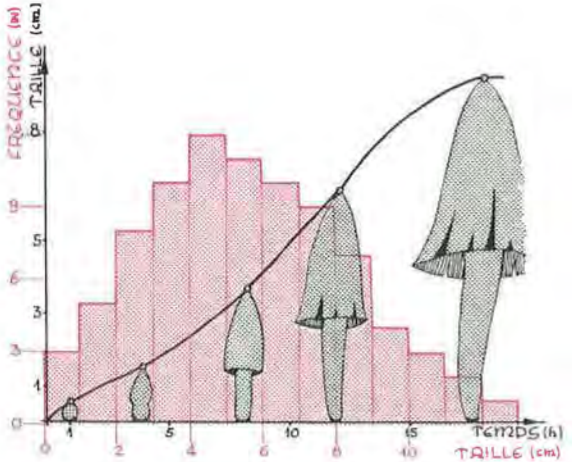
90

# Le Séminaire de Royaumont 1959-1979




# MATH ECOLE

NOVEMBRE 1979
18e ANNEE

# MATH ECOLE 90

18e ANNEE Paraît cinq fois par an NOVEMBRE 1979


## Editorial

### Vingt ans après Royaumont...

*Novembre 1959- novembre 1979. Il y a vingt ans cette année que se tenait à Royaumont le colloque qui devait marquer la rénovation en profondeur de l'enseignement des mathématiques, tout au moins dans le monde occidental. Math-Ecole veut souligner cet anniversaire en tentant de faire le point quant à l'influence de Royaumont sur l'enseignement en Suisse romande. Pour situer ce colloque dans le contexte de l'époque, il était naturel de demander un texte à Laurent Pauli qui fut l'un des deux délégués de la Suisse à Royaumont. Toutefois, L. Pauli a délibérément laissé de côté ce qui touche à la géométrie, en estimant que cet aspect devait être traité par un maître actuellement en activité aux niveaux gymnasial et universitaire.*

*Nous souhaitions avoir des réactions d'enseignants au texte de Pauli; c'est pourquoi son texte a été envoyé à quelques personnes proches de Math-Ecole. Mais peu d'entre elles ont accepté de s'exprimer. Nous sommes d'autant plus reconnaissant à J.J. Walder de nous avoir fourni la réaction d'un enseignant et à l'IRDP de nous donner le point de vue des «évaluateurs» par la plume de François Jaquet, président de la Commission d'évaluation de l'enseignement mathématique.*

*On sera peut-être surpris du rôle important joué par les milieux économiques dans l'organisation du Colloque de Royaumont. Imaginons que les participants se soient laissé influencer par l'idéologie du moment visant à un développement sans contrôle; ils auraient proposé des réformes tendant à former, à court terme, un personnel scientifique tourné vers les réalisations pratiques et les performances technologiques. Au contraire, — et c'est un mérite essentiel — le Colloque de Royaumont a mis au centre de ses débats les mathématiques dans ce qu'elles ont d'universel. Et c'est bien parce que l'enseignement des années 50 n'avait encore pratiquement rien intégré des découvertes de la fin du XIXe et du début du XXe siècle qu'une réforme s'imposait. Le Colloque de Royaumont propose alors, indépendamment de toute influence sociologique, économique ou politique, un enseignement des mathématiques qui développe chez les élèves et les étudiants tout à la fois imagination et rigueur.*

*Vingt ans après, ces mêmes qualités sont indispensables aux scientifiques d'aujourd'hui pour aborder des problèmes nouveaux où le développement fou fait place aux recherches sur l'énergie.*

*S'il est un domaine que le Colloque de Royaumont n'a pas pu prendre en compte et qui a connu depuis un développement formidable, c'est l'informatique. Vingt ans après Royaumont, on peut en tenir compte: c'est un nouvel élan, un nouveau souffle qui vivifiera l'enseignement des mathématiques.*

*André Calame*

# Le colloque de Royaumont

par L. Pauli

En novembre 1959, l'Organisation européenne de coopération économique (OECE) a organisé à Royaumont près de Paris, un séminaire de dix jours en vue de promouvoir une réforme du contenu et des méthodes de l'enseignement des mathématiques à l'école secondaire (élèves de 12-19 ans). Pourquoi une organisation économique a-t-elle pris une telle initiative ? Pour répondre à cette question, il est nécessaire d'évoquer la situation économique et politique du monde occidental dans les années 45-60. Face au potentiel industriel et militaire de l'URSS, la nécessité de relancer et de développer l'industrie de l'Europe occidentale s'est imposée dès 1946. Sous la pression politique et matérielle des Etats-Unis, les Etats ont été amenés à mettre sur pied divers modes de coopération qui les ont conduits à créer l'OECE.

*Les pays Membres s'engageaient «à conjuguer leurs forces économiques, à s'entendre sur l'utilisation la plus complète de leurs capacités et de leurs possibilités particulières, à augmenter leur production, développer et moderniser leur équipement industriel et agricole, accroître leurs échanges, réduire progressivement les entraves à leur commerce mutuel, favoriser le plein emploi de la main-d'œuvre, restaurer ou maintenir la stabilité de leurs économies, ainsi que la confiance dans leurs devises nationales.»*

Dix-huit Etats ont adhéré à l'Organisation dont la Suisse, les Etats-Unis et le Canada avaient le statut de membres associés, la Yougoslavie celui d'observateur. Le Secrétariat a été installé à Paris et dans la mise en place des divers services, les USA ont joué un rôle important. Très rapidement, on s'est rendu compte que le développement scientifique, technique et industriel ne serait possible qu'à deux conditions:

1. former un plus grand nombre de techniciens et de scientifiques de haut niveau,
2. réformer et moderniser l'enseignement des disciplines scientifiques.

Pour y parvenir, l'Organisation a créé, en 1958

*le Bureau du Personnel Scientifique et Technique (B.P.S.T.) dans le but d'entreprendre une action internationale afin d'augmenter dans les pays de l'OECE le nombre et la qualité du personnel scientifique et technique. Son programme vise à améliorer les systèmes d'enseignement dans les pays Membres et Associés et, par des mesures particulières, à renforcer l'action entreprise pour former des spécialistes afin de soutenir leur essor économique. Les principaux objectifs sont les suivants: Faire prendre conscience aux pouvoirs publics et à l'opinion de la nécessité urgente d'accroître le personnel technique; définir le rapport qui existe entre les investissements dans l'enseignement et l'expansion économique; recueillir des renseignements plus précis sur les besoins* *actuels et futurs de personnel; faciliter les échanges de personnel scientifique, technique et enseignant; rendre plus efficace l'enseignement des sciences et des mathématiques; enfin, fournir une assistance spéciale aux pays qui élaborent leur système d'enseignement de base, et posent ainsi les fondements d'un enseignement scientifique et technique de degré supérieur.*

Rappelons, en passant, qu'en octobre 1957, l'URSS lançait son premier spoutnik, ce qui exerça une influence certaine sur la création du BPST.
Dès son entrée en fonction, ce bureau s'est posé le problème de l'enseignement des mathématiques et a organisé le séminaire de Royaumont auquel tous les Etats étaient représentés. Fait significatif, c'est le département fédéral de l'économie publique, plus précisément l'Office fédéral de l'industrie, des arts, des métiers et du travail (OFIAMT) qui a désigné les deux délégués suisses, le professeur W. Saxer de l'EPFZ et le soussigné.

Avant d'évoquer le déroulement du séminaire, quelques remarques nous paraissent encore utiles.

La première se rapporte à l'évolution de l'OECE. A la fin des années 60, elle s'est muée en Organisation de coopération et de développement économique (OCDE), les Etats-Unis, le Canada puis le Japon, l'Australie et la Nouvelle Zélande sont devenus membres réguliers, la Yougoslavie a gardé en revanche, son statut d'observateur. L'OCDE a considérablement développé son secteur enseignement et recherche, elle publie chaque année, de nombreux travaux relatifs à l'éducation de la prime enfance à l'Université.
En second lieu, il faut rappeler qu'au moment où s'est fondé le BPST, le Conseil fédéral a nommé une commission chargée d'étudier les problèmes de la relève dans les disciplines scientifiques, commission animée par le PDG Hummler d'une grande entreprise métallurgique.
Enfin, nous voudrions dire aux lecteurs qui imaginent que la réforme de l'enseignement des mathématiques a été uniquement l'affaire des enseignants que, vingt ans après, nous sommes convaincu que sans la pression de l'économie sur les pouvoirs publics, la modernisation de l'enseignement des disciplines scientifiques (mathématiques, physique, chimie et biologie) se serait étalée sur plusieurs dizaines d'années. Un fait précis: alors que les programmes de la maturité fédérale n'ont guère évolué en 80 ans, ils ont été (dans les disciplines citées) transformés fondamentalement en moins d'une décennie. Qu'on nous comprenne bien: nous ne sous-estimons pas l'effort de tous ceux qui ont contribué, par exemple, à la mise en place des mathématiques modernes à tous les niveaux de l'enseignement mais malgré leurs talents, et leur zèle, l'évolution se serait déroulée avec une lenteur désespérante si les besoins de l'économie n'avait pas pesé de tout leur poids. Ajoutons encore que, bien avant 1959, de nombreux maîtres de mathématiques ont entrepris de moderniser leur enseignement; dans la plupart des cas, il s'est agit d'expériences locales, dans une ou plusieurs écoles, expériences qui, avant 1960, n'ont pas fait l'objet d'une reconnaissance officielle et institutionnelle.

**Le Séminaire de Royaumont**

Il n'est pas possible de résumer ici l'ensemble des travaux. Aussi allons-nous mettre en évidence quelques aspects essentiels à nos yeux en nous référant à nos notes personnelles ainsi qu'à la publication de l'OECE «Mathématiques nouvelles», Paris 1961 (que nous citerons en abrégé par M.N.).
Dans les documents remis aux délégués avant la session figuraient, d'une part, des arguments en faveur d'une réforme.

*Tout d'abord, d'une manière générale, la société actuelle exige de plus en plus de tous les citoyens la connaissance de notions élémentaires de mathématiques et l'appréciation de l'importance du point de vue numérique. Les dirigeants des grandes organisations sont appelés de nos jours à prendre de plus en plus souvent des décisions dans lesquelles les jugements quantitatifs jouent un rôle essentiel.*
*On demande de plus en plus de chercheurs et d'ingénieurs, qui tous doivent avoir de solides connaissances mathématiques. Les nouvelles applications des mathématiques dans l'industrie et dans les autres branches de l'activité économique font que l'on demande davantage de mathématiciens et qu'on leur demande de posséder des connaissances nouvelles. Tous ces éléments militent en faveur d'une révision du contenu et des méthodes de l'enseignement des mathématiques, tel qu'il est donné dans les établissements scolaires.*
*Malgré les multiples discussions et enquêtes dont cet enseignement a fait l'objet, les méthodes pédagogiques n'ont guère été modifiées. Or, en dernière analyse, c'est bien dans les établissements scolaires qu'il convient de prendre des mesures, car c'est là que la valeur des conceptions nouvelles sera mise à l'épreuve (M.N. - p. 11).*

et d'autre part les objectifs:

*a) faire le point des idées d'avant-garde sur les mathématiques et l'enseignement de cette discipline dans les écoles primaires et les établissements secondaires, sur le recrutement et la formation des professeurs de mathématiques, ainsi que sur les recherches nécessitées par l'enseignement des mathématiques;*
*b) préciser:*
  - *(I) les buts de l'enseignement des mathématiques,*
  - *(II) les modifications de fond qu'il serait souhaitable d'introduire dans cet enseignement,*
  - *(III) les matériels nouveaux et les méthodes d'enseignements rénovées correspondant à ces conceptions,*
  - *(IV) les mesures à prendre pour parfaire la formation des professeurs dans le sens exigé par la réforme;*

*c) indiquer les voies et moyens que les pays pourraient envisager pour augmenter le nombre et élever le niveau des mathématiciens et des personnes de formation mathématique employés dans l'enseignement, la recherche et les activités scientifiques, industrielles et gouvernementales;*

d) *définir les mesures qui pourraient être prises à la suite de la session, tant sur le plan national que sur le plan international (notamment par l'OECE) M.N. 12 - 13).*

Les travaux ont été animés, stimulés et orientés par le professeur Marshall H. Stone de l'Université de Chicago. De sa conférence inaugurale, nous retenons deux passages:

Tout d'abord:

*L'homme cultivé, qui est en définition l'homme que nous cherchons à former tout au long du cycle scolaire, ne doit pas avoir, en mathématiques, deux siècles de retard sur son temps, et ce, pour la seule raison qu'il ne s'est pas spécialisé dans les disciplines scientifiques; il le faut d'autant moins que nous vivons à une époque où les mathématiques évoluent profondément et jouent un rôle immense dans des domaines de pensée très divers.*
*D'un point de vue purement pratique également, si nous voulons que nos étudiants poursuivent leurs études avec assiduité et dynamisme, et si nous voulons leur présenter les mathématiques sous leur aspect le plus vivant et le plus stimulant, nous sommes tenus d'éliminer de l'enseignement les notions qui, fussent-elles consacrées par la tradition, sont devenues lettre morte et ont perdu leur utilité, leur actualité ou leur importance. C'est une condition indispensable pour leur permettre de mieux comprendre le sujet et pour favoriser leur esprit d'invention (M.N. - p. 17).*

Et plus loin

*Je ne saurais trop vous dire combien il importe de faire tout ce qui est humainement possible pour améliorer l'enseignement des mathématiques dans les écoles primaires.*
*En fait, nous nous trouvons en face d'un problème pédagogique d'une extrême gravité. De toute évidence nous n'arrivons pas dans les écoles primaires à développer suffisamment les capacités latentes des enfants et leur intérêt pour les mathématiques. Pis encore, nous arrivons trop souvent à les détourner définitivement de cette étude.*
*Il est indispensable que nous arrivions à améliorer l'enseignement des mathématiques élémentaires, si nous voulons pouvoir prendre les mesures voulues dans le cycle secondaire (M.N. - p. 23).*

Jean Dieudonné, du groupe Bourbaki, entouré au cours des débats de plusieurs de ses collègues, a montré ce que devrait être l'enseignement au niveau secondaire supérieur (dès 15 ans) mais ce n'est pas le programme esquissé qui a retenu le plus longuement l'attention mais sa prise de position à propos de la géométrie:

*Quelques éléments de calcul différentiel et intégral, d'algèbre vectorielle et un peu de géométrie analytique ont été récemment introduits dans les program-*

*mes des deux ou trois dernières années de l'enseignement secondaire; mais ces questions ont toujours été reléguées au second plan, l'intérêt se concentrant comme autrefois sur la géométrie pure, enseignée plus ou moins à la manière d'Euclide, avec un peu d'algèbre et de théorie des nombres.*

## *A BAS EUCLIDE !*

*Je pense que le temps de ce «ravaudage» est dépassé et que nous devons maintenant envisager une réforme beaucoup plus profonde, à moins que nous n'acceptions de laisser la situation empirer au point d'entraver sérieusement tout progrès scientifique ultérieur. Si je voulais résumer en une phrase tout le programme que j'ai dans l'esprit, ce serait par le slogan: «A bas Euclide !».*
*Cette affirmation paraîtra peut-être choquante à certains d'entre vous; je voudrais vous exposer en détail les puissants arguments qui militent en sa faveur. Permettez-moi de dire d'abord que j'ai la plus profonde admiration pour les résultats obtenus par les Grecs en mathématiques. Je considère que leur création de la géométrie a peut-être été dans le domaine intellectuel le progrès le plus extraordinaire que l'humanité ait jamais réalisé. C'est grâce aux Grecs que l'imposant édifice de la science moderne a pu être bâti.*
*Mais, au cours de cette évolution même, on a repris à la base, surtout depuis le milieu du XIXe siècle, les notions fondamentales de la géométrie; on a pu ainsi réorganiser la géométrie euclidienne, lui redonner des fondements simples et solides et réévaluer son importance par rapport aux mathématiques modernes, en séparant ce qui est essentiel d'un amas chaotique de résultats qui ne sont que les reliques éparses de méthodes maladroites ou de points de vues désuets (M.N. - p. 35).*

Il préconisait de substituer à l'étude de la géométrie, celle des espaces vectoriels à 2 et 3 dimensions.
Gustave Choquet, professeur à l'Institut Henri Poincaré, fut le seul à esquisser les bases de programme destiné à l'école primaire.

*Avec l'aide d'un matériel bien adapté (...) on dégage les notions de nombre cardinal et de nombre ordinal finis. Parallèlement à ce travail, on dégage les «notions de sous-ensemble» d'un ensemble, de complémentaire, de réunion et d'intersection de deux ou trois ensembles; on en donne des illustrations et des applications dans la vie quotidienne, et on met en lumière les relations entre ces notions et la syntaxe grammaticale.*
*On étudie la notion d'ordre sur des exemples simples, où l'ordre est total ou non. On étudie de même la notion d'équivalence (couleurs, longueurs, surface, poids, etc.) et dans quelques cas simples on dégage la notion de classe (le goût amer, acide, sucré, salé; la couleur; la direction d'une droite: la parité d'un entier).*
*Des exercices sur des collections finies précisent la notion de correspondance biunivoque, qui conduit à son tour à la notion de cardinal.*

*L'addition et la multiplication sont introduites respectivement comme union d'ensembles finis et produit d'ensembles finis.*
*L'introduction des entiers de signe quelconque à l'âge de 9 ans ne présente aucune difficulté (points entiers rangés sur une droite, opérateurs de translation à droite ou à gauche); elle peut être facilitée par des jeux faciles à imaginer (jeux de l'oie à valeurs positives ou négatives). Elle donne une meilleure compréhension du zéro, et permet l'introduction d'une algèbre simple, qui remplacera avantageusement les règles et recettes actuelles créées pour la résolution de quelques problèmes types menant à deux équations linéaires à deux inconnues (M.N. - p. 67).*

Il exposera ensuite ce qu'il a appelé

## *L'ARITHMETIQUE A L'ECOLE SECONDAIRE*

*A l'école secondaire, le maître doit préciser les notions de base enseignées à l'école primaire, commencer l'étude des propriétés arithmétiques des entiers, et entamer une véritable étude de l'algèbre. Certaines des matières doivent être étudiées à deux stades, une première fois sous une forme élémentaire, une seconde fois sous une forme mathématiquement plus élaborée, lorsque l'âge logique sera arrivé. Voici l'esquisse d'un programme d'arithmétique.*

*a) Algèbre des ensembles: usage des symboles afférents; notion de relation binaire; relation d'ordre, d'équivalence; fonctions et graphes; relation entre algèbre des ensembles et notions logiques; usage des quantificateurs.*
*b) Ensemble des entiers par les axiones de Peano (ou tout autre système équivalent); définition des opérations, soit par récurrence, soit par somme et produit de deux ensembles; anneau $\mathbb{Z}$ des entiers; définition du corps $\mathbb{Q}$ des rationnels comme sous-corps de l'ensemble $\mathbb{R}$ des réels.*
*c) Arithmétique: divisibilité, algorithme d'Euclide, nombres premiers; irrationnels; notion de base de numération; équations diophantiennes linéaires; interprétation géométrique sur le réseau plan $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.*
*d) Etude sur quelques exemples, du groupe, puis de l'anneau des entiers modulo n. Homomorphisme de $\mathbb{Z}$ sur $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ et de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R} \times \mathbb{Z}$.*
*e) Suite des carrés: différences successives: graphe de ces fonctions définies sur $\mathbb{Z}$; étude analogue pour les cubes; progression arithmétique; identités remarquables.*
*f) Calcul des probabilités; notions d'analyse combinatoire; moyenne; espérance mathématique (M.N. - p. 69).*

Notre collègue belge, Nelly Servais, qui compte de nombreux amis en Suisse a parlé non de programmes hypothétiques mais d'expériences vécues dans sa pratique relatives à l'enseignement d'élémens de théorie des ensembles, d'algèbre et d'analyse modernes. Ses propositions ont fortement influencé les travaux du groupe d'experts (dont nous parlons plus bas) et joué un rôle décisif dans les réformes entreprises en Suisse romande.

Signalons enfin que la plupart des intervenants des Etats-Unis ont fait allusion au premier spoutnik et à l'importance, pour l'avenir du monde occidental, du développement scientifique et technique.
Au terme de la réunion, les résolutions suivantes furent admises après de longues discussions en groupes et en séances plénières:

***I***

*L'enseignement de la géométrie et de l'algèbre donné dans les écoles doit être adapté de toute urgence aux progrès foudroyants des mathématiques modernes.*

*a) Cette adaptation exige qu'on élimine de l'enseignement secondaire traditionnel une partie importante (périmée ou sans valeur technique) de la géométrie plane et dans l'espace, de l'algèbre et de la trigonométrie. De plus, il est indispensable que ces matières soient enseignées dans leur enchaînement logique, plus à fond et avec plus de rigueur.*
*b) Cette adaptation exige également un enseignement aussi précoce que possible des relations qui unissent la géométrie et l'algèbre — particulièrement l'algèbre linéaire et vectorielle.*
*c) L'enseignement de la géométrie déductive dans les écoles secondaires doit être basé sur une expérience préalable satisfaisante de la géométrie intuitive ou physique.*

***II***

*Le calcul des probabilités élémentaires doit être considéré comme une branche des mathématiques susceptible d'être enseignée dans les écoles secondaires.*

*a) L'induction statistique doit être considérée comme une branche des mathématiques appliquées, qui entre pour une part capitale dans les processus de décision conformes à l'esprit de la «méthode scientifique» et dont de très nombreux secteurs des sciences physiques et des sciences du comportement humain font un usage accru. Il faut admettre en outre que le raisonnement statistique acquiert une importance croissante dans le domaine des affaires publiques.*
*b) Un enseignement élémentaire approprié du calcul des probabilités et de la statistique doit faire partie du nouveau programme des études secondaires.*
*c) Des cours préparatoires particuliers sur ces matières devront figurer aux programmes des écoles normales et autres institutions formant les professeurs.*

***III***

*Une réforme de l'enseignement secondaire des mathématiques ne sera pas possible, si la profession n'attire pas des personnes compétentes ou si elle ne réussit pas à les garder. A cette fin, il importe aussi que le professeur de mathématiques soit un membre important de la société, apprécié et respecté. La* *session a conclu que le prestige du professeur devait être amélioré; il faut lui assurer:*

*a) un traitement convenable,*
*b) des conditions de vie favorables à son développement personnel,*
*c) la possibilité de s'élever à un rang supérieur,*
*d) des normes de travail satisfaisantes (horaires et effectifs des élèves) (M.N. - pp. 128-129).*

**L'après Royaumont**

En 1960, le secrétariat de l'OECE a réuni durant quatre semaines, en Yougoslavie, une douzaine d'experts dirigés par M. H. Stone en vue d'établir un «Programme moderne de mathématiques pour l'enseignement secondaire», programme publié en 1961 à Paris. Ce document a servi de base à de nombreuses réformes des programmes entreprises en Suisse — en Romandie en particulier — dès 1961: introduction à la théorie des ensembles, algèbre, analyse, calcul des probabilités et statistiques. En revanche, on ne s'y est guère référé pour modifier l'enseignement de la géométrie. Et ce n'est pas là un hasard. En effet, le groupe d'experts était divisé, déchiré entre deux tendances: les partisans et les adversaires de la position défendue à Royaumont par Jean Dieudonné. Il en est résulté que le programme de géométrie ne présente pas la même cohérence que les autres parties du texte. Les affrontements — pacifiques — des experts se sont, en quelque sorte, prolongés dans les discussions des divers groupes et commissions qui se ont occupés de réforme dans notre pays. Et le débat n'est pas clos !

☆ ☆ ☆

Vingt ans après avoir participé au Séminaire de Royaumont et aux travaux du groupe d'experts, nous nous posons quelques questions.

1. Qu'est-il advenu du point III de la résolution de Royaumont relatif au statut du maître ? N'assiste-t-on pas actuellement à une dégradation de la situation ?
2. Les objectifs prévoyaient «des méthodes d'enseignement rénovées». Qu'en est-il aujourd'hui dans l'enseignement secondaire ?
3. La rénovation est-elle aussi complète qu'on pouvait le souhaiter! Ne découvre-t-on pas dans certains cantons romands — au niveau secondaire — une curieuse juxtaposition de chapitres très traditionnels d'une part et modernes d'autre part ?
4. Le moment n'est-il pas venu de rouvrir le débat sur l'enseignement de la géométrie ?

☆ ☆ ☆

Et si c'était à refaire ? Nous n'hésiterions pas, nous nous engagerions comme ce fut le cas dans les années 60, conscients que nous ne bénéficierons pas d'un appui efficace des pouvoirs publics, aujourd'hui, alors que le mot «économies» domine la politique des départemnts de l'Instruction publique.

## Vu de la classe...

par Jean-Jacques Walder

*Le Colloque de Royaumont a provoqué un mouvement irréversible dans l'enseignement de la mathématique. Il en a secoué l'inertie, il a montré une voie moderne à suivre. A mon avis, jusqu'à aujourd'hui, seul l'enseignement primaire l'a suivie, non seulement dans les programmes, mais encore dans son aspect pédagogique. Il est important que cet élan persiste, car la mathématique doit vivre, son enseignement doit être en constante évolution. Après un temps de recherche et d'adaptation contesté et éprouvant, mais passionnant, il ne faudrait pas tendre vers un équilibre trop stable, marquer une pause trop longue. Car bien des domaines sont encore à préciser; en particulier, celui de la découverte de l'espace, où tant de travaux sont à entreprendre.*
*De plus, si les nouvelles notions mathématiques sont généralement admises et comprise, la vraie rénovation, celle concernant la pédagogie, est certainement à poursuivre. Les notions de «recherche», de «situation» sont encore peu exploitées, parfois mal acceptées par les collègues, qui, fort justement, les trouvent inapplicables dans le cadre de programmes surchargés.*
*Des colloques de grande envergure ne me paraissent plus nécessaires; ils devraient être remplacés, à mon avis, par de petites équipes de travail qui s'efforceraient de communiquer et d'échanger des expériences sur la grande idée du Colloque de Royaumont:*

**Présenter la mathématique sous son aspect le plus vivant et le plus stimulant pour les élèves et pour les maîtres !**

*Enigme:*

Un sultan charge son ministre des impôts d'encaisser les différentes recettes de ses 12 provinces. Pour chacune d'elles, le ministre dispose d'un sac qui contiendra un nombre inégal de pièces d'or pesant chacune 16 g.
Dans l'une des provinces, le gouverneur remet des pièces d'or pipées ne pesant que 15 g. Toutefois le ministre ne se laisse pas tromper et place ce sac à l'écart pour le remettre séparément au sultan. Mais le sultan n'en saura rien, car le ministre des impôts est tué au cours du voyage.
Pour découvrir le sac contenant les pièces pipées, les ultan ne dispose que d'une balnce et il ne peut effectuer qu'une seule pesée.
Comment fait-il puisqu'il y parvient ?

## L'enseignement de la géométrie

par André Calame

Le Colloque de Royaumont a-t-il eu une influence décisive sur l'enseignement de la géométrie dans nos écoles secondaires, c'est-à-dire pour nos élèves de 11 à 18 ans? Les propositions faites en 1959 sont-elles réalisées chez nous vingt ans après? Il peut paraître paradoxal de se poser ces questions à propos de la géométrie, alors que, pour de nombreux enseignants, le slogan de Dieudonné: «A bas Euclide!» est resté en quelque sorte le symbole même de l'esprit de Royaumont.

Rappelons d'abord le constat établi en 1959: l'enseignement de la géométrie n'est pas satisfaisant par son manque de rigueur. Comme le remarque Dieudonné (M.N. - p. 40): «on enseigne actuellement le début de la géométrie avec des suites de «définitions» qui ne définissent rien et de pseudo «démonstrations» qui ne peuvent résister à l'analyse logique. On semble trouver déshonorant de ne pas pouvoir présenter aux élèves une théorie complètement déductive à partir des axiomes fondamentaux; comme cela est trop difficile pour le niveau élémentaire, on juge préférable de se livrer à une escroquerie intellectuelle plutôt que de reconnaître franchement la situation.» Pensons, en particulier, à l'effort exigé des élèves pour construire des démonstrations statiques basées sur l'égalité de segments et sur l'égalité de certains angles bien choisis, en s'interdisant tout recours aux mouvements; pourtant, dans les manuels qui proposent ce genre de démarche, on trouve bel et bien des «démonstrations» des cas d'égalité de triangles où interviennent translation, rotation, voire symétrie axiale, toutes transformations isométriques qui n'ont pas été introduites au préalable.

Les participants au Colloque de Royaumont, malgré certaines divergences sur la manière d'aborder la géométrie, se sont mis d'accord sur quelques principes fondamentaux (M.N. - p. 121):

- Quel que soit le programme adopté, on admet qu'entre 11 et 13 ans cet enseignement doit commencer par l'étude à la fois physique et intuitive d'un espace à deux, puis à trois dimensions. A ce stade, par le dessin, la mesure, la réalisation de modèles, les élèves acquièrent une connaissance pratique de toutes les données utiles de la géométrie.
- De 13 à 15 ans, il faut commencer à enseigner la géométrie déductive. On peut développer de courts enchaînements déductifs pour démontrer de nouvelles propriétés à partir de propriétés déjà connues.
- Au-dessus de 15 ans, il faut enseigner une structure axiomatique de la géométrie. Le programme établi en 1960 en Yougoslavie réserve d'ailleurs cette étude pour la dernière année, c'est-à-dire vers 18 ans. Dans une étude axiomatique, il s'agit — rappelons-le — de poser au départ un certain nombre d'*axiomes*, puis de démontrer des *théorèmes* par le moyen du seul raisonnement logique, sans plus recourir ni à l'intuition, ni à l'expérimentation. L'axiomatisation, la construction d'une axiomatique, apparaît com-

me le dernier stade du passage progressif de la réalité physique à l'abstraction formelle.

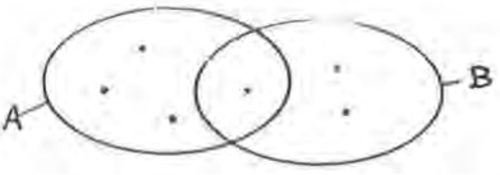
Pour la géométrie, le Colloque de Royaumont a certainement été dominé par les interventions de deux mathématiciens français: Dieudonné et Choquet. Ils ont d'ailleurs publié chacun, dans les années 60, un ouvrage où l'on trouve l'exposé détaillé de leurs thèses [2] [3]. Tous deux établissent un projet pour l'enseignement secondaire supérieur, c'est-à-dire pour des élèves scientifiques de 15 à 18 ans. Tous deux reconnaissent l'importance du calcul vectoriel, des méthodes de l'algèbre linéaire et proposent une démarche axiomatique. Ainsi, dans son «Algèbre linéaire et géométrie élémentaire», Dieudonné part du corps des nombres réels, de la notion de vecteur (à deux ou à trois dimensions) pour construire la géométrie affine. Ensuite, par l'introduction d'un produit scalaire, il atteint la géométrie métrique. Dans cette perspective, des résultats classiques comme la relation de Pythagore ou la somme des mesures des angles d'un triangle apparaissent très tardivement, mais là n'est pas l'important puisqu'il ne s'agit pas d'un premier enseignement de la géométrie, mais d'une seconde démarche, une mise en ordre et un approfondissement des connaissances acquises précédemment. La position de Dieudonné est parfaitement claire sur ce point (M.N. - p. 40):

«Tout d'abord, je poserai deux principes directeurs qui sont, à mon avis, fondamentaux; tous deux sont bien connus, mais il n'est peut-être pas tout à fait inutile de les rappeler brièvement.
Le premier (que j'ai souvent entendu énoncer par des professeurs plus expérimentés que moi et qui est confirmé par les impressions que j'éprouvais, lorsque j'étais étudiant) est que l'on ne peut développer avec fruit une théorie mathématique sous la forme axiomatique que lorsque l'étudiant s'est déjà familiarisé avec la question à laquelle elle s'applique, en travaillant pendant un certain temps sur la base expérimentale, ou semi-expérimentale, c'est-à-dire *en faisant constamment appel à l'intuition.*
L'autre principe (que j'ai vu aussi affirmer par plusieurs pédagogues dans des publications récentes, ce qui semble indiquer qu'il n'est guère observé dans la pratique), est que, lorsqu'on introduit la déduction logique dans une question mathématique, on doit toujours la présenter avec une honnêteté rigoureuse, c'est-à-dire sans dissimuler les lacunes ou les défauts du raisonnement; à mon avis, toute autre façon de faire est pire qu'une absence totale de raisonnement».

Et plus loin: «Avant 14 ans, il serait sage de limiter l'enseignement des mathématiques à un travail expérimental sur l'algèbre et la géométrie plane, sans tenter de réduire les notions enseignées à des axiomes; cela ne signifie pas qu'on ne doive pas insister sur les déductions logiques, chaque fois qu'il est possible de les exposer de façon parfaitement claire.».

Aujourd'hui, on peut certainement affirmer que l'enseignement de la géométrie dispensé dans bien des gymnases de Suisse romande s'inscrit dans la ligne proposée par Dieudonné, en tous cas pour l'accent mis sur l'algèbre

linéaire plutôt que sur la géométrie synthétique. Les résultats obtenus sont positifs et sans que la géométrie soit sacrifiée, comme on aurait pu le craindre.
Le projet de Choquet suit pour ainsi dire une démarche inverse de celle de Dieudonné. Il introduit un certain nombre d'axiomes concernant les points, les droites, le plan et leurs relations d'incidence, le parallélisme et les projections obliques. Puis il débouche sur la géométrie vectorielle en introduisant la structure affine sur les droites, par l'introduction de la notion de distance et par l'étude des translations. Choquet reconnaît, comme Dieudonné, qu'il existe une voie royale d'accès à la géométrie basée sur les notions d'espace vectoriel et de produit scalaire [3, p. 11], mais à son avis ces notions ne peuvent être parachutées sans préparation, surtout à un âge où l'on ne possède pas bien la notion d'opération algébrique.
Examinons maintenant comment les propositions de Royaumont se sont traduites au niveau de l'enseignement secondaire inférieur. Pour cela, il suffit de consulter quelques manuels dont les auteurs se réclament de ce mouvement de rénovation. Citons d'abord, pour n'y plus revenir, ces manuels qui amalgament, sous prétexte de modernisme, les notions ensemblistes et géométriques. Les relations d'incidence entre points et droites y sont illustrées par des diagrammes de Venn-Euler (ou «patates») du plus mauvais effet. Par exemple, l'énoncé: «Deux droites A et B ont un seul point commun p» est traduit par le diagramme ci-contre:




$$A \cap B = \{p\}$$

Les plages $A \setminus B$ et $B \setminus A$ sont sensées représenter une infinité de points, alors que la plage de $A \cap B$ ne comprendrait que le seul point p. On pourrait essayer de représenter par un diagramme analogue l'énoncé: «Par un point p n'appartenant pas à la droite A, il existe une seule droite B qui n'a pas de point commun avec A». De telles représentations ne me paraissent pas avoir le moindre rapport avec les objectifs de Royaumont.
Parmi les nombreux manuels parus, il est beaucoup plus instructif de consulter les ouvrages de la collection Queysanne-Revuz que nous choisissons en raison du rôle joué par les directeurs de la collection dans la modernisation de l'enseignement français.
Voici ce que propose le manuel de quatrième (élèves de 13-14 ans), en accord avec la circulaire du 19 février 1973 du Ministère de l'Education nationale [4, p. 3]:

«A la fin de l'année scolaire, la géométrie, née de l'expérience, devra apparaître aux élèves comme une véritable théorie mathématique; c'est-à-dire que des faits ayant été admis (axiomes), d'autres en seront déduits (théorèmes). Mais il est absolument indispensable que de nombreuses manipulations, des exercices pratiques utilisant les instruments du dessin aient précédé à la fois l'énoncé des axiomes et tout raisonnement. Le but de l'enseignement des mathématiques dans cette classe est de faire comprendre aux élèves ce que sont des démonstrations et de leur apprendre à en rédiger; les prémisses devront donc être précisées avec soin.»

Ainsi, au cours d'une seule année scolaire, on va passer des expériences du plan physique et des droites physiques à l'élaboration de la notion de plan mathématique (composé de points et d'un ensemble de parties du plan, appelées droites) et à la mise en œuvre d'une axiomatique. On retrouve d'ailleurs comme ligne directrice du manuel l'axiomatique de Choquet. Qu'est-ce à dire ? Un projet d'axiomatisation d'une partie de la géométrie prévu pour des scientifiques vers 18 ans devient la base d'un enseignement généralisé à tous les élèves de 13 à 14 ans ! On est loin des propositions de Royaumont qui réservaient à cet âge de courtes déductions logiques.
Toutefois, on doit reconnaître que les auteurs ont gardé de l'esprit de Royaumont l'idée de ne pas séparer algèbre et géométrie. Aussi introduisent-ils dès le deuxième chapitre de géométrie les graduations sur la droite. Et c'est ainsi qu'apparaît, en deux temps, la droite réelle.

Le premier de ces deux temps conduit à la droite graduée: (p. 175) «*Définition.* On appelle droite graduée, un couple ($\triangle$, g), où $\triangle$ est un ensemble et g une bijection de $\triangle$ sur $\mathbb{R}$.»
Grâce aux changements de graduations sur la droite, on obtient ensuite (en une page):

«Théorème et définition.
Etant donnée une droite graduée ($\triangle$, g).
1. Pour tout couple de réels (a', b') tel que $a' \neq 0$, l'application g' de $\triangle$ sur $\mathbb{R}$ définie pour tout élément M de $\triangle$ par:

$$g'(M) = a' \cdot g(M) + b'$$

   est bijective.

2. La famille de toutes les bijections ainsi définies, possède la propriété:
   Pour deux bijections quelconques g' et g'' de cette famille, il existe un couple (a, b) de nombres réels, tel que $a \neq 0$, et pour tout élément M de $\triangle$:

$$g''(M) = a \cdot g'(M) + b$$

On appelle alors graduation de $\triangle$, toute bijection de cette famille, et le nombre g' (M) est appelé abscisse de M dans la graduation g'.»

Suit une illustration (p. 176) sous laquelle apparaît, en un second temps, la définition de la droite réelle:

«Définition. Etant donnée une droite graduée ($\triangle$, g), on appelle droite réelle, l'ensemble $\triangle$ muni de la famille des graduations associée à g.»

Résumée ainsi, cette présentation de la droite réelle passera pour une critique sévère et peut-être excessive et c'est pourquoi il faut recommander aux enseignants que la question intéresse de lire attentivement tout le manuel. Il n'en reste pas moins qu'on peut comprendre que de tels textes puissent susciter des réactions violentes contre les «mathématiques modernes». Par rapport aux propositons de Royaumont, il s'est produit un net glissement où un légitime souci de rigueur est remplacé par une exigence axiomatique. En fait, tout se passe comme si l'on mettait entre les mains des élèves l'exposé axiomatique qui devait rester le texte de référence du maître, comme support méthodologique de son enseignement. On comprend mieux, dès lors, pourquoi les responsables des réformes en Suisse romande gardent leurs distances par rapport aux programmes français. Il serait intéressant que les maîtres ayant pratiqué le manuel cité plus haut prennent la peine de nous faire part de leurs expériences, car rien ne vaut l'avis du praticien.

Revenons à Royaumont pour signaler une autre approche de la géométrie qui y fut présentée par le professeur O. Botsch, approche basée sur la notion de transformations: symétries axiales, symétries centrales, translations, rotations, homothéties, etc. Certes, la discussion soulevée par ce programme inspiré par des idées remontant à Félix Klein, montre une hésitation des participants, en raison du rôle mineur laissé aux notions vectorielles et aux méthodes algébriques. Mais avec le recul, on doit reconnaître que ce projet a le grand mérite d'offrir, comme on le souhaitait à Royaumont, des occasions de raisonnements déductifs rigoureux et limités à un cadre restreint. D'ailleurs, s'il faut chercher une axiomatique sous-jacente à ce projet, on peut citer sans hésitation l'excellent ouvrage de Fr. Bachmann [5] qui représente pour notre époque un livre de référence aussi précieux que les «Fondements de la géométrie» de Hilbert au début du siècle. Il faut dire que cet ouvrage venait de paraître au moment de Royaumont et qu'on ne pouvait encore en tirer toutes les conséquences.

Nous pensons pouvoir affirmer que les ouvrages didactiques et les manuels (la plupart écrits en allemand) inspirés par cette ligne de pensée atteignent les objectifs voulus à Royaumont. Ils ont l'avantage de laisser une bonne place à l'expérimentation sans négliger l'aspect déductif. On comprendra l'attrait de ces livres pour ceux qui, en Suisse et ailleurs, n'ont pas oublié les remarquables travaux de Gonseth sur la géométrie et l'interpénétration de ses trois aspects: intuitif, expérimental, déductif. Il existe chez nous des manuels et des cours polycopiés qui relèvent de cette tendance et qui semblent être de bons auxiliaires didactiques pour les élèves de 11 à 15 ans. Tout au plus, pourrait-on regretter que les auteurs n'aient pas toujours eu la possibilité ou l'occasion de s'expliquer sur la trame méthodologique qu'ils ont adoptée. C'est pourquoi certains de ces cours paraissent manquer d'ossature.

En conclusion, nous disposons actuellement de tous les moyens nécessaires sur le plan théorique pour réalier un bon enseignement de la géométrie dans l'esprit du Colloque de Royaumont. Dans la lancée des programmes CIRCE pour la Suisse romande, on pourrait mettre l'accent sur la géométrie des transformations (Abbildungsgeometrie), en insistant d'abord sur la géométrie métrique avec l'étude des symétries axiales. Le passage à la géométrie affine se ferait par l'introduction des symétries centrales, des translations et du calcul vectoriel. Là, nous disposons d'une très bonne axiomatique sous-jacente due à Artin et connue depuis longtemps [6]. On peut alors dégager la notion de groupe. Comprenons-nous bien, il ne s'agit pas de fixer comme objectif la connaissance à 15 ans du groupe des isométries, du groupe des dilatations (homothéties et translations), du groupe des similitudes. Mais bien plutôt d'introduire peu à peu un «calcul» sur la composition des transformations où interviennent de façon essentielle les «propriétés» de groupe. La recherche des points invariants, des directions invariables conduit à de vrais problèmes. Dans une telle perspective, il resterait à intégrer au bon moment tout ce qui concerne les mesures (distances, aires, angles, volumes), questions dont on a fort peu parlé à Royaumont. On comprend d'autant mieux ce silence si l'on se réfère à tous les articles qui soulignent les difficultés mathématiques réelles qui se cachent derrière ces sujets classiques. Raison de plus pour en proposer un enseignement intuitif et expérimental.
Il faut y ajouter un aspect de la géométrie qui, semble-t-il, n'a pas été évoqué à Royaumont: l'aspect combinatoire. Pour ne citer qu'un exemple, les recherches sur les polyminos (ou polyominos) offrent une excellente occasion de prendre conscience de l'invariance de l'aire d'une surface, quelle que soit la manière de la recouvrir avec des pièces données (voir Math-Ecole No 87, mars 1979).
Enfin, et cela mérite d'être souligné, l'enseignement de la géométrie ne doit pas être envisagé pour lui-même, mais en étroite liaison avec l'arithmétique, l'algèbre, voire l'analyse. Vingt ans après Royaumont, il semblerait que ce soit une banalité de le redire; mais dans nos écoles secondaires, la géométrie n'est-elle pas encore souvent considérée comme une branche à part, sans grand lien avec le reste des mathématiques ? Il y a là un effort certain pour ceux qui ont pour tâche de relier un enseignement primaire modernisé à l'enseignement également modernisé des gymnases; le moment est venu de repenser l'enseignement secondaire et nous n'avons pas vingt ans pour le faire.

## Références bibliographiques


[1] *Mathématiques nouvelles.* OECE, 1961.
[2] Dieudonné. *Algèbre linéaire et géométrie élémentaire.* Hermann, Paris, 1964.
[3] Choquet. *L'enseignement de la géométrie.* Hermann, Paris, 1964.
[4] Biancamaria, Dehame, Keramsi. *Mathématique 4e.* Coll. Queysanne-Revuz. Ed. Nathan.
[5] Bachmann. *Aufbau der Geometrie aus dem Spiegelungsbegriff.* Springer Verlag, 1959 (2e édition 1973).
[6] Artin. *Algèbre géométrique.* Gauthier-Villars, Paris, 1962.

*En réponse à l'article de M. Pauli*

# Quelques réflexions d'un «évaluateur»

*par F. Jaquet*

*L'article de M. Pauli vient à point pour ceux qui, en Suisse romande, se préoccupent de la poursuite de l'innovation en mathématique à l'école primaire, à la lumière des premiers résultats de l'évaluation.*
*Dans les quinze années qui ont suivi Royaumont, l'élan rénovateur en mathématique s'est développé chez nous, puis s'est maintenu. Il fallait incontestablement que quelque chose change. La volonté de créer du nouveau a balayé toute réticence ou opposition car la demande était à la fois politique, psychologique et pédagogique, voire économique. Rappelons-nous cette période: le désir explicite d'une école romande, les réflexions suscitées par les travaux de Piaget ou de Gonseth, l'ouverture sur de nouvelles formes de pédagogie, les années grasses pour les budgets de l'instruction publique, etc. C'était donc, il y a une dizaine d'années, le début des travaux d'élaboration du plan d'études romand par CIRCE I; puis la rédaction des moyens d'enseignement et les premiers cours de formation des maîtres en vue d'un enseignement rénové de la mathématique. C'était, il y a six ans, l'introduction généralisée du nouveau programme romand dans toutes les classes de première année primaire, en mathématique.*
*Aujourd'hui, nous avons six ans de pratique aux premiers niveaux de l'école primaire. Les permiers résultats apparaissent et nous placent devant des choix importants pour la poursuite de l'innovation. D'une part il s'agit d'assurer la continuité aux niveaux 7, 8 et 9, d'autre part il faut conduire le changement en mathématique sur la base des données de l'évaluation en rééditant et en adaptant les moyens d'enseignement, en poursuivant la formation des maîtres et en envisageant le réexamen du plan d'études. Aujourd'hui toujours, nous sommes en période d'économies, les commissions CIRCE I et II ne fonctionnent plus pour la mathématique, la volonté d'arriver à une Ecole romande a de la peine à s'affirmer au niveau secondaire, certaines lassitudes ou craintes se manifestent.*
*Il y a donc de bonnes raisons d'affirmer ici qu'un retour aux origines de notre réforme en mathématique vient à point et qu'un temps de réflexion est opportun.*
*M. Pauli pose des questions qui n'impliquent pas directement le niveau primaire mais qui ne peuvent cependant pas rester ignorées de ceux dont la tâche est de donner la meilleure préparation possible aux élèves qui vont accéder au degré secondaire. En outre, certains paragraphes de l'article interpellent directement les responsables de l'évaluation dont les conclusions sont à la base des nombreux choix et décisions concernant la conduite du nouveau programme romand de mathématique. C'est en tant qu'«évaluateur» que nous livrons ici les quelques réflexions suivantes:*

*— Dieudonné a crié «A bas Euclide», les experts de Royaumont et des colloques suivants étaient divisés en «tendances», on oppose «math. moderne» et «math. traditionnelle», on parle d'«éliminer» des chapitres au profit d'autres matières. Tous ces conflits nous semblent bien loin des préoccupations des maîtres et élèves de l'école primaire. Ce n'est pas sur une table des matières aux appellations contrôlées que se fonde le plan d'études romand, ce n'est pas en référence à telle ou telle doctrine que se fait la mathématique dans la classe ou dans la tête de l'enfant. Passé les querelles, les modes, les écoles, il y a les situations concrètes où l'élève témoigne d'une activité réelle dans le domaine logico-mathématique.*

*Bien sûr, il y a dans le plan d'études romand une avenue «Ensembles et relations». On parle aussi, dans l'ouvrage du maître de première déjà, de propriétés «topologiques» découvertes par l'enfant qui manipule et observe. Mais il n'est question de «théorie des ensembles» ou de «topologie» à l'école primaire que dans les propos de ceux qui n'ont fait que parcourir les têtes de chapitres des ouvrages romands sans se donner la peine d'imaginer leur application dans la classe.*

*Notre réflexion première est donc une mise en garde contre les nombreux avis péremptoires qui s'élèvent pour ou contre les «math. modernes». Dans ces prises de position, les mots cachent bien souvent l'ignorance des véritables problèmes que sont les méthodes pédagogiques et la conduite d'une classe.*

*— Royaumont a eu le mérite de secouer, de donner un choc. Mais, comme le souligne M. Pauli, ce mouvement s'est fait sur des bases économiques et politiques. Peut-on, à l'école primaire, souscrire à de tels objectifs et envisager la formation en fonction des besoins de la technologie ou de la position de nos économies occidentales ? Nous pensons plutôt que le plan d'études romand est orienté vers une mathématique créatrice et libératrice qui vise le développement d'un jugement autonome de l'élève et qui encourage la recherche ou la découverte sans les lier à un projet économique ou politique.*

*Que dire des années 7, 8 et 9 ? Nous voyons encore difficilement comment la continuité entre le primaire et le secondaire va s'établir, pour ce qui concerne les méthodes pédagogiques et, plus généralement, la philosophie de l'enseignement de la mathématique. Les programmes établis par CIRCE I et II proposent des objectifs généraux à long terme, suivis d'une liste de chapitres et de quelques savoir-faire. En revanche, le dernier rapport de la commission mathématique de CIRCE III ne donne qu'une impressionnante liste de comportements attendus liés presque exclusivement au caractère utilitaire des applications de la mathématique. Ce document n'est pas encore adopté, ses auteurs n'ont pas pu approfondir les problèmes fondamentaux que sont les finalités et les méthodes et avouent ne présenter que «le seul compromis possible» empêchant l'éclatement de la réforme romande en mathématique. Même en tenant compte de ces dernières considérations, le projet de CIRCE III nous semble significatif d'une option. Si on peut comprendre que la tendance «économique et politique» de Royaumont se manifeste plus sensiblement dans un programme de fin de scolarité, on ne peut toutefois que regretter l'absence d'une dimension psychopédagogique dans un document aussi important.*

*Venons-en maintenant, aux quatre questions de M. Pauli.*

*— La première, qui concerne le statut du maître de mathématique nous semble ressortir des associations d'enseignants. Nous ne comprenons d'ailleurs pas pourquoi «il importe que le professeur de mathématique soit un membre important de la société, apprécié et respecté», que son «prestige soit amélioré». Le professeur de mathématique vaudrait-il plus qu'un autre enseignant, ou qu'un autre membre de la société ?*

*— La deuxième question demande si les méthodes d'enseignements rénovées sont appliquées aujourd'hui dans l'enseignement secondaire.*
*Reprenons cette question pour les degrés de l'école primaire.*
*Dans les textes — plan d'études et méthodologies — il apparaît sans conteste que les méthodes d'enseignement ont évolué sensiblement. On se réfère constamment à l'activité propre de l'enfant, on parle de recherche et de découverte, on insiste sur les avantages du travail en groupe et des interactions entre enfants, etc. Il ne faut pas croire cependant que toutes ces notions sont déjà passées dans les faits. Les enquêtes menées par l'IRDP révèlent une profonde modification des attitudes des maîtres et élèves face à la mathématique mais aussi quelques contradictions entre les intentions des auteurs de la réforme et la pratique de la classe: les phases de manipulation sont parfois écourtées au profit de l'entraînement, voire du drill, certaines notions introduites et pratiquées avant qu'elles ne soient découvertes et comprises, la tendance à «remplir des fiches» est très affirmée, on néglige souvent l'avenue «Découverte de l'espace». Le corps enseignant primaire est actuellement familiarisé avec les nouveaux contenus mais l'effort est à poursuivre longtemps encore au plan des attitudes pédagogiques pour que le «je vais vous expliquer» disparaisse au profit de «vous allez trouver».*
*Une certitude pourtant, réaffirmée par l'écrasante majorité des maîtres et élèves: la satisfaction de chacun est beaucoup plus grande depuis l'introduction du nouveau programme romand de mathématique. N'est-ce pas là, en guise de réponse, le gage de l'existence d'une véritable rénovation dans les méthodes d'enseignement ?*

*— Pour répondre à la question sur la juxtaposition de chapitres très traditionnels d'une part et modernes d'autre part, nous nous contenterons de réaffirmer toute la méfiance que suscite cette catégorisation en «moderne» et «traditionnel».*

*Un exemple, tiré du manuel de l'élève de sixième:*

> *Effectue la multiplication* $256 \cdot 425$
> *Utilise-la pour trouver les produits suivants:*
>
> *a)* $256 \cdot 850$ *b)* $425 \cdot 128$ *c)* $512 \cdot 425$
> *d)* $512 \cdot 850$ *e)* $850 \cdot 256$ *f)* $128 \cdot 850$

*Cet exercice est-il «traditionnel» ou «moderne» ? Il pourra être l'un si on s'intéresse aux six résultats uniquement ou si l'exercice ne sert qu'à occuper l'élève et entraîner l'algorithme de la multiplication. Il sera l'autre si une discussion et une analyse l'accompagnent et s'il est relié à d'autres activités.*
*Nous ne pensons pas qu'au niveau secondaire la situation diffère sensiblement. Même à propos d'un sujet très classique, on peut mener un enseignement novateur et ouvert. Peu importe la matière, c'est la façon de l'aborder qui compte le plus.*

*— La dernière question a trait à l'enseignement de la géométrie. A ce propos, nous ne pensons pas que le débat ait jamais été clos. Le programme romand des années 1 à 6 développe le goût des choses géométriques, il ne s'est pas laissé enfermer dans un carcan et a su éviter les pièges axiomatiques ou ensemblistes.*

*En guise de conclusion, nous dirons qu'un souffle nouveau anime l'enseignement de la mathématique à l'école primaire, en Suisse romande. Ce souffle est effectif encore, vingt ans après Royaumont. Il n'a certes pas abattu toutes les habitudes routinières mais il suscite des changements réels. Les enseignants ont fait beaucoup dans ce renouvellement, ils n'ont pas ménagé leurs efforts. Les exigences d'une pédagogie adaptée aux conceptions nouvelles de l'enseignement de la mathématique demanderont d'autres innovations encore liées en particulier aux structures scolaires.*

*Nombres mystérieux:*

1. Les lettres A, B, C, D, E représentent des nombres.

   $A + B + C + D = 100$
   $A + C = E$
   $B - C = E$
   $C \times C = E$
   $D : C = E$

   A = ........ B = ........ C = ........ D = ........ E = ........

2. Choisis un nombre de trois chiffres. Reproduis ce même nombre à côté du premier. Tu obtiens un nombre de six chiffres. Divise ce nombre par 7. Divise le quotient obtenu par 11. Divise encore ce résultat par 13. Compare ton résultat avec celui de tes camarades.

# Un thème pour l'Escalade...

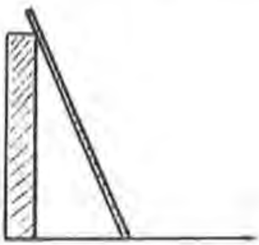
par Raymond Hutin

C'est la commémoration de l'Escalade, l'une des fêtes les plus marquées dans les écoles genevoises. Il s'agit donc de trouver un sujet de circonstance. La longueur des échelles nécessaires pour franchir les remparts servira de point de départ. Il ne s'agit pas d'inculquer aux élèves le théorème de Pythagore, mais de leur donner l'occasion de se confronter à une situation nouvelle. A ce propos, l'observation portera sur:

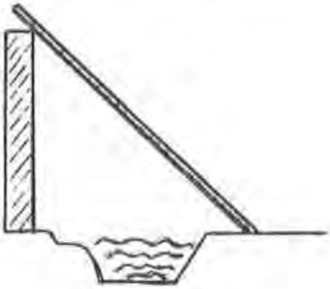
— la précision de la mesure;
— la notion d'échelle;
— l'habileté en calcul;
— la capacité de découvrir des relations entre les nombres.

Le thème est présenté collectivement. Quelle longueur doit avoir une échelle qui permettra de franchir un mur de 10 mètres de haut ?

Les élèves découvrent immédiatement que la longueur de l'échelle sera supérieure à 10 m.



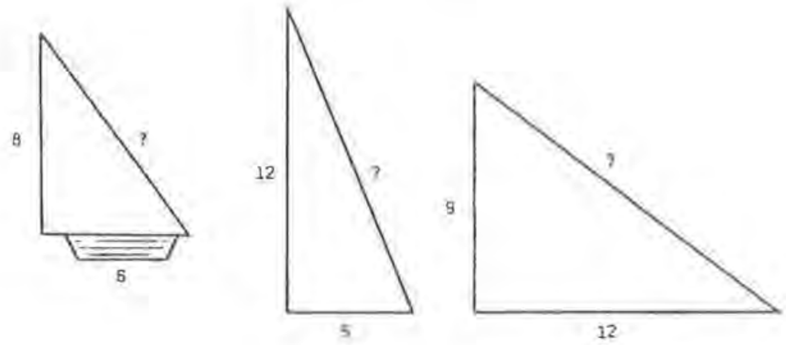
La discussion s'engage d'abord sur la pente à donner à l'échelle. On envisage aussi une situation (en s'éloignant de la vérité historique) où l'échelle devrait permettre de franchir à la fois le fossé et le mur.



Grâce au dessin et à quelques manipulations de règles et de crayons, les enfants découvrent assez rapidement que la longueur de l'échelle dépendra de la hauteur du mur et de la distance du pied de l'échelle au pied du mur.
Comment poursuivre la recherche ? Le dessin peut-il nous aider ? On relève ici deux attitudes. Certains élèves admettent immédiatement mais pour la plupart sans justification que, dans le dessin, les mètres peuvent être remplacés par des centimètres. Ils ont donc la notion intuitive de triangles semblables. D'autres enfants semblent plus perplexes mais ils se laissent volontiers entraîner par leurs camarades qui décident de simplifier le problème en ignorant la partie de l'échelle qui dépasse le mur puisque comme le dit un élève:

«— Il suffira de prévoir un mètre de plus pour toutes les échelles».

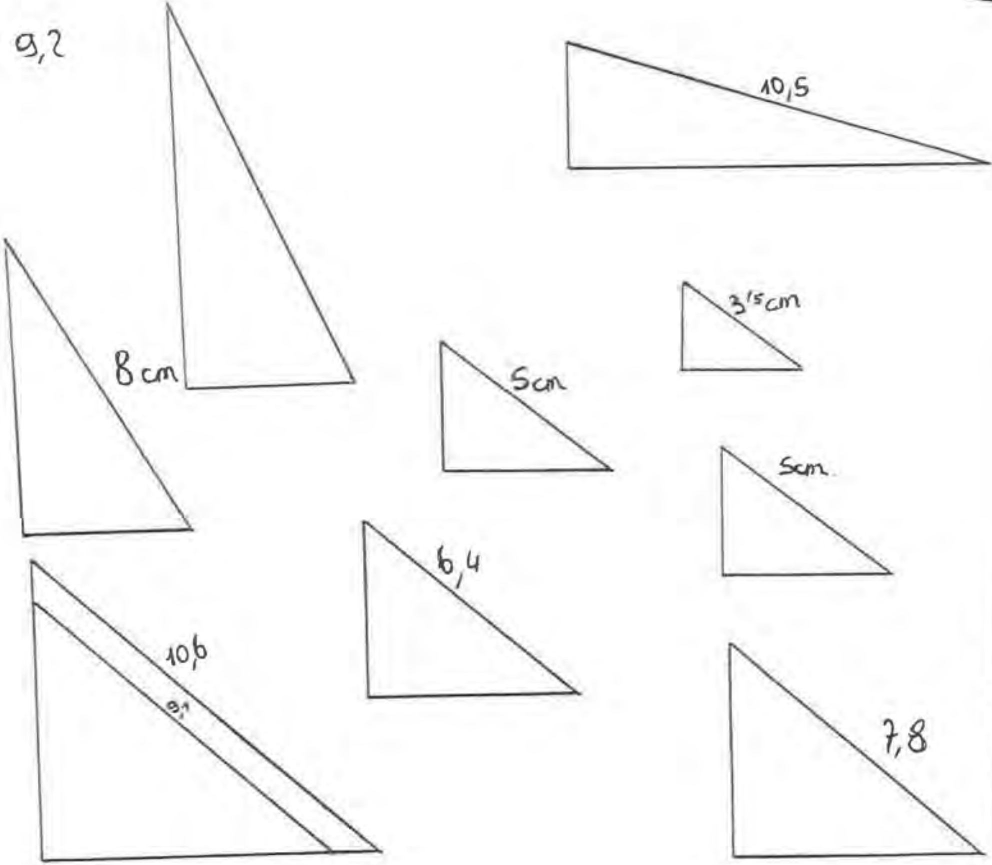
A partir de là, quelques cas sont présentés au tableau noir:




Les élèves sont ensuite invités à chercher d'autres solutions. Ils se mettent à dessiner des triangles et à effectuer les mesures correspondantes. Les données sont reportées dans un tableau, ce qui permet à l'enseignant, par le calcul, de vérifier le degré approximatif de précision.
La plupart des élèves construisent des séries de triangles (cf. le travail de Corinne). Patricia se contente de tracer des angles droits. Il convient de noter ici que cette fillette, qui éprouve souvent beaucoup de difficultés en mathématique, est particulièrement à l'aise dans cette activité.
Mais c'est Jean-Marc qui se révèle le plus astucieux. Il ne construit qu'un seul angle droit et effectue toutes ses mesures dessus.
Une fois encore, apparaissent au travers de cette activité des choses fort intéressantes qu'il serait difficile de découvrir dans une situation d'épreuve habituelle.

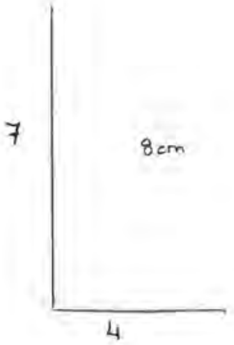
coinne

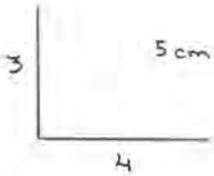
| Haut | large | échelle |
|---|---|---|
| 2 | 3 | 3'5 cm |
| 3 | 4 | 5cm |
| 4 | 5 | 6,4cm |
| 5 | 6 | 7,8cm |
| 6 | 7 | 9,1 |
| 7 | 8 | 10,6 |
| 8 | 9 | 12,0 |
| 9 | 10 | 13,4 |
| 10 | 11 | |

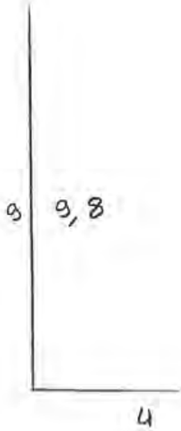


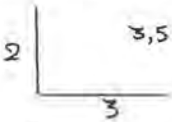
Patricia

triangle rectangle

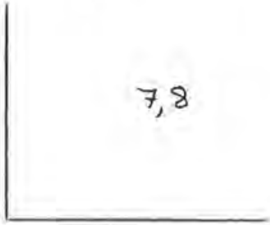


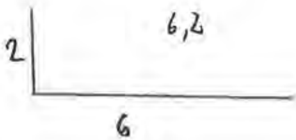



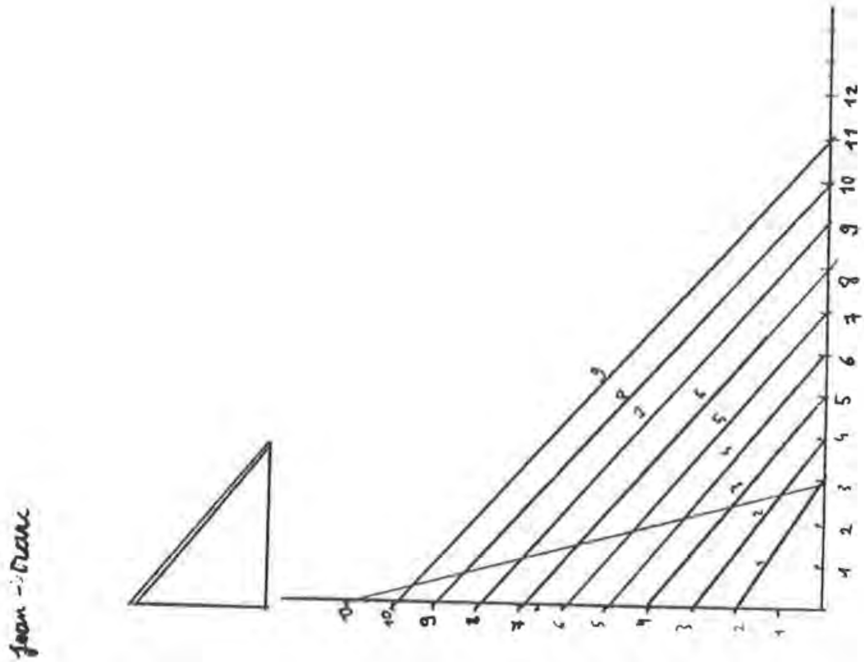



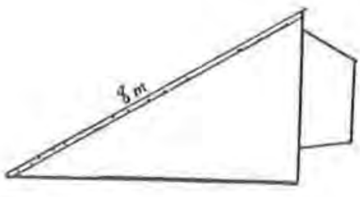




| Haut | largeur | echelle |
|---|---|---|
| 2 | 3 | 3,5 cm |
| 3 | 4 | 5 |
| 4 | 5 | 6,4 |
| 5 | 6 | 7,8 |
| 6 | 7 | 9,4 |
| 7 | 8 | 10,5 |
| 8 | 9 | 12 |
| 9 | 10 | 13,4 |
| 10 | 11 | 15,1 |
| 7 | 4 | 8 |
| 8 | 2 | 8,4 |
| 10 | 3 | 10,5 |
| 14 | 5 | 15,3 |
| 10 | 5 | 11,15 |
| 2 | 6 | 6,4 |






| Haut | Larg | Echelle |
|---|---|---|
| 2 | 3 | 3,6 |
| 3 | 4 | 5 |
| 4 | 5 | 6,5 |
| 5 | 6 | 7,7 |
| 6 | 7 | 9 |
| 7 | 8 | 10,5 |
| 8 | 9 | 12 |
| 9 | 10 | 13,5 |
| 10 | 11 | 14,3 |

Après un moment de travail assidu, une certaine lassitude se fait sentir. C'est Sarah, qui va permettre de progresser par une intervention très nette:

«— Quel travail ! Ce n'est pas possible ! Il doit bien y avoir quelqu'un qui a trouvé le moyen de faire ça par le calcul !»

Cette intervention déclanche une nouvelle activité, de calcul celle-ci, dans laquelle l'expérimentateur introduit la notion de carré. Les élèves sont invités, à partir de leurs propres données, à remplir le tableau suivant:

| Long. L | Haut. H | Long. échelle E | A $L \times L$ | B $H \times H$ | C $A + B$ | D $E \times E$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 4 | 5 | 9 | 16 | 25 | 25 | |
| 4 | 5 | 6,4 | 16 | 25 | 41 | 40,96 | |
| 5 | 6 | 7,8 | 25 | 36 | 61 | 60,84 | |
| 8 | 10 | 13 | 64 | 100 | 164 | 169 | !?! |
| 9 | 12 | 15 | 81 | 144 | 225 | 225 | |
| 12 | 16 | 20 | 144 | 256 | 400 | 400 | |
| 5 | 14 | 15,3 | 25 | 196 | 221 | 234,09 | !?! |
| 3 | 10 | 10,5 | 9 | 100 | 109 | 110,25 | |
| etc. | | | | | | | |

Le tableau se complète peu à peu. Quand les élèves ont rempli trois à quatre lignes, ils sont autorisés à employer une calculatrice de poche. Nous n'avons pas encore parlé de Pythagore, ni de théorème...
Lorsque la liste comprend une quinzaine de lignes, les élèves sont invités à observer et à comparer les deux dernières colonnes. Cette observation conduit certains d'entre eux, les plus doués, à retourner d'eux-mêmes vérifier leurs mesures antérieures. La rectification des erreurs qui se marquent par une trop grande différence entre les nombres des deux dernières colonnes suscite des discussions fructueuses.
L'activité a été intense, les élèves ont beaucoup calculé... le maître et l'expérimentateur ont appris beaucoup de choses et commencent à entrevoir le pourquoi de certains échecs.

*Enigme:*

Quatre amis: un avocat, un biologiste, un chimiste et un médecin ont chacun une sœur, chacun d'eux a épousé la sœur de l'un des trois autres. Les femmes ont les mêmes professions que les hommes mais dans chaque famille, la femme, son mari et son frère ont chacun des professions différentes. Le médecin a épousé la sœur du chimiste, tandis que la sœur du biologiste est la femme du collègue de la sœur du médecin. Le frère de la femme chimiste a épousé la biologiste.

Quelle(s) question(s) peut-on se poser ?

● Un ouvrage pour ceux qui lisent facilement l'allemand:

*Studienbücher Mathematik Didaktik*, Herder Verlag
Reinhard Strehl
*Grundprobleme des Sachrechnens* (Introduction)

# Problèmes fondamentaux du calcul numérique

Dans la discussion des buts et légitimations de l'enseignement mathématique, se pose constamment la question du rapport qui existe d'une part entre l'activité mathématique et son application dans la vie courante et un enseignement plus théorique de celle-ci d'autre part.
Dans l'enseignement traditionnel du calcul, il était le plus souvent répondu à cette question qu'il fallait, à l'école primaire au moins, mettre l'accent sur le calcul numérique, considéré comme «calcul bourgeois», ainsi que sur les techniques du calcul numérique, nécessaires dans la vie courante. Quant à l'introduction à la réflexion mathématique abstraite, c'était la tâche de l'école secondaire (gymnase).
La critique formulée contre les problèmes traditionnels et le schéma de la règle de trois inhérent à ce calcul numérique est dirigée contre l'utilisation non réfléchie (application non critique) des problèmes traditionnels. Elle soulève également la notion de l'encouragement à la réflexion mathématique et à la mobilité de pensée; facteurs qui sont aujourd'hui probablement plus importants que toutes les activités liées à des contenus spécifiques, dans la mesure où l'aboutissement à la connaissance de l'environnement et la compréhension de la vie, est une nécessité qui va de pair avec la réflexion mathématique et la mobilité de la pensée.
C'est pourquoi se posent les questions; jusqu'où doit-on aller dans la connaissance des techniques du calcul numérique traditionnel, afin d'en obtenir une utilisation judicieuse et quelle est la place des éléments tirés de la réalité comme condition préalable d'une motivation pour l'élève d'apprendre les mathématiques.
A partir de ces données, nous allons développer dans un premier chapitre les buts du calcul numérique traditionnel, les critiques qu'on peut formuler à leur encontre et considérer de façon précise une opposition éventuelle.
Le deuxième chapitre aura trait à la compréhension des notions de grandeur, puisque le calcul avec les représentations de grandeurs apparaît comme une partie importante de toutes les applications mathématiques.
Par là même, nous aurons à considérer, entre autres, le problème des mesures et en relation avec les propriétés de divisibilité que possèdent la plupart des mesures de grandeurs, nous introduisons les fractions ordinaires.
Les opérateurs élémentaires avec les grandeurs constituent une toile de fond pour la majorité des problèmes traditionnels qui sont utilisés depuis l'école primaire jusqu'aux premiers degrés du secondaire, raison pour laquelle, en

complément du sujet traité au chapitre II, le troisième chapitre sera consacré à l'expression verbale et la structure logique des problèmes traditionnels simples, en particuliers aux difficultés que rencontrent les élèves lorsqu'ils traduisent le langage courant en langage mathématique.
Au chapitre IV, nous ferons une approche générale du classement des grandeurs, sujet qui concerne la matière traditionnelle du calcul numérique en particulier pour ce qui est des proportionnalités, antiproportionnalités, pourcentages et calculs d'intérêts, ainsi que la notion des rapports. Ces éléments de base n'ont en effet aucunement perdu leur importance.
Le chapitre V développera schématiquement quelques exemples d'autres domaines mathématiques, importants pour le calcul numérique et leurs modalités pratiques. Un rapide coup d'œil nous montrera la richesse et la densité des notions, parmi lesquelles se trouve la trame du calcul numérique grâce auxquelles nous constaterons que le calcul numérique et l'appréhension compréhensive des mathématiques ne doivent pas s'exclure l'un l'autre.
Le sixième chapitre traitera des possibilités de représentations graphiques en calcul numérique et enfin dans le dernier chapitre, nous reviendrons, en relation avec les possibilités de résolutions des problèmes de calcul numérique et d'intégrations de l'ensemble dans un projet d'enseignement sur le thème fondamental que nous avons évoqué au début.
Le sujet du calcul numérique est par sa nature même un problème ouvert. Il Il n'est pas possible de développer tous ses aspects dans un tel ouvrage, telles des questions didactiques isolées. Nous avons néanmoins essayé de poser les interrogations essentielles, non seulement en éclaircissant les théories mathématiques de fond mais également en les associant à un grand nombre de conseils pratiques.

Ruth Borzykowski

*Compléter logiquement les carrés suivants:*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 6 | 7 |
| 3 | 5 | 8 | 13 |
| 4 | 9 | | 14 |
| 10 | 11 | | 16 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 5 | 8 |
| 1 | 3 | 13 | 174 |
| 2 | 21 | | 283 |
| 44 | 65 | | 740 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 10 | 8 | 10 | 13 |
| 11 | 12 | 11 | 16 |
| 9 | 14 | | 14 |
| 12 | 15 | | 15 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 7 | 8 | 9 | 10 |
| 6 | 1 | 2 | 11 |
| 5 | 4 | | 12 |
| 16 | 15 | | 13 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8 | 13 | 21 | 44 |
| 5 | 0 | 1 | 65 |
| 3 | 2 | | 109 |
| 740 | 457 | | 174 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 13 | 11 | 14 | 12 |
| 10 | 10 | 8 | 15 |
| 12 | 9 | | 13 |
| 15 | 17 | | 16 |

J. A.          1211 GENEVE 6

Madame Denise ERISMANN
Ch. de Chamblandes 54

1009 PULLY

TABLE DES MATIERES




**Comité de rédaction:**

Mlle F. Waridel, MM. Th. Bernet, F. Brunelli, A. Calame, R. Dénervaud, D. Froidcoeur, G. Guélat, R. Hutin, Ch. Morandi, F. Oberson, S. Roller, J.-J. Walder.
**Rédacteur-responsable:** R. Hutin

**Abonnements:**

Suisse: F 12.—, Etranger F 14.—, CCP 12 - 4983. Paraît 5 fois par an. Service de la Recherche Pédagogique; 11, r. Sillem, CH 1207 Genève. (Tél. (022) 35 15 59).

**Adresse: Math-Ecole; 11, rue Sillem, CH-1207 Genève; CCP 12 - 4983**

Imprimerie typo-offset Fiorina & Burgener, 1950 Sion