les nombres en couleurs

Bulletin Cuisenaire

Rédacteur: S. Roller, Service de la recherche
Genève, rue de Lausanne 63 (022) 31 71 50
Paraît 5 fois par an - Abonnement: Fr. 5.—
C.C.P. 12-16713, Genève

Mars 1965 **17-18**

INVENTIONS

Ce numéro double du Bulletin Cuisenaire est, essentiellement, composé par des enfants de six ans, élèves de la classe enfantine de Madame Yvonne Savioz-Voutaz, de Sion. Cette classe compte 32 élèves dont 18 sont en 2e année. Treize d'entre ces derniers sont les auteurs des travaux reproduits ici. Les cinq autres sont un petit Espagnol qui venait d'arriver dans la classe, une petite retardée (deux ans de retard) et trois enfants qui ont beaucoup de peine à s'exprimer et qui peinent en lecture notamment. L'année scolaire s'était ouverte le 1er septembre 1964. Les « inventions » datent de fin novembre; elles sont l'aboutissement de trois mois de travail.

Madeleine Goutard a bien voulu écrire une introduction à la lecture de ces travaux d'enfants; Yvonne Savioz nous dit, de son côté, comment elle est parvenue à susciter chez ses bambins de si joyeuses « compositions mathématiques ». Le rédacteur du bulletin, enfin, en accord d'ailleurs avec Mme Savioz, a rédigé, pour chaque production enfantine, de brefs commentaires qui n'ont d'autre prétention que de guider le lecteur dans sa découverte du dynamisme de pensée sous-jacent aux généreuses graphies des enfants. *S. R.*

Sympathie

Au moment de mettre la dernière main à la préparation de ce numéro des Nombres en Couleurs, nous apprenons que Georges Cuisenaire vient de perdre, le 2 mars, la compagne de sa vie. Personne que notre ami ne sait la part que sa femme a prise dans l'élaboration de son œuvre; nous savons du moins que cette part fut grande. Tous les amis de Georges Cuisenaire lui expriment leur fervente sympathie et s'inclinent respectueusement devant celle qui fut et à laquelle ils doivent beaucoup.

CET ENCHANTEMENT SI PARTICULIER

Introduire le lecteur à cette série de compositions enfantines présentées par Monsieur Roller m'est un plaisir d'autant plus vif qu'elles évoquent en moi des souvenirs tout à fait charmants.

Cela se passait à mon arrivée à Sion à la fin de novembre dernier. Monsieur Biollaz me fit savoir qu'une institutrice présente à mon cours de Genève six mois auparavant désirait que j'aille visiter sa classe.

La neige précocement tombée faisait de cette petite école un lieu de pureté et de silence et, répondant à cette atmosphère féérique de Noëls enneigés, c'était au dedans l'enchantement si particulier des classes actives de tout petits...

Il y avait là des enfants de cinq et six ans comme il y en a tant par le monde, avec dans les gestes et le regard une aisance et une liberté à vous couper le souffle, et une maîtresse comme il y en a tant également, avec son savoir-faire et ce grand mélange de désir d'audace et d'incertitude angoissante. Au début de l'année elle avait fait un grand saut dans l'inconnu, rompant avec des habitudes de travail trop systématique et prudent, et elle se sentait submergée par le flot des réalisations, ayant terriblement besoin de savoir où elle allait et si elle était sur la bonne voie. Elle hésitait à risquer un second saut plus hasardeux encore: la numération n'étant pas encore abordée, comment allait-elle s'y prendre ? Allait-elle oser se lancer dans ces différentes bases qui lui avaient à elle-même coûté tant d'efforts ?

En feuilletant aujourd'hui, deux mois après ma visite, les copies des enfants (qui ne sont pas des exercices mais des écrits spontanés), je constate avec plaisir que maîtresse et élèves ont su fort bien dominer la situation. Ceci nous prouve que ces « miracles » sont possibles partout où il y a des enfants, c'est-à-dire de l'intelligence et de la vie, et des maîtres de grand cœur.

Ces charmantes compositions enfantines ne laissent pas cependant d'étonner le profane et même celui qui n'a jusqu'ici utilisé les réglettes que d'une manière assez traditionnelle. Ils n'y trouvent pas nécessairement ces « vérités éternelles », telles que $2 + 2 = 4$, auxquelles ils s'attendent et, pour émerveillés qu'ils soient qu'un petit enfant puisse comprendre tant de choses, ils se demandent à quoi cela peut bien servir d'amener les élèves à ces notations étranges. Certains sont même fort troublés devant des calculs comme:

$132 + 113 = 311$
effectué en base quatre
ou $143 + 124 = 322$
effectué en base cinq
(voir copie No 12)

qui font autant scandale à leur œil inhabitué que ferait une fausse note à leur oreille. Ils craignent que cela ne trouble l'esprit de l'enfant et ne l'entraîne aux pires confusions. Pourtant, puisque ces calculs sont effectués facilement et le plus souvent sans erreur, n'est-ce pas la preuve qu'ils sont compris? Et l'égale maîtrise affichée en base décimale:

$$146 + 321 = 467$$

(voir copie No 10)

ne devrait-elle pas rassurer sur ce point ?

En réalité c'est l'absence de souci immédiatement utilitaire, c'est l'engagement à fond dans le jeu intellectuel de l'enfant qui caractérisent cette pédagogie, apportant à l'élève une maîtrise inégalée auparavant. Que la longueur de la réglette bleue soit égale à celle de la noire plus la moitié de celle de la carmin ou à trois fois la moitié de celle de la vert foncé:

$$B = n + \frac{1}{2} \times c = 3 \times \frac{1}{2} \times V$$

sont des faits qui n'ont en soi aucune espèce d'importance. Ils ne sont que prétexte, qu'occasion, que pur jeu par lesquels l'enfant se monte de puissants outils intellectuels. Notre souci majeur n'étant pas un souci de rendement scolaire, l'élève peut, à travers ce jeu, faire la libre expérience des dynamiques fondamentales qui lui assureront une maîtrise immédiate dès que le calcul numérique fera son apparition. C'est ce que la suite des travaux présentés ici met pleinement en évidence, si l'on veut bien en suivre avec moi l'analyse.

Les premières reproductions révèlent que le jeu manipulatoire a été poussé très loin. Prenons par exemple la copie No 8. Quelle expérience suppose-t-elle, outre que l'enfant sache représenter chaque réglette par une lettre ? Nous voyons qu'il sait exprimer les comparaisons qu'il peut faire, établissant une équivalence, une non-équivalence ou un ordre:

$$B \neq m \qquad B > V \qquad r = b + b$$

Mais, comme dans ce dernier cas, les relations portent parfois sur des réglettes composées entre elles opératoirement de diverses manières:

$$o - V = c$$
$$V = v + v$$
$$m = r \times c$$
$$m = r^{v}$$

Cela prouve que l'expérience ne se limite pas au simple alignement des réglettes bout à bout, comme il arrive trop souvent dans les petites classes où l'on se hâte vers une exploitation numérique de ces situations particulières avant que le jeu manipulatoire ait livré toutes ses richesses. Ici, au contraire, on voit que la mise des réglettes côte à côte, la constitution des rectangles, leur transformation en « tours » et en « L » ont été largement explorées.

Quant aux nombres, ils ne sont encore utilisés, à ce stade, que dans des situations très simples de dénombrement et pour la constitution de quelques fractions:

$$V = 3 \times r$$
$$= 2 \times \frac{1}{3} \times B = 6 \times b$$

(voir copie No 9)

Mais il est important de noter que ces copies révèlent une certaine transcendance de l'expérience concrète. C'est sur des propriétés générales que l'enfant se fonde pour passer d'une expression à une autre; par exemple, sur la symétrie de l'égalité et la commutativité du produit:

$$B + B + B = v \times B$$
$$B \times v = B + B + B$$

(voir copie No 8).

De même l'usage des fractions dépasse la simple réalité concrète, car il n'existe aucune réglette qui soit la moitié de la bleue ou de la blanche, ce qui n'empêche pas de les imaginer et d'établir par raisonnement que:

$$\frac{1}{2} \times B = c + \frac{1}{2} \times b$$

(même copie)

C'est en présence d'enfants ayant déjà à peu près cette richesse d'expérience que je me trouvai lors de ma visite. Ils avaient tout ce qu'il fallait pour aborder au mieux la numération. Voici comment, en une leçon, je les introduisis à ce nouveau champ d'expérience — ceci n'étant bien sûr qu'une manière de s'y prendre entre beaucoup d'autres:

Nous *décidâmes* de *composer* toute longueur quelle qu'elle soit à l'aide de réglettes carmin (en complétant par des blanches si nécessaire) et nous *convînmes* d'écrire *dans l'ordre* le nombre de carrés carmin, de réglettes carmin et de réglettes blanches (remplaçables par une rouge ou une vert clair) employés, *laissant sous-entendu* le fait qu'il s'agissait des puissances de carmin. Contrairement aux habitudes traditionnelles,

1. Les enfants manièrent d'emblée des nombres de plusieurs chiffres.
2. Abordant la numération dans une optique opératoire, il fut tout naturel de se demander comment on pouvait additionner ou soustraire les nombres ainsi formés. Réunissant par exemple 130 et 111, il fut facile de voir que 3 réglettes carmin plus encore une forment un nouveau carré, ce qui porte le nombre de ceux-ci à trois. D'où $130 + 111 = 301$.
3. Le choix de la réglette carmin ayant été reconnu arbitraire, on chercha donc quelle réalité pourrait recouvrir un symbole tel que 121 si l'on décidait de remplacer la carmin par la noire ou par l'orangée.

Ce n'est donc pas un conditionnement prématuré qui était cherché dans cette première leçon. L'usage de différentes bases n'a pas de but immédiatement utilitaire mais assure une parfaite compréhension — une notion n'étant bien comprise que lorsqu'elle est aperçue dans toute sa généralité.

Les travaux présentés ici montrent que les enfants n'ont pas eu de peine à poursuivre cette voie. Notons, pour notre édification, que lorsqu'ils se donnent des nombres dans une base quelconque, ils se soucient peu d'avoir affaire à une addition avec ou sans retenue, ignorant même cette distinction.

$0 + 0 = j \times j$ $\quad$ $\frac{1}{2} \times m = v + \frac{1}{2} \times b$ $\quad$ $\frac{1}{2} \times 0 = j$

$m + m = c \times c$

$\frac{1}{2} \times 0 = j + j - j$ Ⓐ $\quad$ $\frac{1}{2} \times v = v + v - v$ $\quad$ $\frac{1}{2} \times r = b + b - b$ Ⓑ

$\frac{1}{2} \times m = o + c - c$ $\quad$ $\frac{1}{3} \times B = v$ $\quad$ $\frac{1}{2}\, j = r + \frac{1}{2} \times b$

$\frac{1}{2} \times B = c + \frac{1}{2} \times b$ $\quad$ $\frac{1}{3} \times v = r$ $\quad$ $\frac{1}{2} \times v = b + \frac{1}{2} \times b$

❶

A. Deux opérations inverses s'annulent ($j+j-j = j$; $b+b-b = b$; $v+v-v = v$).

B. Mobilité de la pensée: la moitié de quelque chose égale une moitié plus une moitié (ce qui ferait l'entier) moins une moitié. Ces inventions d'enfants peuvent être abondamment exploitées. Ici, par exemple, en remplaçant r par c, on a $\frac{1}{2} \times c = r+r-r$. Si on remplaçait r par v, on aurait $\frac{1}{2} \times v = (b+\frac{1}{2}b)+(b+\frac{1}{2}b)-(b+\frac{1}{2}b)$.

$O = j + j = C + V \overset{A}{=} V + C = 10 \times b \overset{A}{=} b \times 10 =$

$b + b + b + b + b + \overset{B}{b} + b + b + b + b = \frac{1}{7} \times \cancel{m} + \frac{1}{8} \times m + \frac{1}{6} \times V + \frac{1}{4} \times C +$
$\frac{1}{2} \times r + \frac{1}{10} \times \bullet + 1 \frac{1}{3} \times V + \frac{1}{7} \times m + \frac{1}{8} \times m + \frac{1}{9} \times B = \frac{1}{2} \times m + V =$
$5 \times r = r \times 5 = r + r + v + v = C + V + V \overset{C}{=} V + V + C = V + V + r + r = b + b + b +$
$b + b + b + C = C + b + b + b + b + b + b = V + r + r = r + r + V = V + b + b$
$+ b + b = b + b + b + b + V = \frac{1}{2} \times C + \frac{1}{4} \times m + \frac{1}{3} \times B + \frac{1}{2} \times V =$

$2 \times V + \frac{1}{5} \times O + 2 \times \frac{1}{8} \times m = \cancel{2 \times \frac{1}{4} \times m +}$

$$m = c + c$$
$$r = m$$

$$\frac{1}{2} \times B = c + \frac{1}{2} \times b$$
$$m \neq b$$

Ⓐ $c + c + c + c = r \times m$

$$m + m = c \times c$$

$$\frac{1}{2} \times j \neq b$$
$$\frac{1}{2} \times j = r + \frac{1}{2} \times b$$
$$o = i + i$$
$$o = o + o = o +$$
$$i + o = o + i$$

❸

A. Belles variations sur le thème $m + m$; on aurait attendu encore $m + m = c^r$.

❷

A. Commutativité de l'addition: $c + V = V + c$, suivie de celle de la multiplication: $10 \times b = b \times 10$.

B. La multiplication avait remplacé une addition de termes égaux.

C. Symétrie: $c + v + v = v + v + c$. Il suffirait de peu de choses – des parenthèses – pour faire apparaître l'associativité.

$$O + O = B + b + o$$

$$\frac{1}{2} \times O = r + b + r$$

$$V \times V = B = V^{r} \quad (A)$$

$$V + V = \bar{V} = r \times V$$

$$\frac{1}{3} \times B = \frac{1}{2} \times \bar{V} \quad (B)$$

$$m = C + r \times r$$

$$r \times r = C = r^{r}$$

$$V = \frac{3}{3} \times V \quad (C)$$

Dommimic ssam

4

A. La réglette v au carré: v^r (3^3)

B. Equation. Deux opérations équivalentes. Puisqu'il s'agit d'une équation, par quoi multiplier $^1/_3$ dans un des membres et $\frac{1}{2}$ dans l'autre pour obtenir l'égalité des membres? On sait qu'un nombre rationnel multiplié par un nombre donne 1. Multiplions donc $^1/_3$ par 3 et $\frac{1}{2}$ par 2. C'est bien ce qui se passe avec les réglettes B et V qui sont, l'une par rapport à l'autre comme 3 à 2. Dominique, bien sûr, n'a pas vu tout cela. Mais les expériences qu'il fait ici permettront, un jour, de rendre fort claire pour lui une notion comme celle de nombre inverse. Rapprochons d'ailleurs $^1/_3 \times B$ de $v = {}^3/_3 \times v$(C).

$\frac{1}{2} \times o = j$

$\frac{1}{5} \times o = \frac{1}{3} \times v$

(A) $m = r^{v} = r \times r \times r$

$\frac{1}{10} \times o = b$

$r^{c} = m + m$

$\frac{1}{9} \times B = b$

$r \times j = o = 2 \times j = j \times r = v + \frac{1}{2} \times v + b$ (B)

$= 2 \times \frac{1}{4} \times m + c + \frac{1}{5} \times o$

$\frac{1}{8} \times m = b$

$\frac{1}{2} \times m = c$

$\frac{1}{3} \times B = v$

Jöng 6zan

5

Jöng, six ans (6 zan!)

A. Où l'on voit bien que l'élévation à une puissance remplace avantageusement plusieurs multiplications de nombres égaux ($8 = 2^3 = 2 \times 2 \times 2$).

B. Passage au nombre: $2 \times j = j \times r$; 2 avait été mis à la place de la réglette r.

$m = h + h + h + h = 4 \times h = 2 \times C = C + C = h \times C =$

$\text{Ⓐ}\; C \times h = r \times h \times h = h = 0 - h = 2 \times \frac{1}{3} \times B + \frac{1}{4} \times m =$ Ⓑ

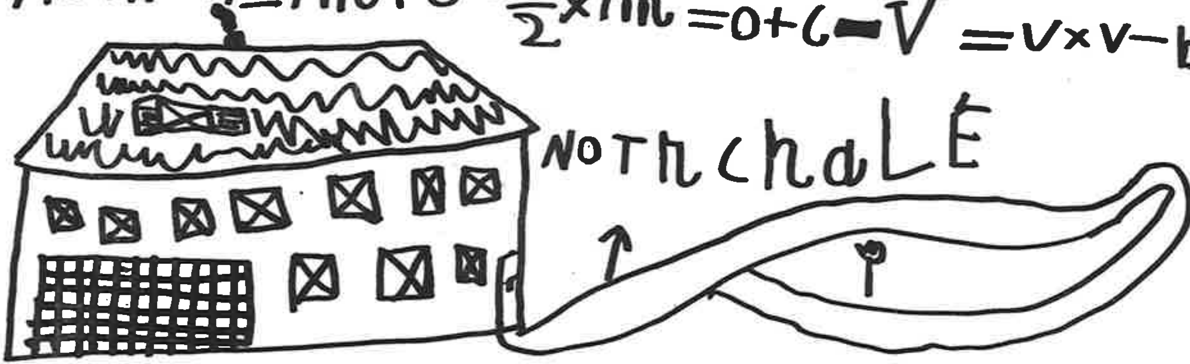
Ⓒ Ⓓ

$\frac{1}{2} \times m + m = 2 \times \frac{1}{2} \times m = V + \frac{1}{5} \times 10 = \frac{1}{2} \times C + \frac{1}{2}$

$\times C + \frac{1}{3} \times V + \frac{1}{4} \times 10 = j + j = \frac{1}{4} \times m = n + \frac{1}{10} \times 10 =$

Ⓔ

$m + 1 - 1 = m + c - \frac{1}{2} \times m = 0 + c - V = v \times v - b$



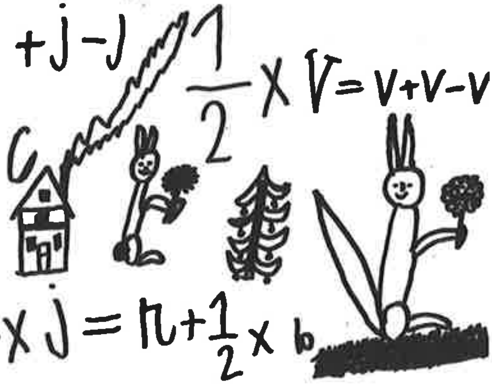
Ⓐ Jöng

$\frac{2}{3} \times B = V \quad \frac{1}{1} \times B = B \quad \frac{1}{2} \times B = V+$

$\frac{1}{2} \times b \quad \frac{1}{2} \times O = j + j - j \quad \frac{1}{2} \times V = V + V - V$

$m + m = c \times c$

$O + O = c \times j \quad \frac{1}{2} \times j = r + \frac{1}{2} \times b$



❼

A. Le numérateur de la fraction opérateur est plus grand que 1.

❻

Ces variations sur le thème « marron » ruissellent de vitalité.

A. Commutativité: $r \times c = c \times r$.

B. Elévation à une puissance: $r \times r \times r = r^{v}$ ($2 \times 2 \times 2 = 2^{3}$).

C. Il manque les parenthèses: $\frac{1}{2} \times (m + m)$.

D. Le produit d'un nombre par son inverse donne 1 ($2 \times \frac{1}{2}$).

E. Un nombre moins ce même nombre égale zéro. C'est, dans le groupe de l'addition, le pendant de ce que nous avons observé en D: un nombre et son opposé donnent l'élément neutre du groupe; ici zéro.

$B > V$

$r = b + b$

$V = V + V$

$\frac{1}{4} \times m = r$

$\frac{3}{3} \times V = B$ (A)

$\frac{1}{2} B = c + \frac{1}{2} \times b$

$\cancel{V}$

$r + r = c$

$V = b + b + b + b + b + b$

$O = j + j$

$O \neq C$

$\frac{1}{2} \times C = h$

$\frac{1}{7} \times b = b$

$O - V = C$

$m = r \times r \times r$

$m = r^{v}$

$r \times r = C$

$m = r \times c$

$c \times r = m$

$B + B + B = V \times B$

$B \times V = B + B + B$

$B \neq m$

$B = V \times V$

$V = V + \bullet$ (B)

$V = \bullet + V$

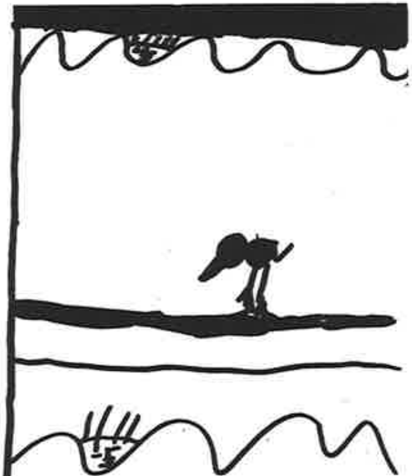
$\frac{1}{2} \times O = j$

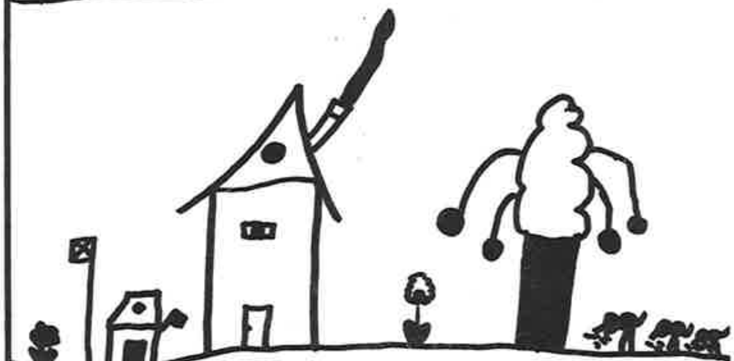
$O \neq V$

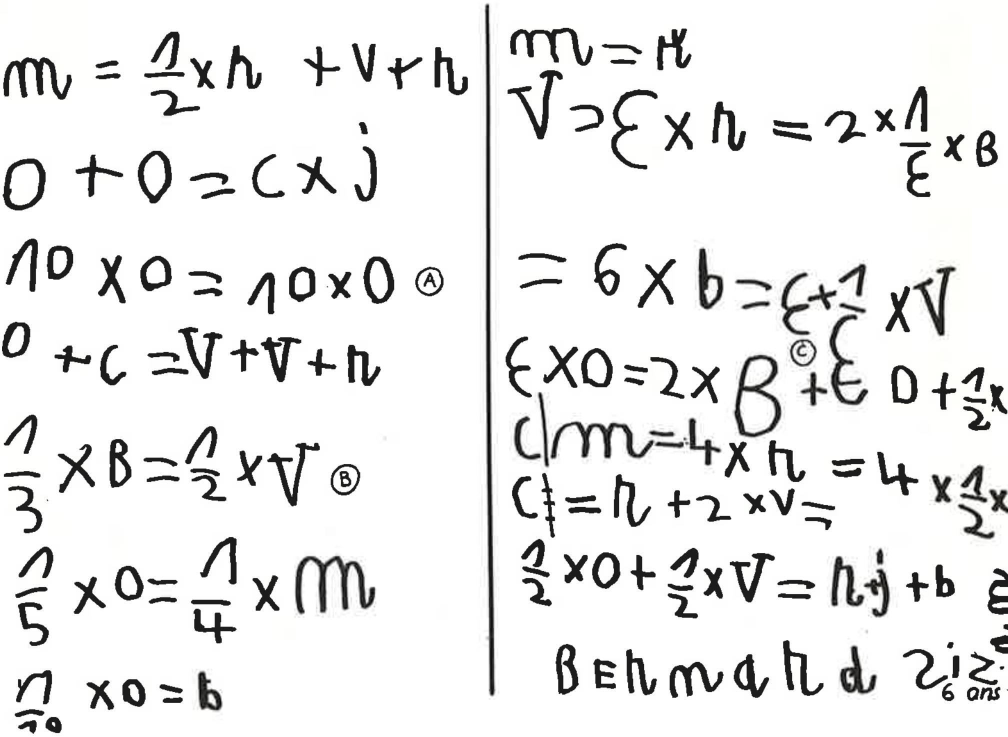
$\cancel{O}$

$B + B \neq O + O$

$m = c \times r$







❾

Bernard, six ans, est un gaucher qu'on a éduqué à travailler de la main droite. Il a donc eu grand-peine à adopter le sens normal de l'écriture: gauche droite. Ceci explique ses 3 à l'envers!

A. On attendait la commutativité: $10 \times O = O \times 10$.

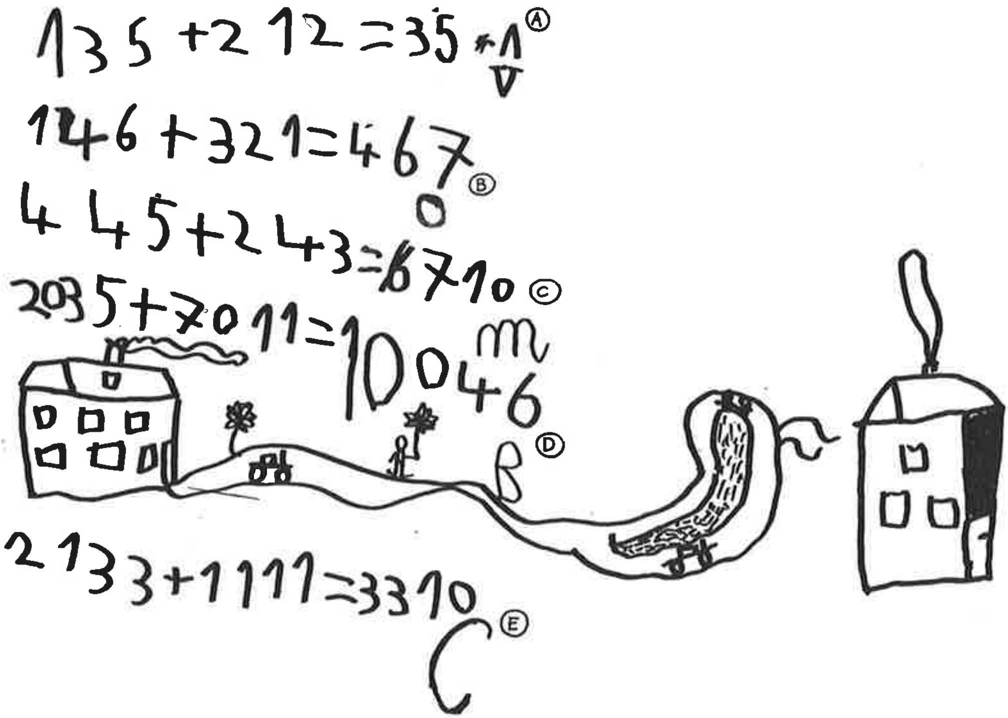
B. Equation. La réglette V vaut les $^2/_3$ de la réglette B; pour établir l'égalité, il faut multiplier la réglette V par un nombre qui soit les trois demis (l'inverse de $^2/_3$) du nombre qui multipliera la réglette B. ($^1/_2$ sont les trois demis de $^1/_3$).

C. Bernard ne sait pas encore tracer les 3 (il les inverse). Un nombre multiplié par son inverse donne 1 ($3 \times {}^1/_3 \times V = 1 \times V$).

❽

A. $^3/_3$ ne vaut pas 3! Comparer, plus bas, $^1/_1 \times b = b$.

B. Le gros point signifie zéro.



❿

Additions dans plusieurs bases.

A. 135+212, en base « vert foncé », donne 351.

B. Base « orange » (notre base 10).

C. Base « marron ».

D. Base « bleue ».

E. Base « carmin ».

La base « orange » (10) n'est qu'un cas parmi d'autres.

$\frac{1}{2} \times i = r + \frac{1}{2} \times b$ A

$m = \frac{1}{2} \times c \times 2$ B

$\frac{1}{1} \times b \neq c$

$m = r^{v}$

$m = r \times r \times r$ C

$m = r + r + r + r$

$\frac{1}{2} \times B = c + \frac{1}{2} \times b$

$\frac{1}{2} \times n = V + \frac{1}{2} \times b$

$\frac{1}{2} \times V = b + \frac{1}{2} \times b$

$\frac{1}{1} \times b \neq 0$

Muriel

⓫

A. Travail mental pur: la moitié de la réglette jaune vaut la réglette rouge plus la moitié de la blanche (mais cette moitié-là n'existe pas concrètement).

B. Perturbation!

C. Enchaînement de trois opérations. L'élévation à une puissance est la manière la plus élégante de rendre compte d'une addition ou d'une multiplication de termes égaux.

$136+128=265_{B}$

$114+129=243_{o}$ Ⓐ

$215+132=351_{v}$ Ⓑ

$143+124=322_{j}$

$174+117=313_{m}$

$132+113=311_{c}$

$123+144=311_{v}$

$202+112=321_{v}$

12

Additions dans plusieurs bases.

A. Base « orange » (10). Cet enfant (6 ans) a surmonté la difficulté de la « retenue »: 4 et 9 font 13; on pose 3, on retient 1, etc.

B. Base « vert foncé ». La « retenue » ne pose aucun problème.

$12\frac{2}{0} + 12\frac{2}{0} = 24\frac{4}{0}$ (A)

$\frac{1}{4} \times m = r$ (B) $\frac{1}{5} \times O = r$

$\frac{1}{3} \times V = r$ $\frac{3}{5} \times O = V$ $O + r > B$

$r^{v} = m$ (C) $r^{e} = m + m$

$m + r = O$ $O + b \angle B$ (D)

⓭

A. Addition en base « orange » (base 10).

B. Plusieurs manières de rendre compte de la valeur de r.

C. Elévation à une puissance: rouge, hauteur vert clair = marron ($2^3 = 8$); rouge, hauteur carmin = marron + marron ($2^4 = 8+8 = 16$).

D. Erreur! $O+b>B$!

$C = b + b + r$

$V = v + v$

$o - V = r + r$

$\frac{1}{2} \times m - V = \frac{1}{2} \times b + \frac{1}{2} \times b$ A

$B \neq r$

$v \times v = v^2$

$r \times r \times r = r^3$

$\frac{1}{2} \times m = \frac{2}{2} \times c$ B

carmen 6 an

$\frac{1}{5} \times o = \frac{1}{4} \times m = \frac{1}{3} \times v =$

$\frac{1}{2} \times c$

$\frac{1}{3} \times B = \frac{1}{2} \times V = \frac{3}{3} \times V$ B

$2 \times c + \frac{1}{2} \times b = B$ C

$2 \times v + \frac{1}{2} \times b = m$ C

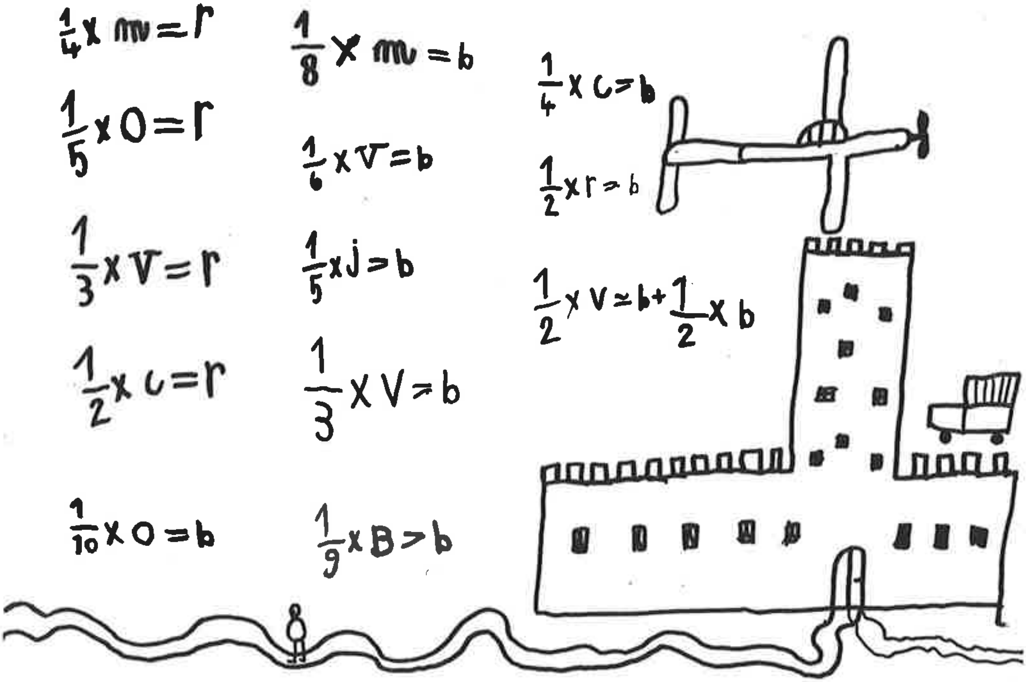
$2 \times m = r$ C

14

A. Richesse de la composition et intensité du dynamisme mental. La traduction, en nombres (unité la réglette blanche), donnerait $\frac{1}{2} \times 8 - 3 = \frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{2} \times 1$.

B. Carmen, six ans, manie l'élément neutre du groupe multiplicatif exprimé sous forme de nombre rationnel dont le numérateur et le dénominateur sont égaux.

C. Erreur! Il aurait fallu noter $\frac{1}{2} \times r$.



15

Equilibre, clarté. Néanmoins, on peut regretter que l'enfant se soit, presque toujours, borné à ne donner guère que la « réponse » des opérations qu'il avait imaginées. Il aurait pu poser, avec le même matériel inventé, des égalités comme celles-ci : $^1/_4 \times m = {}^1/_5 \times O = {}^1/_3 \times V$, etc.

$o \neq B$

$\frac{1}{1} \times R = R$

$m \neq r$

$B = 3 \times V$

$6 \times b = \bar{V}$ (B)

$B \neq r$

$3 \times r = \bar{V}$

$r < R$

$m = 4 \times r$

$m = r + r + r + r$

$j > R$

$j = \frac{1}{2} \times o$

$R = r + r$

$m : 2 = R$

$\bar{V} : 2 = V$

(A) $B : 2 = R + \frac{1}{2} \times b$

françois

6 ans

⓰

François, dit sa maîtresse, a de la peine à s'exprimer. Il a cependant toujours quelque chose à dire et, de ce fait, il ne lui arrive pas d'avoir l'impression de ne pas savoir. Ce qui est, pour les tout petits, un des avantages du travail libre. D'ailleurs, ce que dit François ne manque pas d'intérêt. La division apparaît sur la feuille. Et même, dans la dernière équation (A), figurent trois opérations: une division, une addition et une multiplication.

B. Est-ce six fois b? Si oui, l'équation est correcte: 6 réglettes blanches font une réglette vert foncé.

Pour eux, additionner c'est associer, et $2 + 3$ en base quatre c'est $2 + (2 + 1) = (2 + 2) + 1 = 11$ tout comme $2 + 9$ en base dix c'est $2 + (8 + 1) = (2 + 8) + 1 = 11$. C'est pourquoi il leur est indifférent d'employer une base ou l'autre, nous prouvant par là que ce n'est pas la mémorisation laborieuse de tables et de procédés, la fixation de quelques faits statiques qui assurent la maîtrise du calcul.

D'où vient donc que les maîtres ont souvent tant de difficultés à comprendre ce qui est immédiatement accessible à des enfants de six ans ? C'est qu'un conditionnement hâtif dans l'enfance leur a donné prématurément un savoir-faire plus ou moins aveugle au lieu d'un savoir véritable, savoir-faire qui les empêche ensuite d'apprendre lorsqu'ils se trouvent comme les enfants en présence du matériel. Au lieu de chercher à capter immédiatement les réalités essentielles, ils sont naturellement portés à n'utiliser les réglettes que pour illustrer des résultats obtenus mécaniquement par les procédés connus.

C'est ce qui m'a amenée, dans les cours aux instituteurs, à leur faire travailler toutes les opérations et même l'extraction de racines dans n'importe quelle base, afin d'essayer de les priver de leurs connaissances et de les mettre dans des conditions mentales d'innocence plus voisines de celles de l'enfance. Bien qu'il s'agisse surtout d'un moyen thérapeutique, sitôt que les dynamiques fondamentales sont aperçues et que tout est devenu parfaitement clair, les maîtres se rendent compte que toute cette réalité qu'ils portent désormais en eux est immédiatement accessible à leurs élèves et n'hésitent pas à leur en favoriser l'approche. Ce qui prouve, une fois de plus, que les plus grands obstacles dans l'enseignement de la mathématique se trouvent chez les maîtres et que c'est là qu'il convient de les dépister sans relâche afin de pouvoir les surmonter.

En ce qui concerne la classe dont les travaux sont présentés ici, ajoutons qu'il est grand temps de lui permettre l'accès à la loi de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition si l'on ne veut pas entraver la marche naturelle de ses conquêtes audacieuses et sa libération totale sur le plan du calcul. Pouvoir multiplier 12×23, par exemple en base quatre, c'est avoir compris, au niveau du matériel, ce qui se passe lorsqu'on multiplie les sommes suivantes sous les formes:

1) $(c + r) \times (c + c + v)$
2) $(c + r) \times (r \times c + v)$

Par ailleurs notons que ces créations restent contraintes à une certaine rigidité parce que les enfants ne sont pas encore en pleine possession des parenthèses, outil indispensable à une notation plus souple et plus complexe. Rares étant les maîtres qui savent les introduire convenablement, dans beaucoup de classes elles restent assez inutiles et encombrantes, alors qu'elles devraient être, comme j'ai essayé de le montrer ailleurs, un outil libérateur par excellence, permettant le décollage du concret et une virtuosité de jeu créateur au niveau purement notationnel.

J'ai eu l'occasion d'évoquer ce problème avec l'institutrice de ces merveilleux enfants. C'est pour l'instant l'obstacle majeur à vaincre, condition de la prochaine récolte. Mais la présente récolte est déjà magnifique et nous nous en réjouissons profondément pour elle et pour toutes les classes suisses qui suivent actuellement une évolution parallèle. Chaque année apportera sa moisson nouvelle, toujours plus riche, car toute vie authentiquement vécue — c'est-à-dire non vécue en vain — est un continuel dépassement.

Parce qu'elles sont entrées dans une pédagogie ouverte ces classes ont désormais un avenir devant elles, avenir que j'entrevois immense... *Madeleine Goutard*

Paris, 13 février 1965

UN TRAVAIL SURTOUT QUALITATIF

Matériel basé sur les « relations », telle a toujours été la caractéristique première du matériel Cuisenaire.

Effectivement, jusqu'à aujourd'hui, tous les maîtres se servant judicieusement des réglettes dans l'enseignement du calcul ont observé avec un intérêt doublé d'étonnement l'aisance dont font preuve les enfants dans les découvertes des relations numériques.

Depuis que j'ai eu, en mai 1964, la joie de participer au cours de Madeleine Goutard (à qui je rends hommage ici pour l'ouverture d'esprit et l'épanouissement pédagogique que son enseignement m'a apportés), ce problème de relations a perdu son caractère « numérique » pour acquérir celui, plus large, des relations de grandeurs, de couleurs, c'est-à-dire un caractère qualitatif.

Je me suis d'abord servie de la brochure parue sous ce titre: « Exercices qualitatifs ». Ce fut pour moi l'amorce d'une nouvelle tâche dont je n'en avais fait que pressentir l'importance. Chemin faisant, j'ai compris la nécessité d'une coordination et d'une progression dans ces exercices. La lecture attentive des « Mathématiques et les enfants » de Madeleine Goutard ainsi que deux cours suivis durant l'été, m'ont beaucoup éclairée.

En septembre donc, je me suis mise au travail en me laissant guider par les découvertes des enfants et en essayant de tirer parti du travail libre. Les nombreuses constructions des enfants (trains, bonshommes, jardins, bateaux, tours, etc.) m'ont amenée déjà à préciser les notions de plus grand, plus petit, celle d'équivalence et de demander des substitutions de réglettes, etc. L'expression verbale, déjà beaucoup cultivée à ce moment-là, a été précisée par la suite dans les exercices dirigés.

Il a fallu beaucoup de patience et de respect devant la lente et laborieuse formulation des enfants. En effet, demander à ceux-ci de dire que jaune est plus grand que vert et vert plus petit que jaune exigeait de leurs jeunes cerveaux un effort considérable de concentration, de raisonnement et d'expression. Progressivement, cette formulation s'est précisée, accélérée et nous avons appris à écrire les symboles pour désigner les couleurs (n = noir B = bleu b = blanc, etc.).

Ainsi, après avoir beaucoup « parlé » de leurs réglettes les enfants m'ont dit: maintenant qu'on sait « écrire » les réglettes, donne-nous une feuille. Sans rien préciser, j'ai accédé à leur désir et j'ai observé. Résultat: je n'ai vu sur leurs feuilles que des lettres: c, m, n, B, j. etc. Alors j'ai dit: quand nous « parlions » de nos réglettes, que disions-nous ?

Bernard:	*B est équivalent à B*
Carmen:	*j est plus petit que O*
Paolo:	*n n'est pas équivalent à V*
Chantal:	*m est plus grand que r*

Alors, ai-je ajouté, c'est ça qu'il serait intéressant d'écrire !
Et voilà la découverte des signes $= \neq < >$
Nous avons ensuite fait des trains avec plusieurs wagons (+)

$$r + c + b = n$$

Et quand on enlève les wagons (—)

$$v - r = b \text{ ou: } (v + c) - j = r$$

(étude des parenthèses)

Nous avons ensuite travaillé la notion de différence, celle de couples de différences équivalentes: (V, m) différence r; (j. n) différence r, etc.
Les fractions sont apparues avec la notion de moitié.

c était la moitié de m
c + la 1/2 de b était la moitié de B

Nous avons ensuite comparé ces moitiés:

2 1/2 de c = 1/2 de m
1/2 de c était plus petite (<) que la 1/2 de m

La découverte du quart, du cinquième et des autres fractions a suivi.

Dans nos exercices collectifs au tableau noir, l'enfant n'écrivait jamais avant d'avoir formulé à haute voix son raisonnement. A partir de ce moment-là, l'écriture a jailli comme faisant irrésistiblement suite à la pensée opératoire. Je me suis émerveillée de l'aisance avec laquelle, après avoir manipulé, formulé, les enfants ont traduit leur pensée dans l'écriture; et je m'étonne de n'avoir pas rencontré les difficultés d'autrefois: ces éternelles confusions dans les signes des opérations !

Certains exercices des pages reproduites ici sont le fruit d'un travail dirigé. Les enfants ont été appelés à suivre un certain processus dans leurs manipulations et leur pensée opératoire: travail des trains, rectangles, croix, tours (addition, multiplication, division, élévation à une puissance). Il fallait bien guider les enfants sur le chemin de la recherche. Ce qui a été écrit, l'a toujours été librement. Ceci m'a permis de repérer celui qui, écrivant toujours la même forme d'expression, n'avait peut-être pas compris ou qui appartenait à la catégorie des partisans du moindre effort ! J'ai découvert ainsi la valeur du travail libre: donner à chaque enfant la possibilité de produire à sa mesure. Je dois ajouter, avant de terminer, que cette liberté d'expression a contibué à modifier l'atmosphère de ma classe: développement de l'élocution, esprit de recherche, travail en équipe, contrôle mutuel.

Je profite enfin de dire ici toute ma gratitude aux personnes qui m'ont introduite et dirigée dans ce travail. Elles m'ont donné la joie d'avoir fait un pas de plus dans la recherche de l'épanouissement de l'Enfant.

Yv. Savioz

COURS CUISENAIRE

L'été prochain, à Fribourg (Suisse), du 19 au 24 juillet, les cours Cuisenaire suivants sont organisés par la Société suisse de travail manuel et de réforme scolaire.

COURS 11, POUR DEBUTANTS: connaissance du matériel — étude des lois algébriques et des opérations fondamentales.

Chefs de cours: 11a Mlle Annette Luther, 5, chemin de Meillerie, 1000 Lausanne
11b Mlle M.-Louise Chambovey, 56, av. Victor-Ruffy, 1000 Lausanne

COURS 12, MOYEN: Exigence: avoir suivi un cours d'initiation au moins, et avoir utilisé le matériel dans sa classe.
Elargissement du programme de base — la numération — discussion des problèmes rencontrés dans les classes.

Chefs de cours: 12a Mlle Arlette Grin, 16, chemin de Boston, 1000 Lausanne
12b Mlle Madeleine Ducraux, 19, Trabandan, 1000 Lausanne

COURS 13, POUR AVANCES: Exigence: avoir lu les deux ouvrages de Madeleine Goutard: « Les mathématiques et les enfants », « La pratique des nombres en couleurs ». Tous deux chez Delachaux et Niestlé à Neuchâtel.
Les nombres naturels, relatifs et rationnels — travail de groupes — recherche diverses.

Chef de cours: Mme Evelyne Excoffier, 16, rue Henri-Mussard, 1200 Genève
Assistante: Mlle Marcelle Gaillard, 12, avenue Milan, 1000 Lausanne

S'inscrire, avant le 31 mars 1965, ou au Département de l'Instruction publique de son canton ou à la direction des cours: Alfred Repond, directeur, av. de Rome, 1700 Fribourg, tél. 037 / 2 35 85.

Ce numéro double (il est même triple puisqu'il compte 24 pages) porte les numéros 17 et 18. Le numéro 19 paraîtra en septembre 1965.