95

# MATH ECOLE

NOVEMBRE 1980
19e ANNÉE

# MATH ECOLE 95

19e ANNÉE — Paraît cinq fois par an — NOVEMBRE 1980

## Editorial

**Juste ? Faux ?**

*Les élèves travaillent, cherchent, calculent. Le maître passe. Les têtes se lèvent, quêtant une approbation: juste? faux?*
*Cette petite scène, nous la vivons chaque jour: peu sûrs d'eux-mêmes, les élèves comptent sur le maître pour apprécier leur travail.*
*Souvent, je me laisse prendre à ce jeu et, l'instant d'après, je regrette. Les élèves ne devraient-ils pas s'habituer à se faire eux-mêmes leur opinion?*

*Les expressions suivantes sont tirées de directives destinées à des maîtresses enfantines:*

*Comment?*
*Pourquoi?*
*Explique!*
*De quoi te souviens-tu?*
*Ou bien?*
*Peux-tu faire autrement?*
*As-tu une autre idée?*
*Qu'as-tu fait?*

*Ces répliques, réponses ou questions, incitent les élèves à s'assurer par eux-mêmes qu'ils ont trouvé ce qu'ils cherchaient, à déceler eux-mêmes leurs erreurs.*

*L'attitude de ces maîtresses ne devraient-elles pas nous inspirer au-delà de l'école enfantine, dans toute la scolarité? Rien n'empêche d'imaginer d'autres expressions allant dans le même sens:*

*Comment peux-tu voir cela?*
*As-tu vérifié?*
*Compare ta réponse à celle de ton voisin!*
*Ecris ton raisonnement!*
*Fais un schéma!*
*Explique à ton camarade!*

*Aider les enfants à prendre confiance dans leur jugement, c'est un des buts principaux de l'enseignement mathématique.*

*Théo Bernet*

Congrès internationaux sur l'enseignement des mathématiques

# Quelques réflexions d'un participant

## CIEM et CIEAEM

Après Lyon (1969), Exeter (1972), Karlsruhe (1976), c'est Berkeley qui recevait cette année, du 10 au 16 août, le quatrième congrès international sur l'enseignement des mathématiques organisé par la C.I.E.M. (commission internationale de l'enseignement des mathématiques). En quelques chiffres ce congrès représentait plus de 2000 participants venus de 73 pays différents; 436 conférenciers animant 4 séances plénières et 132 sessions sous forme de communications, tables rondes, courtes conférences, cours, groupes de travail; une vingtaine d'expositions de projets et de matériels; près de 400 présentations de travaux au moyen d'affiches; 4 séances de projection de films et d'innombrables rencontres personnelles. Les thèmes principaux du congrès étaient à l'image de la manifestation, multiples et variés: de la formation des maîtres à l'évaluation des élèves, en passant par les programmes, la résolution de problèmes, la recherche, les objectifs, la technologie, etc., sans oublier «les femmes et les mathématiques».
Malgré son sigle plus long, la C.I.E.A.E.M. (commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques) est de dimensions plus modestes que sa soeur aînée. Elle réunit chaque année des enseignants ou autres personnes intéressées pour une semaine d'études. Elle organisait cet été, du 31 juillet au 6 août à Oaxtepec, Mexique, sa XXXII$^{e}$ rencontre suivie par 250 participants. Il n'y avait qu'un thème central: la mathématisation. Thème à la mode mais , comme on a pu le constater au cours des travaux, bien difficile à définir et à suivre.
Il y avait donc en ce mois d'août 1980 conjonction – ou presque – des manifestations principales des deux commissions internationales qui se préoccupent de l'enseignement des mathématiques. Il y avait également, pour les tenants de l'interdisciplinarité, une occasion rêvée de mettre en pratique ces liens si souvent chantés entre la mathématique, les autres branches de l'enseignement et la vie courante; comme la découverte de l'environnemant ou de l'espace, la connaissance des langues étrangères, l'éducation musicale (au Mexique), les déplacements sur des réseaux (dans les rues de San Francisco et de Berkeley), etc.
Il n'est pas possible de restituer en quelques lignes le contenu de deux semaines de débats et d'exposés. Les actes des deux congrès, qui seront publiés mais ne paraîtront pas avant de longs mois, n'y parviendront pas non plus. Ce qui est édité ou enregistré officiellement ne représente qu'une infime partie de ce qui se dit dans les coulisses, de ce qui se vit au cours des rencontres fortuites ou improvisées, de ce qui se sent au travers des échanges, visites, discussions. Ce n'est donc pas un «rapport» que j'établis ici, mais un bref aperçu sous forme d'impressions ou de touches personnelles et partielles, sans prétendre à la synthèse ni à l'universalité.

## Mathématique, dimensions et pouvoirs

En premier lieu vient la mesure – ou plutôt la démesure – de tout ce qui a trait à l'enseignement de la mathématique. La croissance quasi exponentielle de la participation aux rencontres des commissions internationales ne tient ni à leur attrait touristico-pédagogique, ni aux budgets de l'éducation publique, ni à l'importance des investissements dans la recherche pédagogique. Si on prenait en compte ces deux dernières variables on devrait assister à une baisse de fréquentation.
Cet intérêt croissant est à mettre en relation avec le développement de la mathématique, de son élargissement, de son extension à des domaines qui lui étaient extérieurs jusqu'à nos jours. Les enseignants prennent conscience, à divers degrès mais de façon toujours plus aiguë, des dimensions qu'atteint le phénomène, des nouveaux pouvoirs qu'ils détiennent en tant qu'acteurs enrôlés volontairement ou non dans un mouvement que des individus isolés ne peuvent plus maîtriser. Ce pouvoir de la mathématique et par conséquent de son enseignement, certains l'ignorent, d'autres le veulent occulte et réservé à quelques mathématiciens initiés, d'autres cherchent à le démystifier pour le faire dominer et partager par le plus grand nombre.
Dans son exposé en séance plénière du congrès de Berkeley, le mathématicien chinois Hua Loo-keng nous a parlé de conférences publiques qu'il donne parfois à plus de 100 000 personnes (réparties dans de nombreux auditoires, à l'aide d'assistants et avec des systèmes de sonorisation adéquats) sur les mathématiques appliquées élémentaires. Il y traite de problèmes démographiques, hydrographiques à propos de la détermination exacte de bassins, agricoles pour le calcul de l'aire d'une feuille de riz, etc. ses méthodes sont pratiques et, selon lui, les meilleures réponses aux problèmes sont souvent trouvées par de simples travailleurs.
Y a-t-il un élément de solution aux problèmes que se posent les enseignants face aux nouveaux pouvoirs et dimensions des mathématiques? Peut-on établir des liens entre les expériences chinoises fondées sur la créativité des utilisateurs et les «situations mathématiques» qui ont de la peine à pénétrer notre enseignement? Manifestement il y a là un enjeu fondamental qui est ressenti fortement dans les grandes rencontres internationales et pourrait bien l'être chez nous également.

## Enseignement des mathématiques, don ou apprentissage?

Dans une séance de synthèse de la rencontre d'Oaxtepec, un des organisateurs et responsable du programme, Claude Gaulin (Canada), a proposé explicitement de «développer l'écoute de la recherche plutôt que celle des expériences empiriques». Une telle proposition présentée devant une assemblée d'enseignants et mathématiciens peut sembler paradoxale. Les maîtres de mathématique ne seraient-ils donc pas des scientifiques pour se contenter encore de travaux empiriques, de trucs, d'impressions aléatoires? Ignoreraient-ils les recherches épistémologiques et psychologiques, l'observation et l'analyse systématique des comportements d'élèves?

La majorité des conférenciers de l'un ou l'autre des congrès se sont bien sûr référés aux travaux de Piaget, mais en général c'était en début d'exposé. La suite de leur communication pouvait tout aussi bien continuer dans une perspective scientifique que dégénérer en successions de grands principes, de conclusions hâtives, voire de recettes ou arguments de vente pour leurs méthodes, tests ou manuels: un représentant de Belgique prétend toujours résoudre tous les problèmes de l'enseignement des mathématique par des flèches et un «mini-computer»; un responsable de la formation des professeurs au Canada a découvert la façon de «bien enseigner» et que l'«amour des math» est une «condition nécessaire» pour devenir un «bon maître».

Le courant des prophètes, appelés, surdoués de la pédagogie, etc., n'est plus majoritaire certes, mais il est loin encore d'avoir disparu; il attire encore du monde. Contre cette tendance empirique et idéaliste, s'affirme de plus en plus un intérêt pour la recherche en didactique des mathématiques. Il faut citer à ce propos, la parution d'une nouvelle revue française[1] dans laquelle des mathématiciens, psychologues, enseignants-chercheurs, formateurs (dont G. Brousseau, G. Vergnaud, A. Rouchier) s'engagent à rendre compte de travaux et débats sur l'analyse des situations de classes créées par l'enseignant, l'analyse des réponses des élèves, la problématique de la recherche en didactique des mathématiques, etc. Il faut également dire que les quelques travaux romands, présentés aux deux congrès, sur l'interrogation individuelle des élèves et autres évaluations menées par l'IRDP ont rencontré beaucoup d'échos favorables pour les tenants des méthodes actuelles d'investigatiom scientifique.

**L'enseignement des mathématiques dans le Tiers Monde**

Alors qu'on ne les attendait pas dans ces réunions internationales consacrées à l'enseignement des mathématiques, les problèmes auxquels sont confrontés nos collègues du Tiers Monde ont surgi en force. A Oaxtepec en particulier, où la participation latino-américaine était majoritaire, leur intrusion a parfois dérangé, voire irrité, certains représentants de pays industrialisés confortablement installés dans leurs débats sur la didactique des mathématiques.

Peut-on se pencher sur les processus de mathématisation quand on tient une classe de 40 à 50 élèves dans un bidonville d'une ville surpeuplée du Brésil, où les enfants des milieux prolétaires (70 %) fréquentent l'école en

[1] Recherches en didactique des mathématiques. Edition «La Pensée Sauvage», rue Humbert II, 20 38000 Grenoble.

moyenne 3 ans, dans un pays qui consacre seulement 4 % de son budget national à l'éducation, etc.? Que faire des objectifs relatifs à l'autonomie de l'enfant ou au développement de son esprit critique dans des systèmes politiques fondés sur la répression et la torture? Quelle qualité de travail peut-on attendre d'un maître mal formé et obligé de tenir deux postes d'enseignant dans deux écoles différentes pour arriver à nouer les deux bouts?
Ne vaudrait-il pas mieux alors abandonner toute prétention à une amélioration de l'enseignement des mathématiques dans ces conditions? Nos collègues du Tiers Monde ont choisi résolument de poursuivre leurs efforts et de tirer profit au maximum de toutes les recherches en cours pour adapter leurs résultats à leur situation. Situation certes politique, économique et sociale, mais qui n'en présente pas moins de grandes similitudes avec celle que nous appelons mathématique. Des mathématiques en «situation» sur un terrain vague avec de parfais analphabètes de 6 à 13 ans, ça existe! Dans les faubourgs de Porto Alegre (BR), par exemple.

## En guise de conclusion

Il se passe des choses intéressantes dans l'enseignement des mathématiques, chez nous comme à l'étranger. Pour les découvrir il ne faut pas rester immobile à les attendre sous forme de manuel parfait, de méthode-miracle. Il faut être curieux, rechercher, écouter, se documenter, lire au-delà des textes, symboles et schémas imprimés. Bref, pratiquer ce que l'on entend parfois dire: une véritable pédagogie de la découverte et de la recherche.

F. Jaquet

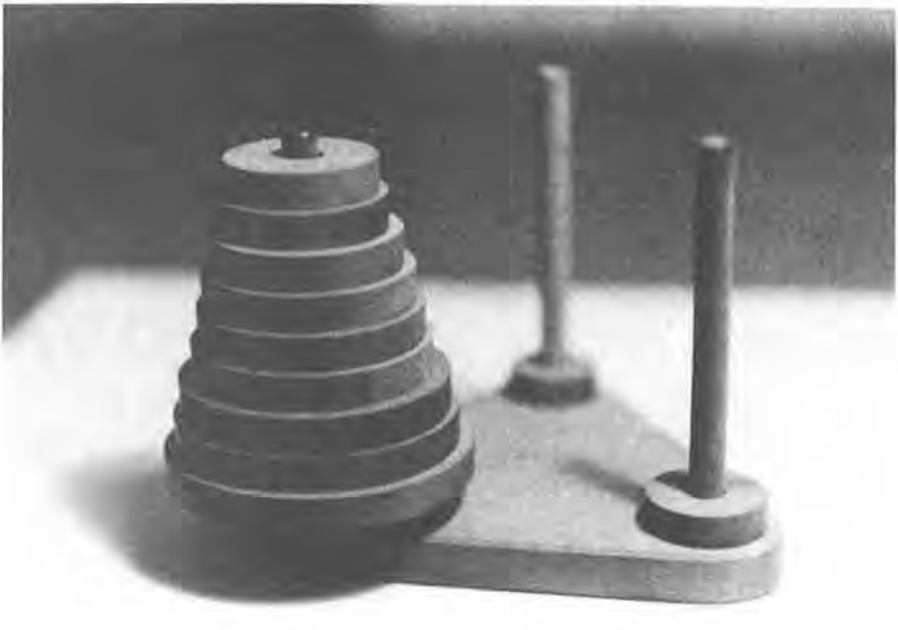
Pour les amateurs de grands voyages: ICME V (Congrès de la CIEM) du 22 au 29 août 1984: Adélaïde, South Australia. Pour ceux qui se contentent des rives du lac Majeur, XXXIIIe rencontre de la CIEAEM, du 2 au 9 août 1981 à Pallanza, Italia.

# Le jeu de la tour de Brahma

par Yvan Michlig

**D'une légende à...**

Dans le grand temple de Bénarès, au-dessus du dôme qui marque le centre du monde, trois aiguilles de diamant sont plantées dans une dalle d'airain. Sur l'une de ces trois aiguilles, Brahma enfila, au commencement, 64 disques d'or pur, le plus large reposant sur l'airain, et les autres, de plus en plus étroits, superposés jusqu'au sommet. Il somma ensuite ses prêtres de défaire la tour et de la reconstruire selon un système bien précis. C'est ainsi que nuit et jour, les brahmanes se succédèrent sur les marches de l'autel, occupés à transférer la tour sur l'une des deux aiguilles vides en ne déplaçant qu'un seul disque à la fois et sans jamais poser un plus grand sur un plus petit. Cette œuvre achevée, la tour et les brahnanes s'écrouleront et ce sera la fin de toutes choses, affirma Brahma.
Depuis le temps que les hommes pieux de Bénarès se vouent à cette tâche, ils ne se sont guère approchés de leur but, car, à raison d'un déplacement par seconde, le transport de la tour à 64 étages, conformément aux règles du jeu, exigerait plus de cinq milliards de siècles.



**... une situation mathématique**

Si cette légende peut nous rappeler amèrement le caractère éphémère de notre existence, elle n'est en fait que l'attrayant prétexe d'une situation mathématique imaginée par Edouard Lucas, mathématicien français du XIX$^{e}$ siècle. Dans une classe de 6$^{e}$ année, ou elle a été expérimentée, elle a donné lieu à un travail intensif qui a conduit les élèves à découvrir, entre autres, certaines propriétés des puissances de deux.
Voici, sommairement consignées, les différentes étapes du cheminement:

*Support matériel:* – 4 cubes dont les dimensions vont en croissant (matériel multibases, par exemple),
– 3 feuilles de papier pour remplacer les pivots.

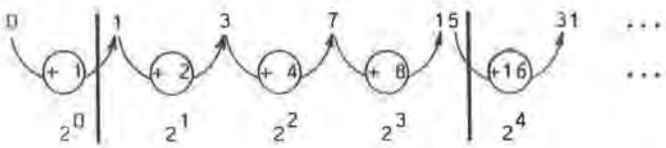

**1**
Dans une première phase de tâtonnement expérimental, les élèves cherchent à reconstituer la tour initiale à l'un des deux autres emplacements disponibles (II ou III),
– en effectuant le moins de déplacements possible,
– en ne transportant qu'un seul cube à la fois, et
– en veillant à ne jamais poser un cube sur un autre plus petit.

Après quelques essais, ils repèrent les déplacements inutiles et parviennent à transférer la tour en n'effectuant que 15 déplacements (ici, le lecteur est convié à s'essayer au jeu pour voir apparaître le raisonnement par récurrence qui conduit au nombre minimum de déplacements.).

**2**
De la même manière, on recherche le nombre minimum de déplacements pour transférer une tour de 1, 2 et 3 cubes. On obtient:

| Nbre de cubes à transférer | Nbre minimum de déplacements à effectuer |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 2 | 3 |
| 3 | 7 |
| 4 | 15 |

**3**
On observe la suite 1, 3, 7, 15 afin de découvrir la règle de formation qui va nous permettre de la prolonger. Quelques élèves remarquent alors que chaque nombre peut s'obtenir en additionnant les puissances successives de deux, d'autres relèvent aussi que chaque nombre est égal au double du précédent, plus un. Faisant preuve d'induction intuitive, ils concluent que le transfert de la tour de 5 cubes pourra s'effectuer, fort probablement, en un nombre minimum de 31 déplacements. Le retour à la manipulation vient confirmer leur pronostic.
(Note 1)




$1 + 2 = 3$

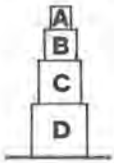
$1 + 2 + 4 = 7$

$1 + 2 + 4 + 8 = 15$

...

**4**
Comment trouver une justification à la règle de formation?

Au début de l'activité, quelques élèves avaient déjà remarqué que les petits cubes sont déplacés beaucoup plus fréquemment que les grands. On revient alors à la tour de quatre cubes, marqués A, B, C, D, à partir du plus petit.




Afin de déterminer le nombre de transferts auquel chaque cube est soumis, les élèves notent les déplacements successifs en écrivant chaque fois la lettre désignant le cube transféré.
Ils obtiennent alors

A B A C A B A D A B A C A B A

et observent:

- qu'une fois sur deux, le plus petit cube est transféré,
- que le grand cube n'est transféré qu'une seule fois, au milieu du jeu,
- et qu'une symétrie apparaît de part et d'autre de la lettre désignant le plus grand cube.

En établissant la correspondance entre 1D, 2C, 4B, 8A et $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3$, les élèves perçoivent la justification de la progression géométrique qui détermine le nombre minimum de déplacements. Ainsi, le nombre de déplacements pour le transfert d'une tour de huit cubes se détermine en calculant la somme des huit premières puissances de deux, soit $2^0 + 2^1 + 2^2 + ... + 2^7$.

**5**
Comment calculer plus rapidement le nombre minimum de déplacements?

En observant à nouveau la suite 1, 3, 7, 17, 31, ..., les élèves découvrent que chaque nombre est égal à une puissance de deux, moins un.

Ainsi:

| | |
|---|---|
| $1 = 2 - 1$ | $1 = 2^1 - 1$ |
| $3 = 4 - 1$ | $3 = 2^2 - 1$ |
| $7 = 8 - 1$ | $7 = 2^3 - 1$ |
| $15 = 16 - 1$ | $15 = 2^4 - 1$ |
| $31 = 32 - 1$ | $31 = 2^5 - 1$ |
| ... | ... |

D'où: $1 = 2 - 1$ $\qquad 2^0 = 2^1 - 1$

$1 + 2 = 4 - 1$ $\qquad 2^0 + 2^1 = 2^2 - 1$

$1 + 2 + 4 = 8 - 1$ $\qquad 2^0 + 2^1 + 2^2 = 2^3 - 1$

$1 + 2 + 4 + 8 = 16 - 1$ $\qquad 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 = 2^4 - 1$

$1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 32 - 1$ $\qquad 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 2^5 - 1$

... $\qquad$ ...

Ici, la numération binaire peut aider à la compréhension, en effet $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 = 15$ correspond à la traduction du code 1111 exprimé en base deux. Or, en base deux, le nombre 1111 précède immédiatement 10000 ($10000_{deux} = 16$).

Ainsi, pour déterminer le nombre minimum de déplacements pour le transfert d'une tour de 10 cubes, il est plus rapide de soustraire 1 à la dixième puissance de deux que de calculer la somme des dix premières puissances de deux. On note alors: $2^0 + 2^1 + 2^2 + ... + 2^9 = 2^{10} - 1$.

**6**

Ce procédé peut-il s'appliquer à des puissances autres que celles de deux? Le travail de recherche, distribue aux équipes, conduit aux observations suivantes:

*– pour les puissances de trois:*

$$111_{trois} = (1 \cdot 3^0) + (1 \cdot 3^1) + (1 \cdot 3^2) = 13$$

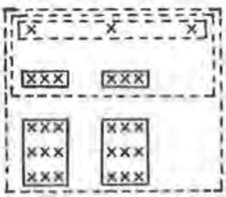
$$1000_{trois} = 1 \cdot 3^3 = 27$$

$$27 = (2 \cdot 13) + 1$$

$$27 = (2 \cdot 3^0) + (2 \cdot 3^1) + (2 \cdot 3^2) + 1$$

$$27 = 2 \cdot (3^0 + 3^1 + 3^2) + 1$$

Illustration:



En base trois:

$$\begin{array}{r} 1\,1\,1 \\ \times \quad 2 \\ \hline 2\,2\,2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2\,2\,2 \\ +\quad 1 \\ \hline 1\,0\,0\,0 \end{array}$$

D'où: $$3^0 + 3^1 + 3^2 + ... + 3^6 = \frac{3^7 - 1}{2}$$

– *pour les puissances de quatre:*

$$111_{quatre} = 21 \qquad 10000_{quatre} = 64$$

$$64 = (3 \cdot 21)+1$$

$$64 = 3 \cdot (4^0 + 4^1 + 4^2) + 1$$

D'où: $$4^0 + 4^1 + 4^2 + \ldots + 4^6 = \frac{4^7 - 1}{3}$$

– *et pour les puissances de dix:*

$$1000 = (9 \cdot 111)+1$$

$$1000 = 9 \cdot (10^0 + 10^1 + 10^2) + 1$$

D'où: $$10^0 + 10^1 + 10^2 + \ldots + 10^6 = \frac{10^7 - 1}{9}$$

(Note 2)

7

Retour à la légende.

Ainsi le nombre minimum de déplacements pour le transfert de la tour de Brahma de 64 étages est égal à $2^{64} - 1$. Quel est ce «puissant» nombre? La calculatrice!... sa capacité d'affichage est très vite dépassée. Cependant, après quelques exercices du type

$$3^2 \cdot 3^3 = (3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3) = 3^5$$

où l'on observe que le produit de deux puissances d'un même nombre s'obtient en additionnant les exposants, il est possible d'approcher ce nombre prodigieux.

$$2^{10} = 1024$$

$$10^3 = 1000 \qquad \text{d'où: } 2^{10} \cong 10^3$$

$$2^{64} = 2^4 \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10}$$

$$2^{64} \cong 2^4 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 10^3$$

$$2^{64} \cong 16 \cdot 10^{18} = 16\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000 \quad \text{(16 trillions)}$$

(Les élèves réalisent alors l'utilité que revêt la notation en puissances dans l'écriture des grands nombres.).

Ce nombre se retrouve dans la légende du jeu d'échecs. Le roi, quoique la pièce la plus importante, ne peut se déplacer sans le secours de ses sujets, les pions. Son inventeur voulait ainsi rappeler au roi les principes de justice et d'équité avec lesquels il devait gouverner. Le monarque, enchanté d'une leçon donnée d'une manière si ingénieuse, promit à l'inventeur de lui donner tout ce qu'il voudrait pour sa récompense. Celui-ci répondit: «Que Votre Majesté daigne me donner un grain de blé pour la première case de l'échiquier, deux pour la seconde, quatre pour la troisième, et ainsi de suite en doublant jusqu'à la soixante-quatrième case.» Il aurait fallu huit fois la superficie de la terre, supposée entièrement ensemencée, pour avoir en une année de quoi satisfaire au désir du modeste inventeur du jeu d'échecs. Le nombre de grains de blé est égal au nombre de déplacements de la tour de Brahma à 64 étages.

*Note 1*

Ilest intéressant de rendre les élèves attentifs à la précarité des conjectures intuitives, afin qu'ils se gardent de tirer trop hâtivement une loi de formation. Voici par exemple un cercle et deux points donnés de sa circonférence. Joignons ces deux points; deux régions apparaissent. Si l'on ajoute un point qu'on joint aux autres, quatre régions apparaissent.


Un quatrième point ajouté conduit à 8 régions, un cinquième à 16 régions.


Et un sixième point? Un fort sentiment poussera alors les élèves à pronostiquer 32 régions, tant la suite 2, 4, 8, 16, 32, ... oriente leur pensée. Or, après vérification, c'est 31 puis 57 qui apparaissent, la progression géométrique n'étant plus effective au-delà de 16. Leur intuition n'acceptera ce sévère démenti qu'une fois le décompte des régions à nouveau vérifié. (Tiré de «Mathématique dans l'enseignement élémentaire», Wheeler).

*Note 2*

Toutes ces observations peuvent évidemment être formulées

$$( 2^0 + 2^1 + 2^2 + \ldots + 2^n = 2^{n+1} - 1,$$
$$3^0 + 3^1 + 3^2 + \ldots + 3^n = \frac{3^{n+1} - 1}{2}, \ldots) ,$$

cependant, une telle activité qui s'apparente à celles développées dans la partie EF 2 des ouvrages romands doit conserver un caractère empirique. Au niveau qui nous intéresse, la mise au point d'une stratégie adéquate, la formulation puis la vérification d'hypothèses importent davantage que l'application mécanique d'une formule.

# Mathématique en 2P

## Présentation de la nouvelle méthodologie

*Le 2 juin 1980, se déroulait à Lausanne une journée de présentation de la deuxième édition des moyens d'enseignement de mathématique de 2e année. Une centaine de participants, autorités scolaires, formateurs, animateurs, chercheurs et enseignants ont pris connaissance ce jour-là des modifications apportées à ce moyen d'enseignement. Ce fut l'occasion également de faire le point sur les progrès accomplis par l'innovation de l'enseignement de la mathématique en Suisse romande.*
*Au cours de la journée, l'accent a été porté sur la manière d'utiliser des «situations» – telles que celles données en«suggestion» par la méthodologie – pour fonder un apprentissage dans le domaine de la mathématique.*
*Un montage vidéo, produit par le Service de la Recherche Pédagogique de Genève et réalisé par le Groupe mathématique dans les classes de deuxième année primaire a également servi de point de départ aux discussions de groupes. Il présentait une activité du type papier-crayon (le partage de l'échiquier) extrêmement riche, qui amène les enfants à effectuer des actions mathématiques de tout type (essayer, vérifier, adopter une stratégie, symboliser, etc.).*

### Le travail d'évaluation

*C'est à François Jaquet, président de la CEM, que revenait la tâche de présentation du dispositif d'évaluation.*

*Les trois volets principaux de l'évaluation* du programme romand de mathématique sont les enquêtes auprès des maîtres, l'interrogation des élèves et l'examen systématique des moyens d'enseignement.
C'est évidemment le dernier d'entre eux qui a les implications les plus directes sur la réédition de la méthodologie et des fiches, par les modifications et ajustements précis qu'il propose. Les deux autres volets ont des effets d'un autre ordre sur l'adaptation des moyens de l'enseignement: l'avis des maîtres influence les aspects liés à la conduite et l'organisation de la classe de mathématique du point de vue de l'enseignant; les résultats des épreuves présentées aux élèves déterminent les thèmes à approfondir et précisent les niveaux des objectifs que les enfants sont en mesure d'atteindre.

*L'évaluation des connaissances des élèves* ne pouvait ignorer les matières nouvelles introduites dans le plan d'études romand, ses conceptions méthodologiques et ses objectifs généraux.

Au temps où chaque unité du programme était traitée globalement – de la découverte à l'assimilation et à l'entraînement – avant d'aborder l'unité suivante, il suffisait de mesurer les acquisitions par des épreuves de type «sommatif» où seules les finalités importaient: voulait-on par exemple évaluer les connaissances des élèves à propos de la table de multiplication par 7? Une dizaine de questions de «calcul mental» du genre $7 \times 9 = ...$ posées dans un temps limité suffisaient à déterminer qui devait poursuivre l'entraînement, ou qui pouvait passer au livret suivant. L'interrogation était aisée à organiser, le passage à la note scolaire consistait en une simple quantification des réponses justes.
Le programme romand se veut cyclique; les méthodes pédagogiques qui s'y rapportent s'appuient sur la construction des connaissances par l'enfant lui-même, de l'intérieur et non par une imposition extérieure; les différentes matières et notions sont en interaction permanente; de nombreuses activités ne visent pas des objectifs «opérationnels», mais participent à l'élaboration de structures logico-mathématiques et spatio-temporelles, fondements de notions introduites dans les années suivantes. Tout ceci rend insuffisant, voire caduc, le type d'évaluation «sommative» où seules sont prises en compte les acquisitions finales. Il faut au nouvel enseignement de la mathématique une évaluation du fonctionnement de la pensée de l'enfant, des différents degrés d'abstraction auxquels il est capable d'accéder, de ses capacités de mise en relation des connaissances déjà acquises.
Cette évaluation «formative» se préoccupe plus du «comment» l'enfant trouve une réponse que de la réponse elle-même. Pour reprendre l'exemple précédent, il ne suffit pas de savoir si l'élève trouve $7 \times 9 = 63$, mais s'il est capable de retrouver ce résultat à partir de $7 \times (10 - 1) = 70 - 7$, s'il envisage le nombre 63 dans l'intersection des multiples de 7 et de 9, etc.

*L'influence de la forme et de la présentation* dans la réussite aux questions traditionnelles du type «papier-crayon» ne peut absolument pas être négligée dans une évaluation des connaissances des élèves. On a constaté en effet que les difficultés d'un item de mathématique sont bien souvent liées au vocabulaire, aux symbolismes, aux structures grammaticales, à l'ordre de présentation des données ou à d'autres facteurs parfaitement étrangers à la notion mathématique évaluée. Le conditionnement et l'entraînement ont également une grande influence sur la réussite des épreuves écrites.
Une évaluation qui se veut le plus objective possible ne doit prendre en compte que les facteurs pertinents de la réussite de l'élève et essayer d'éliminer tous les autres. Elle n'y parvient que par une analyse attentive des réponses fournies lors de validations d'épreuves et par une multiplication des questions à propos d'une même notion, posées sous des formes très variées.

*Le souci de lier l'activité de l'élève en mathématique à des situations vécues* est un des objectifs fondamentaux du nouveau plan d'étude qui demande explicitement l'appui d'un support concret ou de manipulations aux réflexions de l'enfant en apprentissage. On préconise, surtout au cours des premières années, une élaboration des notions mathématiques à partir du réel suivie d'une confrontation des concepts ainsi construits par la pratique.

Ces impératifs méthodologiques impliquent que l'évaluation se déroule, elle aussi, en situation concrète ou réelle, dans la mesure du possible. Or, les questions traditionnelles de type «papier-crayon» ou «fiche à remplir» sont loin de correspondre à ces exigences.

Le besoin de poser des questions valides (correspondant effectivement aux connaissances qu'on cherche à évaluer), des questions d'intérêt pour les procédures que l'enfant utilise, le souhait d'une évaluation «en situation» ont conduit l'IRDP à introduire quelques innovations dans l'interrogation des élèves, et à établir les deux types d'épreuves suivants:

- *Des questions «collectives»* présentées simutanément à plusieurs élèves d'une même classe sous la forme habituelle d'épreuves communes ou tests. Ces questions sont cependant organisées selon un plan qui recouvre l'ensemble des matières du programme; elles sont validées préalablement.

  Pour certaines d'entre elles, on fait varier systématiquement des facteurs comme la forme, la présentation, la syntaxe des énoncés en créant plusieurs formes parallèles d'un même item. En outre, les questions sont réparties en séries présentées à différents élèves de classes différentes, ce qui exclut toute tentative de comparer des élèves entre eux au sein d'une même classe, ou des classes entre elles au sein d'une même école ou d'un canton. On évalue ainsi, objectif par objectif, la réussite globale des élèves et quelques types de difficultés liées à la formulation des questions.
- *Des questions «individuelles»* présentées par des enseignants volontaires à quelques élèves de leur classe, pris un à un successivement. L'interrogation se déroule sous forme d'entretien et d'observation: le maître présente la situation, note les réactions de l'élève, lui pose des questions et relève les justifications données. On évalue ainsi par quel cheminements les élèves arrivent à leur réponse et de quel ordre sont les difficultés qu'ils ont à surmonter.

**Les apports de la psychopédagogie**

*Jean Brun, professeur à l'université de Genève, place son exposé sous le titre «Quelques remarques à propos du schématisme utilisé dans les moyens d'enseignement.*

Les apports de la recherche en psychopédagogie des mathématiques de ces dernières années se situent dans le cadre de l'activité de résolution de problèmes, c'est-à-dire lorsqu'est analysée l'activité de l'élève confronté à une situation nouvelle ou à un problème.

La problématique de recherche est celle d'une articulation entre l'analyse de la tâche, l'analyse des procédures et l'analyse des productions symboliques. Le raisonnement mathématique repose sur plusieurs plans de représentation. On distinguera ici:

- l'activité au plan des objets,
- l'activité au plan des énoncés,
- l'activité au plans des schémas,
- l'activité au plan des écritures symboliques.

L'objet de l'étude est fourni par le jeu OP5 de la première édition de la méthodologie de deuxième année visant l'introduction de la soustraction (pour le détail, se reporter à Math-Ecole N°91, janvier 1980, pp. 15 à 18).
A la suite des travaux de G. Vergnaud en France, et de Carpenter et Moser aux Etats-Unis, l'analyse des problèmes additifs et soustractifs conduit à des classifications de plus en plus précises. Une grande distinction est à faire selon que la structure du problème implique une action (1) ou non (2):

- (1): problèmes impliquant le déroulement dans le temps (quantité qui augmente ou diminue en fonction des actions effectuées dans le temps. Exemple: réunion, séparation, complémentation).
- (2): problèmes impliquant une relation statique (à un moment donné entre des quantités. Exemple: inclusion, comparaison).

On aura déjà remarqué que OP5 relève de la seconde catégorie.
L'analyse des procédures met en évidence:

1) que le choix de stratégie par les élèves est fortement déterminé par la structure du problème,
2) que pour des élèves de 7 ans la structure des problèmes du type inclusion est encore très ambiguë et nécessite une transformation de leur part pour pouvoir être résolus (à noter que dans OP5, lorsque le problème est *énoncé,* il est transformé en soustraction – reste, restituant l'ordre des actions).

En effet, dans des problèmes du type «actif», on peut faire correspondre l'emboîtement des nombres avec l'emboîtement des actions, tandis que les problèmes du type «statique» supposent que l'on traite directement les relations entre les nombres et que, pour les cas «inclusion», on puisse surmonter l'obstacle de la simultanéité logique qui consiste à saisir chaque élément à la fois comme faisant partie d'une sous-classe et d'une classe plus générale.
Ceci se reflète tout particulièrement au plan du schématisme ensembliste pour la soustraction. Son utilisation par l'élève suppose que l'on considère le problème comme résolu; en d'autres termes, sa lecture nécessite la prise en compte de la simultanéité logique évoquée, et sa construction implique la prise en compte des relations entre les problèmes directement, sans le support de l'emboîtement des actions.

La question didactique qui se pose alors est celle de la fonction attribuée au schématisme: est-ce un système formel pur et simple ou est-ce un moyen, un outil utilisable pour résoudre des problèmes de la réalité *telle qu'on se la représente.* Prendre en considération les niveaux de représentation au plan des procédures n'a de sens que si l'on prolonge cette option constructive au plan du schématisme et des écritures symboliques. Pour cela il s'agit d'organiser l'expression de schématisations «intermédiaires», fonctionnelles, et génératrices d'une évolution vers le schéma canonique, trop vite donné d'emblée.
J'insisterai pour terminer sur l'organisation des conditions qui permettent l'émergence des expressions symboliques, car c'est bien là le point central de la question didactique. Un des aspects de cette organisation que nous étudions avec Anne-Nelly Perret-Clermont et son équipe consiste à mettre en place des situations où l'interaction et la communication entre enfants sont à l'œuvre. Nos recherches actuelles, qui portent sur l'actualisation des écritures d'égalités (proposées en 2e année) mettent en évidence la diversité des écritures symboliques «intermédiaires», et leur fonction dans la représentation des relations en jeu dans des opérations additivees et soustractives.

**Les travaux de groupes**
*Plusieurs thèmes ont fait l'objet de discussions nourries.*

*Question des activités, des suggestions et des fiches*

La nouvelle édition des moyens d'enseignement en mathématique s'est attachée à bien mettre en évidence les trois pistes que les enseignants peuvent exploiter avec les enfants. Il s'agit:

- des *activités:* une activité regroupe sous un même titre tout ce qui se rapporte à un même thème; elle peut s'étendre sur plusieurs leçons, sur plusieurs semaines, sur plusieurs mois.
  Une simple «répétition» de l'activité consolide surtout la mémorisation, alors qu'une «adaptation» favorise une certaine généralisation des notions concernées.
- des *suggestions:* ce sont des jeux très stimulants tels jeux de cartes, dominos, dés; ils favorisent la construction du concept d'addition et la mémorisation consciente de la table d'addition. Il y a là, pour les enfants, des occasions de réflexions sur les nombres à travers le jeu et le développement naturel de stratégies, recherches, critiques...
- des *fiches:* elles sont destinées à prolonger des situations jouées sous forme d'activité ou de suggestions; elles peuvent aussi servir d'amorce à une recherche et à des découvertes nouvelles.
  La fiche peut être un moyen de contrôle d'un objectif opérationnel, mais elle peut aussi être l'occasion pour l'enfant de s'assumer et de proposer

ses propres solutions; ces dernières, peut-être moins rationnelles ou moins économiques que celles de l'adulte, ont l'énorme avantage d'avoir été élaborées par l'enfant.

L'enseignant est amené, en fonction de sa classe, à trouver une utilisation équilibrée de ces trois approches. Parfois, le recours aux moyens d'enseignement de première année peut être nécessaire.

*Les jeux «mathématiques» à l'école... quel apprentissage?*
Dans la deuxième édition des moyens d'enseignement de mathématique, les suggestions, à la fin de chaque activité, ont été développées.

*Pourquoi* met-on ainsi l'accent sur les jeux dans les suggestions?

Des éléments de réponses sont donnés, entre autres, dans le numéro de Math-Ecole 91, où l'on peut lire:

p. 12: «Le jeu est biologiquement indispensable à l'enfant pour sa propre construction.»
p. 28: «Dans les jeux, c'est la situation qui pose des questions à l'élève, et qui l'amène à utiliser et à inventer des procédures de résolution.»
p. 28: «Le jeu permet de réinsérer l'activité mathématique dans une activité plus large, dans un contexte plus stimulant.»
p. 28: «Ces jeux, caractérisés par des règles simples' permettent aux élèves de développer progressivement une activité autonome...»

«Jouer» en classe pose cependant un certain nombre de problèmes. D'organisation tout d'abord. De plus, comment faut-il choisir et présenter ces jeux pour qu'ils soient source de mobilisation des possibilités intellectuelles de chacun?

Ces différentes questions méritent d'être développées:

*Quand jouer?*
- Le jeux *est*-il la leçon de math? (recouvre-t-il les notions à introduire?)
- Le jeu est-il proposé dans les temps «creux»? (pour occuper certains élèves?)
- Une fois par jour? une fois par semaine? une fois par mois?...

*Qui joue?*
- Tous les élèves? (des groupes travaillant simultanément?)
- Un petit groupe d'élèves pendant que les autres sont occupés à d'autres travaux?
- Les élèves avancés, ceux qui ont toujours fini? (donc ceux qui ont déjà «compris», bref ceux qui en auraient peut-être le moins besoin?)
- Les élèves qui ont des difficultés? (à la place d'autres activités?)
- Les élèves qui en ont envie, dans un moment choisi par eux?

*Quelles retombées...*

- sur la vie de la classe? les relations entre élèves? la relation maître-élèves?

L'enseignant pourra-t-il gérer régulièrement, sans trop de tensions nerveuses ni de fatigue, l'organisation qui permet ce genre d'activité avec toute la classe?
En fin de compte, y a-t-il vraiment eu un apprentissage? N'a-t-on pas «perdu» son temps?
Ces jeux de math, sont-ils du «travail scolaire sérieux»? Culpabilité éventuelle de faire jouer les enfants en classe...)

- sur les relations avec les parents et les autorités?

Quelles seront les réactions des parents face à cette possibilité d'apprentissage offerte aux enfants? («Moi, j'ai appris autrement...»)
Comment rendre compte des différentes approches méthodologiques de l'apprentissage pendant les leçons de mathématique?
Feront-ils confiance à l'enseignant (ce qui permettra à celui-ci et aux enfants d'établir la relation nécessaire à la mise en place de ces jeux?)

- sur la vie sociale de l'enfant?

A travers le jeu, l'enfant apprendra peut-être à se connaître lui-même, à comprendre les autres et leurs réactions, à respecter d'autres règles que les siennes, à communiquer, à échanger...

**Compte rendu des discussions**

*Problème de l'évaluation des élèves*

Les participants s'accordent à remarquer que, sans précaution, certaines exigences dues à l'évaluation des élèves peuvent «gauchir» l'innovation. Les items des épreuves communes ou des examens deviennent souvent des tâches à exercer. Les visées du nouvel enseignement concernant certaines attitudes à faire acquérir, ainsi que les objectifs fonctionnels risquent de ne plus être pris en compte. A la note «sommative», généralisable mais arbitraire, facile à administrer (surtout si l'effectif de la classe est grand), mais peu nuancée, il faut opposer une évaluation du type formatif plus individualisée et beaucoup plus intégrée au processus même de l'apprentissage.
L'évaluation du type papier-crayon garde cependant toute sa valeur. Elle est économique. Elle nécessite cependant de tenir compte du manque de clarté que peuvent avoir certaines consignes. Il faudrait également pouvoir estimer à quel point les techniques et situations utilisées durant une activité sont transférables à des situations non vécues.
Les recyclages lors de l'introduction de l'enseignement renouvelé du français fourniront une nouvelle occasion de sensibiliser les enseignants à cette problématique.

*Le jeu*

Le document sur les jeux «mathématiques» à l'école pose de nombreuses questions. Voici quelques réponses ou remarques à leur propos, telles qu'elles sont apparues dans différents groupes de discussion.

a) Il ne faut pas confondre «jeu» des enfants et «activité» dirigée par l'enseignant. Dans le jeu, l'élève est autonome, motivé; il est en relation avec ses camarades, il communique, échange.
b) Le jeu est nécessaire, tous les élèves doivent pouvoir jouer. Il faut arriver à faire comprendre que c'est une démarche méthodologique «sérieuse», un «travail scolaire sérieux».
c) Le jeu peut être combiné très efficacement avec l'acquisition et la consolidation de notions. Il prolonge des activités et, dans certains cas, peut être utilisé comme introduction à une situation-mathématique.

*Interdisciplinarité*

Le problème de l'interdisciplinarité, posé sous la forme d'un lien entre l'environnement et le chapitre de mathématique concernant l'espace, a fait l'objet de nombreuses discussions dans les groupes. Ce thème semble donc être un sujet de préoccupation courant. L'on «ressent» bien, sans toujours pouvoir l'exploiter, que sous des têtes de chapitre fort diverses, ce sont les mêmes capacités de l'enfant que l'on cherche à développer.

Plusieurs remarques positives:

L'exploitation d'une même intention dans le cadre de plusieurs disciplines contribue à donner une plus grande unité à l'enseignement et rend les disciplines scolaires plus fonctionnelles. Dans le cas particulier, DE en ressort valorisé; son côté artificiel disparaît. L'apprentissage d'un certain vocabulaire et l'utilisation du symbolisme sont facilités.
Il faut préciser que la méthodologie a été étoffée en ce qui concerne la mesure, en dépassant la simple présentation du principe mathématique de la mesure à laquelle se bornait la première édition. Il est donc naturel que les activités qui s'y réfèrent se cloisonnent.

Des réserves:

Il faut cependant prendre garde qu'il n'y ait pas de branche «impérialiste»; que l'environnement ne devienne pas qu'un simple prétexte pour aborder une notion nouvelle en mathématique et que les diagrammes n'envahissent pas toute la vie scolaire.
Ce type d'approche méthodologique exige donc beaucoup de l'enseignant. Celui-ci doit maîtriser les notions à enseigner, saisir clairement quels sont les objectifs visés afin de rendre l'interdisciplinarité «naturelle». Il s'agit de

percevoir des indices permettant de s'assurer qu'un apprentissage a lieu dans plusieurs domaines sans toujours forcer les enfants à adopter les conventions d'adultes qui régissent chacune des branches concernées.

Quelques interrogations encore:

Peut-on toujours concilier des approches très larges et la rigueur mathématique? Comment allier les possibilités des enfants (au niveau de la qualité des réalisations matérielles, par exemple) et la liberté de création aux exigences des adultes? Cette pratique est-elle économique? Des comptes rendus de telles expériences sont souhaités.

Situation mathématique (bande vidéo: «le partage de l'échiquier»)

L'intérêt de l'audio-visuel pour l'information dans le domaine de la méthodologie des mathématiques est évident. La bande vidéo se révèle efficace, tant par ses aspects techniques que par son contenu. Les participants à la journée relèvent, voire découvrent, la richesse d'une situation aussi simple que celle du «partage de l'échiquier». Ils constatent que des enfants travaillent «naturellement» et de façon autonome, que l'enseignant joue le rôle d'animateur en début d'activité, puis de conseiller, stimulateur, qu'il répond aux questions des enfants. Un problème apparaît, en liaison avec la formation du maître: comment exploiter suffisamment la situation? Comment tirer profit de toutes les voies qu'elles ouvrent? On suggère que les enseignants collaborent entre eux pour être à même de maîtriser tous les aspects d'une situation, pour en retrouver d'autres.

## En guise de conclusion

### *Formation du corps enseignant*

Dans tous les groupes de discussion et lors de la séance de synthèse, le thème de la formation du corps enseignant est apparu avec une grande acuité.
De nombreux avis font état d'une lassitude, d'un relâchement, voire d'un abandon des efforts dans le domaine méthodologique, comme si l'opération «mathématique» était terminée et les nouveaux programmes assimilés par le corps enseignant. *Or, c'est justement maintenant que les efforts seraient nécessaires pour éviter un retour en arrière et une reprise des anciennes méthodes.*
La première phase de l'innovation en mathématique se termine avec l'épuisement de la première édition des moyens d'enseignement. Elle a consisté, pour les maîtres, en une prise de connaissance des nouvelles matières et domaines. La seconde phase ne fait que débuter, avec un intérêt centré sur les méthodes et les attitudes pédagogiques. *C'est maintenant que le* **vrai** *travail commence.* Il ne se fera pas par de spectaculaires actions de «recyclage», mais par une réflexion continue et approfondie sur des sujets

variés que les objectifs, l'interdisciplinarité, le développemment de l'enfant, la justification épistémologique du jeu, l'exploitation de situations mathématiques, les relations entre les ouvrages de première, deuxième et troisième années, etc.
Quelques suggestions sont faites pour cette seconde phase de formation des maîtres; toutes exigent *un regroupement volontaire des participants:* groupes de réflexions locaux et cantonaux, échanges et rencontres (comme celle du 2 juin 1980 au plan romand, par exemple); situations mathématiques vécues par des enseignants; publication d'expérimentations et de comptes rendus d'activités, élaboration d'épreuves communes, etc.

---

## ... A propos d'une bande vidéo...[1]

Interview du 7 mai 1980, rapportée par Marcelle Goerg

[1] Cette bande vidéo peut être visionnée sur demande à l'IRDP, dans certains centres cantonaux et au SRP – Genève.

*M. X. – J'apprends que vous avez l'intention de montrer une bande vidéo à la journée de présentation de la 2e édition de la méthodologie romande de mathématique 2P. Puis-je la voir?*

Mme Z. – Avec plaisir, mais il faudrait qu'elle soit prête, le groupe math du SRP est en plein travail, notre responsable des moyens audio-visuels, Monsieur Stéphane Racovitza, est encore dans les classes avec sa caméra, puis, il y aura le montage...

*X. – Comment vous est venue l'idée de cet essai?*

Z. – Depuis longtems nous en parlions, mais il fallait avoir le temps d'y penser et d'exécuter, trouver la personne habile dans le maniement de la technique vidéo. Ce n'est du reste pas une innovation, plusieurs films ont été présenté pour informer le public de ce qui se faisait en mathématique dans les classes primaires.

*X. – Certainement, c'est un moyen intéressant d'information.*

Z. – Je dirais même, de formation. Il n'y a rien de plus utile et passionnant pour un enseignant que de «voir» les enfants travailler, réfléchir, s'interroger.

*X. – C'est bien ce que fait le maître dans sa classe: il observe, il suit les démarches de travail de ses élèves, il stimule...*

Z. – Oui bien sûr, son rôle, – comme il «vit» dans sa classe toute la journée – est d'enregistrer tout ce qu'il peut glaner d'impressions fugaces favorables ou défavorables, mais il n'a pas le temps de noter, de conserver pour chacun les étapes du déroulement d'une démarche, de relever les hésitations révélatrices d'un doute, d'une incompréhension, les initiatives qui permettent de déboucher sur autre chose. Le maître «sent» ce qui se passe, interprète,et tire parti de ses impressions le plus souvent pour l'ensemble de la classe.

*X. – En effet, le maître est préoccupé par le résultat qu'il veut obtenir, par les notions qu'il veut faire acquérir.*

Z. – Il voit ce qu'il veut voir, en quelque sorte.
En filmant dans les classes de 2P genevoises, nous avons introduit un «œil» de plus, un œil d'une autre qualité que celle du maître, qui n'enregistre que l'angle choisi et ne se laisse pas distraire par l'environnement, qui donne la possibilité de différer l'observation. Par contre, la caméra a un caractère réducteur, décevant: elle ne prend pas en compte l'affect ou la connaissance de ce que sont les enfants qu'elle regarde, elle voit à la fois plus et moins, elle insiste... Elle n'est pas relativiste, elle ne choisit pas, elle fausse les

plans, mais si on le désire, elle peut tout prendre, elle conserve les enchaînements et dévoile ainsi le pourquoi de certains faits, de certaines réactions.
C'est un instrument privilégié d'enregistrement du réel. En cela, elle est intéressante pour nous, étant donné que nous recherchons plus la signification d'un geste lié à la réflexion que le caractère expressif ou esthétique d'un mouvement. Nous avons voulu le montrer dans les séquences muettes où seule la main – interprète de ce qui se passe dans la tête de l'enfant – est visible.

*X. – En quelque sorte, la caméra vous permet de recueillir le plus de renseignements possible sur ce qui se passe lorsqu'un enseignant donne une tâche à ses élèves.*

Z. – Nous cherchons, en effet:
- *à capter* la diversité des comportements des élèves devant une tâche,
- *à enregistrer* comment un travail démarre, quelles sont les pistes révélées, exploitables par la suite pour découvrir autre chose ou consolider un acquis,
- *à confirmer* la nécessité de trouver sa propre méthode de travail pour faire évoluer son raisonnement,
- *à définir* ce qu'est l'initiation à la recherche.

*X. – Objectifs pédagogiques aussi, plus difficiles peut-être à évaluer qu'un objectif notionnel, que l'acquisition d'une technique par exemple.*

Z. – Exactement; pour tendre vers des objectifs de pensée et d'action, il y a un climat de travail, une dynamique qu'il est utile d'expliquer, qu'il faut, sinon vivre, au moins «voir». Et il ne faudrait pas, sous prétexte de répondre à des soucis d'évaluation, sauter l'étape de réflexion sur le processus de travail:
- comment les enfants se mettent au travail, se souviennent de ce qu'ils viennent de faire,
- comment ils notent ce qu'ils trouvent, ce qu'ils en font,
- comment ils organisent leurs découvertes,
- comment ils communiquent ce qui les surprend, les gêne,
- comment les acquis préalables réafluent, s'intègrent,
- comment leur travail évolue.

*X. – Oui, je comprends. Avez-vous proposé un même thème aux 3 classes choisies?*

Z. – Une même situation est proposée à tous les enfants pendant 1 heure environ. L'intermédiaire d'un matériel sur lequel ils agissent, qu'ils transforment, diversifie le démarrage du travail. Chacun comprend la consigne à sa façon, d'autant plus qu'on leur demande de coordonner 3 conduites au moins pour *produire* un travail conforme aux règles. Le déroulement tend vers un même but, mais les cheminements sont plus ou moins économiques, ils correspondent à la présentation que se fait l'enfant de la consigne, les priorités qu'il accorde, la manière dont il digère les différents aspects du problème pour déboucher vers des solutions.

*X. – Vous dites que l'enfant doit coordonner 3 conduites au moins. N'est-ce pas trop lui demander?*

Z. – Est-ce trop que de souhaiter qu'un enfant soit capable, à la fin de la 2P, d'une maîtrise des propriétés de l'addition?

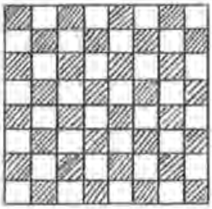
*X. – Nous sommes souvent surpris de constater que lorsqu'un enfant désire obtenir quelque chose, il peut beaucoup et fait preuve parfois d'une énergie insoupçonnée.*

Z. – Lorsque l'enfant joue, il illustre ces comportements positifs tels que concentration, persévérance, organisation, anticipation, volonté, effort, que l'école désire tant voir s'épanouir.

*X. – On sait bien que dans ce cas-là, il prend à charge son travail, il éprouve du plaisir à faire progresser quelque chose qui est en lui, à lui, qu'il mène vers un but qu'il s'est choisi et qu'il abandonnera peut-être après.*

Z. – Il est motivé, donc il *fait*, mais la «motivation didactique» est souvent limitée ou illusoire.

Dans le film, le maître ou la maîtresse présente aux enfants un échiquier de 8 sur 8.



et leur demande de *préparer un puzzle* qu'ils découperont par la suite, *fait uniquement de rectangles* (ou de carrés) selon les règles suivantes:

1. *le plus de pièces possible,*
2. *pas deux pièces de la même grandeur* (aire),
3. *autant de □ que de ▨ dans une pièce.*

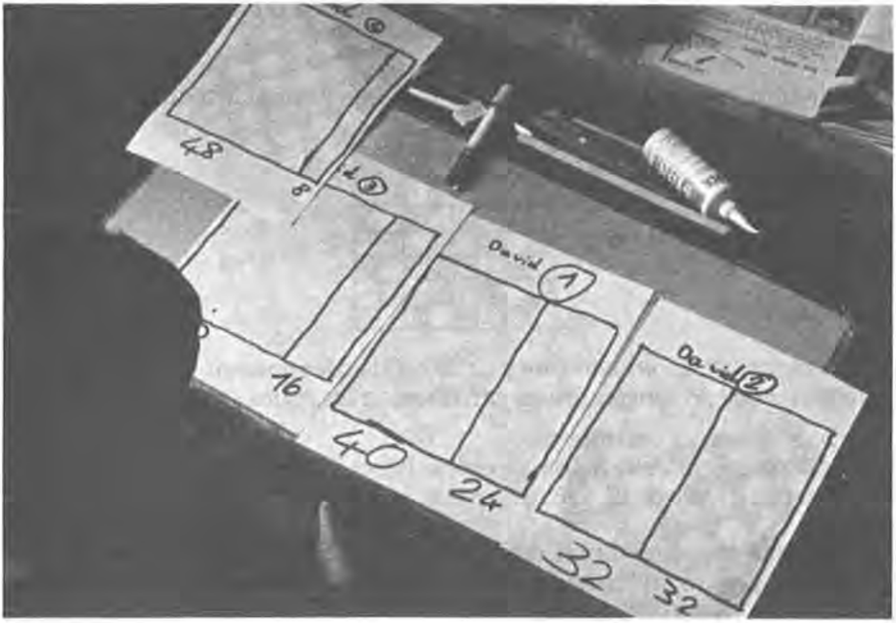
Les enfants ont à disposition des feuilles sur lesquelles sont représentés les échiquiers, de gros stylos-feuutre de couleur pour dessiner les rectangles en respectant les lignes des cases.

Ils essaient, ... la caméra tourne...
Tout au long de la prise d'informations, le souci constant est de saisir le début du travail de l'enfant ou d'un groupe d'enfants et de le suivre jusqu'à épuisement du souffle de réalisation, même si toute la matière d'enregistrement n'est pas utilisée au moment du montage. Ceci nous permettra d'éviter les séquences répétitives et surtout une mauvaise interprétation d'une action.
Dans le tableau d'un peintre, un détail prélevé peut à tout instant retrouver sa place sans que l'ensemble en soit modifié, ce qui n'est pas le cas pour un fragment de bande qui, coupé d'un contexte, est assimilé à un autre déroulement pour illustrer des moments significatifs d'une constuction mentale.

*X. – Donc, aucun scénario préalable... les enfants ne jouent pas pour le public, ils travaillent.*

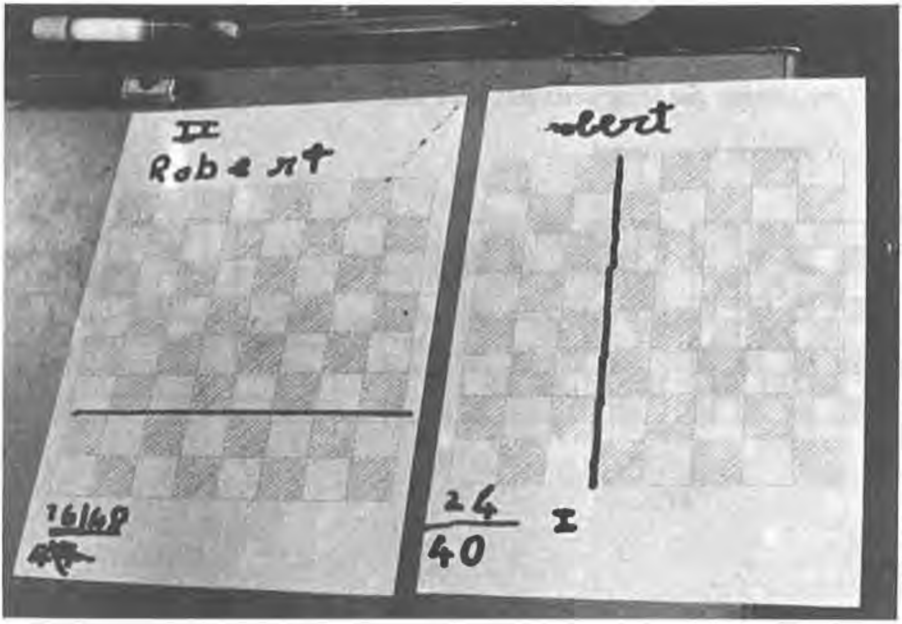
Z. – On pourrait dire que les enfants sont mis au défi de découvrir quelque chose. Peu importe qu'ils ne trouvent pas en un premier temps de travail le nombre maximum de rectangles si leurs observations sont pertinentes!

- S'ils se contentent de partager en 2, en 4, en 6 leur échiquier,
- s'ils éprouvent le besoin de noter le nombre de cases de chaque rectangle pour s'assurer qu'il n'en ont pas fait 2 d'aire semblable,



- s'ils se sentent contraints par leurs essais de constater que *le reste* des cases a une aire de rectangle,
- s'ils obtiennent la certitude, après avoir observé leurs premiers essais que, pour découper l'échiquier en un nombre maximum de rectangles, il faut les faire petits,...

  alors, **ils ont travaillé.**




*X. – L'échiquier a 64 cases. Il faut donc organiser une décomposition du nombre 64! Les objectifs du plan romand nous disent pourtant que l'élève utilise en 2P des nombres inférieurs à 40!*

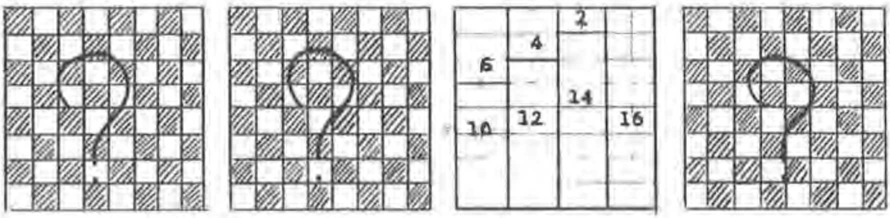
Z. – L'exploration du nombre 64 met en jeu des comportements qui doivent favoriser de nouvelles acquisitions tout en correspondant aux possibilités de l'enfant.
C'est lui qui décide ce qu'il veut faire, qui choisit *s'il veut répéter* un même partage, *s'il veut chercher* toutes les façons de couper l'échiquier en 2 parties seulement. Il fait ainsi une décomposition de 64 par le dessin avant que le «calcul» ne lui apparaisse. De plus, la confrontation «dessin-calcul» reste sous ses yeux.

*X. – Si je comprends bien, l'intérêt de ce travail est autant sur le plan spatial que numérique.*

Z. – Le nombre sert enfin à quelque chose! Le matériel provoque un va-et-vient constant entre la réalisation pratique et l'aspect numérique. L'action aide la réflexion. Dans les jours suivants, diverses pistes mathématiques seront approfondies: parité, partie à tout, addition, multiplication, notion de carré et de rectangle, notion de mesure, notion d'équivalence, de conservation, décomposition et recomposition...

*X. – Vous m'avez donné envie de me mettre au travail et de chercher les solutions moi-même avant de visionner le film...*
*... Il me semble que je ne peux pas faire plus de 7 rectangles!?*

Z. – A vous de le prouver!



J. A. 1211 GENEVE 6

Monsieur François JAQUET
Recorne 21
2300 LA CHAUX-DE-FONDS

TABLE DES MATIÈRES




**Comité de rédaction:**

Mlle F. Waridel, MM. Th. Bernet, F. Brunelli, A. Calame, R. Dénervaud, D. Froidcoeur, G. Guélat, R. Hutin, F. Jacquet, Ch. Morandi, F. Oberson, S. Roller, J.-J. Walder.
**Rédacteur-responsable:** R. Hutin

**Abonnements:**

Suisse: F 12.—, Etranger F 14.—, CCP 12 - 4983. Paraît 5 fois par an. Service de la Recherche Pédagogique; 11, r. Sillem, CH 1207 Genève. (Tél. (022) 35 15 59).

**Adresse: Math-Ecole; 11, rue Sillem, CH-1207 Genève; CCP 12 - 4983**

Imprimerie typo-offset Fiorina & Burgener, 1950 Sion