92

MATH ECOLE

MARS 1980
19e ANNEE

MATH ECOLE 92

19e ANNEE Paraît cinq fois par an MARS 1980

Editorial

Plus de mathématiques ?

Il serait sans doute très amusant d'aligner les slogans qui ont balisé l'évolution de l'enseignement des mathématiques: depuis la découverte de la «pensée productive en termes de fonctions» de Klein, «A bas Euclide» de Dieudonné, jusqu'à la «mathématique structurale» des Bourbaki, ...

Ce serait même instructif de déceler dans le tumulte des prophètes des «mathématiques modernes», les voix discordantes des francs-tireurs d'alors: Freudenthal, Krygowska, Castelnuovo et d'autres dont les intuitions se sont révélées perspicaces.

Où en est-on maintenant ? Dans le reflux général qui anime les hérauts d'une certaine «mathématique essentielle», il faut tendre bien l'oreille pour percevoir le contrechant de quelques solistes indépendants: le duo Papy et leurs flèches-morphismes, Engel et ses algorithmes, ...: c'est là probablement qu'il faudra chercher la vraie «new new math», une réforme au second degré qui auprès des peu avertis a bien de la peine à se faire distinguer d'une sorte de contre-réforme/revival.

1980: les chiffres ronds ont un charme enchanteur ! Outre à évoquer un roman célèbre, ce semble une date tournante, à la fois terminus et point d'envol d'une nouvelle décennie. Que nous réservera cette année ? Sans doute l'été prochain nous en dira-t-il davantage avec ses importants congrès: Berkeley (CIEM), Oaxtepec (CIEAEM), Walferdange (GIRP), Aix (SEDM-IREM), ...

De manière un tantinet présomptueuse, tentons une prophétie...

Pour ce faire, remarquons que la mathématisation conquérante (de l'économie, à la sociologie, à la linguistique) est allée de pair avec la diffusion d'un autre «système» envahissant: la psychanalyse. Or il est curieux de noter comment toutes deux se débattent dans le même problème méthodologique de se fonder comme discipline (ayant un objet et une méthode spécifiques selon Saussure) et de se justifier comme science (par rapport au mètre poppérien de la falsification/confutabilité). On pourrait, poussant plus loin le jeu cher à Munari, remarquer aussi que, têtes-de-pont de leurs domaines respectifs (l'enseignement et la médecine), toutes deux semblent devoir se défendre de qui sait quoi sinon d'une saturation asphyxiante: en s'isolant en «sociétés» ultrasélectives, en se masquant derrière un argot du milieu, jusqu'à se transformer en le contraire de ce qu'elles prétendent être; la cure (devenue «entretien») de la maladie, la défense (à entendre comme «empêchement») du savoir.

Mais en arrêtant là ce petit jeu de massacre, et s'interdisant de tirer les conséquences de cette étrange symétrie), on pourrait se poser quelques questions impertinentes:

— Est-il bien juste de vouloir que, dès l'école primaire, l'enseignement soit disciplinaire (chercher des «aires disciplinaires» ne fait que compliquer les choses !), et ne serait-il pas plus correct, pédagogiquement parlant (et à supposer que le concept même de discipline ne soit pas à revoir dans le contexte actuel), de produire un itinéraire didactique qui conduise l'écolier à découvrir au terme de sa scolarité obligatoire ce que sont les disciplines, pourquoi et comment elles sont nées, etc. ?

— Est-il bien raisonnable de prétendre de tous cette espèce d'autoanalyse sans frein qu'exige un certain enseignement de la mathématique, centré (non, comme il le devrait, sur l'assimilation de stratégie) sur la prise de conscience des propres activités mentales; et ne conviendrait-il pas plutôt de laisser les enseignants découvrir les nécessaires «noyaux» qui bloquent l'apprentissage ? (un peu comme le font, si l'on a bien compris, ceux qui proposent les techniques de «thérapie brève»).

Alors ? Pour les quatre ans à venir: «Mathématique brève» ? Qu'en diriez-vous ? Pensez-y ! Sans oublier que ce nouveau slogan (1) pourrait avoir de très intéressantes retombées sur l'épineux problème des horaires...

M.D. Froidcoeur

---

1 *Voir, p. 23, la recension du dossier «Mathématique pour la vie»*

TANGRAM

par Marcelle Goerg et Henri Schaerer

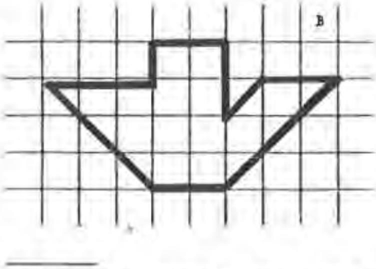
Deuxième partie[1]

Mathématisons à propos du tangram en abordant les objectifs du programme romand.
Après avoir exécuté diverses créations par l'arrangement des pièces du jeu, on peut suggérer aux enfants de reproduire le dessin d'une composition qui leur a plu. Selon l'âge des élèves et les connaissances qu'ils ont acquises, les comportements devant la tâche pourront être très variés.

1. Reproduction de la figure «grandeur nature»

Afin de permettre la découverte des rapports de longueur et d'aire des différentes pièces, un quadrillage (pas trop serré !) aidera beaucoup les enfants pour la reproduction correcte de leur composition. Le support quadrillé favorise une approche intuitive des propriétés de ce jeu.

Exemple A
Les diagonales et les côtés des carrés ont servi de longueurs de référence.



Exemple B
Certaines lignes de construction ne passent pas toujours par les points d'intersection du quadrillage.

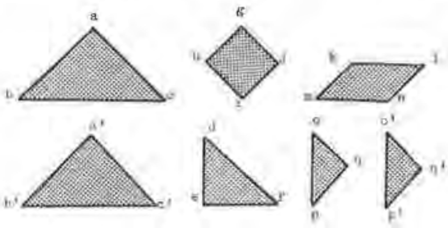
---
[1] La première partie de cet article a paru dans le numéro 89, septembre 1979.

Par la manipulation des pièces du jeu, par la reproduction d'assemblages, diverses propriétés sont découvertes telles que:

— les différents types d'angles composant les pièces;
— les diverses longueurs des côtés des pièces, etc

2. Les différentes longueurs des côtés et leurs rapports

Sur les vingt-trois côtés de l'ensemble des pièces, on a quatre longueurs différentes:



On observe les mesures équivalentes:

mes [bc] = mes [b'c']

mes [ab] = mes [a'b'] = mes [ac] = mes [a'c'] = mes [df]

mes [de] = mes [ef] = mes [kl] = mes [mn] = mes [op] = mes [o'p']

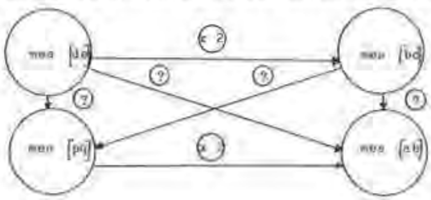
mes [gh] = mes [hi] = mes [ij] = mes [jg] = mes [km] = mes [ln] = mes [qo] = mes [pq] = mes [q'o'] = mes [p'q']

Existe-t-il des rapports entre ces quatre mesures différentes ?

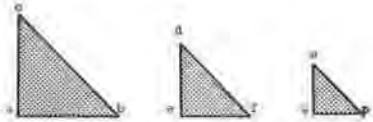
On constate que $\text{mes [de]} = \dfrac{\text{mes [bc]}}{2}$

et que $\text{mes [pq]} = \dfrac{\text{mes [ab]}}{2}$

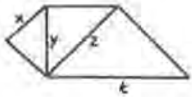
Peut-on découvrir d'autres rapports entre ces diverses mesures ?



Prenons les trois triangles (petit, moyen, grand) et observons-les !



On remarque que:
- les quatre différentes mesures sont représentées dans cet ensemble de triangles;
- ces triangles rectangles et isocèles sont semblables;
- on peut disposer ces triangles de façon à mettre en évidence des mesures communes.



Remarque pour le maître:
Pour comprendre la notion de rapport existant entre les mesures, par exemple mes [de] par rapport à mes [pq], il faut employer des notions qui ne sont pas étudiées à l'école primaire.

Donnons les valeurs suivantes aux diverses mesures:

mes [pq] = mes [oq] = x

mes [po] = mes [de] = mes [ef] = y

mes [ab] = mes [ac] = mes [fd] = z

mes [bc] = t

Il est intéressant de constater que

$$x^2 + x^2 = y^2$$ (théorème de Pythagore)

$$2x^2 = y^2$$

$$\sqrt{2x^2} = \sqrt{y^2}$$

d'où $\boxed{\sqrt{2} \cdot x = y}$ (la racine carrée de 2 est un nombre irrationnel: $\sqrt{2} = 1{,}41421356...$)

Les rapports des longueurs des côtés entre eux, peuvent être représentés ainsi:

↙	x	y	z	t
x	1	$\sqrt{2}$	2	$2\sqrt{2}$
y	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	$\sqrt{2}$	2
z	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	$\sqrt{2}$
t	$\frac{1}{2\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1

Ils sont: soit des nombres rationnels: $\frac{1}{2}$; 1 ; 2

soit des nombres irrationnels: $\frac{1}{2\sqrt{2}}$; $\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\sqrt{2}$; $2\sqrt{2}$

Ecrits dans l'ordre croissant, ces nombres progressent ainsi:

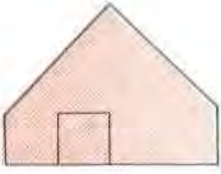
$\frac{1}{2\sqrt{2}}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{\sqrt{2}}$; 1 ; $\sqrt{2}$; 2 ; $2\sqrt{2}$

On obtient une progression géométrique de raison $\sqrt{2}$.

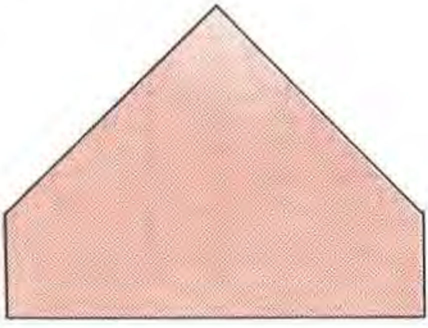
3. Reproduction d'un assemblage à une autre échelle

Selon les dimensions du tangram choisi, les élèves sont amenés à agrandir ou à réduire le dessin du modèle (assemblage du tangram).

Le dessin d'un chalet à l'échelle 2:1



Assemblage du tangram avec les sept pièces



Reproduction à l'échelle 2:1

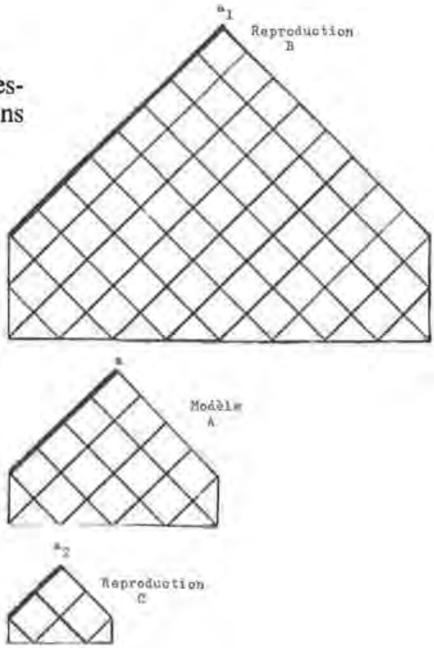
Différentes exploitations sont possibles:
— Reproduire le dessin de la porte.
— Observer les transformations entre modèle et reproduction (homothétie).
— Analyser ce qui n'a pas changé.
— Coder les sommets dans un réseau cartésien et reproduction à une autre échelle.
— Construire la figure à l'aide des instruments (compas, rapporteur etc...).

4. Sensibilation à la mesure d'aire

Quelles transformations subit l'aire d'une figure lorsqu'on augmente ou diminue les longueurs de celle-ci ?
Pour les jeunes élèves, un dessin sur le quadrillage permet de «visualiser» d'autant mieux leur découverte que la notion de mesure d'aire (produit cartésien) n'est pas encore solide.

Reprenons l'exemple du «chalet» en dessinant le modèle et deux reproductions (B et C) sur papier quadrillé.

Echelles de longueur	Aires en unités carrées	Echelles d'aire
2 : 1	64 8^2	4 : 1
1 : 1	16 4^2	1 : 1
1 : 2	4 2^2	1 : 4



Par le comptage des carrés et fractions de carrés on peut calculer la surface des figures (A;B;C) et observer que cette dernière augmente ou diminue beaucoup plus rapidement que la longueur des côtés de ces mêmes figures.

Observons la variation de longueur d'un même côté pour les figures A, B et C avec la variation d'aire de ces figures.

Rapports de longueur entre mes [ab] , mes [a_1b_1] et mes [a_2b_2]

$$\frac{\text{mes } [ab]}{\text{mes } [a_1b_1]} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\text{mes } [a_2b_2]}{\text{mes } [a_1b_1]} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\text{mes } [a_2b_2]}{\text{mes } [a_1b_1]} = \frac{1}{4}$$

Rapports d'aire entre les figures A, B et C

$$\frac{\text{Aire A}}{\text{Aire B}} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{\text{Aire C}}{\text{Aire A}} = \frac{1}{4}$$

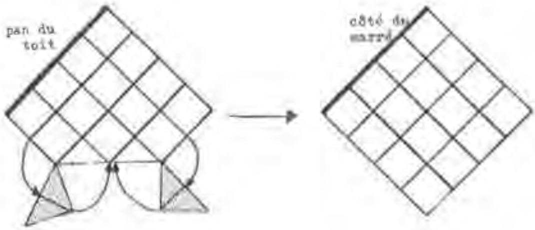
$$\frac{\text{Aire C}}{\text{Aire B}} = \frac{1}{16}$$

On constate que pour toutes les figures semblables, le rapport des aires varie comme le carré du rapport des longueurs correspondantes.

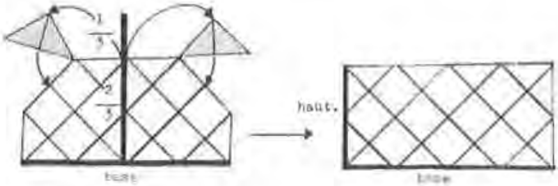
$$x \xrightarrow{x^2} y \qquad y \xrightarrow{\sqrt{y}} x$$

x	y	
$\frac{1}{2}$ ...	$\frac{1}{4}$ ...	entre A et B
$\frac{1}{2}$ ...	$\frac{1}{4}$ ...	entre C et A
$\frac{1}{4}$ ...	$\frac{1}{16}$ ...	entre A et C

Le modèle A est l'une des nombreuses compositions du tangram (carré !). Il suffit de retrouver le côté du carré d'origine pour calculer l'aire de A (de même pour B et C qui sont des figures semblables). La manipulation du tangram sur le quadrillage permet par ce passage vers le réel, la construction du concept mathématique.



D'autres manières de calculer la surface de ces polygones sont possibles permettant ainsi l'élaboration de plusieurs formules équivalentes.



Longueur de la base $\cdot \frac{2}{3}$ de la hauteur $=$ surface A

soit: $4\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 16$

Il est intéressant de remarquer que la hauteur et la base sont des multiples d'un nombre irrationnel, ce qui rend la valeur de la mesure très approximative !

base (cm)	hauteur (cm)	=	surface (cm^2)
5,65	2,8		15,82

Le tangram est un jeu auto-correctif car, quelles que soient les diverses figures polygonales obtenues (triangle, quadrilatères, pentagones etc...), la surface est constante (ici 16 carrés ou 16 cm^2). Si l'on crée un modèle, il est toujours possible, par la manipulation des pièces, de retrouver une figure simple contenant des dimensions communes avec ce modèle (par exemple hauteur et base) permettant le calcul d'aire. L'élève peut ainsi vérifier la pertinence de sa formule.

Quelles sont les rapports d'aire des pièces entre elles ?
Parmi les sept pièces du jeu, on distingue rapidement qu'il y a deux grands triangles et deux petits triangles identiques.
Un intéressant travail de comparaison par superposition de pièces peut être effectué. Le classement de ces pièces n'est pas évident d'où l'importance de la manipulation !
En appliquant la règle suivante «a une aire plus petite ou égale», on obtient la relation suivante avec les cinq pièces restantes:

Diagramme sagittal :

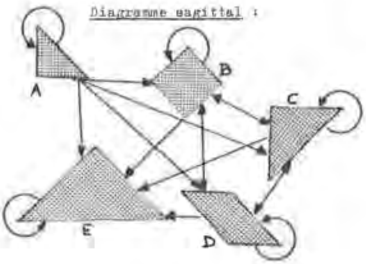


Tableau à double entrée :

	A	B	C	D	E
A	•				
B	•	•	•	•	
C	•	•	•	•	
D	•	•	•	•	
E	•	•	•	•	•

Par les symétries et les rotations d'une pièce sur l'autre (par exemple le triangle A par rapport aux figures B, C et D), on élabore ou consolide diverses notions.

Si l'aire de B $\leqslant$ l'aire de C $\leqslant$ l'aire de D
alors l'aire de B $\leqslant$ l'aire de D (transitivité)
ou encore:
Si l'aire de B $\leqslant$ l'aire de C
et l'aire de C $\leqslant$ l'aire de B
l'aire de B = l'aire de C

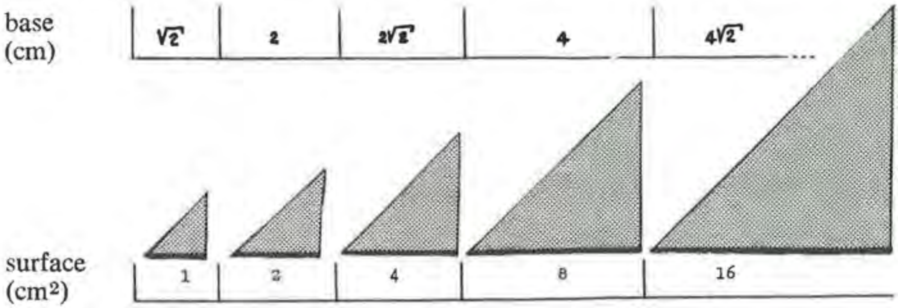
LA MULTIPLICATION (tiré à part)

Pour répondre à plusieurs demandes, la rédaction a réédité, sous forme de tiré à part, l'article de Nadia Guillet consacré à la multiplication qui a paru dans les numéros 82 et 83 de 1978.
Ce document de 23 pages peut être obtenu au prix de Fr. 3.80 (Fr. 3.30 par commande groupée de 10 exemplaires et plus), en versant le montant correspondant au CCP MATH-ECOLE GENEVE 12 - 4983.

Les rapports des aires entre elles peuvent être représentés ainsi:

						
	1	2	2	2	4	10
	$\frac{1}{2}$	1	1	1	2	
	$\frac{1}{2}$	1	1	1	2	
	$\frac{1}{2}$	1	1	1	2	
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
	$\frac{1}{10}$					

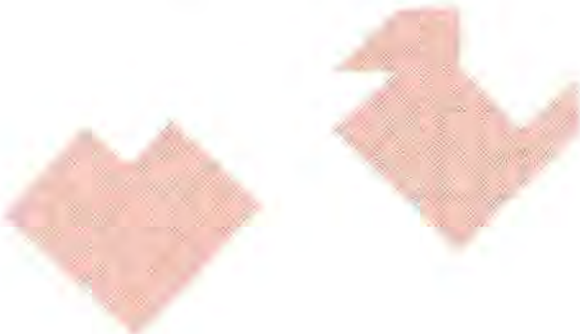
Par l'emploi d'une ou de plusieurs pièces du jeu, différentes figures semblables peuvent être construites.
Prenons le cas du triangle et observons l'évolution de la longueur de la base (cm) avec celle de l'aire (cm²) pour chaque triangle.



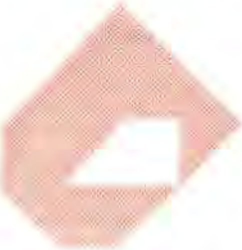
D'autres exploitations:
- Pour un triangle donné, rechercher toutes les façons de le construire (organisation des pièces, nombre de pièces).
- Observer l'évolution de la longueur de l'hypoténuse par rapport à celle de la base.

5. Construction de polygones à l'aide des sept pièces du tangram

Des polygones non convexes:



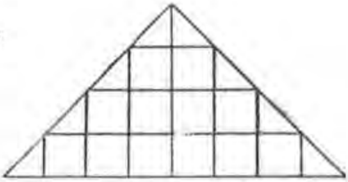
Un polygone convexe avec un vide en forme de trapèze.



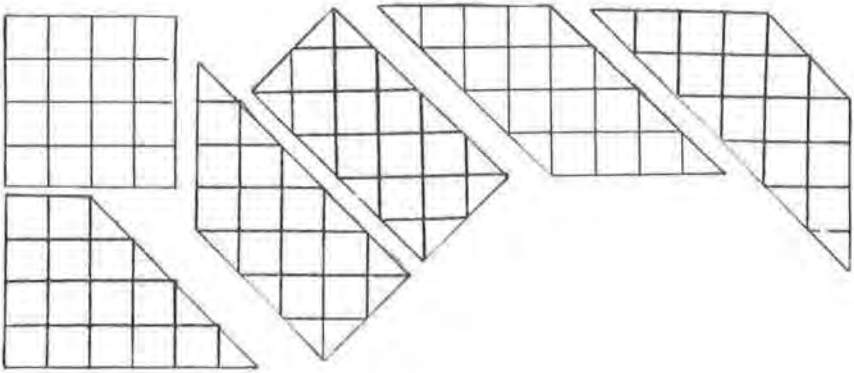
Une intéressante recherche serait de composer une série de figures en laissant un vide (par exemple le trapèze).

Les polygones convexes (sans vide !)
On sait qu'il est possible de construire treize polygones convexes. En travaillant sur un quadrillage en rapport avec les dimensions du tangram, on s'aperçoit que tous les côtés des figures convexes passent par les droites et les diagonales du carré formant la trame quadrillée.

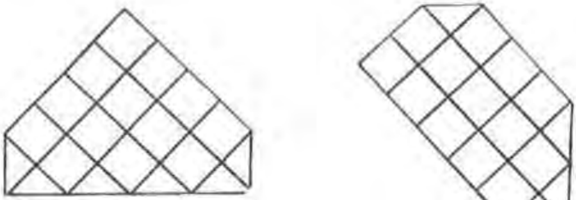
Le triangle



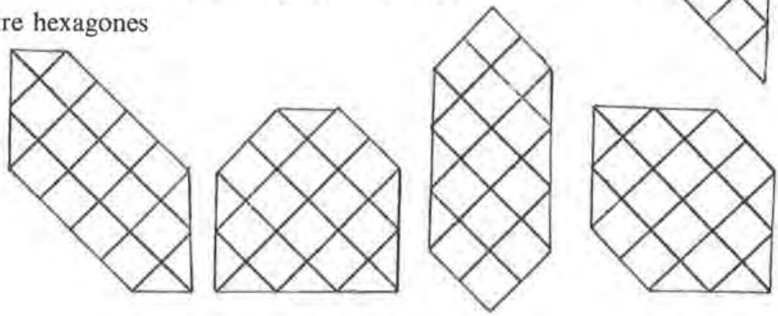
Six quadrilatères



Deux pentagones



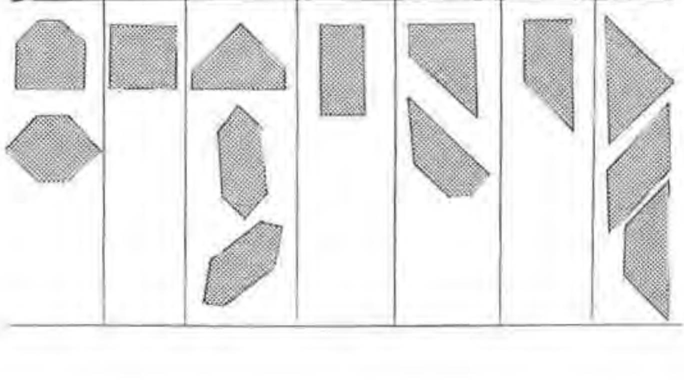
Quatre hexagones



Tous ces polygones ont la même aire. Qu'en est-il du périmètre ?
Comment les classer par ordre de grandeur de périmètre ?
A ce propos, il est bon de laisser anticiper les élèves puis d'effectuer le contrôle par la mesure.
La machine à calculer donne des valeurs plus précises (la longueur irrationnelle $\sqrt{2}$ entrant dans tous les calculs de périmètre sauf un !). Il sera judicieux de comparer les valeurs obtenues par la mesure et celles obtenues par la machine.

Classement des 13 polygones selon la longueur croissante du périmètre (arrondi au 0,1 cm).

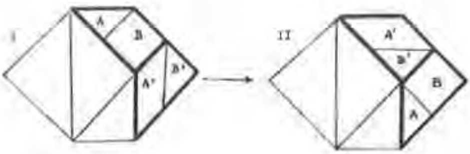
1	2	3	4	5	6	7
15,3	16,0	16,5	17,0	17,7	18,1	19,3
$8\sqrt{2} + 4 \cdot 1$	$16 \cdot 1$	$6\sqrt{2} + 8 \cdot 1$	$12\sqrt{2}$	$4\sqrt{2} + 12 \cdot 1$	$10\sqrt{2} + 4 \cdot 1$	$8\sqrt{2} + 8 \cdot 1$



Parmi les sept catégories de longueur, observons que l'augmentation et la diminution du périmètre sont liées au nombre de côtés et aux différences de longueur plus ou moins importantes de ceux-ci dans une même figure.

— Existe-t-il, en dehors du tangram, des figures convexes de même aire possédant un périmètre plus petit que 15,3 cm ou plus grand que 19,3 cm ?
— Comment se fait-il que les périmètres de ces figures puissent varier de plusieurs centimètres ? Qu'est-il advenu de la différence ?
— Etude des figures: classement par critères, recherche des axes et des centres de symétrie, manipulation puis notation d'une formule pour le calcul d'aire.

Ces polygones peuvent être construits de diverses manières. La comparaison permet d'analyser les changements intervenus pour un même polygone.
Prenons une composition hexagonale dont les faces du tangram sont peintes recto et verso par deux couleurs distinctes (blanche et rouge).
Dans cet hexagone, le groupe de figures A et B peut être échangé contre le groupe A' et B'.



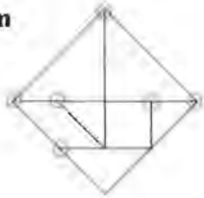
Reprenons l'hexagone I après avoir effectué une rotation du groupe des grands triangles. Quelle est la caractéristique du groupe bordé en trait gras ?

Il s'agit d'un trapèze isocèle possédant un axe de symétrie. Après pivotement autour de cet axe, on obtient:

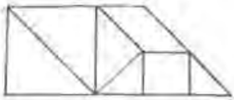
Cette dernière composition contient des pièces de deux couleurs. Tout en souhaitant garder la même configuration que dans IV, pourquoi n'est-il pas possible de retrouver une couleur unique pour cette représentation ?

6. Les nœuds dans les représentations polygonales du tangram

En combien de coups de crayon minimum, trace-t-on les droites de la configuration du carré ?

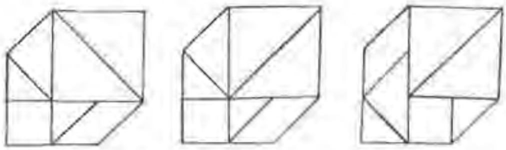


Il faut trois coups de crayon puisqu'il y a 6 nœuds d'ordre impair.
Existe-t-il des configurations qui peuvent être tracées en 1 seul coup, en 2 coups, plus de 3 coups de crayon ?



Qu'en est-il de celle-ci ?

Pour un même polygone, peut-on trouver des nombres différents de coups de crayon ?
Avec l'hexagone:



Autre piste: interprétation de la formule d'Euler:
nb domaines + nb sommets = nb branches + 2

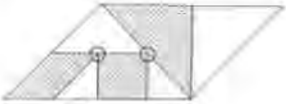
7. Recherche avec des tangrams de différentes couleurs

Sachant que deux domaines ayant une frontière commune sont de couleurs différentes, il s'agit de trouver le plus petit nombre de couleurs possibles.
Dans le parallélogramme *contenant* des nœuds impairs:

O: nœuds d'ordre 3

Trois couleurs sont nécessaires.

Après un arrangement différent contenant des nœuds pairs:

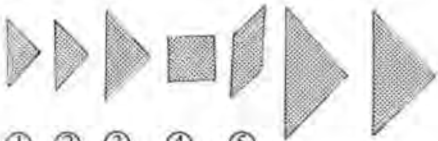


○: nœuds d'ordre 4

Deux couleurs sont suffisantes.

8. Arrangement de pièces du tangram

En les arrangeant 2 à 2 combien obtient-on de solutions ?



① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦

21 arrangements sont possibles. $\frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} = 21$

Parmi ces 21 solutions, il en existe un certain nombre qui forment une ou plusieurs figures convexes.

Ainsi ① et ② génèrent 3 figures convexes.

① et ③ ; ① et ④ ; ① et ⑤
② et ③ ; ② et ④ ; ② et ⑤

① et ⑤ ; ② et ⑤

③ et ⑤

③ et ⑥ ; ③ et ⑦

⑥ et ⑦ 

En puisant dans un sac 2 tickets portant chacun un numéro correspondant à 2 figures, quelle serait la probabilité d'obtenir une figure (de 2 pièces) convexe ?

$$P = \frac{\text{nb de cas favorables}}{\text{nb de cas possibles}}$$

En dénombrant *les cas favorables* ci-dessus, on obtient 11 cas.

soit	① et ②	② et ③	③ et ⑤	⑥ et ⑦
	① et ③	② et ④	③ et ⑥	
	① et ④	② et ⑤	③ et ⑦	
	① et ⑤			

Les cas possibles étant au nombre de 21, on écrit:

$P = \frac{11}{21}$ soit environ 0,52

9. Les différences entre les 7 pièces du tangram

En analysant les différences existant entre ces 7 pièces, on doit le faire par rapport à un ou plusieurs critères.
Si l'on choisit le critère «couleur» la différence sera nulle !

On peut toutefois choisir quelques critères significatifs:
1. La forme des pièces;
2. L'égalité de longueur d'un ou de plusieurs côtés;
3. La surface.

En excluant les deux pièces identiques au grand et au petit triangle, il reste cinq pièces à évaluer.
Le tableau suivant montre les différences selon les critères fixés. Elles varient ainsi de 0 à 3.

	0	1	2	2	2
	1	0	2	1	1
	2	2	0	1	3
	2	1	1	0	3
	2	1	3	3	0
Somme des différences	7	5	8	7	9

Prenons le carré et observons ses différences pièce par pièce, puis par rapport à l'ensemble.

Carré	petit triangle	: 2	Somme des différences égale 8
	moyen triangle	: 2	
	carré	: 0	
	parallélogramme	: 1	
	grand triangle	: 3	

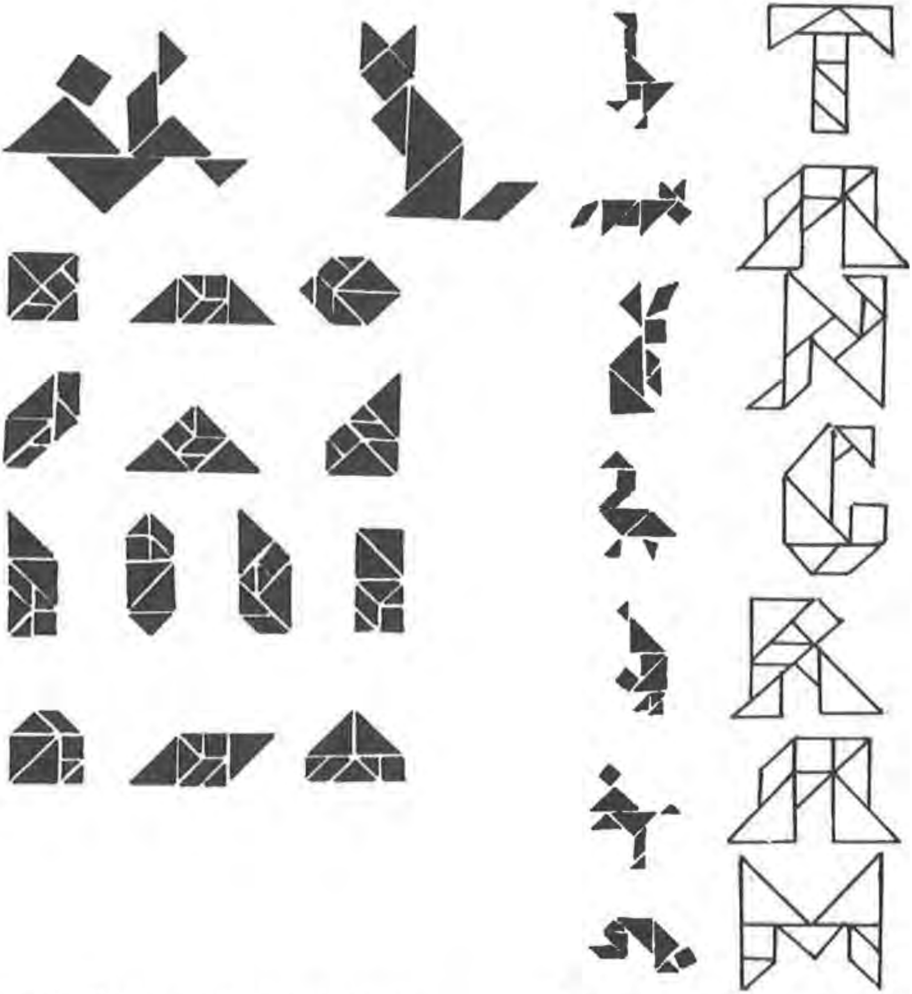
Bien que le carré soit très différent du grand triangle (diff. 3), la somme de ses différences avec les autres le rapproche le plus de ce dernier !

En effet :

Somme des différences	5	7	7	8	9

D'autre part le grand triangle a la plus grande somme de différences (9), alors que le triangle moyen en possède la plus petite (5).
En regardant les sommes des différences, il est surprenant de constater que le triangle moyen qui montrait le moins de différences, est précisément celui qui est «le plus éloigné» du score des autres pièces !
Et maintenant à vos pièces ! En vous souhaitant le même plaisir que nous avons éprouvé dans cette recherche qui, par la richesse de ses multiples facettes, permet à l'enseignement de la géométrie de retrouver le dynamisme qu'il n'aurait jamais dû perdre !

Solutions et références



— 1 000 casse-tête du monde entier
Pieter van Delft et Jack Botermaus
Edition: Chêne
— Tangram, le vieux jeu de formes chinois
Jost Elffers
Edition: Le casse-tête du Chêne

Jeu de motifs avec des cubes

par Philippe Buclin

L'activité décrite ci-après a été proposée par M. Philippe Buclin dans le cadre d'un séminaire mathématique de l'enseignement spécialisé. Avec la collaboration des collègues du groupe, ce jeu s'est développé et s'est structuré.
Il a été expérimenté dans plusieurs classes et il a suscité la création de motifs originaux.
Avant de livrer aux lecteurs de Math-Ecole, dans un numéro ultérieur, une nouvelle partie avec des exploitations plus précises dans le domaine de la géométrie ou de la combinatoire, nous souhaiterions ouvrir le dialogue avec des collègues qui proposeront ce jeu à leurs élèves.
Merci à ceux qui nous transmettront les réactions et les découvertes des enfants face à ces premières règles de jeu.
La correspondance peut être adressée à:
Arlette Boget
Rédaction de Math-Ecole
11, rue du Sillem - 1207 Genève

1. Introduction

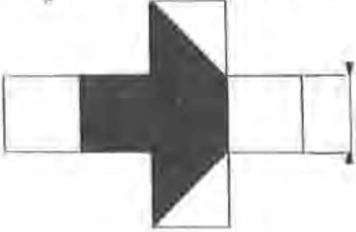
Ce jeu sous l'apparence d'un simple puzzle devrait permettre aux élèves comme aux maîtres de découvrir certaines notions mathématiques telles que:
aire, périmètre, symétries, classement, etc...
Il a pour base des cubes bicolores qui, suivant leurs positions, permettent de créer par assemblage un certain nombre de motifs.
La démarche et les règles que nous présentons ne sont qu'une façon d'aborder l'exploitation pédagogique de ce jeu, dont la règle même peut être remise en question par chacun. Cette règle peut aussi être complétée ou approfondie.

2. Le matériel

a) un dé à jouer
b) 9 cubes (bois ou carton) noir et blanc selon le modèle ci-contre.

x = 2 à 4 cm

Développement:



x

Le cube paraît avoir été trempé dans l'encre jusqu'à la diagonale de deux de ses faces.

— A l'opposé d'une face blanche on a une face noire et vice versa.
— A l'opposé d'une face bicolore on retrouve le même motif.

La fabrication peut être pour les élèves une excellente découverte du matériel.

c) Des cartes représentant des motifs réalisables par l'assemblage de neuf cubes en carré.

Exemples:

Ces cartes peuvent présenter trois degrés de difficulté:

1. carte quadrillée (représentant les séparations entre les cubes)

cette série peut servir aux débutants.

2. carte du motif uniquement

la séparation des cubes étant invisible, certains motifs seront plus difficiles à réaliser.

3. carte sans couleur

cette carte permet de réaliser deux motifs avec les cubes.

Il est préférable de réaliser ces cartes à l'échelle des cubes sauf si l'on veut attirer l'attention des élèves sur des problèmes d'échelle. Comme pour les cubes, la réalisation des cartes sera pour les élèves une excellente préparation, par exemple recherche des motifs, dessins précis et réalisables.

3. Règles du jeu

1. Disposition au début de la partie:
— deux joueurs face à face (éventuellement plus; le jeu peut s'allonger avec le nombre des joueurs);
— les cubes entre eux, dans cette position.

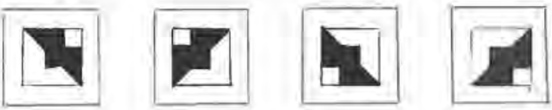
les cartes à motifs retournées et placées en éventail.

2. Départ:
— chacun tire une carte et la dissimule à son adversaire. (Par la suite on peut essayer le «jeu ouvert», ce qui suppose de la part des élèves une tactique bien définie);
— puis, celui qui sort le plus grand nombre avec le dé pourra commencer. Il le relancera; le nombre qu'il obtiendra correspondra au nombre de cubes qu'il pourra enlever et replacer à sa convenance.
— Chacun joue à tour de rôle, le jeu s'arrêtant lorsqu'un joueur a pu réaliser sa carte à motifs avec les neufs cubes.

4. Remarques

Les deux joueurs jouent avec les mêmes cubes, donc ce que l'un commence sera souvent détruit par l'autre.
Les joueurs peuvent réaliser leurs motifs dans n'importe quel sens.

Exemples:



Ce motif permet 4 positions.

Ce motif permet 2 positions.

Celui-ci qu'une seule !

Le joueur doit donc rechercher quelle position de sa carte est la plus proche de la position des cubes de façon à avoir un minimum de cubes à déplacer. Dans le jeu ouvert un joueur peut tout en réalisant son motif chercher à gêner au maximum son adversaire.

(à suivre)

Nous avons lu. Et vous ?

Le dernier numéro paru (Vol. IX No 3 1979) de «PERSPECTIVES», revue trimestrielle de l'éducation, publiée par l'UNESCO, contient un intéressant dossier: *«Des mathématiques pour la vie»* (pp. 327-388) dont voici les pièces:

— Max S. Bell: Dispenser un enseignement utilitaire des mathématiques.
— Hans Freudenthal: Mathématiques nouvelles ou éducation nouvelle ?
— Rolf Hedren: Les calculatrices de poche et les mathématiques à l'école primaire.

En outre on y trouve des articles relatifs à des problématiques particulières de certains pays (Pologne, Colombie, Inde, Afrique en général) mais qui éclairent néanmoins quelques-unes des tendances caractérisées par les auteurs précédemment cités.
On ne peut s'empêcher de relever l'unité de vue entre les considérations développées ici et les recommandations du dernier congrès de la CIEAEM à Vesz Prem (1979) qui elles aussi tendaient à prévenir des dangers qu'un certain «reflux» en vogue pourrait faire courir aux résultats acquis après 20 ans de réforme: bien loin de proposer (comme certains le voudraient) un retour au «calcul et problèmes concrets» d'antan, il s'agit tout au contraire de centrer l'action pédagogique sur l'acquisition des structures mathématiques (ou, si l'on veut mieux indiquer qu'il serait pernicieux de les confondre avec les «structures mentales», des *algorithmes constructifs* nécessaires à la compréhension des situations significatives).
A titre indicatif, il vaut aussi la peine de souligner combien une enquête comme celle de M. S. Bell sur les besoins réels de mathématiques de la part des adultes dans la vie quotidienne, mériterait d'être entreprise sérieusement auprès des utilisateurs dans notre société suisse actuelle.
Enfin, pour sourire, signalons le bel article d'Olivier Reboul: *L'éducateur et les slogans* (pp. 314-324) qui semble mis là comme pour démytiser d'emblée le titre même du dossier !

(MDAF)

Hommage à Willy Servais

En août 1979 disparaissait l'un des pionniers de la rénovation de l'enseignement des mathématiques, le belge Willy Servais qui fut pendant 25 ans le secrétaire de la Commission internationale pour l'enseignement des mathématiques.
Le «Bulletin des maîtres de mathématique vaudois» (1979, No 16) lui rend hommage en publiant le texte d'une de ses dernières interventions en public. Nous en extrayons quelques passages.

... La culture, telle que nous l'entendons, n'est pas un ornement factice de la personne, fait de connaissances de bon ton et qui permet d'être de connivence, par un jeu de citations, de rappels et d'allusions, avec une gentry constituée de gens dits cultivés.
La culture, pour nous, est une démarche, une activité, un labeur qui produisent un épanouissement et une élévation de la personne. Elle est à la fois, l'exercice et le fruit d'un effort personnel de celui qui cultive sa propre terre humaine au contact de ce que le passé et le présent de l'humanité lui offrent d'occasions, d'exemples et de moyens de devenir plus homme dans une croissance toujours à reprendre, parce que toujours inachevée.

... Il faut apprendre, par la pratique matérielle et intellectuelle, à mathématiser et à mathématiquer aussi tôt que possible c'est-à-dire dès que l'enfant et l'adolescent ont des réactions qui témoignent d'une compréhension intuitive et efficace de ce dont il s'agit lorsque l'on abstrait, on définit et on déduit.

... Si le langage est un moyen indispensable dans l'expression et la communication de la mathématique, il doit être précédé d'une compréhension interne implicite, sans laquelle l'expression verbale ou symbolique n'est qu'une illusion trompeuse.

...Apprendre à mathématiser et à mathématiquer entraîne à organiser la pensée d'une manière logique:
A reconnaître, sur le plan concret, les causes, les moyens, les effets et, du point de vue déductif, les suppositions, les déductions et les conclusions.
A comparer la vérité matérielle et la validité formelle.
A se familiariser avec l'inférence certaine et l'inférence probable de manière à développer, dès que possible, les modes de pensée déterministe et probabiliste.

... La clarification apportée en mathématique par les idées modernes sur les structures doit rendre les enseignants plus conscients de l'outillage mental d'un usage très large que peut développer une éducation mathématique active tenant compte des moyens actuels. Cela ne veut pas dire qu'un enseignement prétendument moderne, qui n'est qu'un endoctrinement à un formalisme trop souvent vide de signification vécue pour l'élève, puisse avoir, par miracle, les résultats escomptés.

... La discipline mathématique a un retentissement éthique parce qu'elle demande la formulation de règles et leur respect une fois qu'elles sont admises.
Elle développe un besoin de rigueur, de discernement et de clarté dans les vérifications et les preuves tout autant qu'une capacité d'attention, de concentration et d'effort. Elle crée l'habitude de rechercher les présupposés et les justifications des affirmations et, par là, elle entraîne à la probité et à la lucidité à l'égard de nos propres observations, de nos déductions et de nos opinions personnelles. D'une façon générale, elle donne le goût de la vérité, de l'objectivité et de l'équité tout en renforçant la volonté d'achèvement et de perfectionnement de soi.

J. A. 1211 GENEVE 6

TABLE DES MATIERES

Abonnements:

Suisse: F 12.—, Etranger F 14.—, CCP 12 - 4983. Paraît 5 fois par an. Service de la Recherche Pédagogique; 11, r. Sillem, CH 1207 Genève. (Tél. (022) 35 15 59).

Adresse: Math-Ecole; 11, rue Sillem, CH-1207 Genève; CCP 12 - 4983

Imprimerie typo-offset Fiorina & Burgener, 1950 Sion