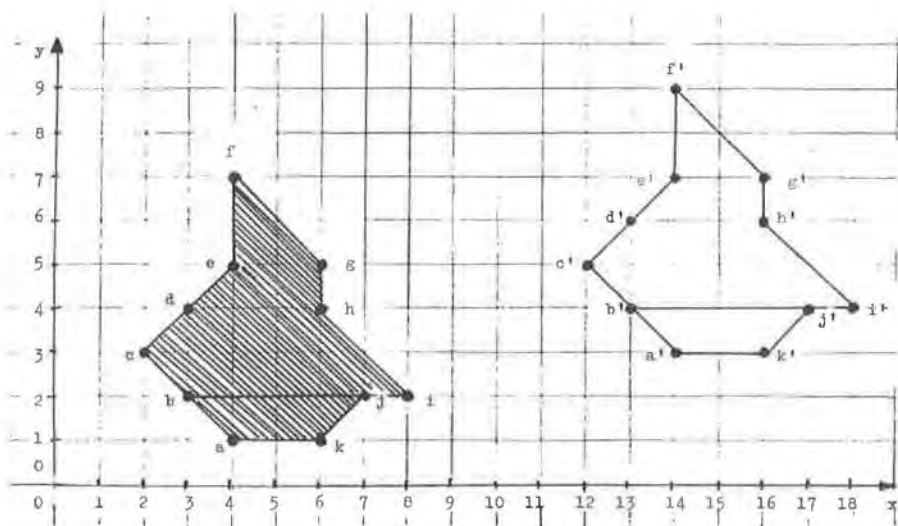
2. Placer les points selon les coordonnées, dessiner la figure en reliant ceux-ci:

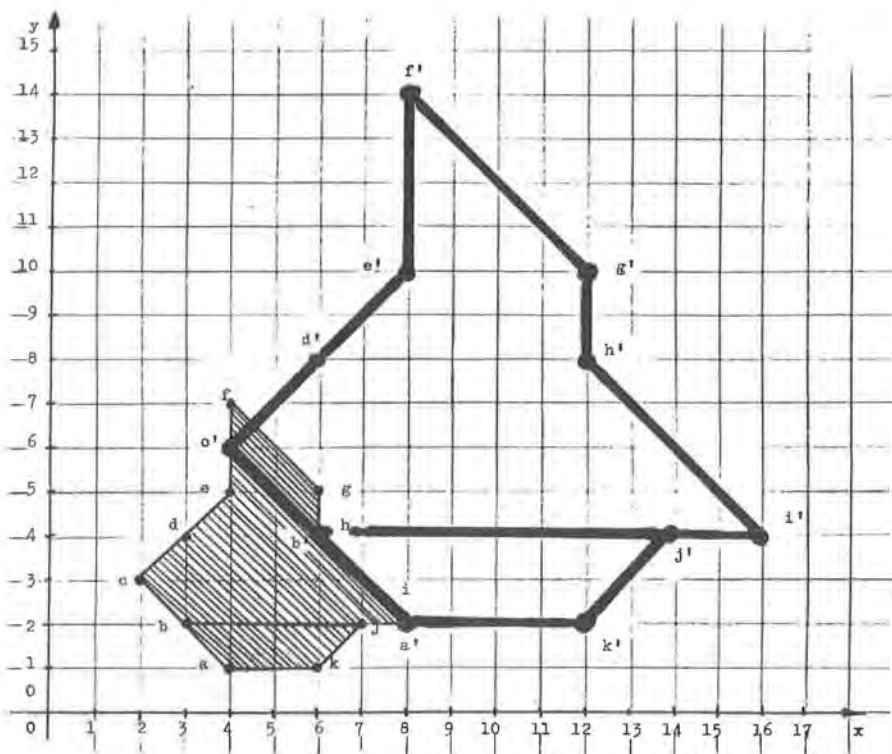
a (3 ; 1)	e (3 ; 5)	i (7 ; 2)
b (2 ; 2)	f (3 ; 7)	j (6 ; 2)
c (1 ; 3)	g (5 ; 5)	k (5 ; 1)
d (2 ; 4)	h (5 ; 4)	

et compléter le dessin.

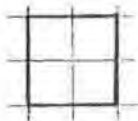


Le bateau ainsi obtenu peut être exécuté dans des positions différentes (translation, symétrie) ou agrandie (homothétie).

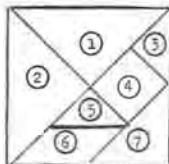




Le problème de la taille des objets préoccupe les enfants, ils cherchent à fabriquer de petits tangrams de 2×2 ou de grands 20×20 . La notion qui veut que longueur et largeur doublées donnent une aire quadruple surgit dans le déroulement de leur travail.



tâche 1



A

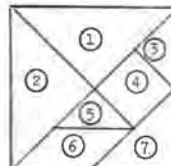


B

- Prends ton jeu de tangram et reconstitue un carré (sans regarder le modèle).
- Donne le nombre de pièces de forme ③ (petit triangle) qu'il faudrait pour le recouvrir entièrement.
Il faut formes ③ pour recouvrir le carré entièrement.
- Dessine toutes les formes ③ dans le quadrillage B.
- Que penses-tu de l'aire des formes ④ ⑥ ⑦ ?
Donne ta réponse et justifie-la.

- Avec 3 pièces du tangram, reconstitue la forme ①.
- Dessine les différentes manières de le faire en numérotant les pièces.

tâche 2



- Reconstitue un carré avec les formes ① et ②.
- Avec les cinq pièces qui restent, fabrique un autre carré de même aire que celui formé de ① et ②.
- Réunis ces deux carrés. Quelle figure géométrique obtiens-tu ?
.....
- Dessine-la et numérote-la en les différentes parties (selon modèle).
- A partir du rectangle, en déplaçant une seule pièce, fabrique :
 - un triangle
 - un parallélogramme
 - un trapèze
 Dessine-les et numérote-les en les différentes parties.

- Invente d'autres formes en déplaçant une seule pièce, note-les et fais-les reconstituer à un camarade.

Mathématique et français

par Raymond Hutin

L'école romande prend peu à peu forme. Presque simultanément, le corps enseignant a reçu la nouvelle version de la méthodologie de mathématique destinée à la première année et le gros volume consacré à la «Maîtrise du français¹». Avec cette «méthodologie pour l'enseignement primaire» comme l'intitulent les auteurs, une nouvelle étape de la coordination intercantonale s'annonce.

Sans aucunement minimiser l'apport indispensable des autres disciplines pour une formation complète et harmonieuse de l'enfant, on peut néanmoins admettre que la réforme des deux disciplines instrumentales que sont la mathématique et la langue maternelle formeront les piliers les plus importants de cette nouvelle école qui, de Chancy à Sierre et de Lausanne à Porrentruy se voudrait non pas unique mais harmonisée et harmonieuse. Reste à savoir si les méthodologies communes suffisent à une harmonisation des pratiques pédagogiques dans des systèmes scolaires aussi diversément marqués par des usages et des options politiques tellement différents d'un canton à l'autre, mais ceci constitue une autre affaire.

Admettons, par hypothèse, que toutes les difficultés liées à l'introduction d'une pédagogie ouverte, fondée sur la communication, aient été levées et que le corps enseignant s'engage dans une application sans arrière-pensée du plan d'études romand et des documents méthodologiques qui l'accompagnent. Il n'est peut-être pas inutile de rappeler ici que, sept ans après l'adoption par les chefs des départements de l'Instruction publique de tous les cantons romands d'un programme commun de mathématique, l'unanimité est loin d'être faite et que, dans certains milieux, si l'on admet une harmonisation durant les quatre premières années de scolarité, on semble s'employer à conserver, dans les degrés supérieurs, des disparités dont les motivations ne semblent pas toujours s'appuyer sur un souci d'ordre éducatif. Il n'est pas impossible, au vu des premières réactions, que le nouvel enseignement du français ne se heurte aux mêmes résistances.

Les options pédagogiques retenues pour l'enseignement de la mathématique, qui portent sur la construction par l'enfant de son propre savoir et qui valorisent l'activité opératoire de l'enfant en tant qu'instrument d'apprentissage plutôt que l'inculcation de règles à travers le discours de l'enseignant, se retrouvent en matière de langue. Les auteurs précisent: «Voilà qui suppose également, de la part du maître, une attitude nouvelle: celle d'un animateur qui — plutôt que de pénaliser — suscite les échanges, les alimente et les encourage...»

¹ Maîtrise du français - M.J. Besson - M.R. Genoud - B. Lipp - R. Nussbaum. Commission romande des moyens d'enseignement. IRDP, Neuchâtel, Delta, Vevey; L.E.P., Genève; Fernand Nathan, Paris, 1979.

Cette convergence devrait apporter une réponse aux enseignants qui se plaignaient d'être contraints d'adopter des attitudes différentes selon les disciplines.

... Plutôt que de pénaliser...

Quatre mots ! Quatre mots qui peuvent changer l'école ! Malgré des progrès considérables nos écoles de Suisse romande restent des lieux où l'on pénalise beaucoup. L'enfant doit correspondre à une certaine norme; si non... tant pis pour lui ! La notion de faute, la culpabilisation outrancière de l'élève en échec, l'aspect collectif de la progression exigée, contribuent à la faiblesse d'une institution scolaire dans laquelle, en regard de la somme extraordinaire de dévouement développée par les enseignants, les performances atteintes par les enfants restent relativement modestes.

Une école dans laquelle chaque élève progresse à son rythme, où chacun, quelle que soit sa force, a droit aux mêmes éloges et aux mêmes encouragements lorsqu'il surmonte une difficulté, est-elle une utopie ?

Espérons que les animateurs chargés de faire entrer les principes de cette nouvelle méthodologie dans la pratique sauront mettre en exergue ces quatre mots sans lesquels nous n'aurons qu'une recette de plus et souhaitons que les formateurs en mathématique puisent dans la lecture de ce document, un regain de courage pour leur propre activité. Il est en effet impensable qu'une action efficace puisse être entreprise sans que les formateurs et les animateurs des deux disciplines n'aient une connaissance approfondie des deux domaines. L'institutrice et l'instituteur, généralistes par essence, seront obligés par leur fonction de s'appropriier le contenu de la nouvelle méthodologie de français après celui des documents méthodologiques de mathématique. Les formateurs pourraient, trop engagés dans leur spécialité, oublier de faire le même chemin.

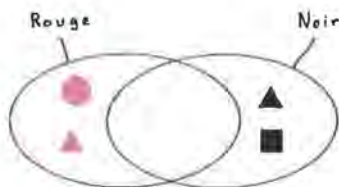
Quelques problèmes de représentations

Il est probable que, dans les années à venir, Math-Ecole aura l'occasion de présenter à ses lecteurs des articles portant sur les liaisons entre la langue et la mathématique. Pour l'heure, nous voudrions aborder brièvement quelques aspects liés au problème des représentations graphiques car, si l'on n'y prend garde, il est facile de soumettre les élèves à des difficultés supplémentaires inutiles.

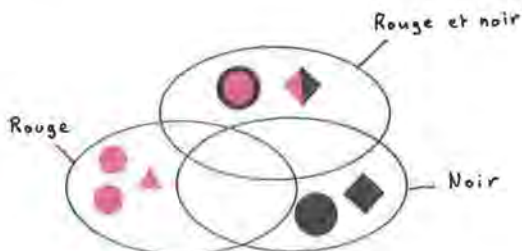
Il est bien évident que chaque discipline scientifique a le droit de constituer son propre langage symbolique et de s'approprier certaines représentations graphiques pour un usage particulier. En revanche, au niveau des apprentissages scolaires, des précautions sont nécessaires pour éviter des discordances ou tout au moins, lorsque des utilisations différentes d'un même modèle sont indispensables, pour que l'ambiguïté soit clairement précisée.

Récemment, de nombreux ouvrages relatifs à la didactique du français ont paru sur le marché de l'édition scolaire. Les auteurs y utilisent fréquemment les diagrammes de Venn ou de Carroll et, il faut bien le reconnaître, pas toujours à bon escient.

On connaît l'erreur classique qui apparaît lors d'un classement par couleur.

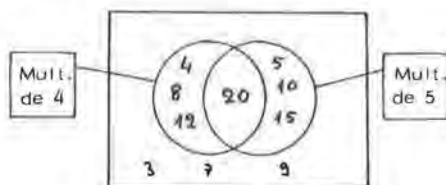


Alors que, dans un tel cas, l'intersection est obligatoirement vide, l'enfant, l'adulte parfois, aura tendance à penser que l'intersection est ici la classe des objets rouges et noirs tandis que, bien sûr, pour englober des objets bicolores, la représentation correcte serait:



Avec les nombres, on ne rencontre pas cette difficulté car c'est bien le même objet qui possède de nombreuses propriétés.

Par exemple:

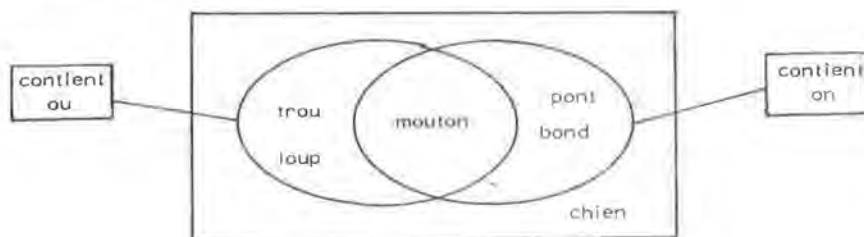


Le nombre 20 est à la fois multiple de 4 et multiple de 5.

Passons au français. Le risque d'ambiguïté provient presque toujours de l'utilisation de critères de classement se situant au même niveau. Ainsi l'exercice suivant paraît sujet à caution:

Classe les mots:

pont - trou - loup - bond - mouton - chien

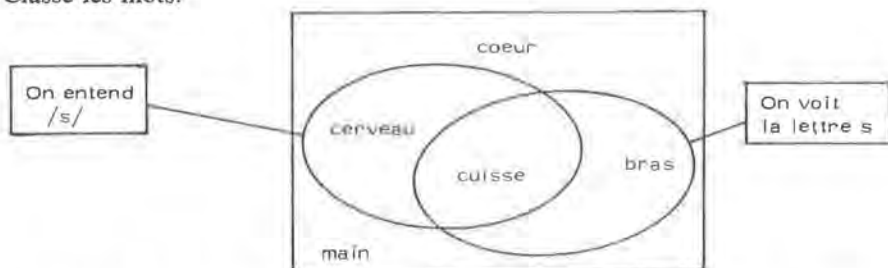


En fait, on ne peut pas parler d'erreur mais la comparaison de cet exercice avec la situation des couleurs présentée ci-dessus montre que le problème n'est pas si facile à résoudre. Faut-il ou ne faut-il pas présenter aux enfants des activités de ce type ?

En revanche, lorsque l'exercice s'appuie sur deux critères de nature différente, la difficulté est partiellement levée.

Exemple:

Classe les mots:



Les mots ont été choisis de telle manière que l'exercice s'effectue sans problème. Mais, si un élève propose de classer dans ce diagramme le mot *cerise*, par exemple, le degré de difficulté de l'analyse devient nettement plus élevé.

Dans le même ordre d'idée, on rencontre une autre source d'ambiguïté. Sous prétexte de ne pas «mathématiser» l'enseignement du français, certains auteurs de manuels utilisent des notions logiques pour des activités de classements mais renoncent à faire appel aux diagrammes.

Voici un exemple vécu de confusion possible:

Première séquence:

Dans le cadre d'une leçon de lecture, des élèves de deuxième année primaire lisent un petit texte parlant du repas du soir et énumèrent les différents ali-

ments pris par papa et par maman. Tous deux ont mangé de la soupe, du pain et des fruits. De plus papa a mangé du jambon et du fromage tandis que maman prenait un yoghourt et un gâteau.

La leçon se termine par un exercice écrit au cours duquel les enfants doivent dresser la liste de ce que papa et maman ont mangé.

Lors de la correction, l'enseignante considère comme seule exacte la réponse dans laquelle tous les noms désignant des aliments sont notés. Le mot «et» est donc pris dans le sens de la réunion, c'est-à-dire du «ou» logique.

Deuxième séquence:

Le lendemain, leçon de français. L'exercice suivant est présenté aux mêmes élèves:

Dans cette liste de mots, souligne ceux où on entend le son /a/ et on voit la lettre a.

lapin - chat - maison - train - champ - repas

Bien évidemment, plusieurs enfants soulignent tous les mots et s'attirent une remontrance de l'enseignante qui leur reproche leur inattention. On constate ici qu'elle entend le «et» au sens de l'intersection mais que cette information fait partie du non-dit.

Dans ce cas précis, le recours au diagramme de Carroll, par exemple, permet de lever l'ambiguïté de la consigne.

	On entend /a/	On n'entend pas /a/
On voit a	lapin chat repas	maison train champ
On ne voit pas a		

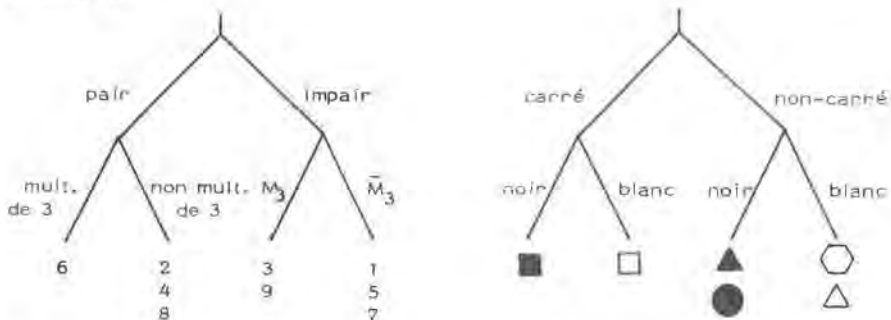
De plus, cette présentation est plus riche car elle permet une réflexion au sujet des cases dans lesquelles aucun mot n'a été inscrit.

Peut-on trouver des mots qui conviennent dans ces deux cas ?

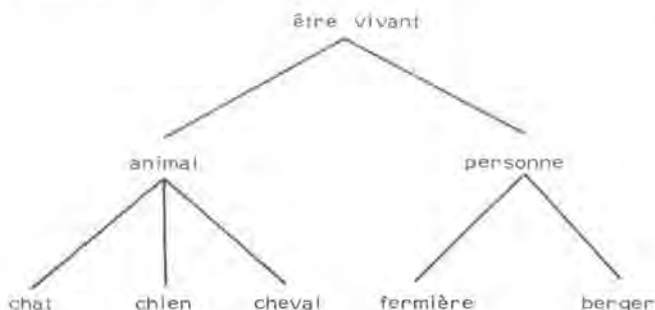
Troisième séquence:

Notre dernier exemple sera tiré de la méthodologie romande de français. Il concerne l'utilisation de l'arbre de classement. En mathématique, chaque nœud de l'arbre, chaque embranchement, correspond à une prise de décision.

Exemples:

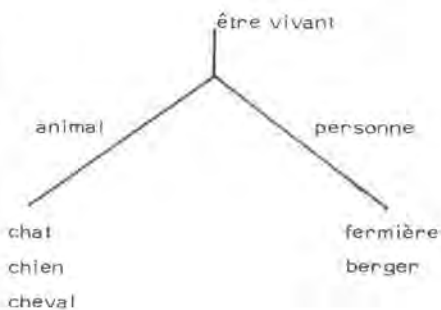


Dans le chapitre consacré à la relation d'hyponymie (méth. rom. de français p. 478), apparaît un arbre utilisé différemment:



Si l'on adoptait le schéma habituel en mathématique, cet arbre ne présenterait qu'un seul niveau, à savoir:

Il ne s'agit pas de donner raison au mathématicien contre le linguiste ni au linguiste contre le mathématicien. Nous l'avons déjà dit, chaque discipline est en droit de choisir ses modes de représentation. Néanmoins, pour la scolarité primaire, ces divergences ne sont pas neutres. Des décisions doivent être prises en connaissance de cause. Elles exigent une approche interdisciplinaire.



Calculatrices de poche à l'école primaire: oui, mais...

par Nadia Guillet et Gérard Charrière

Devant une forte pression extérieure, les autorités scolaires se voient actuellement contraintes de répondre à la question: est-il souhaitable d'introduire les calculatrices de poche dans nos classes primaires ?

Cette pression extérieure provient de deux directions principales: la famille et le monde professionnel.

On sait que plus de la moitié des familles de nos élèves possède au moins une calculatrice, ce qui, entre autres conséquences, modifie évidemment la nature des devoirs à domicile dans le domaine numérique.

En quelques années, la calculatrice de poche est devenue un outil courant et quasiment indispensable dans le monde professionnel à tous les échelons.

Il serait dangereux de pratiquer en la matière la politique de l'autruche ! Il vaut mieux examiner quels sont les avantages — ils sont nombreux — et les inconvénients qui découlent de l'emploi de ce nouvel instrument.

Ce dernier, pour ce qui concerne l'école primaire, se présente commercialement sous divers types:

1. Machines qui nécessitent de la part de l'utilisateur la pose d'une opération arithmétique et de son résultat; la machine se contente d'indiquer par signal lumineux ou acoustique si le résultat est correct. Cette machine correspond au «vu» traditionnel du maître.
2. Machines qui présentent elles-mêmes une opération arithmétique; l'utilisateur doit poser le résultat. Si celui-ci est faux, la machine réitère sa question, dans le cas contraire, elle présente une nouvelle opération. La séquence des opérations affichées est programmée. Cette machine correspond aux séries d'exercices traditionnels (fiches ou cassettes).
3. Machines les plus courantes qui demandent la pose d'une opération arithmétique et en indiquent alors le résultat.

Une calculatrice de ce troisième type est à première vue, la moins «exigeante» pour l'utilisateur. Or, paradoxalement, c'est celle qui présente les possibilités de recherches et d'exploitation les plus nombreuses et les plus riches.

A la suite de quelques expérimentations, on peut déjà constater que cette calculatrice de poche:

- attire et stimule l'intérêt des enfants (aspect ludique...);
- permet de démystifier le pouvoir de la machine (réflexion avant l'utilisation...);
- favorise l'esprit de recherche (ressources multiples...);

- rend nécessaire et développe des qualités d'organisation et de rigueur (planification de longs calculs, communication avec la machine, avec les utilisateurs...);
- exerce paradoxalement le calcul mental et le calcul écrit (méfiance initiale à l'égard des résultats; nécessité de vérifier par approximation à cause des erreurs possibles de manipulation...);
- consolide des notions spécifiques (propriétés et hiérarchie des opérations; appréhension des grands nombres...);
- fournit rapidement une moisson de données permettant une réflexion enrichissante libérée des contraintes du calcul manuel (étude de fonctions; recherche de diviseurs et de périodicités...);
- apporte aux élèves moins habiles (enfin !) les joies de la recherche et de la découverte dans le domaine des nombres;
- ne dispense pas les enfants de savoir faire et d'utiliser à bon escient les opérations arithmétiques (problèmes...).

S'il apparaît ainsi que la calculatrice de poche peut rendre à l'enseignement de nombreux services, il est indéniable que son utilisation doit être menée de façon intelligente et dosée et qu'elle s'inscrit tout naturellement dans les programmes actuellement en vigueur.

Evaluation, évaluation

Cher lecteur,

Il est de bon ton de laisser entendre que nos enfants, faute de pratique, ne savent plus exécuter le plus petit calcul mental. Il faut avouer que nous aussi parfois perdons nos schèmes...

Ainsi comptez donc ! Un homme prend l'autobus pour se rendre à son travail. Dans ce véhicule, il compte 12 passagers qui l'ont précédé. A la station suivante 8 personnes montent. A la suivante 5 descendent et 3 montent. Enfin arrive la station où notre homme prend une correspondance. 6 personnes descendent et 4 montent.

Question: dans combien de stations le bus s'est-il arrêté ?

Et voilà, n'ayant pas précisé ce que je voulais évaluer, je vous enferme dans le ghetto des inattentifs, des non-matheux... Je ne vous ai pas évalué, je vous ai piégé.

Alors ?... l'évaluation en classe, parfois... ?

Michel Dokic

TABLE DES MATIERES

Après la tempête..., <i>Ch.-A. Morandi</i>	1
La balance mathématique, <i>M.-L. Schubauer-Leoni et R. Schubauer</i>	2
Tangram, <i>M. Goerg et H. Schaerer</i>	9
Mathématique et français, <i>R. Hutin</i>	21
Calculatrices de poche à l'école primaire: oui, mais... <i>N. Guillet et G. Charrière</i>	27
Evaluation, évaluation, <i>M. Dokic</i>	28

Comité de rédaction:

Mlle F. Waridel, MM. Th. Bernet,
F. Brunelli, A. Calame, R. Déner-
vaud, D. Froidcoeur, G. Guélat, R.
Hutin, Ch. Morandi, F. Oberson, S.
Roller, J.-J. Walder.

Rédacteur-responsable: R. Hutin

Abonnements:

Suisse: F 12.—, Etranger F 14.—,
CCP 12 - 4983. Paraît 5 fois par an,
Service de la Recherche Pédagogi-
que; 11, r. Sillem, CH 1207 Genève.
(Tél. (022) 35 15 59).

Adresse: Math-Ecole; 11, rue Sillem, CH-1207 Genève; CCP 12 - 4983