98

MATH ECOLE

MAI 1981
20e ANNÉE

MATH ECOLE 98

20e ANNÉE Paraît cinq fois par an MAI 1981

Editorial

Objectifs, entre la panacée et l'illusion

Il y a longtemps qu'on en parle, abondamment, particulièrement depuis que les réformes et innovations sont venues bousculer l'enseignement de la mathématique. Ils figurent dans les nouveaux plans d'étude, ils sont à la base de l'évaluation des connaissances, ils pénètrent dans les manuels. L'écrasante majorité du corps enseignant les juge nécessaires et souhaite les voir développés ou explicités.

Mais, ces objectifs, qui sont-ils? Est-on sûr de s'entendre à leur propos?

On peut les qualifier d'opérationnels, de terminaux, micro-sommatifs, globaux, formatifs, cognitifs, affectifs, prédictifs. On édite à leur sujet des taxonomies et des dictionnaires. Il y en a de généreux: «favoriser une bonne structuration mentale»; de rassurants: «A la fin de la 6e année, l'élève est capable de réussir les quatre opérations, en particulier des multiplications telles que 4,25.0,034, ...». Les objectifs: terrain rêvé pour les querelles de mots, où s'affrontent les écoles et les idéologies. On ne s'ennuie jamais à une réunion dont le but est de formuler des objectifs!

Outre les querelles, au niveau des termes et de leur interprétation, qu'on cherche aux objectifs, d'autres critiques sont formulées à leur encontre: Leur utilisation entraînerait un découpage de l'enseignement en séquences dispersées nuisibles au développement global des connaissances et capacités de l'élève; ils porteraient en eux des germes de conformisme ou d'uniformité; ils restreindraient le champ d'action de l'enseignant par leur rigueur contraignante; ils accentueraient les tendances aux contrôles et à la sélection, etc. Tous ces reproches ne sont pas sans fondements car on a vite abusé des objectifs pédagogiques en mathématique, au point parfois de «mettre en carte» des plans d'études entiers, de «programmer» toutes les séquences d'apprentissage d'une notion.

Alors, que reste-t-il? Devant les déconvenues et les reproches faut-il renoncer aux objectifs?

Certainement non! Car les maîtres les demandent, ils ont besoin de points de repère dans les programmes remaniés. La coordination entre les différents partenaires de l'enseignement d'une discipline aussi structurée que la mathématique exige que des points de rencontre soient exprimés. La collaboration entre chercheurs, enseignants, auteurs de moyens d'enseignement implique l'existence de médiateurs. La conduite des apprentissages des élèves se fait sur la base d'informations, pour la certification, la régulation ou le guidage, comme pour la prédiction. Il n'y a que les objectifs pour remplir toutes ces fonctions.

Des objectifs, oui, il en faut. Mais il ne doivent pas entraîner au dogmatisme, à des lectures à la lettre, à la formation de chapelles. Ce sont des moyens de rencontre, de réflexion et d'échange. A partir d'eux, on doit pouvoir évoluer, changer, remettre en question des attitudes et des croyances. Ephémères, ils doivent constamment être dépassés.

Les objectifs ne sont-ils pas faits pour être changés?

F. Jaquet

Pour se mettre dans le bain...

Quelques propos d'enseignants

recueillis par L.-O. Pochon

Dans le but d'illustrer les pages qui vont suivre, nous avons tenté l'expérience suivante: quatre collègues, enseignant dans des petits degrés se sont réunis autour d'une tasse de café et... d'un magnétophone. La discussion est lancée sur le thème suivant: Comment fait-on pour choisir la mathématique que l'on enseigne?
Nous vous proposons ici, mis à part quelques digressions, la transcription de l'enregistrement effectué; sans prétention de «représentativité» ni de cohérence absolue des propos. Nous ne prétendons pas non plus avoir épuisé le problème des objectifs...
Notre souci était de présenter, de façon vivante, quelques questions que se pose l'enseignant dans sa classe.
Nos remerciements vont aux collègues qui ont bien voulu participer à cet essai.

Michel: C'est une question de conscience professionnelle: Soit on fait tout le programme pour être déchargé moralement... tant pis si les gamins n'ont pas suivi, soit on prend la liberté de mettre de côté certaines choses parce qu'on «sent» où il faut porter l'accent.

Michèle: Plus on connaît le programme, plus on a la liberté de sauter certaines activités quand on voit que ce n'est pas important les autres années...
De toute façon les programmes sont trop chargés; on ne peut pas les prendre tels quels. C'est un éventail; ça crée un terrible dilemme aux collègues qui croient qu'il faut tout faire... que tout a la même importance...

Michel: C'est l'expérience qui montre que l'on peut prendre un certain recul. C'est comme le problème de la lecture actuellement...

Janine: Par exemple pour les classements; tout au début j'employais beaucoup de temps pour faire des activités et travailler les différentes représentations. Dès la première année j'insistais là-dessus alors que maintenant je les intègre mieux tout au long de l'année; je ne fais presque plus de fiches de classement. On les prend à d'autres moments, avec des tableaux de relations... quand on en a besoin...

Michel: Et de plus en plus on les utilise en français.

Michèle: C'est important de se rendre compte... de reconnaître des activités mathématiques dans d'autres branches... Ce qu'il faudrait c'est retrouver plus de recoupements. Avec les activités-cadre on y vient...

Françoise: Avec des activités de recherche, on fait aussi pas mal de choses.

Janine: Mais il faut de nouveau oser, prendre le temps...

Michèle: Et avoir une connaissance suffisante des éléments théoriques.

Janine: Je me demande si, en fin de compte, il ne serait pas possible de rechercher et de publier ces points qui apparaissent partout...

Question: Peut-on utiliser les pages vertes du plan d'étude dans ce but?

Janine: Ces objectifs généraux qu'on est censé viser semblent avoir été formulés par des gens qui n'ont pas les pieds dans la classe. On doit formuler les nôtres...

Michel: On doit faire deux chemins: aller chercher vers les «pontes» et comprendre ces fameux objectifs, les transformer et les amener aux enfants.

Michèle: C'est au moyen de la méthodologie que l'on devrait intégrer le plan d'étude au niveau de la classe; c'est le palier intermédiaire... En fait voilà ce que les enseignants demandent: «Comment faire le passage des tendances générales du plan d'étude à la leçon».

Françoise: Avec la nouvelle édition on sait mieux où l'on va mais il me semble qu'il faut déjà être sécurisé...

Michel: Je crois que ça peut être réellement sécurisant... Au début on coche ce qui nous intéresse... On ne peut pas être spécialiste dans toutes les branches; ça peut aider à choisir. Pour certaines personnes c'est un bon outil...

Janine: Mais il faudrait peut-être mieux montrer une certaine organisation entre ces objectifs. Par un tableau, une grille... En fait, ceux-ci, je dois dire que je les lis une fois au début de l'année; c'est surtout pour savoir jusqu'où aller et pour essayer de faire le lien avec les collègues qui reprendront mes enfants...

Michèle: Mais est-ce que c'est toujours clair; par exemple dans ces objectifs entre les «devrait» et les «doit» il y a tout un intervalle... Le problème est que dans une classe à un seul ordre on a plusieurs ordres... si on est attentif aux enfants.
Les performances que l'on peut attendre sont différentes d'un enfant à l'autre...

Françoise: Ce qui est un petit peu gênant avec le «doit», c'est le problème des programmes cycliques; c'est délicat pour un programme qui se dit cyclique de le découper en tranches...

Michèle: C'est vrai qu'il y a quelque chose d'incohérent... mais on retrouve ça en lecture aussi... Il faudrait vraiment que chacun puisse se développer à son rythme. Quand on a une classe deux ans de suite on peut travailler dans ce sens.

Michel: A ce propos, je vis quelque chose d'intéressant dans mon collège; on a formé un petit groupe de travail et puis on a entrepris l'étude verticale du programme; chacun dit ce qu'il fait et ça profite à tout le monde, ça aide à maîtriser la situation.

Janine: Là, j'ai l'impression que ces grands objectifs des pages vertes, on les intègre beaucoup mieux.

Françoise: Et puis ça arrondit les angles entre les «doit» et les «devrait»...

Michel: A propos de programme cyclique, je me sentais tellement fatigué de ces programmes que je n'arrivais jamais à boucler et chaque année un peu moins, que je me suis dit: «... Tout ce qu'on ne fera pas cette année... on ne le fera pas l'année prochaine...» Non, mais, pour en revenir à ce que vous dites, en fonction de mon expérience des classes à ordres multiples et du travail par groupes, j'estime que la classe idéale, pour dire des nombres, ce serait: six élèves de première, six élèves de deuxième et six élèves de troisième... chaque groupe peut vivre quelque chose de différent, chaque fois on est intéressé...
Mais j'entends de plus en plus souvent qu'on revient à un type d'enseignement collectif. Je finis par y croire.

Michèle: Ça, ça pose un problème de fond. Ça vient du fait que dans les recyclages, on est formé au niveau d'une technique mais pas au niveau de la personne. Or, pouvoir travailler par groupe demande une connaissance de soi et des mécanismes de groupes. Tant qu'on n'aura pas résolu ce problème au niveau de la formation, on préférera enseigner de manière collective...

Janine: Ce problème est peut-être au centre de notre débat... Peut-être que le français va permettre aux gens de se remettre dans la mathématique aussi!

Françoise: Oui, mais il y a quelque chose de bizarre quand même: on estime que les activités de recherche prennent du temps mais on n'hésite pas à faire faire des stencils et à prendre de vieux manuels...

Michel: Il y a là une certaine pression de l'opinion publique, des parents qui disent: le livret:... ça ne vas pas. On aimerait quand même un peu les contenter. L'image de marque de l'école c'est les dictées, le livret, le soin et la propreté...

Michèle: C'est aussi l'expérience que j'ai des parents; ils s'achoppent à des choses assez extérieures; livret du 3, livret du 4... On ne m'a jamais demandé si le gosse était bien dans sa peau.

Michel: Finalement c'est une génération de parents sacrifiés durant cette période d'innovation scolaire... En 2e année, j'ai fait donner un cours aux parents de mes élèves; les parents étaient intéressés; j'ai essayé de leur expliquer pourquoi on avait modifié l'enseignement...
Je crois que j'ai réussi à leur communiquer l'enthousiasme que moi j'ai ressenti, parce que ce sont des choses que j'aurais voulu faire à l'école. Après les parents sont moins réticents...

Question: Des objectifs pour les enseignants et les parents! Et les enfants?

Michèle: Peut-être en mathématique! Il me semble qu'en français (en 1re année) l'enfant a envie d'apprendre à lire, en mathématique c'est plus complexe! Il ne voit pas tellement à quoi ça sert.

Françoise: C'est vrai qu'en 3e où 4e c'est une question que les élèves me posent souvent... A quoi ça sert ce qu'on fait. C'est l'occasion de s'expliquer...
C'est vrai qu'on ne devrait pas les oublier... d'ailleurs ça nous aiderait aussi.

Janine: Je pense à quelques élèves de première année; ils avaient un but précis: arriver à écrire une addition dans le sens $1 + 2 = 3$. Ça se sentait à leur façon de persévérer dans cette recherche.

Michèle: C'est par référence à la culture des plus grands...

Françoise: Oui, mais c'est ce qu'on peut appeler un objectif pour eux. De même ils ont envie de savoir faire toutes les opérations... ils connaissent le mot diviser, ils ne savent pas ce que c'est, mais ils attendent impatiemment le moment de savoir...

Michel: Alors vous pensez que ce serait peut-être favorable, avant une activité ou bien par étapes dans l'année de dire aux élèves: Alors voilà, on en est là, maintenant on va essayer de faire ça... ça peut les stimuler?

Françoise: Moi, je ne le dirais pas systématiquement; mais j'aimerais les amener à se poser des questions.

Michel: Et puis faire la même chose avec les parents en début d'année scolaire...

Janine: Oui, les informer. J'aimerais bien que les enfants fassent le relais. Aujourd'hui par exemple, ils sont rentrés avec leur classeur et une feuille expliquant les buts des activités faites ces derniers temps. Les enfants sont censés aider, répondre à leurs parents lorsque ceux-ci feuillètent le classeur...

Michel: Il est important qu'on ait le même langage, le même souci d'éducation.

Michèle: En fait, c'est l'enseignant qui est la machine à tout faire; à partir d'objectifs généraux, il se crée des objectifs méthodologiques, crée des objectifs au niveau des enfants et puis se préoccupe d'expliquer aux parents les buts recherchés...

Bonne conclusion, mais quelle responsabilité... !

Une nouvelle revue:
Recherches en didactique des mathématiques

La recherche sur l'enseignement des mathématiques pourra dorénavant bénéficier de l'apport d'une nouvelle revue: «*Recherches en didactique des mathématiques*». Ceci grâce à l'initiative de nos collègues français (Gérard Vergnaud et Guy Brousseau, dont les travaux sont bien connus chez nous, sont membres du Comité de rédaction).
La création de cette revue témoigne du développement d'un secteur de recherche original, où le débat épistémologique est central, car la didactique rend nécessaire la réorganisation à la fois des mathématiques, de la psychologie et de la pédagogie, pour constituer un domaine spécifique de connaissances.
Réalisée à partir de recherches expérimentales, *Recherches en didactique des mathématiques* présente en ces termes les travaux dont elle veut rendre compte:

- la détermination des faits pertinents de la communication didactique,
- l'analyse des situations de classes créées par les enseignants ou proposées par l'expérimentateur,
- l'analyse des comportements et productions des élèves au cours d'un apprentissage,
- l'analyse des aspects épistémologiques et psychologiques des concepts mathématiques qui sont en rapport avec les caractéristiques des situations où ils fonctionnent et où ils se constituent,
- la méthodologie de la recherche: observation, questionnaires, enquêtes, etc.
- le débat sur les problématiques de la recherche en didactique, sur la détermination de ses objets spécifiques et sur les théories qui les soutiennent.»

A ce titre, la revue contribuera non seulement à l'échange et à l'information, mais aussi à la réflexion sur le champ de la didactique et à l'explication des différentes approches. Elle doit jouer un rôle dans la formation des jeunes chercheurs et dans la communication avec des enseignants (en liaison avec les revues des associations de spécialistes et les actions de formation) ainsi que dans l'information des responsables du système éducatif. A ce titre elle doit intéresser le public suivant:

- chercheurs, enseignants-chercheurs appartenant à des formations de recherche et consacrant à la recherche en didactique tout ou partie de leur activité,
- les formateurs d'enseignants de mathématiques de tous ordres d'enseignement,
- les enseignants impliqués activement dans la recherche ou l'innovation,
- les enseigants attachés à s'informer des résultats de la recherche,
- les responsables de l'éducation.»

Les deux premiers numéros parus sont très riches. Ils contiennent plusieurs articles sur le thème de l'enseignement des nombres décimaux (Guy Brousseaux), des nombres réels (Régine Douady) et des nombres fractionnaires (André Rouchier), ainsi que deux articles sur la construction des nombres entiers (l'un d'Alan Bell, et l'autre de Claude Comiti, Annie Bessot et Claude Pariselle).

Signalons enfin que *Recherches en didactique des mathématiques* est publiée avec le concours du CNRS, et éditée par les Editions «La Pensée Sauvage», rue Humbert II, 20 38 000 Grenoble (Abonnement 100 FF - 125 FF hors de France).

Jean Brun

Des objectifs: Pourquoi et comment?

Introduction au document Math 4P, objectifs pédagogiques
par Luc-Olivier Pochon

La demande

Les enquêtes menées en Suisse romande dans le cadre de l'évaluation des programmes romands de mathématique montrent une très forte préoccupation des enseignants pour mieux connaître les objectifs du nouveau programme. En 3e année, par exemple, 87 % des enseignants qui ont répondu à un questionnaire de l'IRDP * ressentent la nécessité que les objectifs à atteindre en fin d'année soient définis. En 5e année, ce pourcentage ** est tout aussi élevé. De nombreuses remarques émises en marge des questionnaires ou transmises par les groupes d'examen des moyens d'enseignement font également état du besoin de mieux mettre en évidence les points forts, les passages obligés du nouvel enseignement de mathématique.
La signification de ces divers résultats est multiple. Leur interprétation n'est pas toujours évidente. En particulier, le consensus encore assez faible que rencontrent certaines options de l'enseignement renouvelé peut pousser les enseignants à demander des précisions sur leur nouveau contrat, remis en cause par quelques réactions de parents ou certaines «habitudes» institutionnelles. Il n'empêche que la demande est claire; y répondre ne pouvait être que bénéfique à la mise en place de l'innovation dans le domaine de la mathématique, aussi bien au niveau du travail en classe qu'à celui de l'information d'un plus large public.

La démarche adoptée

Partant de cette dernière constatation, le service de la recherche de l'IRDP, en collaboration avec la Commission d'évaluation de l'enseignement de la mathématique (CEM), a donc entrepris d'établir des objectifs. Ceux-ci sont destinés à la fois à guider la rédaction de la 2e édition des moyens d'enseignement romands de mathématique, à rendre plus «transparentes» les intentions poursuivies par le plan d'études, à ménager un lien plus explicite entre finalités (les pages vertes), notions mathématiques et activités, ainsi qu'à préciser quelques savoir-faire attendus en fin d'année. Pour l'élaboration de ces objectifs, on s'est largement basé sur les résultats de tests d'évaluation pour savoir ce qu'il était possible de demander aux enfants.

* J.-F. Perret: *«Enquête romande auprès du corps enseignant de 3e année primaire sur l'enseignement de la mathématique» (IRDP/R 78.26).*

** J.-P. Perret: *«Consultation des maîtres et maîtresses sur l'enseignement de la mathématique en 5e année»* (IRDP/R 81.1001).

Les objectifs établis pour la 1re et 2e année figurent dans la deuxième édition des méthodologies. Il en sera de même pour Math 3P dont la 2e édition sortira au printemps 1981 *. Ce numéro de Math Ecole présente une avant-première des objectifs de 4e remis récemment aux auteurs de la deuxième édition de Math 4P.
Plusieurs ouvrages traitent du délicat problème de l'élaboration d'objectifs pédagogiques. La tâche semble donc résolue. Cependant, la mise en pratique de la théorie se révèle plus complexe que prévue. En particulier, il s'agit de respecter un programme dont le découpage par notion ne rend pas toujours compte de certaines ramifications d'objectifs. Par exemple, l'acquisition du «sens» des nombres est un objectif qui s'opérationalise dans le domaine de la numération (les grands nombres sont perçus en partie grâce à leur code), dans celui des opérations (décompositions de toutes sortes). Interviennent également des structures logiques fondamentales ainsi que certaines structures spatiales.
Il faut également veiller à garder la souplesse nécessaire aux modalités diverses d'enseignement en Suisse romande (horaire, structure). L'option de base du nouvel enseignement, la construction des connaissances de l'intérieur (d'où rythme propre, programme cyclique, etc.) demandent quelques précautions.
A noter que les objectifs sont des plantes particulièrement vivaces qui ne se plient à la typologie qu'on veut leur faire adopter qu'après des luttes longues et sournoises...
Le schéma de présentation finalement adopté est celui qui classe les objectifs selon leur niveau de généralité. C'est de cette manière que l'on peut espérer favoriser le mieux un mouvement de va-et-vient bénéfique entre finalités de l'éducation et savoir-faire spécifiques.

Des buts — Pour chacune des avenues, on commence par rappeler les intentions poursuivies par l'institution scolaire à travers l'enseignement de la mathématique. On s'appuie, pour cela, sur le plan d'études (finalités et contenus), sur la méthodologie de 4e année, ainsi que sur les résultats de journées d'étude organisées par la Commission d'évaluation de l'enseignement de la mathématique.

Des objectifs généraux — Puis l'on passe aux objectifs proprement dits. C'est-à-dire que l'on reformule les intentions en termes de capacité des apprenants à la fin de l'apprentissage. Les buts vont dans le sens de l'action pédagogique à mener (stimuler, faire comprendre, développer...), alors que les objectifs décrivent les réponses attendues à l'action pédagogique entreprise.

* Les objectifs pédagogiques de 3e font l'objet du document IRDP/R 80.10.

Des savoir-faire et des indices d'apprentissage

Le troisième niveau pourra être taxé de «fourre-tout» par les puristes. Nous préférerions que ce soit celui de la «pratique éclairée», pour reprendre une expression connue. Selon le domaine, on y trouve quelques savoir-faire, ou certaines limites qu'il est inutile (prématuré) de dépasser. De même, on indique quelques conduites-type qui devraient permettre de repérer si, en cours d'activité, l'élève a progressé dans la compréhension d'une notion en jeu.

Pour conclure

On notera tout d'abord, qu'en fonction de besoins spécifiques, la forme des objectifs élaborés par la CEM a évolué de la 1re à la 4e année. Tout au début de l'entreprise, il s'agissait principalement de mettre en évidence la progression nouvelle adoptée par le programme romand. Par la suite, au vu des problèmes de «surcharge», l'accent s'est porté sur un «outil» qui devrait permettre de mieux distinguer l'essentiel de l'accessoire, en favorisant le va-et-vient entre finalités de l'enseignement de la mathématique et contenus plus précis. Voilà pour le passé! Regardons ce que pourrait être l'avenir dans ce domaine.

Lors du travail d'élaboration des objectifs Math 4P, des collègues ont mis en évidence l'importance que prenait la formulation. De «fournir aux enfants» à «construire avec les enfants», il y a tout un fossé qui sépare ancien et nouveau programme...

Ces remarques nous amènent à constater que ces objectifs sont, de toute façon, ceux du maître, ce qui représente une certaine contradiction pour un programme basé plus sur l'apprentissage que sur l'enseignement.

Ne devrait-on pas se préoccuper aussi de publier des objectifs destinés aux élèves? Des objectifs qui dépassent le court terme du plaisir fonctionnel (jeu)?

Si ce travail relève, en grande partie, du maître, on peu cependant imaginer des moyens d'enseignement qui intègreraient de tels objectifs.

Un ouvrage «point de départ» à recommander:
«Les objectifs pédagogiques» de Daniel Hameline, édition ESF.

Math 4P: objectifs pédagogiques

Proposés par la Commission d'évaluation de l'enseignement de la mathématique

Avenue Ensembles et Relations

Les buts

Au niveau de la transmission de connaissances mathématiques, les buts de l'avenue ER sont doubles.

Contruire des instruments

D'une part il s'agit de construire avec les enfants des instruments utilisables lors de la réalisation de classements ou de mises en relations. Ces instruments consistent principalement en certaines représentations schématiques dont l'usage a établi le caractère commode et clarificateur (comme pour les algorithmes!). Ces représentations sont utiles, aussi bien dans des activités mathématiques ultérieures (caractère de divisibilité), dans d'autres domaines d'étude (grammaire), que dans des activités futures de tous les jours (lecture de tables). Elles se révèlent également des outils précieux lorsque l'enfant veut concrétiser les étapes de son cheminement mental (résolution de problèmes additifs, par exemple). Dans ce dernier sens, c'est bien sûr des représentations spontanées qu'il s'agit d'encourager et de canaliser vers des moyens de plus en plus efficaces.

Apprendre à traiter des données

D'autre part, les enfants doivent se familiariser au problème de classification et de traitement des données de tout type. Le choix judicieux des situations et une méthode pédagogique appropriée sont à même de favoriser les activités mentales propres au domaine de la logique.

Assurer une bonne structuration mentale

Ce dernier point nous renvoie aux finalités mêmes de l'enseignement de la mathématique telles qu'elles apparaissent dans le plan d'études romand. Valables pour l'ensemble du programme, ces finalités sont contenues en germe dans l'avenue ER. Elles concernent principalement le développement des facultés logiques des enfants.

Développer l'attitude scientifique

Mentionnons également un autre but qui jouit également de ce statut plus large de finalité et qui concerne les attitudes. C'est celui de faire acquérir aux enfants une atti-

tude scientifique: constater des régularités, dégager des lois en vue de l'organisation du réel. C'est certainement l'attitude spécifique première que cherche à dégager l'enseignant des mathématiques élémentaires actuel. Plus qu'une notion ou une autre, c'est le climat même de l'apprentissage qui est en cause ici.
Remarquons encore que les deux premiers buts mentionnés sont liés, comme l'outil et le travail qu'il permet d'effectuer. L'accomplissement de celui-ci permettant de perfectionner sans cesse celui-là.
Cette articulation particulière de la tâche à accomplir et des techniques à acquérir n'est pas spécifique de cette avenue. C'est une conséquence de l'option pédagogique du nouvel enseignement qui vise à la construction progressive des notions.

Les objectifs généraux

Classement et relation

- Capacité d'établir ou de lire un diagramme (tableau, graphique) correspondant à une situation donnée (classements divers, présentation des résultats d'une expérience, organisation d'un tournoi, etc.).
- Capacité d'apprécier l'adéquation relative des différents types de diagrammes et d'en modifier l'ordonnance pour des raisons de clarté.
- Capacité de produire des représentations schématiques des situations (numériques ou autres) traitées.
- Capacité d'organiser de façon de plus en plus autonome un classement d'une certaine importance: recherche de critère, choix de la représentation, etc.

Relation

- Capacité de distinguer des différences qualitatives entre différents types de relation.
- Capacité d'utiliser des propriétés des relations (symétrie, transitivité) dans le cadre de situations–problèmes.

Les comportements attendus en cours d'activité (indices)

Activité de classement et diagrammes

- Placer des objets dans un diagramme et donner la description d'objets placés dans un diagramme (Venn, Carroll et en arbre). La description donnée ou demandée peut nécessiter plusieurs attributs.

jusqu'à
par exemple :  ou 

- Passer d'un type de diagramme à un autre type (Venn et en arbre à trois critères, Carroll à deux critères).
- Transformer un diagramme de Venn comportant une plage vide.
- Interpréter un diagramme dont une plage est «accidentellement» vide.
- Dans une situation donnée, exprimer qu'une plage d'un diagramme sera obligatoirement vide.
- Décrire le complémentaire d'une collection d'objets caractérisés par deux attributs (trouver ce qu'il reste lorsqu'on retire par exemple tous les bonbons ronds qui sont emballés, d'un cornet contenant des bonbons de toute forme et de tout genre).
- Compléter un produit cartésien dont quelques éléments sont connus.
- Représenter schématiquement, de façon spontanée, les données ou la solution d'un problème dans le but de mieux comprendre les relations en jeu ou de faciliter la communication des résultats.

Relation

- Compléter ou établir un diagramme dont les éléments et le lien verbal sont donnés (diagramme sagittal et cartésien).
- Lire et établir un graphique (les unités sont données).
- Reconnaître, parmi un certain nombre de liens verbaux, ceux qui ne sont pas adaptés à un diagramme donné.
- Passer d'un type de diagramme à un autre, trouver les dispositions qui simplifient la lecture du diagramme.
- Compléter la représentation cartésienne d'une relation «d'équivalence» en utilisant la symétrie du tableau.
- Retrouver les éléments extrêmes d'un ensemble d'objets ordonnables lorsqu'on connaît les résultats de comparaison d'objets pris deux à deux (il s'agit par exemple de trouver l'objet le plus lourd parmi un certain nombre d'objets. On donne quelques résultats de pesées comparatives: A plus lourd que B, etc.).

Approche de la proportionnalité

Les buts

Dans ce domaine, on cherchera à consolider la notion de relation fonctionnelle entre deux ensembles numériques et à développer la capacité des enfants à percevoir des situations de proportionnalité (intuition de la proportionnalité). Il s'agira, dans le cadre de situations «de la vie courante» (recette de cuisine, prix selon les quantités), de mobiliser et de développer différentes connaissances acquises:

– correspondance entre ensembles (verbalisation fréquente du lien fonctionnel)
– représentation graphique (d'autres cas que le linéaire doivent être vus)
– propriété de machines multiplicatives

Les propriétés sont utilisées mais ne sont pas étudiées systématiquement pour elles-mêmes.

Les objctifs généraux

- Capacité de compléter ou établir une table de correspondance se rapportant à une situation donnée.
- Capacité de verbaliser l'information contenue dans une telle table.
- Capacité de lire et d'établir un graphique.
- Capacité d'utiliser, en situation, les propriétés de la linéarité.
- Capacité d'observer les propriétés de la linéarité, de les redécouvrir dans chaque situation.

Les comportements attendus (indices d'apprentissage)

- A partir d'un graphique ou d'une table de correspondance, trouver le prix correspondant à la qualité d'objets achetés.
- Dans une situation de proportionnalité, trouver le prix de 4, 8, 10, 20 objets, connaissant le prix de 2 objets.

Avenue numération et connaissance du nombre

Les buts

Assurer une certaine maîtrise du maniement des codes de nombre

Dans le domaine de la numération proprement dit, ce sont deux buts qui sont principalement visés. D'une part, il s'agit de faire maîtriser le maniement de codes de nombres. Ceci aussi bien dans leur aspect cardinal qu'ordinal (compteur!).

Faire prendre conscience des règles du système de numération

D'autre part, on vise à assurer une prise de conscience des règles et des conventions qui régissent notre système de numération. Cette connaissance est à la base d'une utilisation «intelligente» des algorithmes de calcul. De plus, la logique sous-jacente aux actions de grouper et d'échanger se trouve à la base d'autres activités de codage (code à virgule), de mesure, etc.

Développer la connaissance du nombre

En ce qui concerne le nombre, il s'agit de poursuivre la «construction» du nombre entreprise dans les degrés inférieurs:

- en augmentant la grandeur des nombres en jeu (jusqu'à dix mille),
- en enrichissant les types de représentation possibles (décomposition, figure, etc.),
- en multipliant les possibilités d'utilisation.

Le travail avec les nombres fera aussi bien intervenir la numération (les grands nombres sont perçus en partie grâce à leur code), les opérations (représentation des nombres par décompositions de toutes sortes), les relations (comparaison de nombres) que des structures logiques plus fondamentales (produit cartésien, combinatoire).

Les objectifs généraux

- Capacité de comparer, sérier, utiliser des grands nombres (de l'ordre de quelques milliers). Maîtriser le passage du millier.
- Capacité de percevoir le cardinal des différents groupements comme des puissances successives de la base.
- Capacité, en base dix, de passer de l'expression orale d'un nombre à son code écrit et vice versa.

- Capacité de décomposer un nombre en milliers, centaines, etc... et d'utiliser cette décomposition en calcul mental.
- Capacité de se référer à plusieurs familles de nombres familiers pour s'aider dans le calcul, la comparaison, les estimations.
- Capacité d'effectuer des échanges jusqu'à trois niveaux.
- Capacité, en situation d'échange, de comparer des collections données.

Les savoir-faire types et indices d'apprentissage

- Mettre par ordre croissant ou décroissant une famille de nombres donnés par leur code.
- Trouver le successeur ou le prédécesseur d'un nombre donné par son code et pouvoir compléter des chaînes du type:

$$\boxed{} \xrightarrow{+10} \boxed{1092} \xrightarrow{+10} \boxed{}$$

$$\boxed{} \xrightarrow{+100} \boxed{2013} \xrightarrow{+100} \boxed{}$$

$$\boxed{} \xrightarrow{+1000} \boxed{1424} \xrightarrow{+1000} \boxed{}$$

En base dix, ce travail devrait également pouvoir être effectué de façon orale.

- Ne pas confondre «nombre de centaines» et chiffre des centaines.
- Pouvoir effectuer avec sécurité et mentalement des opérations simples, en laissant aux élèves le moyen de découvrir et d'utiliser des procédés variés. Par exemple:

  effectuer 1095 moins 1090 en se ramenant à 95 moins 90,
  1004 moins 998 en passant par mille,

  de même que comparer sans grand calcul:

  1007 + 37 et 1007 + 52

  1442 + 300 et 1342 + 400

- En situation d'échange, reconnaître des collections équivalentes.

- Arranger des collections de cardinal donné selon des figures (planes ou non) les plus régulières possible. Par exemple: les nombres «carrés», mille comme «cube» de côté dix, les différentes «couvertures» réalisables à l'aide de 20 carrés, etc.

Avenue opération

Les buts

Les buts de ce chapitre sont multiples et la complexité des liens qui les unissent montrent bien la difficulté du sujet en justifiant d'une certaine manière les précautions prises par le nouvel enseignement pour la compréhension profonde des opérations.

Les buts sont de trois types:

Faire maîtriser les outils

D'une part, il s'agit d'assurer une intériorisation des tables de multiplication, la maîtrise de certaines techniques de calcul et de faire acquérir une réelle sécurité dans le maniement de symboles arithmétiques.

Développer la compréhension des opérations

D'autre part, il faut développer chez les enfants la compréhension du sens des opérations. Pour cela, il est nécessaire de multiplier les occasions d'identifier les opérations attachées à des actions de la vie courante, sans négliger pour autant le travail des structures logiques qualitatives sous-tendant les opérations (produit cartésien par exemple).

Faire prendre de plus en plus conscience des propriétés des opérations

En outre, il faut stimuler la prise de conscience (verbalisation) des propriétés des opérations:
- par observation de tables, de concrétisations schématiques des opérations, d'utilisation dans des problèmes de vie courante, etc.
- par la recherche de procédés économiques de calcul (mental)
- par utilisation dans la construction des tables (9 x 7 retrouvé à partir de 10 x 7) et des algorithmes
- par élargissement de la notion d'opérations sur les nombres entiers positifs à la composition de machines numériques ou non numériques.

Les objectifs généraux

- Capacité d'utiliser des algorithmes pour effectuer des opérations
- Capacité d'effectuer efficacement des opérations simples mentalement (par oral ou écrit).
- Capacité de traiter des situations numériques simples faisant intervenir des opérations.
- Capacité d'associer une «équation» à un certain déroulement temporel d'actions ou une certaine représentation schématique.
- Capacité de percevoir les liens existant entre les différentes opérations.
- Capacité de manier les «machines» (numériques ou non) et des opérateurs fractionnaires élémentaires.

Les savoir-faire types et les indices de compréhension

- Utiliser de façon correcte les symboles + - × < > =.
- Utiliser avec sûreté un certain nombre d'algorithmes. La technique de l'addition en colonnes doit être maîtrisée. De même, des calculs du type suivant devraient pouvoir être effectués avec un maximum d'assurance.

$\begin{array}{r} 302 \\ -\ 43 \\ \hline \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r} 1232 \\ -\ 315 \\ \hline \end{array}$	Un trop grand cumul de "retenues" n'est pas souhaitable au niveau 4.
$\begin{array}{r} 341 \\ \times\ 12 \\ \hline \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r} 124 \\ \times\ \ 23 \\ \hline \end{array}$	On veillera principalement à une bonne compréhension du fonctionnement de l'algorithme.
356 - 43 = 341 x 12 =	Les calculs en lignes s'effectueront dans la mesure du possible à partir de décompositions appropriées des nombres en jeu.
diviser 1309 par 4	La méthode utilisée par les enfants devrait être respectée.

- Avoir intériorisé la table de multiplication jusqu'au produit dont les deux facteurs sont inférieurs ou égaux à dix.

- Etre familiarisé avec quelques suites de multiples. Exemple:

  2 4 6 8 10 12 ...

  3 6 9 12 15 18 21 24 ...

- Effectuer mentalement des calculs du type:

  20 x 9, 23 x 3, 130 + 21, 1321 + 400, 343 - 41

  de même que «diviser» (ou selon la situation: partager, distribuer, trouver combien de fois... va dans...), mentalement 309 par 3, par exemple.
- Comparer, sans effectuer les opérations par écrit, des expressions du type:

12 x 35	et	35 x 12
1624 - 1412	et	624 - 412
11 x 41	et	12 x 41
824 - 61	et	824 - 161

- Se ramener spontanément en cours de calcul, par décomposition des nombres et par combinaison de termes, à des schémas mieux intériorisés.
  Par exemple:
  regrouper les deux 25 dans 625 + 48 + 25
  regrouper 2 et 15 dans 2 × 3 × 15
  multiplier par 4 en prenant successivement deux fois le double
  calculer 12 × 9 par décomposition en 10 × 9 et 2 × 9.
- Anticiper le nombre de «branches finales» d'un arbre de clasement à trois critères.Chacun d'eux pouvant prendre jusqu'à 3 à 4 valeurs distinctes.
- Compléter les lacunes dans des expressions du type:

  ... + 18 = 37

  58 +... = 142

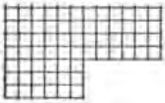
  33 -... = 13

  3 x... = 18

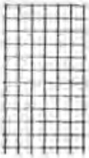
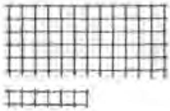
  52 = 5 x ... + ...

Ces expressions (principalement la dernière) devraient toujours être associées à une situation concrète (vie courante, jeu, etc.).

- Associer à une figure de type:



l'expression (7 × 6) + (4 × 6). Trouver pour différents découpages-assemblages de la «couverture» des expressions équivalentes. Par exemple:

11 x 6 pour  ; (5 x 12) + 6 pour 

- Utiliser des calculs de proche en proche (utilisation des propriétés de l'application linéaire) pour remplir des tables telles que:

x 3	
2	
4	
20	
24	

- Prendre conscience que deux machines successives, par exemple:

	+12	-15
20	......	......
26	......	......

peuvent être «remplacées» par une machine unique. Utiliser cette nouvelle machine à la place des deux autres.

- Se rendre compte que, dans d'autres cas, c'est la procédure inverse qui facilite le travail. Par exemple: rem-
- placer (−16) par (+4)(−20) .
- Maîtriser les opérateurs multiplicatifs élémentaires: prendre le tiers de, prendre la moitié de, doubler, tripler.
- Réduire une chaîne de machines non numériques en s'aidant d'une table de composition.

Avenue découverte de l'espace

Les buts

Développer des concepts

Il s'agit tout d'abord de stimuler les enfants à l'observation et à la description d'«objets» spatiaux, de systématiser certaines de leurs propriétés. L'enfant devrait également effectuer différentes réalisations de transformations géométriques pour «construire» des «objets» mathématiques comme: symétrie, translation, rotation. Il s'agira en outre de développer, chez les enfants, la notion de grandeurs «continues» telles que: angle, longueur, «quantité» de surface, etc.
C'est à partir des activités et des expériences variées faites dans ce domaine de «la découverte de l'espace», que des connaissances plus formalisées en géométrie pourront être acquises dans les degrés supérieurs.

Pratiquer une méthode

Par ses buts et par son contenu, cette avenue se prête particulièrement bien au travail de recherche et de découverte caractérisant l'esprit des nouveaux programmes de mathématique.
A ce propos, les enfants devraient avoir l'occasion durant l'année:
- de mener une recherche dans le domaine de la découverte de l'espace: classification de formes (tangram), travail sur les réseaux, recherche de lois permettant de trouver, à partir de codes, des chemins les plus courts, constatation que les chemins obtenus par permutation des termes du code d'un chemin donné ont tous le même point d'arrivée, etc.,
- de travailler les symétries axiales de façon concrète (pliage),

- de manipuler des solides (construction de solides en carton par exemple).

D'autre part, il faut exercer les élèves à certaines techniques:

Acquérir des techniques

- repérages de points dans un système de coordonnées,
- consolidation du principe de la mesure par itération d'une unité arbitraire (aire et volume),
- utilisation du système métrique pour la mesure des longueurs,
- construction de figures simples.

Les objectifs généraux

- Capacité de trouver des critères permettant de différencier, décrire, classer des figures planes et des objets spatiaux.
- Capacité d'effectuer les actions (pliage, déplacement, etc.) nécessaires à la réalisation de transformations géométriques (superposition de figures semblables).
- Capacité de comparer (du point de vue de leur grandeur) des surfaces données.
- Capacité de percevoir, par une figure donnée, la nature du lien existant entre la grandeur de l'unité et la valeur de la mesure: lorsque la grandeur de l'unité croît, le nombre donnant la mesure de la surface décroît.
- Capacité de situer des points dans un espace quadrillé.
- Capacité de mesurer et d'exprimer en m, dm, cm et mm, des longueurs données et d'effectuer les transformations élémentaires entre ces différentes unités (machine ou échange).

Les savoir-faire types et indices de progression

- Reconnaître les figures élémentaires: carré, triangle, disque, rectangle, cube, cylindre.
- Identifier un objet spatial à partir de son développement ou de sa représentation «en perspective».
- Identifier la composition de deux déplacements successifs avec un nouveau déplacement.
- Exprimer que deux figures planes «symétriques» ne peuvent pas être superposées sans «sortir» de la feuille.

- Se rendre compte du caractère arbitraire, mais fondamental de l'ordre dans lequel sont données les deux (ou trois) coordonnées d'un point.
- Décomposer une surface selon une «unité» choisie.
- Comparer (en «grandeur»), par «compensation» (sans recours à une unité), des surfaces simples (du type de celles obtenues à partir des éléments du Tangram).
- Constater que lorsqu'on partage l'unité de mesure en deux, le nombre donnant la mesure de la surface double (approximativement).
- Mesurer ou estimer des longueurs de l'ordre de cent mètres.
- Utiliser une règle métrique pour construire ou partager des figures simples (segment de longueur donnée, diagonales, etc.).
- Exprimer en cm une longueur donnée par 3m 86cm ou 3m 8dm 6cm par exemple.

Nombres mystérieux:

1) Les lettres A, B, C, D, E représentent des nombres.

$A + B + C + D = 100$

$A + C = E$
$B - C = E$
$C \times C = E$
$D : C = E$

A = ... B = ... C = ...
D = ... E = ...

2) Ecris un nombre de trois chiffres.
Reproduis ce même nombre à côté du premier.
Tu obtiens un nombre de six chiffres.
Divise ce nombre par 7.
Divise le quotient obtenu par 11.
Divise encore ce résultat par 13.
Compare ton résultat avec celui de tes camarades.

Casse-tête et problèmes classiques

par François Jaquet

Comme les jeux ou les situations mathématiques, les paradoxes, les curiosités logiques, on les trouve rarement dans les manuels scolaires. Ils sont encore très souvent tenus à l'écart de la classe de mathématique; ils apparaissent parfois, timidement, la dernière semaine du trimestre lorsque les notes sont déterminées.

Manifestement, les casse-tête ne sont pas reconnus, ni par les maîtres, ni par les plans d'études, ni par les moyens d'enseignement officiels comme objets d'un programme de mathématique. Trop difficiles, inadaptés, incongrus, inutilisables, pas sérieux? Il est vrai qu'on aurait de la peine à les situer dans l'un ou l'autre des chapitres d'un plan d'études. On ne pourrait pas non plus les faire figurer dans une liste d'objectifs opérationnels sans tomber dans le ridicule: «A la fin de la x'e année, l'élève saura résoudre un nombre *n* de problèmes ou casse-tête classiques».

Et pourtant, ils existent et attirent la curiosité depuis fort longtemps. Les mathématiciens ne sont pas les seuls à se laisser captiver, voire exciter par les énigmes qu'ils recèlent; les élèves aussi sont sensibles à leur attrait; et que dire des lecteurs des rubriques et publications de plus en plus nombreuses dans le domaine des jeux et mathématiques récréatives! «Remuez-vous le Q. I.» proclame en énorme lettres noires une publicité tapageuse et multicolore pour le «Rubik's Cube» dans un numéro récent de la revue «Jeux et Stratégie»!

Qu'est-ce qui fait courir les amateurs – pas encore consommateurs, espérons-le – de ces activités à caractère ludique? Ou plus précisément, dans le champ qui nous intéresse ici, quel est l'intérêt des casse-tête?

Il y a tout d'abord des aspects esthétiques indéniables. Ces problèmes sont toujours bien construits, il plaisent par la concision et l'extrême économie des données, par l'originalité de leur solution par l'évidence avec laquelle s'impose la démarche de résolution après découverte de la réponse.

Il y a aussi le plaisir. Celui de la recherche, de la découverte. Celui d'une aventure en terrain étranger, dans un milieu dont on ignore la langue, les lois et les coutumes mais dans lequel on veut arriver à se débrouiller tout seul.

Il y a encore le besoin de jeu, qui remonte parfois de très loin. Jeu avec soi-même, jeu avec l'auteur du problème ou celui qui nous l'a proposé: Y a-t-il un piège? Vais-je trouver la bonne martingale? La solution qu'on me promet trois pages plus loin ou au prochain numéro m'intéresse-t-elle vraiment?

Mais il y a surtout, pour nous enseignants, un intérêt pédagogique évident: Le casse-tête est motivant pour l'élève! Si vous ne le croyez pas, essayez!

Les douze casse-tête qui suivent sont bien connus, on les retrouve dans de nombreux ouvrages. * Malheureusement, leurs auteurs sont inconnus, c'est bien dommage car ils auraient mérité notre reconnaissance. Ce choix de problèmes est destiné à des adolescents ou des adultes (à partir du niveau 7 de l'école obligatoire). «Que chacun arrive à les résoudre tous?» Il n'en est pas question! Mais parfois la discussion, l'échange des hypothèses, la confrontation des solutions pressenties peuvent mettre le groupe ou certains de ses membres sur la bonne piste. «Le maître doit-il connaître les réponses avant de proposer ces casse-tête à sa classe?» Pourquoi? Serait-il l'unique détenteur de solutions?

1) Le nénuphar sur un étang

Un nénuphar sur l'étang double de taille tous les jours. En un mois (de 30 jours), la totalité de l'étang est recouverte. Combien de temps auraient mis deux nénuphars pour recouvrir tout l'étang?

2) La mouche et les deux voyageurs

Deux voyageurs avancent chacun à cinq kilomètres à l'heure l'un vers l'autre sur une route droite. Dix kilomètres les séparent.
Une mouche volant à quarante kilomètres à l'heure, posée sur le premier voyageur, part en ligne droite rejoindre le second voyageur, puis arrivée à ce dernier, fait demi-tour sans perdre un instant et va retrouver le premier, puis repart immédiatement rejoindre à nouveau le second voyageur, et ainsi de suite.
Quelle distance a parcouru la mouche lorsque les deux voyageurs se croisent?

3) La tarte aux fraises

A. – Quel âge ont vos trois enfants?

B. – Le produit de leurs âges vaut 36.

A. – (après un moment de réflexion) Il me faut une autre information.

B. – La somme de leurs âges est le numéro de la maison d'en face.

A. – (prend note du numéro, griffonne quelques calculs sur son calepin) Je regrette, mais je ne peux pas encore déterminer l'âge de vos enfants.

B. – L'aîné aime la tarte aux fraises.

A. – Merci, j'ai trouvé!

* Voir bibliographie en fin d'article.

Et toi, es-tu capable de déterminer ces trois âges?
(Il faut préciser qu'il s'agit de nombres naturels. En fait, il n'y a pas beaucoup d'ensembles de trois nombres naturels dont le produit vaut 36. L'inventaire est vite fait).

4) Le curé et le bedeau

Le curé: Il y avait trois personnes à la messe ce matin. Le produit de leurs âges vaut 2450 et la somme est le double de ton âge.
Peux-tu me dire l'âge de ces trois personnes?
(Après une nuit d'insomnie, le bedeau n'a pas pu déterminer la solution)
Le curé: Je te donne encore une information: une de ces trois personnes est plus âgée que moi.
Le bedeau: Ça y est, j'ai trouvé!
Quel est l'âge des 3 personnes, du bedeau et du curé?
(Comme précédemment, il s'agit de nombres naturels. L'inventaire est vite fait si on veut bien éliminer les personnes de plus de 245 ans par exemple!)

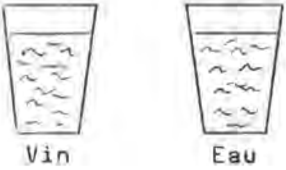
5) Le zèbre

Cinq maisons voisines, de couleurs différentes, sont habitées par cinq hommes de nationalités différentes, ayant chacun un animal favori, ses habitudes de fumer et sa boisson préférée.
- L'Anglais habite la maison rouge.
- Le chien appartient à l'Espagnol.
- On boit du café dans la maison verte qui est à côté de la maison blanche et à droite de celle-ci.
- Le Français boit du thé.
- Le fumeur de cigares a des perruches.
- On fume des cigarettes brunes dans la maison jaune.
- On boit du lait dans la maison du milieu.
- Le Suédois habite la maison la plus à gauche.
- Le fumeur de cigarettes blondes habite la maison voisine de celle où l'on élève un singe.
- Le fumeur de cigarettes brunes habite à côté du propriétaire du chat.
- Le fumeur de pipe boit du jus d'orange.
- L'Italien ne fume pas.
- Le Suédois habite à côté de la maison bleue.
- A qui appartient le zèbre?

(Courage! Avec un papier, un crayon et un peu d'organisation, on y arrive).

6) Le vin et l'eau

Deux verres contiennent, l'un du vin, l'autre de l'eau, en mêmes quantités. On prélève une cuillerée à café dans le verre de vin et on la verse dans le verre d'eau. On remue, puis on prélève une cuillerée à café du mélange et on la verse dans le verre de vin.
Y a-t-il plus de vin dans l'eau que d'eau dans le vin ou l'inverse?



7) Les trois plats

Trois voyageurs partagent leur repas. Le premier apporte cinq plats, le second trois plats et le troisième, qui n'apporte aucun plat, donne huit francs aux deux autres.
Comment se répartissent ces huit francs entre les deux premiers voyageurs, chacun des huit plats valant le même prix?

8) La chambre et les trois voyageurs

Trois voyageurs arrivent à l'auberge pour y passer la nuit. Il ne reste plus qu'une chambre à trois lits, pour laquelle l'aubergiste demande Fr 30.–. Chaque voyageur donne donc 10 francs.
Plus tard, en mettant la somme en caisse, l'aubergiste se rappelle que le prix de la chambre n'est pas de 30 francs, mais de 25 francs. Il envoie le garçon porter cinq pièces d'un franc aux voyageurs, mais le garçon prélève son pourboire au passage et ne donne qu'un franc à chaque voyageur, gardant deux francs pour lui. Chaque voyageur a donc payé son lit 9 francs. Le garçon a gardé deux francs pour lui.
Où est passé le franc manquant?

9) Leçon et devoir de l'élève

Dans l'addition suivante, chaque lettre différente représente un chiffre différent de 0 à 9:

$$\begin{array}{rr} & \text{E L E V E} \\ + & \text{L E Ç O N} \\ \hline = & \text{D E V O I R} \end{array}$$

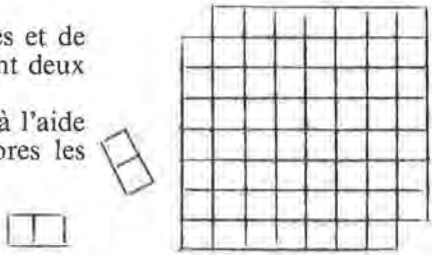
Quelle est cette addition?

10) La porte de la liberté

Voici un prisonnier confronté à un redoutable dilemme:
Le sultan qui le retient prisonnier lui propose de l'enfermer dans une pièce avec deux de ses serviteurs, l'un qui dit toujours la vérité et l'autre qui ment toujours.
La pièce comporte deux portes: la porte de la liberté et la porte de l'esclavage. La porte que choisira le prisonnier pour quitter la pièce décidera de son sort.
Le prisonnier a le droit de poser une question et une seule à l'un des deux serviteurs. Bien sûr, le prisonnier ignore quel serviteur dit la vérité et quel serviteur ment.
Le prisonnier peut-il gagner sa liberté à coup sûr?

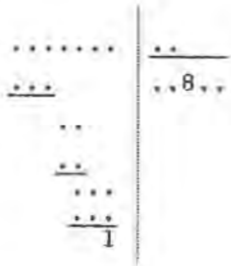
11) Les dominos sur l'échiquier

On dispose d'un échiquier de 64 cases et de dominos recouvrant chacun exactement deux cases.
On demande de recouvrir l'échiquier à l'aide de 31 de ces dominos en laissant libres les deux cases extrêmes d'une diagonale.
Est-ce possible?



12) Une division à compléter

Dans la division suivante, retrouvée sur un cahier d'écolier oublié dans un vieux grenier humide, tous les chiffres sont effacés, sauf deux. Seuls restent les emplacements des chiffres effacés.
En outre, en ce temps, on notait sous le dividende les soustractions à effectuer. Saurez-vous reconstituer la division?



Appel aux lecteurs

Nous vous avons proposé 12 problèmes, sans en donner les solutions. Elles figureront dans un prochain numéro de Math-Ecole mais nous aimerions les accompagner de remarques sur la manière dont ces problèmes ont été reçus par vous-mêmes ou par vos élèves. Avant toute discussion d'ordre pédagogique, il s'agit en effet de répondre à quelques questions fondamentales à propos de ces casse-tête: Est-ce que ça passe? Comment vos élèves réagissent-ils?

Si les réactions sont positives, les échanges peuvent se poursuivre au plan de la didactique, des programmes, des objectifs: Des activités de ce type sont-elles judicieuses? Peut-on les relier à ce qu'on appelle «situations mathématiques»? Y a-t-il le temps pour les jouer, à l'intérieur des programmes? En quoi aident-elles à atteindre les objectifs du plan d'études?
Dans un troisième domaine encore nous souhaitons votre collaboration: la bibliographie, la communication d'expérimentations réalisées, l'information en général. Ecrivez-nous, refilez-nous des tuyaux, envoyez-nous des idées. Il y a de la place dans Math-Ecole pour une rubrique de ce genre.

Bibliographie

Où trouve-t-on les casse-tête mathématiques? Un peu partout: dans des revues, dans certaines rubriques de journaux, dans des ouvrages spécialisés, dans quelques rares manuels. En dresser la liste exhaustive n'est pas notre propos. Nous nous contenterons d'en citer quelques-uns, qui nous ont plu.

Commençons par les ouvrages de Martin GARDNER, l'un des plus célèbres auteurs dans le domaine des mathématiques récréatives:

- Problèmes et divertissements mathématiques (Tomes I et II), Dunod.
- Nouveaux divertissements mathématiques, Dunod.
- Le paradoxe du pendu, Dunod.
- Les casse-tête mathématiques de Sam Loyd, Dunod.
- «Haha» ou l'éclair de la compréhension mathématique, Bibliothèque POUR LA SCIENCE, Diffusion Belin.
- La magie des paradoxes, id.

Dans ces ouvrages on trouve des découpages, damiers, tresses, jeux logiques, carrés magiques, pliages, labyrinthes, polyminos, polyèdres, paradoxes de tous genres, etc. Quel que soit votre niveau en mathématique, vous êtes assurés de trouver du plaisir à lire ces livres.

Nous citerons ensuite les publications de André DELEDICQ & coll. écrites à l'intention des élèves et de leurs maîtres:

- Mathématiques buissonnières, CEDIC Nathan.
- «Faire» des mathématiques 6ᵉ, 5ᵉ, 4ᵉ, 3ᵉ, CEDIC Nathan.

Ces trois derniers manuels contiennent tout le programme de 6ᵉ, 5ᵉ, 4ᵉ et 3ᵉ français. Rédigés dans un style direct et vivant, bien illustrés, ils fourmillent d'idées originales en prise directe sur la pratique de la classe de mathématique. On y trouve des tas de jeux, recherches, situations parfaitement adaptés au niveau des élèves.

Comme autres ouvrages intéressants, nous conseillons:

- Récréations mathématiques (Tomes I à IV) de E. LUCAS, Ed. Blanchard.
- Les jeux mathématiques d'Eurêka, de M. BERRONDO, Dunod.
- Les casse-tête logiques de Baillif, de J.-C. BAILLIF, Dunod.
- Jeux de l'esprit et divertissements mathématiques, de J.-P. ALEM, Ed. du Seuil.

Ces derniers ouvrages s'adressent à des adultes mais on en tire aisément des activités pour la classe, au niveau de l'école secondaire.

A l'intention des plus petits, dès 6 à 8 ans, il faut citer:
- 1001 tours et jeux de mathématiques modernes, de M.-A. GIRODET & coll., Ed. des Deux Coqs d'Or.
- Problèmes, séries rouge, verte, violette, du «Projet mathématique Nuffield», Ed. O.C.D.L.

Ces dernières séries comprennent chacune des fiches pour les élèves et un livre du maître avec les développements correspondants.

Les revues maintenant, qui devraient être facilement accessibles à un maître de mathématique:
- «Pour la Science», rubrique «Jeux mathématiques», rédigée par Martin GARDNER jusqu'en février 1981.
- «Science et Vie», rubrique «Les jeux», et son numéro hors série 124 (septembre 1978) sur les jeux de réflexion.
- «Jeux & stratégie», paraît tous les deux mois. Beaucoup de matières, traitées avec plus ou moins de bonheur. En triant les sujets, il y a de quoi se constituer une bonne réserve de jeux, problèmes, énigmes et casse-tête.
- «Le Petit Archimède», périodique scientifico-récréatif, se situe lui-même comme «une revue scientifique interdisciplinaire écrite pour des jeunes de 8 à 22 ans et un moyen parmi d'autres de développer un humanisme scientifique». Edité par A.D.C.S. 61 rue St-Fuscien F-8000 Amiens.
  A signaler, le numéro spécial «π»: un travail d'équipe, 290 pages de recherches historiques, problèmes, anecdotes, démonstrations et émerveillements.
- «Math-Ecole», qu'il est inutile de présenter ici puisque toute personne qui lit cet article est abonné à cette revue ou sur le point de le faire.

Pour terminer cette bibliographie, nous nous en voudrions de ne pas citer un ouvrage romand fort intéressant ni d'inciter les maîtres des niveaux 5 à 9 a en tirer parti dans leur classe:
- «Développements 5e – 6e», de COROME, par M. FERRARIO, C.-L. CONOD, Y. DELAY & coll., Ed. Office romand des éditions et du matériel scolaires.

«L'aptitude à penser mathématiquement devra faire partie des acquisitions normales d'un individu, au même titre que l'aptitude à la lecture d'un journal. Une telle évolution peut paraître un changement fantastique aux yeux de certains; mais l'alphabétisation généralisée aurait, de même, semblé absurde, il y a quelques siècles.»

W.W. Sawyer

«Bien qu'ayant déjà réalisé que la plupart des choix faits par les femmes leur avaient été, en réalité, imposés, il m'a fallu bien plus longtemps pour prendre conscience du fait que les femmes sont prédestinées à certaines études et à certains emplois, non seulement parce que ceux-ci sont considérés comme féminins, mais aussi parce que les filles sont soumises à une pression sociale qui les pousse à ne pas apprendre les mathématiques.»

Sheila Tobias
Le mythe des maths
Ed. Etudes vivantes 1980

Initiation au jeu des échecs (IV)

par Patrick Charrière

Après trois articles quelque peu non-techniques (aptitudes développées par le jeu et histoire), je me propose d'aborder dès maintenant quelques règles concernant le jeu des échecs. Je commence naturellement par les règles du jeu proprement dites.

4. Les règles du jeu d'échecs

Généralités

Le jeu des échecs est un combat entre deux joueurs, chacun possédant une armée de seize pièces, les unes blanches, les autres noires.
Le champ de bataille, l'échiquier, est un plateau carré divisé en 64 cases égales, alternativement blanches et noires (fig. 1).
L'échiquier est disposé de façon à ce que les joueurs possèdent une case blanche à leur droite.

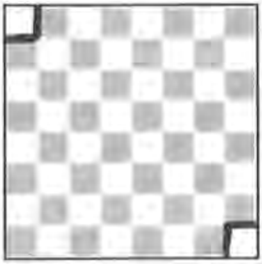


Figure 1

Les seize pièces sont, pour les blancs: un roi ♔, une dame ♕, deux tours ♖ ♖, deux fous ♗ ♗, deux cavaliers ♘♘ et huit pions ♙ ♙ ♙ ♙ ♙ ♙ ♙ ♙.
Les seize pièces noires sont distribuées de la même façon.

La figure 2 indique la position des pièces au début de la partie.
Remarquons que les deux dames sont chacunes sur une case de leur couleur.
Toutes les pièces possèdent une marche différente.

Figure 2

Déplacements

Le roi: il marche dans toutes les directions, mais d'une case seulement (fig. 3).
Cette marche limitée est compensée de façon non négligeable par le fait qu'il peut atteindre toutes les cases de l'échiquier (à comparer au fou!).
Le roi, comme nous le verrons plus loin, est l'enjeu de la partie.

Figure 3

La dame (parfois appelée reine): tout comme le roi, elle se déplace dans toutes les directions, à la différence qu'elle n'est nullement limitée dans son action (fig. 4).
Cette particularité, qu'elle est seule à posséder, en fait la pièce la plus puissante.

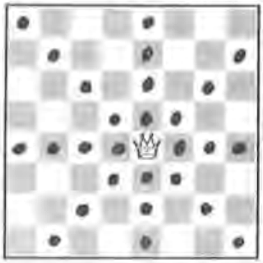


Figure 4

La tour: la tour se meut horizontalement et verticalement; sa marche est illimitée (fig. 5).

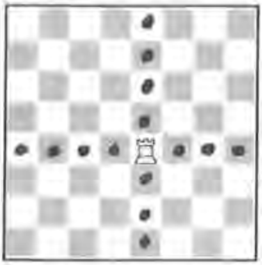


Figure 5

Le fou: il se déplace le long des diagonales; et, comme la dame et la tour, d'autant de cases que le joueur le souhaite (fig. 6).
Remarquons (fig. 2) que chaque joueur possède un fou sur cases blanches et un fou sur cases noires. Parce qu'un fou ne pourra jamais jouer sur une case de couleur opposée à celle qu'il occupe, nous le placerons derrière la tour dans notre hiérarchie des forces.
Le déplacement curieux du fou s'appelle «le lorgnement du fou».

Figure 6

Le cavalier (parfois appelé cheval): une pièce bien particulière! Sa marche se décompose en deux temps: deux cases verticalement ou horizontalement, puis une case, perpendiculairement à droite ou à gauche du premier temps (fig. 7).
A chaque coup, le cavalier joue sur une case de couleur opposée. Cela représente un avantage par rapport au fou. Toutefois on lui accorde une moins bonne place dans l'échelle des forces, en raison de sa lenteur.

Figure 7

Le pion: il avance d'une case vers l'avant. Toutefois, lors de son premier mouvement, il peut avancer de une ou deux cases (fig.8).

Figure 8

Je conseille vivement au débutant de s'entraîner à effectuer correctement (et mécaniquement) le déplacement de chacune des pièces.

Valeur des pièces

Dans certains cas, il peut être utile d'attribuer une valeur numérique à chacune des pièces. En règle générale, on considère la hiérarchie suivante:

Unité: le pion = 1
fou $\geqslant$ cavalier $\simeq$ 3
tour = 5
dame = 10

Le roi n'est bien sûr pas coté.

J. A. 1211 GENEVE 6

Monsieur François JAQUET
Recorne 21
2300 LA CHAUX-DE-FONDS

TABLE DES MATIÈRES

Abonnements:

Suisse: F 12.—, Etranger F 14.—, CCP 12 - 4983. Paraît 5 fois par an. Service de la Recherche Pédagogique; 11, r. Sillem, CH 1207 Genève. (Tél. (022) 35 15 59).

Adresse: Math-Ecole; 11, rue Sillem, CH-1207 Genève; CCP 12 - 4983

Imprimerie typo-offset Fiorina & Burgener, 1950 Sion