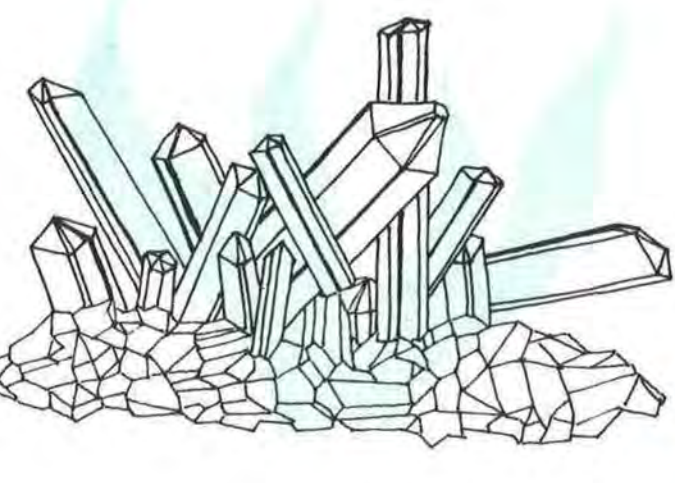
97



MATH ECOLE

MARS 1981
20e ANNÉE

MATH ECOLE 97

20e ANNÉE Paraît cinq fois par an MARS 1981

Editorial

Les mesures avec mesure

Une des notions qui «jouit» encore d'un enseignement figé malgré les conseils, suggestions et objectifs des méthodologies nouvelles est bien celle des mesures.
Des enseignants (hélas encore), des employeurs, des parents n'arrivent pas à concevoir qu'un enfant puisse approcher les notions de mesure et réaliser des calculs de mesures sans passer par les mêmes procédés que ceux qui ont fait les heurs, mais surtout les malheurs de nombreux élèves.
Il est amplement démontré par les expériences des psychologues et des pédagogues qu'un enfant n'apprend pas les mesures en récitant par cœur et servilement la suite logique de, par exemple, millimètre, centimètre, décimètre, mètre, décamètre, hectomètre, kilomètre. D'ailleurs quelle est l'utilité des décamètres, des hectomètres? Qui a eu l'occasion de les utiliser dans la vie de tous les jours? On court un 100 mètres sur une piste cendrée et non pas un hectomètre; on achète 30 litres d'essence et non pas 3 décalitres! Une plaque de beurre pèse 200 grammes et non pas 2 hectogrammes!
Enseignons donc les mesures avec mesure. Contentons-nous de les travailler avec des unités usuelles et étudions-les dans des situations réelles, motivantes, intéressantes pour ne pas dire intéressées.
L'enfants saura compter son argent non pas parce qu'il a régulièrement de tels exercices en classe, mais bien parce qu'il est responsable de son argent de poche. Les enquêtes à la laiterie, à l'épicerie, au marché, dans un grand magasin obligeront l'enfant à observer, à se poser des questions à propos des mesures et l'inciteront peut-être à réaliser des problèmes qui sont de réelles situations. «Puis-je acheter un bouquet de persil, deux kilos de pruneaux et un kilo de haricots avec les 5 francs que maman m'a donnés?»
Et pour des activités en classe, car parfois il faut bien en avoir à ce sujet, il serait bon que chaque enseignant lise la troisième mais toujours jeune brochure de la série «Les premiers pas en mathématique»: «Découverte de l'espace et pratique de la mesure», de Dienes et Golding (Ed. OCDL). Il serait intéressant pour les enseignants des classes de grands élèves que ceux-ci consultent la «Loi fédérale de métrologie»[1] ou une brochure de l'UBS intitulée «les unités de mesures légales en Suisse». Ces ouvrages sont des mines de renseignements indispensables à tout enseignant, autant du point de vue pédagogique que culturel.

Françoise Waridel

[1] Office fédéral des imprimés et du matériel. Prix Fr. 2.15, 3000 Berne.

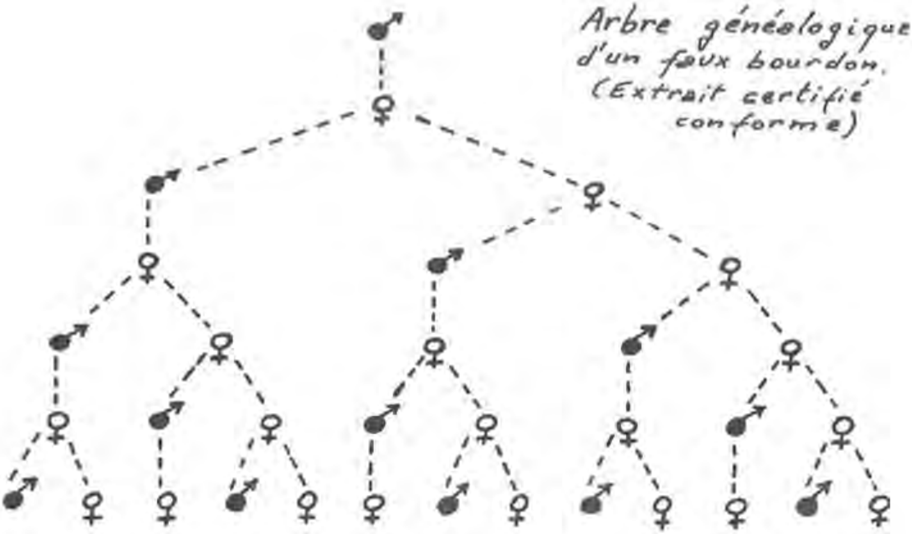
Cette mathématique qui nous entoure (1re partie)

Explorée par Gérard Charrière, photographiée par Christine De Bruères

1. Généalogie d'un faux bourdon

Chez l'abeille, les reines (femelles fécondes) ont le privilège, presque unique dans la nature, de pouvoir à volonté donner naissance à des mâles ou à des femelles.

On a pu montrer en effet que les reines ont la faculté de pondre des œufs fécondés ou non, et que les mâles proviennent toujours d'œufs non fécondés au contraire des femelles qui proviennent d'œufs fécondés.
C'est à un apiculteur de Silésie, J. Dzierzon, que revient le mérite de la découverte de cette curieuse particularité génétique qui nous amène à cette conclusion dramatique: les faux bourdons n'ont pas de papa!
Mais rassurons-nous, un faux bourdon a quand même un grand-père (maternel) et aussi un arrière-grand-père, comme en fait foi son arbre généalogique, dont nous donnons un extrait ci-contre:



Nous constatons que les nombres d'individus dans chaque génération successive (en remontant le temps) définissent la série numérique:

1 1 2 3 5 8 13 ...

Point n'est besoin d'observer longuement ces nombres pour constater qu'à partir du troisième chacun d'entre eux est la somme des deux précédents. Cette propriété étonnante se vérifie-t-elle si l'on s'enfonce plus profondément dans le dénombrement des ancêtres de notre faux bourdon?
La réponse est affirmative et sa justification est immédiate ou presque. Ainsi, après 13, nous obtenons:

... 21 34 55 89 144 ...

Remarquons tout de même qu'en réalité les choses doivent être beaucoup plus compliquées. En effet, comment pourrions-nous justifier avec ce modèle, l'existence d'un seul mâle et d'une seule femelle à bord de l'Arche de Noé?

2. Des progressions

Toujours est-il que nous sommes en face d'une suite récurrente, c'est-à-dire d'une suite de nombre tels que l'un quelconque d'entre eux s'obtient à partir du nombre (ou des nombres) le précédant.

Il est utile de considérer qu'une telle suite est une application de l'ensemble des nombres entiers naturels dans l'ensemble des nombres réels (par exemple), c'est-à-dire une correspondance entre les entiers 1, 2, 3, ..., n,... et les nombres de la suite que nous noterons, simplement, u_1, u_2, u_3, ..., u_n, ... (On dit que u_n est le terme général de la suite et que n est son indice ou son rang).
Citons trois exemples de suites récurrentes qui sont aussi importantes que simples:

- la suite (ou progression) *arithmétique:* suite de nombres tels que l'un quelconque d'entre eux s'obtient en *ajoutant* au précédent un nombre constant appelé raison.
- la suite (ou progression) *géométrique:* suite de nombres tels que l'un quelconque d'entre eux s'obtient en *multipliant* le précédent par un nombre constant.
- la suite de *Fibonacci:* suite de nombres tels que l'un quelconque d'entre eux s'obtient en *additionnant* les deux précédents.

La généalogie de notre faux bourdon est donc une suite de Fibonacci, suite que l'on peut caractériser de la façon suivante (pour n entier supérieur à 2):

$$\boxed{u_1 = 1 \qquad u_2 = 1 \qquad \text{et} \qquad u_n = u_{n-1} + u_{n-2}}$$

Mais, au fait, qui était ce Fibonacci?

3. Le plus grand mathématicien européen du Moyen Age

Léonard de Pise, mieux connu sous le nom de Léonardo Fibonacci («fils de Bonaccio»), est né à Pise vers 1175.
Son père, en l'initiant très tôt aux méthodes commerciales et en particulier aux calculs, éveille ainsi son intérêt pour les mathématiques.
Fibonacci étudie sous la direction d'un maître arabe et entreprend un long voyage dans tous les pays méditerranéens où il s'imprègne des connaissances mathématiques byzantines et arabes.
A son retour, il écrit (en 1202) son ouvrage le plus important: *«Liber Abaci».* Il y développe surtout des méthodes algébriques et des problèmes dans les-

quels l'emploi des chiffres indo-arabes est fortement accentué. Un de ces problèmes, celui qui a contribué certainement le plus à la célébrité de Fibonacci, a trait à la prolifération des lapins.
Voulant se rendre compte de la puissance de cette prolifération, le savant italien en arrive à inventer puis à étudier la suite récurrente qui porte son nom.

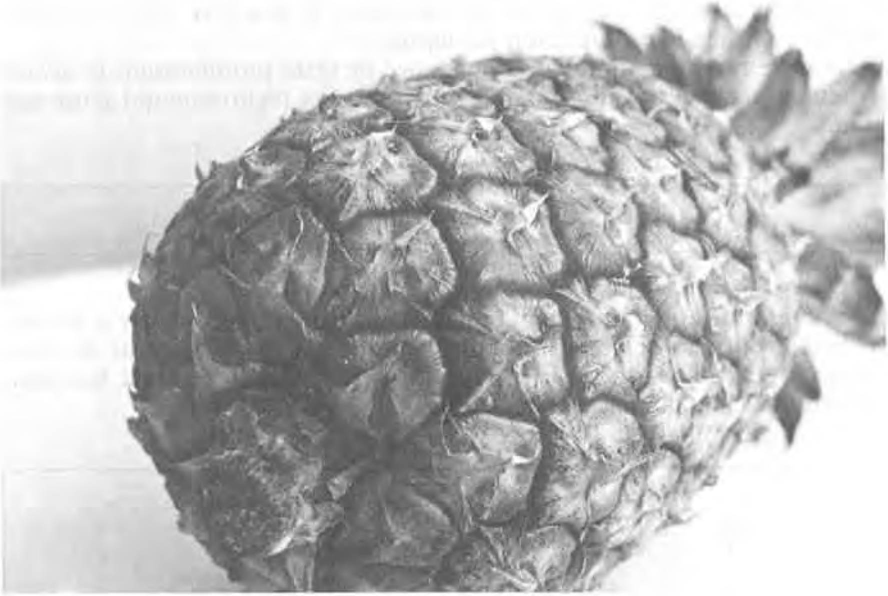
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 ...

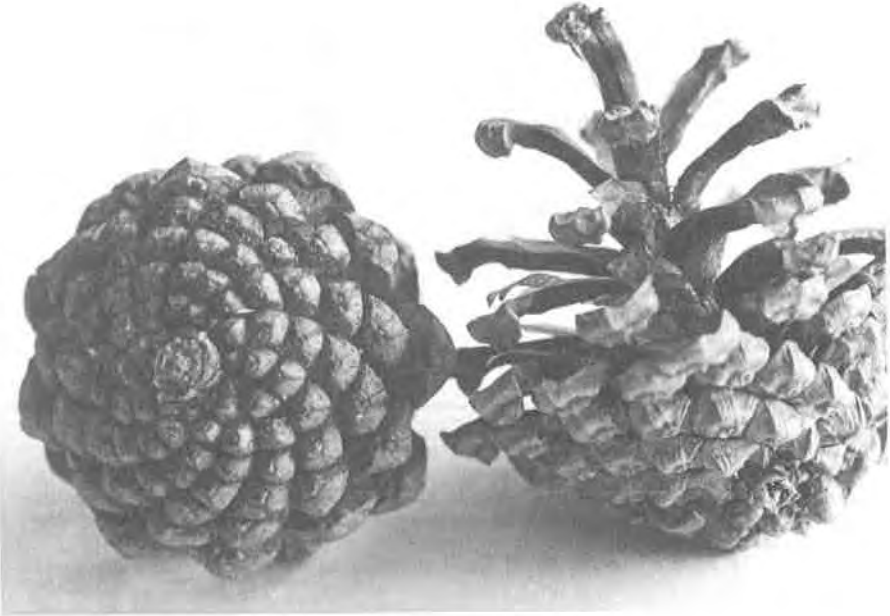
Nous étudierons ultérieurement quelques-unes des innombrables et remarquables propriétés de cette suite. Contentons-nous pour l'instant de comparer chacun de ses nombres à celui qui le précède, en formant leur rapport (arrondi à la quatrième décimale):

$\frac{1}{1}$	$= 1$	$\frac{2}{1}$	$= 2$
$\frac{3}{2}$	$= 1{,}5000$	$\frac{5}{3}$	$= 1{,}6667$
$\frac{8}{5}$	$= 1{,}6000$	$\frac{13}{8}$	$= 1{,}6250$
$\frac{21}{13}$	$= 1{,}6154$	$\frac{34}{21}$	$= 1{,}6190$
$\frac{55}{34}$	$= 1{,}6176$	$\frac{89}{55}$	$= 1{,}6182$
$\frac{144}{89}$	$= 1{,}6180$	...	

... lorsqu'il aborde un domaine nouveau, le mathématicien utilise ses habitudes acquises antérieurement et qui sont souvent mal adaptées à ce nouveau domaine, jusqu'à ce qu'une familiarisation suffisante et un effort de l'imagination créatrice lui permettent de trouver les méthodes qui, a posteriori, apparaîtront comme «naturelles», c'est-à-dire bien adaptées à leur objet.

André Revuz, Est-il impossible d'enseigner les mathématiques?





Lorsque n augmente, nous constatons que le rapport $\frac{u_{u+1}}{u_n}$ a l'air de tendre vers une valeur limite, en oscillant de part et d'autre de cette valeur. On peut démontrer rigoureusement que cette limite existe et que sa valeur exacte est $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$, soit 1,61803398... Nous retrouvons là le fameux nombre d'or (ou section dorée, ou encore divine proportion), cher aux artistes et aux architectes.

De ce qui précède retenons simplement que *le rapport de deux nombres consécutifs de la série de Fibonacci est une (bonne) approximation du nombre d'or.*
Et maintenant partons à la rencontre de ce dernier dans la nature qui n'a pas fini de nous étonner. (Nous illustrerons plus tard l'apparition du nombre d'or dans les arts et métiers.)

4. Phyllotaxie spirale

La phyllotaxie spirale (phyllotaxie: du grec *phullon* «feuille» et *taxis* «arrangement, ordre») est commune à de nombreux arbres et plantes.
Ce qui nous fait admirer un fruit comme l'ananas (frais!) ou collectionner différentes sortes de pommes de pin est vraisemblablement dû à la disposition spiralée de leurs écailles.

Un examen un peu attentif nous montre que la pomme de pin photographiée ci-dessus possède 8 rangs d'écailles enroulées dans un sens (spirales gauches) et 13 dans l'autre (spirales droites). Pour l'ananas, nous trouvons, enroulées vers la gauche 8 spirales et, vers la droite, 5 spirales faiblement inclinées (et difficilement visibles) et 13 spirales fortement inclinées.

> *... mon expérience personnelle et celle que j'ai pu recueillir à observer et à aider l'éveil de l'activité mathématique m'ont persuadé que la différence entre le travail du chercheur et celui de l'écolier tient à la complexité et à l'ampleur différentes des problèmes attaqués, mais non à la nature profonde du travail. Si l'on veut véritablement faire comprendre les mathématiques, il faut tenir compte de tous leurs aspects et de toute la gamme d'attitudes mentales que requiert leur maîtrise, faute de quoi l'enseignement court le risque, qui n'est pas imaginaire, de bloquer, de la meilleure foi du monde, les voies de la compréhension.*
>
> *André Revuz,* Est-il possible d'enseigner les mathématiques? *PUF, 1980.*

Notre étonnement est de trouver ici des nombres consécutifs de la suite de Fibonacci.
Les botanistes, heureux de pouvoir utiliser les nombres de Fibonacci pour la description de certains modèles de croissance végétale, définissent la phyllotaxie spirale par une fraction dont le numérateur et le dénominateur sont des nombres de spirales droites et gauches.
Ainsi, on dit que la phyllotaxie de la pomme de pin et de l'ananas est de 13/8 (pensons au nombre d'or!). D'autres espèces de pommes de pin ont des phyllotaxies de 3/2, 5/3 ou 8/5. (peu importe que la phyllotaxie ne soit pas une loi universelle, mais seulement une tendance importante et fascinante.)
Le faux bourdon s'étant envolé à la recherche de ses aïeux, profitons d'admirer l'arrangement des fleurons, au cœur de cette marguerite. Disposés sur 21 spirales droites et 34 spirales gauches, ils nous laissent imaginer que le nombre d'or est peut-être une bonne «mesure» ... de la beauté.
Sans oublier que la beauté et la mathématique ne sont en fin de compte que «des sous-produits d'un système de croissance en interaction avec son environnement spatial» (Peter S. Stevens).

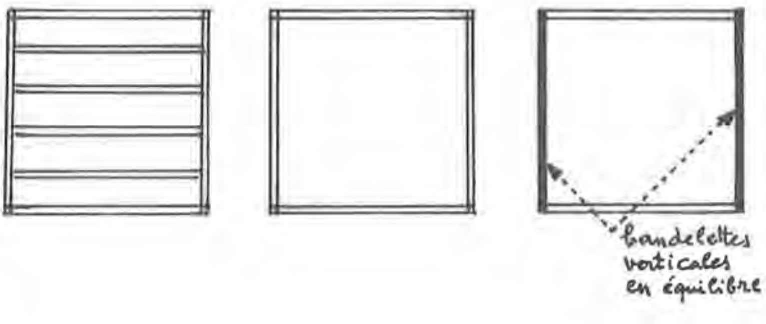
(A suivre)

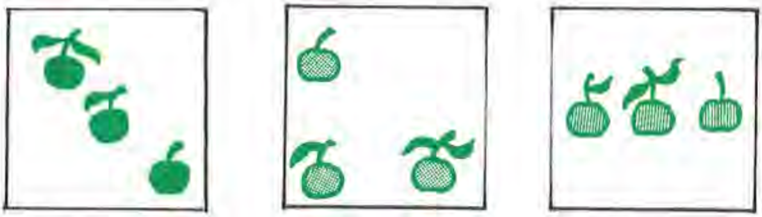
Moment de la vie d'une classe de 1 P

Construction du tableau à double entrée

par Edda Gasser

«Les travaux des psychologues ont montré que l'intelligence découle de l'action; elle n'est pas seulement réceptrice, comme on l'a cru longtemps, mais essentiellemnt active. C'est donc par une construction personnelle, et non par imitation et répétition, que l'élève peut acquérir les notions mathématiques» (méthodologies romandes de 1P et 2P p. III).
Ceci m'a amenée à tenter, au mois de novembre 1980, l'expérience suivante dans une classe de 1P d'une école du centre de la ville.
Comment les enfants allaient-ils s'y prendre pour construire, à l'aide du matériel proposé, le tableau à double entrée?
Des observations sur la découverte de ce dernier me paraissaient intéressantes, puisque cette démarche amènerait ultérieurement la réalisation du diagramme de Venn (intersection).
J'ai donc demandé à la maîtresse de réunir autour de la table réservée à la mathématique, une dizaine d'élèves représentant divers niveaux de développement.
J'ai mis sur la table neuf pommes, découpées dans du carton, comportant deux critères, la couleur (rouge, jaune, vert) et le nombre de feuilles (0,1 et 2). J'ai également placé à portée de main, des banderolles sans préciser leur utilité.
Après avoir énuméré les propriétés du matériel présenté, les enfants eurent envie d'arranger les fruits par couleur. Un élève m'a demandé de lui fournir un panier pour y loger les pommes vertes. A ce moment, Rémo voulut, comme au supermarché de son quartier, placer les fruits dans une caisse. Comme je n'en avais pas, je lui ai demandé d'en confectionner une. Après bien des hésitations, quelques enfants prirent des banderolles pour construire trois caisses différentes. Un élève ayant monopolisé presque tout le matériel pour réaliser le fond d'une caisse à claire-voie, les autres se sont bornés à marquer le pourtour d'une seconde caisse avec le papier encore à disposition et tentèrent pour le troisième emballage de faire tenir en équilibre deux bandes afin de poser par dessus un couvercle.

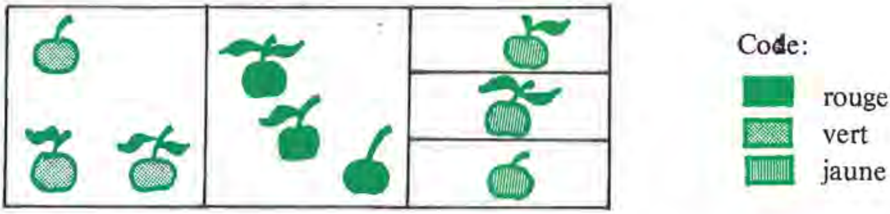




Une fois les caisses construites (une par couleur) les élèves disposèrent les pommes. Ugo en mit dans chaque coin. Mara les plaça en diagonale, Remo horizontalement. Comme je leur demandais de quelle manière s'y retrouver au cas où les caisses devraient être complétées par un plus grand nombre de pommes; Fabio prit deux bandelettes et partagea la caisse des pommes jaunes de la façon suivante:

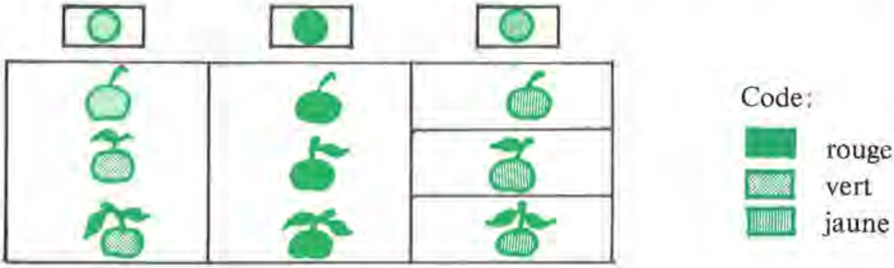
Pour les autres élèves, la disposition ne semblait avoir aucune importance. A ce moment, Mara expliqua que dans le supermarché du quartier toutes les pommes étaient réunies au même endroit et que cela prenait beaucoup de place. Il fut donc décidé de confectionner une seule et grande caisse. Sandra s'apprêtait à détruire les caissettes construites lorsque David proposa de réunir le tout, les parois verticales pouvant servir de séparations.

Nous eûmes ainsi l'arrangement suivant:



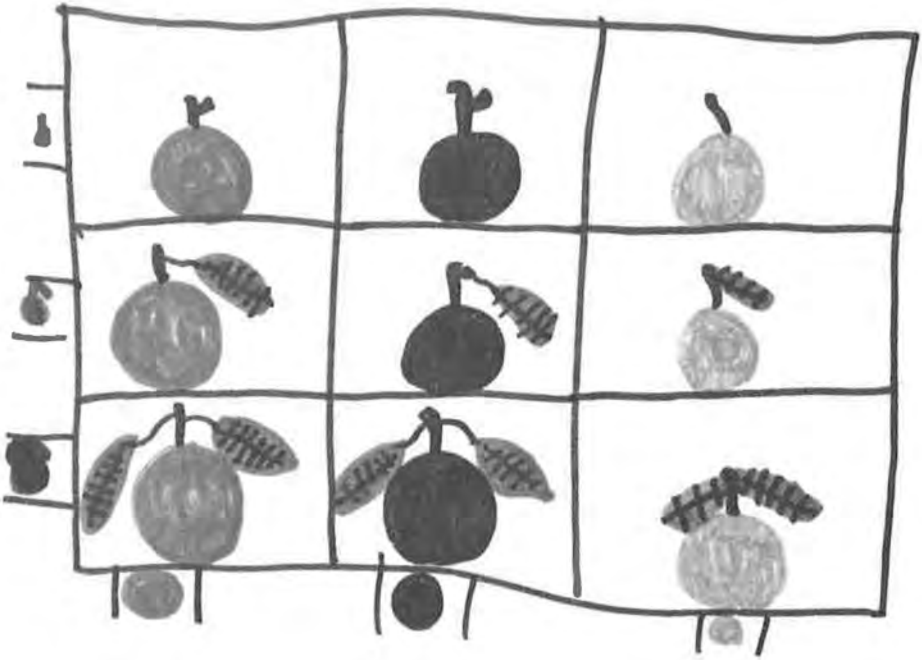
Inès prit la précaution de suivre avec son doigt les parois extérieures de la grande caisse. Mara eut l'idée de réaliser les étiquettes par la couleur des pommes soit:

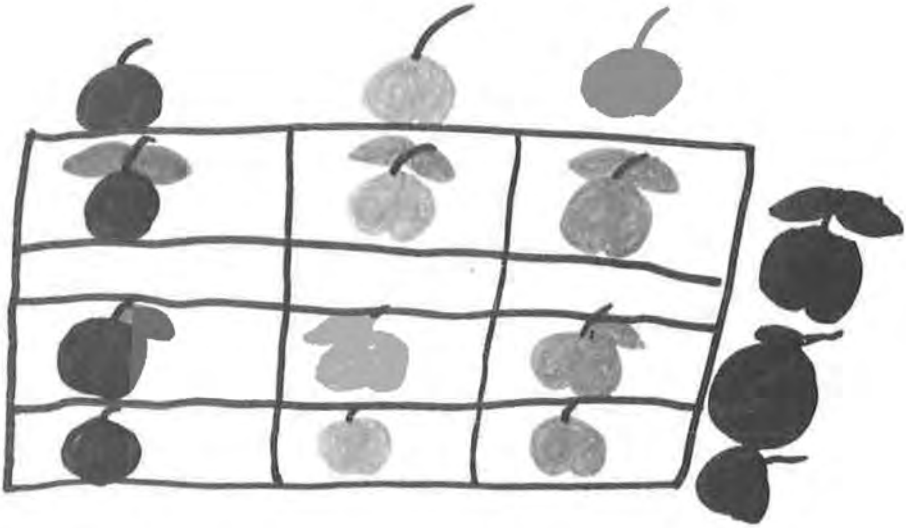
Plusieurs élèves marquèrent leur désaprobation car les pommes n'avaient pas toutes deux feuilles. On prit alors la décision de couper les feuilles des étiquettes pour ne garder que l'indication de la couleur. Après quelques discussions sur l'emplacement définitif des «écriteaux», certains enfants optant pour le haut de la caisse, d'autres pour le bas, ce qui pour Franco est la même chose», trois fillettes commencèrent à douter de l'arrangement à donner aux pommes à l'intérieur de la caisse. Après diverses manipulations, David prit l'initiative de mettre d'abord toutes les pommes sans feuille, puis celles avec une feuille et finalement celles avec deux feuilles.

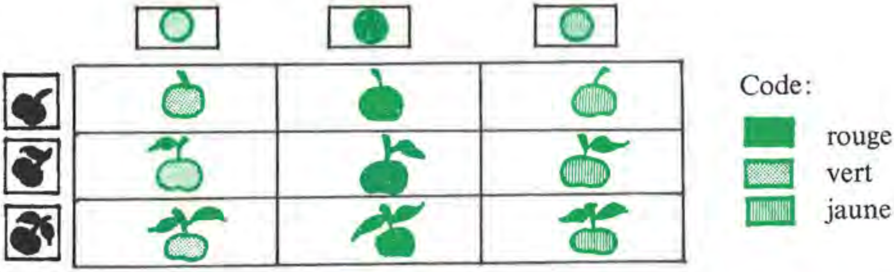


Sonia intervint en expliquant que puisqu'il n'y avait qu'une caisse, il fallait «continuer les séparations (horizontales) d'un bout à l'autre». Puis à l'intention de Fabio qui doutait, elle fit de la main le tour de la rangée de toutes les pommes sans feuille, ensuite de toutes les pommes avec une feuille et finalement des pommes comptant deux feuilles. David sentit la nécessité de placer d'autres «écriteaux» pour que les acheteurs sachent d'emblée où prendre les pommes. Mara dessina trois étiquettes en utilisant le stylo vert:

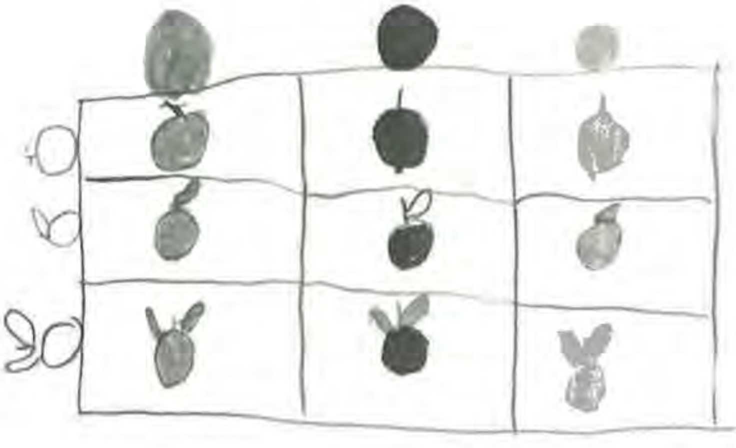
Au moment de les placer, quelques enfants expriment un doute. Catherine jugeait nécessaire d'en confectionner un plus grand nombre, afin de les mettre à l'intérieur des compartiments de la caisse. Tous n'étaient pas d'accord et les discussions reprirent sur l'emplacement à donner aux nouvelles étiquettes. Après un temps de réflexion, Inès proposa, comme pour celles indiquant la couleur, de les mettre en dehors, car «ça irait pour toute la caisse». On essaya de voir si en les plaçant à gauche ou à droite, cela changerait quelque chose. Certains enfants voulaient poser une étiquette à gauche, une à droite, puis la troisième à nouveau en face «pour faire joli». Finalement Sonia trancha en disant qu'«on arriverait mieux à lire si on les mettait toutes du même côté». Mais au moment de les placer toutes à gauche, plusieurs élèves dirent qu'ils n'étaient pas d'accord. Ils avaient en effet constaté que les étiquettes étaient vertes alors que les pommes étaient également rouges et jaunes.
Tout à coup, Mara retourna les étiquettes et munie d'un stylo noir rectifia en précisant que de la sorte «tout le monde serait content puisque les pommes n'étaient en tous cas pas noires».







Puis les enfants jouèrent à trouver le plus rapidement dans la caisse, une pomme jaune avec deux feuilles, une pomme à la fois rouge et sans feuille. Après plusieurs essais, je leur demandai ce qu'il adviendrait de leur jeu si la caisse devait subitement se fermer. Ils hésitèrent puis me dirent que «ce serait un peu plus difficile» mais qu'il suffisait de bien regarder les étiquettes.
Après la récréation, une fois le matériel rangé, quelques élèves me dessinèrent la grande caisse en alignant les pommes et en plaçant les étiquettes, selon les exemples p. 12 et ci-dessous.
La semaine suivante, alors que je retournais dans la classe avec un matériel réunissant trois critères, certains enfants me reparlèrent de ce qui s'était passé la fois précédente, en me citant la disposition exacte des pommes dans la caisse. Suite à l'intérêt témoigné par un bon nombre d'élèves à ce genre d'activité, la maîtresse a mis du matériel, qu'elle prend soin de varier et de renouveler fréquemment, à la disposition des enfants éprouvant le désir de construire le tableau à double entrée, soit individuellement, soit en groupe.



Initiation au jeu des échecs (III)

par Patrick Charrière

3. Les échecs depuis Alexandre Alekhine

Alexandre Alekhine

Devenu champion du monde en 1927, Alekhine était un adepte de la préparation des matchs. Il innova beaucoup dans le domaine des ouvertures. Sa capacité de déceler les combinaisons et d'en calculer les complications était tout simplement remarquable. Ses profondes analyses, ses brillants commentaires sur les parties démontraient (une fois de plus!) sa grande compétence, son énorme compréhension du jeu. Ce fût probablement le plus grand joueur de tous les temps (hormis Fischer?!).
Comme ses prédécesseurs, Alekhine ne fût pas pressé de mettre son titre en jeu. Quand il se décida, en 1929, il choisit comme challenger l'ex-russe Efim Bogolioubov (1889-1952). Bien sûr, Bogolioubov était un très fort joueur, mais il n'avait rien d'un Capablanca. Aussi, Alekhine gagna-t-il aisément les 2 matches. (15,5-9,5 et 15,5-10,5). En 1935, c'est la grande surprise! Alekhine est dépossédé de son titre. Le hollandais Max Euwe (né en 1901) venait de réaliser l'impensable! Celui-ci commenta sa victoire en déclarant qu'il avait joué contre un Alekhine très diminué (il fumait et buvait énormément) et il proposa immédiatement un match revanche au champion déchu.
Alekhine décida de s'entraîner en vue du match sportivement proposé par Euwe. Pour ce faire il arrêta de fumer et de boire (quel caractère!). Par un travail intense il remonta la pente et reprit son titre sur le score époustouflant de 11 victoires, 4 pertes et 11 parties nulles! Le très sportif Euwe admit la supériorité de son adversaire et reconnut que son jeu recélait encore beaucoup de faiblesses, et que «la victoire d'Alekhine était normale».
Pendant ce temps l'école soviétique avait fait des progrès considérables. Mikhaïl Botvinnik (né en 1911), qui sortait de cette fantastique école et qui s'était fait remarquer par de brillants résultats (2e à Moscou en 1936, derrière Capablanca, 1er à Nottingham en 1936, ex-aequo avec Capablanca devant notamment Alekhine, Euwe, Lasker) fut désigné par Alekhine comme son prochain challenger. Mais Alekhine mourut (devant l'échiquier) le 24 mars 1946. La place de champion du monde était vacante!

L'école soviétique

Un tournoi pour le titre mondial fut organisé. Botvinnik le remporta et devint le 6e champion du monde d'échecs. Botvinnik possédait un style positionnel ainsi qu'une grande habileté technique. A l'instar d'Alekhine, il

considérait la préparation technique d'une partie comme primordiale, il l'agrémentait d'une soigneuse auto-critique, lui permettant de déceler puis de corriger ses défauts. La couronne mondiale allait rester soviétique pendant de nombreuses années.
En premier lieu, ce ne fut plus le champion du monde qui décidait quand et avec qui il désirait «jouer son titre» mais un tournoi des candidats (arbitré par la Fédération Internationale des Echecs) qui désignait le challenger. Le 1er challenger fut David Bronstein (joueur extrêmement brillant). Le match, joué en 1951, se termina sur le score de 12 à 12. Comme le règlement le laissait entendre, Botvinnik gardait son titre.
En 1954, Botvinnik conservait son titre sur le même score de 12 à 12 face à Vassily Smyslov. Après ces 2 matches, Botvinnik eut le mérite d'avouer: «je suis le premier parmi mes égaux!»
En 1957, Smyslov montait à l'assaut une deuxième fois et... l'emportait au terme d'un match acharné. Toutefois, comme le prévoyait le règlement, une revanche aurait lieu l'année suivante. Comme Alekhine, grâce à un travail intensif, Botvinnik reprit son titre à Smyslov, et sortait ainsi de «l'histoire ancienne» (c'est ainsi qu'on l'avait qualifié en 1954).
En 1960, le jeune Mikhail Tal (né à Riga en 1936) acquit le droit de disputer le titre de Botvinnik. Tal était un joueur exceptionnel. Il aimait sacrifier; que ce soit correct ou non. La position résultante était si complexe, que dans la plupart des cas, son adversaire ne trouvait pas la bonne voie et finissait par succomber. A cause de cette manière de jouer, on lui donna le surnom de: «Magicien de Riga». Tal battit brillamment Botvinnik sur le score de 12,5 à 8,5 et devint ainsi le 8e champion du monde.
Mais l'incomparable Botvinnik n'en resta pas là. A cinquante ans il usa de son droit de champion déchu pour réclamer un match revanche. La réaction du monde échiquéen fut la suivante: comment Botvinnik, qui pouvait être le père de Tal, renverserait-il la vapeur, lui qui en 1960 ne gagna que deux parties sur 21?
La réponse fut simple: une fois de plus, le travail de recherche allié à une brillante auto-critique allait avoir raison de son anti-thèse: Botvinnik reconquit son titre sur le score de 13 à 8!
Il est vrai que Tal, malade des reins, n'était pas au meilleur de sa forme. Par la suite il connut souvent, pour cette même raison, des résultats en dents de scie.
La fabuleuse carrière de champion du monde de Botvinnik allait prendre fin avec l'apparition d'une nouvelle étoile: Tigran Petrossian. Celui-ci s'imposa à Moscou en 1963 par 12,5 à 9,5. Petrossian (né en 1929) est une figure marquante des échecs. Très influencé par «Mein System» de Nimzowitch, le style de Pétrossian est très particulier: il se contente de «bétonner sa position» et attend... que son adversaire se découvre. Si celui-ci joue correctement, alors la partie devient nulle; mais par contre la moindre erreur, la plus petite imprécision est immédiatement exploitée. Battre Pétrossian (dans ses meilleurs jours) était très difficile et bon nombre de ses adversaires (par exemple Botvinnik lors du match de 1963) craquèrent de-

vant cette formidable fortification. Comme il se doit, on surnomma Pétrossian le «Tigre» (somnolent!) ou le «Boa» (avalant petit à petit sa proie). Mais revenons à Botvinnik. Dépossédé de son titre, il renonça (enfin!) à le reconquérir, mais par contre ne renonça pas le moins du monde au jeu des échecs. Encore maintenant, il travaille à la mise au point d'un ordinateur jouant aux échecs et entraîne les jeunes espoirs soviétiques (Karpov, Kasparov et tant d'autres sortent de l'école de Botvinnik).

Boris Spassky

Un changement allait s'effectuer dans le système de qualification pour le match au sommet: la FIDE (Fédération Internationale des Echecs) remplaça le tournoi des candidats par des matches éliminatoires. Ainsi, pour accéder au titre de champion du monde, on devait:

1° se qualifier pour le tournoi interzonal (depuis 1973 il en existe 2).

2° faire partie des 6 premiers (ou, depuis 1973, des 3 premiers d'un des interzonaux).

3° gagner les 1/4 de finale, 1/2 finale et finale!

Seuls quelques joueurs peuvent «brûler» des étapes; les 6 premiers de l'interzonal sont automatiquement qualifiés pour le prochain interzonal; les 2 finalistes sont qualifiés automatiquement pour les 1/4 de finales du prochain cycle.

Ce système est très épuisant pour le futur challenger, et actuellement il est très contesté par la grande majorité des maîtres concernés.

Reprenons le cours chronologigue des évènements. En 1966, Pétrossian défendit, non sans difficultés, son titre et ce face au jeune champion Boris Spassky (né en 1937). Spassky, tout comme Capablanca, a un physique des plus esthétiques. Très sportif, il saute (ou sautait) 1 m 80 en hauteur. Son style de jeu est universel, ce qui peut s'expliquer facilement: plusieurs entraineurs, ayant des conceptions de jeu fort différentes, se sont succédés auprès de Spassky.

Spassky ne se découragea nullement après son échec et, dans le cycle suivant, sauta toutes les embûches pour se présenter une nouvelle fois devant le champion du monde. La réflexion suivante de Kortchnoï (une des victimes du fougueux Spassky) vint fort à propos: «A l'heure actuelle, Spassky est supérieur à tous ses contemporains... je ne doute pas un instant que nous allons avoir un nouveau Champion du monde.»

Le match eut lieu à Moscou en 1969 et Spassky le remporta. Spassky allait ainsi prolonger de 3 ans la suprématie des soviétiques sur le monde des échecs. Depuis 1948, aucun joueur non-soviétique n'avait put approcher le titre... Mais un jeune talent s'était juré de devenir champion du monde. Jusqu'alors, il avait été gêné par la forte participation des joueurs soviétiques (qui dans le tournoi des candidats se liguaient contre lui) ou par une trop grande exigence de sa part concernant les conditions de jeu (à Sousse en 1967, il se retira du tournoi pour protester!). J'ai nommé Robert James Fischer (né en 1943 aux Etats-Unis).

Le plus grand de tous

Lorsqu'en 1971, Bobby Fischer battit successivement: Taïmanov (URSS) 6 à 0! Larsen (Danemark) 6 à 0! et Pétrossian 6,5 à 2,5!, les Russes commencèrent à trembler pour leur couronne.
Fischer continua sur sa lancée en désarçonnant Spassky par 12,5 à 8,5. Qui ne connaît pas le légendaire match de Reykjavick en 1972? Match dans lequel les moyens psychologiques mis en œuvre ajoutés à l'excellente préparation de Fischer eurent vite raison d'un Spassky diminué par rapport à 1969.
Mais qui est Fischer?
Il apprend à jouer à 8 ans. A 14 ans, il est champion des Etat-Unis toutes catégories! Il quitte l'école à 16 ans avec pour seule déclaration: «Toutes les balivernes qu'ils m'enseignent ne me serviront jamais à rien!» (Hum!, que va dire la rédaction de Math-Ecole?). Son style très agressif est secondé par une technique sans faille et une grande connaissance des finales de parties. Fischer est également un défricheur d'innovations dans les ouvertures.
Les soviétiques n'avaient pas dit leur dernier mot; Spassky n'était pas irremplaçable et ils eurent vite fait de lancer dans l'arène quelques-uns de leurs jeunes atouts. L'un d'entre eux, allait particulièrement briller: Anatoly Karpov (né en 1951).
Lorsque Karpov arriva au bout des matches éliminatoires (il battit successivement Polougaievsky, Spassky et Kortchnoï), Fischer abandonna son titre pour exprimer son mécontentement sur les conditions de jeu! (du moins c'est l'une des explications possibles). Fischer disparut (à tout jamais?) de la scène internationale et certains prétendent qu'il se consacre entièrement aux activités d'une secte religieuse...
Le plus grand joueur de tous les temps (peut être avec Alekhine) céda sa place à un joueur non moins extraordinaire. Dans sa manière de jouer, Karpov est comparable à Capablanca. Il possède également une immense connaissance des ouvertures qui lui permet de sortir du début de partie avec l'égalité [1] s'il joue les noirs ou avec l'avantage [1] s'il joue les blancs, avantage qu'il concrétise avec la rigueur d'une machine. Que Karpov ait conservé son titre en 1978 à Baguio contre Kortchnoï n'est pas surprenant, seul le score étriqué de 6 à 5 (dû à la remontée magistrale de Kortchnoï) peut étonner... Cela s'explique à mon avis par la formule selon laquelle le champion du monde sera le joueur qui aura gagné 6 parties; cette formule est beaucoup trop épuisante, pour un joueur comme Karpov, pas très fort physiquement.
A l'heure où je rédige cet article, le match final des éliminatoires opposant le Dr R. Hübner (RFA) à V. Kortchnoï (suisse, ex-russe) n'a pas encore débuté, mais gageons que Karpov aura fort à faire face à l'un ou l'autre [2].

[1] Ces termes seront expliqués dans un prochain article.
[2] Janvier 1981: le scénario de 1971 se répète; Hübner abandonne contre Kortchnoï à Méran sur le score de 3,5 à 4,5, avec deux parties ajournées.

J'aimerai soulever un dernier point: chacun est au courant des éléments extra-échiquéens qui ont entouré les matches Spassky-Fischer de 1972 et Karpov-Korchnoï de 1978. Et bien sachez que la psychologie a toujours existé aux échecs: Spielman portait des lunettes noires pour affronter Bogoliubov en 1932 à Semmering. Lasker soufflait la fumée de ses cigares sur l'échiquier lorsque c'était à son adversaire de réfléchir...

(A suivre)

Objectifs de l'enseignement de la mathématique

par Willy Servais

Peu de temps avant sa mort, en été 1979, l'éminent mathématicien et pédagogue belge Willy Servais présentait un remarquable exposé dans le cadre d'une rencontre de la Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques (CIEAM) tenue à Veszprem, en Hongrie. La rédaction est heureuse de pouvoir communiquer le texte de cette conférence à ses lecteurs.

INTRODUCTION

De tous temps, la mathématique a eu une valeur culturelle et pratique incontestée et un rôle primordial dans l'essor scientifique, technique et économique. Jamais l'importance de la mathématique dans les domaines de plus en plus variés et sans cesse plus étendus, n'a été aussi grande qu'à notre époque.

L'enseignement secondaire, général et technique, doit assurer à tous les jeunes, qu'ils poursuivent ou non d'autres études, la meilleure formation mathématique à laquelle ils peuvent parvenir. Cette formation est un bien et un droit. Elle doit permettre à chacun d'agir et de comprendre rationnellement le monde dans lequel il vit et de développer ses capacités intellectuelles et humaines.

Les objectifs de l'enseignement mathématique sont les uns propres à l'activité mathématique tandis que les autres s'insèrent dans les buts généraux de l'éducation.

A. Objectifs spécifiques de l'activité mathématique

La mathématique faite résulte d'une activité de l'esprit qui prend naissance lors de notre action sur le monde réel et qui se développe, de façon intrinsèque, par l'imagination créatrice de structures abstraites cohérentes entre elles. De telles structures fournissent des modèles schématiques de la réalité qui servent d'outillage mental pour agir sur elle.

Un enseignement équilibré doit offrir un connaissance active de la mathématique pure et une pratique de l'application de la mathématique à la réalité.

I. Connaissance active de la mathématique pure

Les objectifs sont à atteindre le plus souvent par approximations successives. Ils se situent à différents niveaux intellectuels, depuis les connaissances élémentaires et leur emploi routinier jusqu'à des connaissances de plus en

plus élaborées et organisées déductivement dans des théories de plus en plus générales qui interviennent dans la résolution de problèmes faisant appel à un clavier de plus en plus étendu.
Dans la présentation des objectifs, nous allons, autant que faire se peut, du simple au complexe. Cela ne veut pas dire que des objectifs simples n'ont pas leur place aussi dans les cours supérieurs et que des objectifs complexes ne doivent pas avoir déjà des approches qui les enracinent dès les premières années.

Objectifs de la connaissance de la mathématique

1. Acquérir et comprendre les connaissances mathématiques précisées dans les programmes, qu'elles soient relatives:

au langage mathématique,
aux faits mathématiques,
aux voies d'accès au résultat,
à l'interprétation du résultat.

2. Mémoriser, de façon active, ces connaissances par la compréhension et l'usage.
Passer du langage courant au langage technique et vice-versa.
Entraîner à lire et à comprendre un texte mathématique.

3. Utiliser de façon directe les connaissances dans des exercices routiniers de simple application.
La compréhension doit permettre à l'étudiant d'appréhender les connaissances qu'il a mémorisées et d'en faire usage sans être nécessairement capable d'établir un lien entre ce matériel et un autre et d'en saisir toute la portée.

4. Développer l'aptitude à la démarche déductive et à la démarche inductive.
Aptitude à suivre, à reproduire, à construire même, dans une certaine mesure, la démonstration d'une proposition. Cela consiste principalement à savoir discerner dans un énoncé hypothèses, données, thèses; à imaginer et à mettre en œuvre une suite d'inférences qui amène à la conclusion; à contrôler ses propres démarches.

5. Prendre conscience, grâce à l'utilisation d'un certain formalisme logique, des démarches du raisonnement.
Découvrir les différents modes de démonstrations: directs, analytique en partant de l'hypothèse, synthétique en remontant de la thèse, indirect, par réduction à l'absurde.

6. Etre capable d'analyser un problème:
- reconnaître la nature du problème,
- être à même de le décomposer en ses éléments constituants,
- être capable de rechercher les relations entre ces éléments,
- être capable de rechercher les moyens à mettre en œuvre pour atteindre le but visé.

7.Etre capable de faire une synthèse, c'est-à-dire de disposer et de combiner les éléments de façon à former un plan ou une structure non évidents a priori.
Etre capable de programmer un algorithme.

8. Etre capable de résoudre des problèmes complexes et inhabituels.
Conjugaison des deux démarches d'analyse et de synthèse et aptitude à échaffauder rapidement les raisonnements.

9. Aptitude à pousser la résolution d'un problème jusqu'à la détermination des valeurs numériques des solutions (valeurs exactes ou approchées) et la représentation graphique quand il y a lieu.
Déterminer l'ordre de grandeur des solutions avant de s'engager dans le détail des calculs.
Prendre l'habitude de vérifier les solutions de leur plausibilité.
Veiller à ce que l'habitude d'un formalisme ou l'usage d'un algorithme ne cache pas le sens de la solution et à ce que l'acquisition de réflexes mécaniques ne supplante pas la compréhension.

10. Acquérir de l'intuition rationnelle.
Développer le flair dans la recherche de solutions, dans la découverte de démonstrations, dans l'utilisation d'analogies, dans le rapprochement de situations apparemment étrangères l'une à l'autre.

11. Stimuler et développer l'esprit d'invention, l'aptitude à extrapoler certains résultats, à formuler et à valider des généralisations, à découvrir des spécialisations.

12. Cultiver le sens de la rigueur et l'esprit critique, vérifier des calculs, contrôler une démonstration, apprécier la valeur d'un résultat, d'une méthode.

13. Faire prendre conscience du caractère déductif des développements de la mathématique et de l'organisation axiomatique des théories.
Souligner combien l'étude et les découvertes mathématiques procèdent aussi bien de la pensée intuitive, inductive et analogique.

14. Faire percevoir la nature abstraite de la mathématique. Comprendre le rôle fondamental qu'y jouent les structures et le mode d'expression symbo-

lique. Faire apprécier combien elle est apte à fournir des modèles adéquats à la description et à l'étude des phénomènes réels.

15. A l'aide des lignes de force de l'évolution de la mathématique, montrer sa signification dans le monde des idées et faire saisir qu'elle se crée et se réorganise au cours du temps.

II. Mathématique et réalité

La mathématique est un instrument puissant d'action, sur la réalité. Son avènement est connecté à cette réalité.
L'origine de l'arithmétique est liée au comptage des objets et à la mesure des grandeurs, celle de la géométrie, à l'arpentage, à la réalisation des solides, à l'optique, à la pesanteur, à la mécanique.
L'algèbre se présente dans les manières de composer nos opérations.
La logique des classes est introduite par la manipulation des ensembles d'objets matériels; la logique des propositions s'organise à l'occasion de nos jugements sur la réalité physique.
Les probabilités apparaîssent à propos des jeux et des phénomènes aléatoires.
L'introduction des notions mathématiques fondamentales à partir de situations réelles est une source de motivations concrètes et un fructueux exercice d'abstraction qui fournit des moyens heuristiques.
Cette activité, à laquelle les sciences physiques naturelles et humaines, les techniques et la technologie ainsi que les questions de la vie courante contribuent autant que l'enseignement de la mathématique, fait comprendre le rôle des modèles mathématiques de la réalité.
Les situations réelles sont en fait d'une complexité profonde, opaque et, sans doute, insondable. Par l'observation et l'expérimentation, conduites à divers niveaux, nous en saisissons des aspects que nous schématisons par des modèles mathématiques. C'est ainsi,par exemple que les phénomènes optiques sont approchés par des descriptions faisant intervenir, selon le point de vue, les rayons, les ondes ou les corpuscules lumineux.
Pour l'étude des modèles abstraits, la mathématique fournit tout un outillage mental qui permet, à partir de données, de déduire certains résultats théoriques servant à comprendre et à prévoir les résultats expérimentaux, d'une manière approximative.
Le modèle mathématique, par son caractère abstrait, n'est jamais conforme à la réalité totale. L'adéquation plus ou moins grande qu'il présente n'est pas affaire de mathématique pure et doit être apprécié par l'utilisateur selon ses besoins. Il est souvent plus utile de prendre un modèle simple et maniable, même s'il est moins proche de la réalité. La mathématisation du réel par des modèles doit faire l'objet d'un apprentissage multidisciplinaire concerté entre les responsables de l'enseignement des diverses branches

scientifiques. La mathématique, en tant que langue rationnelle universelle, peut apporter aussi une contribution à l'étude des langues naturelles dans leurs aspects logiques.

Objectifs de l'apprentissage de la mathématique outil

1. Maîtriser les connaissances mathématiques utiles dans la vie courante doit être un objectif minimal de l'enseignement secondaire.
2. Etre capable de schématiser la réalité à l'aide de figures, de graphiques, de diagrammes et de formules.
3. Faire preuve d'intuition et d'imagination à l'occasion de l'invention de modèles mathématiques.
4. Etre capable de déterminer les données significatives dans une situation réelle.
5. Savoir exploiter un modèle mathématique pour découvrir de nouveaux résultats et interpréter ceux-ci.
6. Pouvoir contrôler et critiquer la validité du modèle pour la situation envisagée. En particulier, déterminer par un calcul d'erreur, l'intervalle d'incertitude où se situe le résultat expérimental.
7. Etre capable, selon les besoins, de simplifier un modèle mathématique, de l'affiner ou de le modifier.
8. Comprendre que la mathématique abstraite et la réalité concrète sont des domaines disjoints et que la correspondance entre les structures de la première et certains aspects de la seconde se justifie par la commodité pratique du modèle. Distinguer la vérité matérielle d'un fait physique de la validité formelle de la mathématique qui amène à le prévoir et à l'interpréter.
9. Voir que la mathématique des situations réelles est une entreprise ouverte, sujette à révisions et à développements, compte tenu de la création mathématique et de la découverte de nouveaux champs d'application.

B. Objectifs généraux

En plus de ses objectifs spécifiques, l'enseignement de la mathématique contribue à la formation générale de la personnalité par le développement d'attitudes intellectuelles, du goût de la beauté et de traits moraux. Ces objectifs, de nature qualitative sont susceptibles de transfert. Ils doivent être atteints progressivement au cours des études en même temps que les buts spécifiques qui leur servent de supports.

I. Formation intellectuelle

1. Exercer au jugement – distinguer le vrai du faux (applicables aux faits réels), le démontré, le non-démontré (applicables à un énoncé au sein d'une théorie déductive).
2. Entraîner à l'organisation logique de la pensée. Ordonner les idées, reconnaître les hypothèses, les conséquences, les causes, les moyens, les effets.
3. apprendre à réfléchir aux divers aspects d'une situation, dégager l'essentiel de l'accessoire, affiner l'esprit d'analyse, renforcer le pouvoir de synthèse.
4. Développer l'activité mentale et favoriser ainsi l'imagination, l'intuition et l'invention créatrices.
5. Faire acquérir un sens critique constructif.
6. Former à l'esprit scientifique: objectivité, précision, goût de la recherche.

II. Formation esthétique

1. Eveiller et assurer le goût de la beauté mathématique présente dans certaines relations, formules, figures, démonstrations et théories.
2. Cultiver le goût dans l'expression de la pensée: clarté, ordre, concision, élégance.
3. Faire apparaître et apprécier les liens entre la mathématique et la beauté formelle dans les arts:
   – équilibre architectural,
   – composition des arts plastiques (dessin, peinture, sculpture),
   – rythme et structures dans les arts temporels (musique, cinéma).
   Rendre sensible à la beauté de formes et d'organisation dans la nature et la technique.

III. Formation morale

1. Goût de la vérité, de l'objectivité, de l'équité.
2. Besoin de la rigueur, du discernement et de la clarté dans les vérifications et les preuves.
3. Souci de connaître et de comprendre les principes des choses, les fondements et les a priori des doctrines et des opinions.
4. Habitude de rechercher les présupposés et les justifications des affirmations.
5. Probité et lucidité à l'égard de ses propres observations, de ses opinions et de ses déductions personnelles.
6. Capacité d'attention, de concentration et d'effort.
7. Volonté d'achèvement et de perfectionnement.

J. A. 1211 GENEVE 6

Monsieur François JAQUET
Recorne 21
2300 LA CHAUX-DE-FONDS

TABLE DES MATIÈRES

Abonnements:

Suisse: F 12.—, Etranger F 14.—, CCP 12 - 4983. Paraît 5 fois par an. Service de la Recherche Pédagogique; 11, r. Sillem, CH 1207 Genève. (Tél. (022) 35 15 59).

Adresse: Math-Ecole; 11, rue Sillem, CH-1207 Genève; CCP 12 - 4983

Imprimerie typo-offset Fiorina & Burgener, 1950 Sion