28

math école

Pour votre laboratoire de mathématique

	Littérature:	
Dienes,	Comprendre la mathématique	Fr. 12.—
Dienes,	La mathématique moderne dans l'enseignement primaire	Fr. 9.60
Dienes,	Les premiers pas en mathématique: I) Logique et jeux logiques II) Ensembles, nombres et puissances III) Exploration de l'espace et pratique de la mesure Les 3 volumes	Fr. 19.—
Revuz,	Mathématique moderne, Mathématique vivante	Fr. 6.—
Adler,	Initiation à la mathématique d'aujourd'hui	Fr. 14.80
Fletscher,	L'apprentissage de la mathématique d'aujourd'hui	Fr. 26.—
Goutard,	Les mathématiques et les enfnants	Fr. 12.—
Goutard,	La pratique des nombre en couleurs	Fr. 5.50
Picard,	Des ensembles à la découverte du nombre livre théorique pour le maître	
Picard,	Des ensembles à la découverte du nombre cahier de l'élève sans encart Encart seul pour le maître	 Fr. 3.— Fr. 1.80
Picard,	**Ordre:** cahier de l'élève cahier du maître	 Fr. 1.90 Fr. 3.60
Picard,	**Opérer:** cahier de l'élève cahier du maître	 Fr. 1.90 Fr. 3.60
Picard,	**Numération:** cahier de l'élève cahier du maître	 Fr. 1.90 Fr. 3.60
Picard,	**Topologie:** cahier de l'élève	 Fr. 1.20

Franz Schubiger 8400 Winterthur

la MATHématique à l'ECOLE

GRATITUDE

Le présent numéro de Math-Ecole, avec ses quatre pages en couleurs a pu être réalisé grâce à la grande générosité

de *Monsieur Franz Schubiger à Winterthour,*

de *«L'Ecole valaisanne»,*

Que nos aimables donateurs veuillent bien trouver ici l'expression de la gratitude de tous les lecteurs et amis de Math-Ecole.

De l'Amphi au Labo

Entre ces deux mots se situe toute l'évolution de l'école depuis le début du siècle. L'école active a détrôné la classe auditoire pour en faire un atelier. La psychopédagogie de la mathématique la transforme en laboratoire. La mue n'est pas neuve. Des chantiers de mathématiques existent à la TV française, et depuis plusieurs années, en Angleterre notamment (Leicester), le labo de mathématiques a pris rang aux côtés des ateliers de travaux manuels et des labos de biologie ou de chimie.

Il serait présomptueux de laisser croire aux lecteurs de Math-Ecole que le laboratoire qui a aujourd'hui les honneurs de nos premières pages en couleurs, soit le premier qui ait été réalisé chez nous. Si nous avons pourtant désirer leur présenter celui de Nicolas Savary de l'Ecole du Valentin à Lausanne, c'est en raison du zèle fervent qui anime notre ami et en raison aussi de la qualité de son premier essai. Puisse la description qu'on va lire susciter la naissance d'autres labos et engager ceux qui en ont déjà un, à nous le dire afin que nous puissions bénéficier de leurs expériences.

S. R.

1. POURQUOI UN LABORATOIRE DE MATHEMATIQUE ?

Les travaux des psychologues qui, comme Piaget et Dienes, ont étudié la psychogénèse des concepts mathématiques, ont démontré que le processus de leur formation est beaucoup plus long qu'on ne le croirait de prime abord. La compréhension en surface qui, d'ailleurs, n'en est pas une, de certains mécanismes, à base de stimulus-réponse, risque de donner le change quant à une appréhension vraie des structures qui leur sont sous-jacentes. La mathématique est trop souvent envisagée par les profanes comme un système de symboles clos, détachés des structures qu'ils devraient pourtant signifier. Or, on sait maintenant que les lois mathématiques ne peuvent s'installer dans l'esprit de l'enfant qu'APRES analyse de situations concrètes et diverses vécues par lui, faute de quoi, il n'y aurait que formalisme desséchant susceptible de donner lieu à des blocages peut-être définitifs. Des situations, riches en relations mathématiques, se montrent dans la vie courante, certes, et on pourrait les exploiter de manière profitable, en faisant preuve d'imagination. Il n'en demeure pas moins qu'il nous faudra souvent créer artificiellement de telles situations. C'est ici qu'entrent en jeu les matériels dits «structurés», imaginés pour faciliter l'acquisition de tel ou tel concept, en raison de certains de leurs caractères physiques. Cependant, et chacun le comprend aisément, tout matériel, si riche en possibilités soit-il, est nécessairement limité. De plus, il est difficile à l'enfant d'abstraire, c'est-à-dire de dégager un concept, à partir d'un seul et unique matériel, sans courir le risque de s'en rendre esclave, et donc, en définitive, de n'être pas en mesure d'abstraire. Si d'une part, il faut éviter, selon les mots mêmes de M. Cuisenaire, de piétiner dans le concret, il faut d'autre part jouer longtemps avec les figurations concrètes d'un concept avant de pouvoir le concevoir dans son intégralité et sa généralité.

Donc, pour répondre simultanément à une double exigence, celle de la structure des mathématiques et celle de la psychologie de l'enfant, l'emploi de matériels divers et complémentaires s'impose.

A l'instar des laboratoires de sciences où les lois de la physique et de la chimie sont découvertes à partir d'expériences, l'existence d'un laboratoire de mathématique paraît s'imposer. On pourrait y trouver des matériels divers grâce auxquels les élèves découvriraient, par eux-mêmes, les lois qui régissent le monde de la mathématique. Ces matériels, par un judicieux système de rotation, pourraient être mis à la disposition de toutes les classes d'un même établissement. Cela, par ailleurs, réduirait considérablement les frais d'achat. C'est un tel laboratoire que, modestement, nous avons essayé de réaliser à l'école du Valentin de Lausanne, qui compte huit classes.

2. GENESE ET INVENTAIRE DU LABORATOIRE

Après avoir en quelque sorte motivé la création de notre laboratoire, je me propose maintenant d'en décrire la genèse. Le laboratoire s'est constitué progressivement, pour répondre à des impératifs d'ordre psychologique, pédagogique et mathématique. Son équipement n'a, en aucune façon, la prétention d'être complet. Toutefois l'ensemble des matériels qui s'y trouvent peut déjà permettre de pratiquer une saine pédagogie si l'on veut se mettre dans l'optique des structures de la mathématique telles qu'on les conçoit actuellement, et en même temps de celles de la psychologie de l'enfant.

C'est selon l'ordre chronologique de leur apparition que seront présentés les différents matériels. Quelques exemples montreront ensuite comment ceux-ci ont permis l'acquisition de certains concepts de base.

1963 août

Premier cours d'initiation à l'emploi du matériel Cuisenaire donné à Sion par Léo Biollaz. Je pressens qu'il y a là l'amorce d'une vraie révolution dans la méthodologie du calcul, l'accent étant mis sur les DECOUVERTES PERSONNELLES de l'enfant.

Septembre

Achat de 8 boîtes de réglettes pour mes 24 élèves de 7e année primaire.

Octobre

Je reçois la brochure «L'école active», qui est le catalogue des matériels d'enseignement et des moyens intuitifs modernes de la maison Franz Schubiger à Winterthour. Tout ce qui se rapporte au calcul m'intéresse. Plus de cinquante pages y sont consacrées.

Confection d'un tableau molleton ou flanellographe. Sur de l'isorel mou j'applique une flanelle. Je commande des feuilles de papier dont le verso est velouté. Grâce à la texture de la flanelle et de la couche veloutée, l'adhésion est parfaite par simple pression, le tableau restant vertical. Les éléments appliqués restent mobiles. Ce tableau est la propriété de l'élève. Il ne servira jamais à une stérile et artificielle démonstration faite par le maître. Voir photo 1; arrière plan à droite.

Décembre

Achat d'une règle à calcul «Aristo». Quelques élèves m'imitent. Exploitation collective.

1964 mai

Cours Goutard à Genève. Dans le cadre d'un entretien privé, M. Roller me suggère l'idée de créer un *laboratoire de mathématique.*

L'idée est séduisante. Le cours Goutard m'ouvre des perspectives nouvelles et particulièrement fécondes.

1965 septembre

L'école étant dotée d'un atelier de menuiserie, ce dernier sera utilisé pour confectionner du matériel scolaire et, plus particulièrement, du matériel mathématique. Pour l'étude des bases de la numération, par exemple, je découpe dans des lames de hêtre de 1 cm d'épaisseur des plaques carrées ayant respectivement 2, 3, 4, 5, 6, 10 cm de côté. Par superposition de celles-ci l'élève pourra construire des cubes. Chaque élève a à sa disposition une boîte qui contient assez de pièces pour l'expérimentation de ses 6 sortes de plaques. Les enfants découvrent les notions de puissance, de racine, de logarithme.

Abaques

Voir photos 4 et 1. Les planchettes où sont pratiquées une douzaine de rainures au moyen de la mortaiseuse vont permettre l'exploitation de la notion de valeur positionnelle et conduire à une abstraction plus poussée de la numération. On se détachera alors des blocs multibases qui n'auront été qu'un appui momentané..

1966 avril

Avec mes amis Léo Biollaz et Gaston Guélat, maîtres d'application à Sion et à Porrentruy, je me rends à Paris au C.E.P.A.M. (Centre d'Etude des Processus d'Apprentissage Mathématique). Pendant une semaine, nous nous documentons abondamment sur la manière d'introduire la mathématique moderne à l'école primaire. A la suite de ce séjour enrichissant, dans le cadre d'une équipe que cimente une solide amitié, nous étudions ensemble comment réaliser un «labo» de math.

Juillet

Au cours fédéral de Winterthour un premier «labo» est monté sur l'heureuse et opportune initiative de mes collègues. Blocs multibases et blocs logiques, se trouvent réunis dans une seule salle où les participants enthousiastes travaillent à tour de rôle par petits groupes. La formule prend corps. De semblables «labos» existent actuellement à Sion et à Porrentruy.

Août

Je m'approvisionne en blocs multibases, blocs logiques et matériel algébrique.

Blocs multibases

Ils seront de trois sortes:

a) Matériel fabriqué par nos soins (photo 1 premier plan). Dans des lames de hêtre étuvé je découpe des cubes et des prismes droits représentant les puissances successives d'une base donnée. Ainsi pour l'étude du système binaire, base 2, nous avons les blocs aux dimensions suivantes: Unité: 1x1x1 cm; ensuite 1x1x2 cm, 2x2x2 cm, 2x2x4 cm, 2x4x4 cm, 4x4x4 cm, 4x4x8 cm, 4x8x8 cm, 8x8x8 cm, 8x8x16 cm.
Base 3: élément-unité: 1x1x1 cm; ensuite: 1x1x3 cm, 1x3x3 cm, 3x3x3 cm, 3x3x9 cm, 3x9x9 cm.
Base 4: élément-unité: 1x1x1 cm; ensuite: 1x1x4 cm, 1x4x4 cm, 4x4x4 cm, 4x4x16 cm, 4x16x16 cm.
Base 5: élément-unité: 1x1x1 cm; ensuite: 1x1x5 cm, 1x5x5 cm, 5x5x5 cm, 5x5x25 cm.
Ces blocs ne laissent pas apparaître les éléments-unités à partir desquels ils sont formés. Aucune couleur ne permet de les identifier. La pratique montre que l'enfant a un réel plaisir à les mesurer les uns par rapport aux autres pour déterminer leurs valeurs relatives. Chaque groupe de 2 élèves possède 4 boîtes de chaussures contenant les pièces concernant les différentes bases.

b) La série des blocs multibases de Dienes, pour 28 élèves, comprend 2 boîtes de base 3, 2 boîtes de base 4, 1 boîte de base 5, 1 boîte de base 6, 1 boîte de base 10. Voir photo 5, en gros plan, 6 cubes superposés de base 6. En face, sur la même photo, les blocs non rayés cités plus haut de base 3.

c) Enfin nous disposons des blocs en couleurs conçus par M. Roller. Voir photo 4. La grosse plaque rouge représente la 5e puissance de 4 et la grande barre jaune la 4e puissance de 5. Les couleurs permettent d'identifier les bases respectives. De plus nous pouvons procéder aux rangements sans confusion.

L'enfant ne paraît pas avoir de difficulté à s'adapter à ces trois matériels; il se sert de l'un et de l'autre avec aisance; du moins tel est l'avis de l'ensemble des maîtres qui participent au travail avec leurs propres élèves. Actuellement il existe aussi dans le commerce des cubes et plaques Cuisenaire. Ces pièces se situent dans le prolongement du matériel Cuisenaire dont les couleurs ont été respectées.

Jetons

Chaque équipe de 4 élèves possède une boîte d'environ 200 jetons en plastique de 6 couleurs différentes, donc une trentaine de jetons de chacune de ces 6 couleurs.

Matériel algébrique

Le jeu complet comprend:

a) une balance à bras égaux (levier arithmétique) munie, de chaque côté, de 10 crochets équidistants auxquels on peut suspendre des anneaux de même masse;

b) des carrés, des rectangles, des losanges, des trapèzes de dimensions différentes;

c) une planche à trous et des chevilles de couleurs;

d) 200 fiches de travail destinées aux élèves et donnant des indications aux maîtres sur l'utilisation du matériel.

Conjointement au matériel Cuisenaire, qui lui aussi, suivant l'usage qu'on en fait, est un matériel algébrique, ces divers matériels conduisent à la découverte des propriétés des opérations: distributivité, associativité, commutativité.

Blocs logiques

Le nombre est une propriété relative à un ensemble d'objets, et non aux objets eux-mêmes. Entre le monde des objets et celui des nombres se situe celui des ensembles. Comme par ailleurs un ensemble se définit souvent par une ou plusieurs propriétés précises, il serait bon d'avoir un matériel riche en propriétés ou attributs afin que l'enfant, se familiarisant avec ces notions, puisse en arriver à celle de nombre (ce dernier n'étant jamais que l'attribut d'un ensemble).

Nous disposons aussi de 8 boîtes de blocs logiques (Dienes), chacune d'elle étant prévue pour 4 élèves. Ces boîtes comportent des séparations offrant le précieux avantage de pouvoir serrer les blocs sans difficulté et d'exercer un contrôle facile. Chaque élément de l'ensemble des blocs logiques est caractérisé par quatre variables:

1. la forme: carré, rectangle, triangle ou rond;
2. la couleur: rouge, bleu ou jaune;
3. la taille: grand ou petit;
4. l'épaisseur: épais ou mince.

Chaque élément de l'ensemble des blocs logiques est la conjonction de 4 attributs. Nous avons par exemple un élément «rectangle, jaune, petit, mince».

Grâce à un usage intelligent de ce matériel l'enfant se familiarisera progressivement avec les données fondamentales relatives aux opérations arithmétiques. De plus la connaissance de la grammaire des ensembles conduira à une étude poussée de la logique sous-jacente à l'édifice mathématique.

Comment utiliser ce matériel?

Photo 7. — Il s'agit de mettre à l'intérieur de cerceau jaune (la couleur jouant le rôle de simple indicatif; voir Papy «*Math. Modernes* I») toutes les pièces grandes, aucune pièce grande ne devant être laissée à l'extérieur. De même on mettra à l'intérieur du cerceau bleu (on aurait pu prendre un cerceau d'une couleur quelconque) toutes les pièces bleues, aucune pièce bleue ne devant être à l'extérieur. L'enfant sera amené à *découvrir* qu'il existe des pièces grandes ET bleues à la fois. Ces pièces-ci appartiennent donc aux deux ensembles. Par lui-même, après quelques essais, il superpose partiellement les deux cerceaux pour placer ces pièces à leur intersection. Il est évident qu'auparavant des ensembles auront été formés à partir d'objets QUELCONQUES; y compris les enfants eux-mêmes!

Photo 6. — Un élève choisit une pièce quelconque. Il la pose sur le trait bleu. Il s'agit d'en choisir une autre qui diffère de la première par deux, et seulement deux, attributs et de la poser à côté sur la même ligne. Ainsi la grande pièce rouge, épaisse et ronde est posée à côté de la petite pièce jaune épaisse et ronde. Seules diffèrent la couleur et la grandeur, alors que l'épaisseur et la forme restent inchangées. On continue ainsi jusqu'à épuisement des possibilités. Sur la ligne rouge, perpendiculaire à la ligne bleue, les élèves placent des pièces qui diffèrent par trois, et seulement trois, attributs. Nous voyons que la pièce ronde, jaune, mince et grande et la petite pièce rouge, carrée et mince diffèrent par la forme, la grandeur et la couleur, l'épaisseur seule restant inchangée. On pourrait poursuivre en traçant un quadrillage. La réflexion est sans cesse sollicitée. Les élèves travaillent ainsi par équipes de 6 sur des tables ou tableaux peints en ardoisine. Ces tableaux noirs sont posés sur deux bureaux juxtaposés.

3. EXEMPLES D'UTILISATION DU MATERIEL

Un concept, disions-nous, ne sera l'objet d'une véritable appréhension intellectuelle, que dans la mesure où nous avons longtemps et de diverses et multiples manières «joué» avec des éléments concrets qui, en quelque sorte, l'incarnent. Si les situations concrètes-perceptives, dira Dienes, ne sont pas suffisamment nombreuses, le concept risquera de se trouver comme emprisonné dans une image particulière, alors qu'il ne peut être dégagé — c'est-à-dire abstrait au sens étymologique du mot — qu'à la suite de nombreuses observations et manipulations concrètes. Voici quelques exemples qui illustreront ce processus d'acquisition.

3. 1. Bases de la numération

Notions à faire découvrir:

a) groupements par puissances successives d'une base donnée;
b) valeur positionnelle.

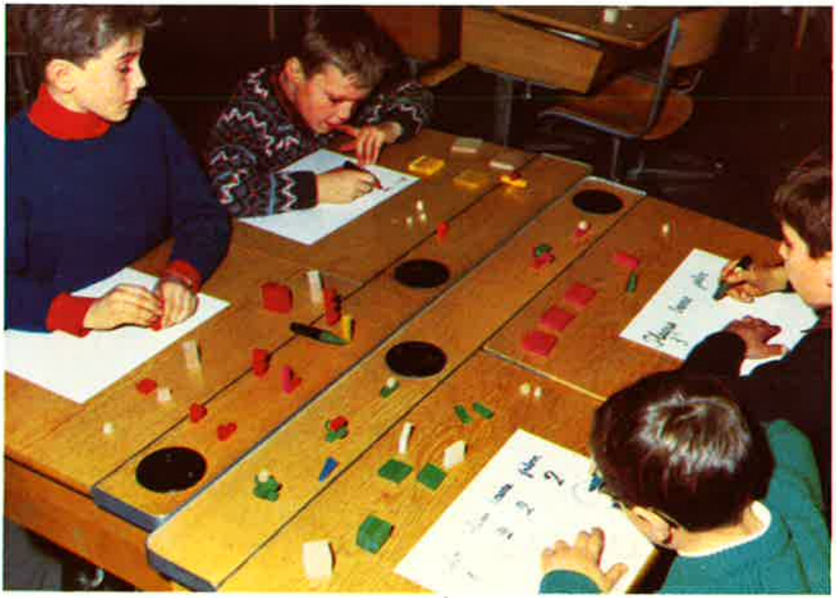
a) *Jetons.* — Chaque élève dispose de 35 jetons. Faisons des tas de 3 jetons chacun. Nous avons 11 tas et il reste 2 jetons que je n'ai pas le droit de grouper en raison de la règle purement conventionnelle que je viens de poser. Je vais maintenant rassembler ces premiers tas pour en faire de plus grands. Il est décidé que j'ai le droit de réunir 3 des «premiers» tas pour en faire un plus grand. Nous pourrons donc faire 3 «deuxièmes» tas; il restera alors 2 «premiers» tas et 2 jetons. Toujours selon la même règle, je pourrai former un «troisième» tas. Inventaire: 1 «troisième» tas, 0 «deuxième» tas, 2 «premiers» tas, 2 jetons. On écrit: 1022, base 3.

b) *Allumettes.* — Suivant les mêmes règles, l'enfant va maintenant grouper des allumettes, 35 si l'on veut, mais par 4. S'il faut 4 allumettes pour former un «premier» tas, il faudra alors 4 «premiers» tas pour former un «deuxième» tas. Nous aurons donc 2 «deuxièmes» tas, 0 «premier» tas et 3 jetons. Ce qui s'écrit: 203, base 4.

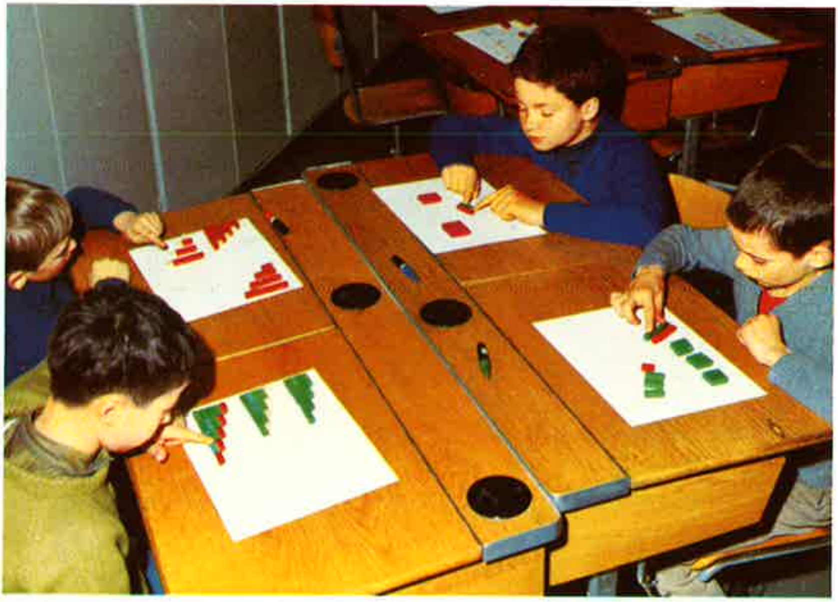
c) *Pastilles veloutées.* — Pendant que certains élèves travaillent avec des jetons ou des allumettes, d'autres groupent des pastilles sur le flanellographe. Il suffit de découper ces pastilles avec un emporte-pièces, dans de grandes feuilles veloutées que l'on obtient dans le commerce.

d) *Billes.* — Prenons des boîtes d'allumettes, des soucoupes, des boîtes de cigares, des boîtes de chaussures. Chaque élève a un sac de billes. Il a le droit de mettre 3 billes dans une boîte d'allumettes. Il versera le contenu de 3 boîtes ainsi remplies dans une seule soucoupe; 3 soucoupes à leur tour seront versées dans une seule boîte de cigares etc... Si nous disposons de 35 billes nous aurons 1 boîte de cigares, 0 soucoupe, 2 boîtes d'allumettes et 2 billes non groupées. On écrit: 1022, base 3.

e) *Réglettes.* — A ce stade, il paraît opportun de faire usage d'un matériel structuré. Prenons les réglettes «Cuisenaire». La réglette blanche représente l'unité. A partir de celle-ci l'élève composera



2



3

4

5

6

7

ses divers groupements. Si, par exemple, il dispose de 35 réglettes blanches, il les groupera par trois. Les 11 groupements de trois étant constitués, il remplacera chacun de ceux-ci par une réglette vert clair qui symbolisera le «premier» groupement. Les «deuxièmes» groupements seront représentés par trois réglettes vert clair réunies sous forme de plaques carrées et les «troisièmes» groupements seront faits de cubes formés de trois plaques superposées. On remarquera que pour faire une plaque, il faut autant de réglettes vert clair qu'il en a fallu de blanches pour avoir une vert clair: notion de puissance. Des jeux d'échange ont leur place ici tout naturellement: une plaque s'échange contre trois réglettes vert clair qu'on pourra appeler «barres»; un cube s'échangera contre 27 blanches, 3 plaques ou 9 barres.

f) *Blocs multibases.* — Les plaques, les cubes, les barres qui constituent les éléments d'un jeu de blocs multibases seront ici les bienvenus pour éviter des manipulations désormais inutiles. Ce matériel est utilisé avec un profit évident dans le prolongement des réglettes. Les échanges s'opèrent de la même manière qu'avec les réglettes. Voir «La Mathématique Moderne dans l'enseignement primaire» de Dienes, chapitre 5.

g) Les blocs Roller ainsi que ceux de notre fabrication permettent ici de représenter jusqu'à la 5e puissance, quoique, en groupant les cubes Dienes, nous arrivions au même résultat.

h) *Des blocs aux jetons.* — A une pièce déterminée des blocs multibases on va faire correspondre un jeton d'une couleur déterminée également qui nous permettra ainsi d'identifier sa valeur relative. Par exemple, à l'élément-unité je fais correspondre un jeton jaune, à la barre un jeton rouge, à la plaque un jeton vert, au cube un jeton bleu. Je dispose d'un jeton vert et veux acheter deux barres en base 5. L'enfant raisonne ainsi: avec un «vert» je peux me procurer 5 barres. Une barre s'achète avec un «rouge». Un «vert» valant ainsi 5 «rouges» on me rendra 3 «rouges». Ces expériences amèneront une bonne compréhension de la soustraction.

i) *Les jetons seuls.* — L'enfant va maintenant se libérer des blocs pour ne travailler qu'avec des jetons manipulés comme autant de symboles reliés cependant à des réalités vécues.

j) *L'abaque.* — Je munis chaque élève d'un abaque (photo 4, en gros plan). La valeur des réglettes, en l'occurence des réglettes blanches, que je place dans les rainures dépendra de la place occupée. Ainsi, je numérote les colonnes en commençant par la droite pour me diriger vers la gauche: 0, 1, 2, 3, 5, etc... Si je travaille en base 5, une réglette placée dans la colonne 0 vaut 1, une réglette placée dans la colonne 1 vaut 5, dans la colonne 2 elle vaudra 25, dans la colonne 3 elle vaudra 125. En base 2, les réglettes placées dans les colonnes 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, vaudront respectivement 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128. L'abaque servira de clavier pour les jeux en différentes bases. Le concept de valeur positionnelle est atteint et exploité.

k) *Les tours.* — Chacune des pièces multibases est remplacée par des réglettes qui se superposent en croix. Ainsi en base 3, le quatrième groupe sera représenté par 4 vert clair qui se superposeront en «tours»: 3x3x3x3 / v x v x v x v. Je peux également, ici, représenter les mêmes blocs par des «L»: réglette vert clair en position horizontale et rose en position verticale pour indiquer la hauteur de la tour, qui représente elle-même un produit de facteurs identiques.

l) *Le boulier.* — Le boulier vient tout naturellement dans le prolongement de l'abaque. La couleur des boules ne représente rien, seule, la place que celles-ci occupent indique la valeur relative qu'elle représentent selon la base choisie.
Nous pouvons maintenant, et à ce stade seulement, aborder l'addition et la soustraction. Les retenues traditionnelles seront l'objet de la découverte personnelle de l'élève. Le mécanisme libérateur apparaîtra, sera compris et s'imposera pour rendre l'esprit disponible pour d'autres recherches.

m) *Les exposants négatifs.* — On exploite la notion de valeur positionnelle qui veut que ce qui est à droite est toujours une fraction de ce qui est à gauche. Il n'y a d'ailleurs aucune raison de s'arrêter dans un sens ou dans l'autre. Nous travaillerons d'abord avec les blocs qui sont bien concrets. Décidons, en base 3 (photo 5, à droite), que le cube représente l'unité. Pour fixer mon choix, je pose une réglette blanche dessus. La plaque vaut alors 1/3, la barre 1/9, le jeton 1/27. Cela correspond aux première, deuxième et troisième puissances négatives de 3. En travaillant dans d'autres bases l'élève découvrira que l'unité correspondra toujours à la puissance zéro. La notation écrite donnera 0,1 pour la plaque, 0,01 pour la barre et 0,001 pour le jeton.

A un stade plus avancé, des échanges se feront au niveau des jetons de couleurs comme indiqué ci-dessus (i). Ce jeu des échanges assouplit particulièrement l'esprit.

Cet exemple, quelque peu détaillé, quoique encore très incomplet, montre que la diversité des matériels employés pour la conquête du même concept élimine les dangers de conditionnements par fausses associations et permet d'arriver à une abstraction vraie. Il est évident que pour des enfants plus âgés une telle variété de situations serait moins nécessaire.

Les élèves dont il est question dans cet article ne dépassent pas 12 ans; les plus jeunes ont 7 ans.

«A mesure que les enfants s'approchent du stade où ils peuvent faire des déductions à partir de certaines hypothèses, il est possible, de plus en plus, de se passer de l'expérience matérielle et de compter sur des opérations imaginées. Dire: «Si on faisait ceci, il se produirait telle ou telle chose» devient une méthode de plus en plus valable avec des enfants de 12 ou 13 ans». (Z.P. Dienes — «*Comprendre la mathématique*», p. 39).

De fait, avec des élèves de 13 ans, nous avons étudié différentes bases de numérations avec le seul matériel Cuisenaire duquel d'ailleurs ces élèves se sont, ensuite, très vite libérés.

3. 2. Fractions

Dans ce domaine très vaste limitons-nous à la notion de fractions équivalentes. Outre les nombreuses situations qu'offre la vie quotidienne, nous verrons que divers matériels vont permettre à l'enfant de découvrir cette notion dans des situations différentes.

a) *Matériel «Cuisenaire»*. — Décidons que 8 réglettes marron représentent l'unité. Prenons la moitié de ces réglettes: 4 marron. Ces 4 réglettes peuvent être remplacées par 8 roses, 16 rouges et 32 blanches. Comme une marron représente le 1/8 de l'unité, la rose le 1/16, la rouge de 1/32 et la blanche le 1/64, l'enfant constate que: $1/2 = 4/8 = 8/16 = 16/32 = 32/64$.

2e exemple. — L'unité est maintenant représentée par un train 2 orange + rose. Côte à côte, juxtaposons des trains de même couleur chacun. On a 24 blanches, 12 rouges, 8 vert clair, 6 roses, 4 vert foncé, 3 marron, 2 orange-rouges. Il saute aux yeux que la moitié de l'unité sera représentée par: orange-rouge, 2 vert foncé, 3 roses, 6 rouges, 12 blanches. Comme chacune de ces réglettes représente 1/2, 1/4, 1/6, 1/12, 1/24, on constate que $1/2 = 2/4 = 3/6 = 6/12 = 12/24$.

De multiples cheminements différents mèneront à cette découverte. Force nous est, ici, de choisir puisque nous désirons surtout nous limiter à la présentation de nos divers matériels.

b) *Blocs multibases.* — Ce matériel, conçu spécialement pour l'étude de différentes bases de numération, se prête, quoique d'une manière limitée, à l'étude des fractions. De fait, avec le matériel d'une base donnée, les dénominateurs ne pourront être que les puissances de la base en question. Prenons le matériel de base 4. Décidons que le cube représente normalement la 3e puissance soit l'unité. Prenons la moitié de ce cube. Je me procure alors 2 plaques qui, elles-mêmes, peuvent être remplacées par 8 barres ou 32 jetons. Chacune de ces pièces représentant respectivement 1/4, 1/16 et 1/32 de l'unité, on constate que $1/2 = 2/4 = 8/16 = 16/32$.

c) *Flanellographe.* — Rien de plus facile que de découper soi-même dans des feuilles veloutées des figures à notre fantaisie qui donneront une perception visuelle très variée de rapports équivalents. Les procédés utilisés traditionnellement n'ont rien perdu de leur valeur (dessin, papier découpé, pliage) mais se trouvent intégrés dans un ensemble de situations concrètes plus vaste.

3. 3. Nombres relatifs

«Il importe aujourd'hui, dit L. Pauli, que des recherches systématiques soient entreprises sur l'introduction de l'algèbre et plus particulièrement du calcul des «nombres relatifs» à l'école primaire déjà, et au début du cycle secondaire. La place accordée désormais aux structures dans l'enseignement des mathématiques modernes milite d'ailleurs en faveur de telles recherches».[1]

La loi des exposants, portant sur des nombres positifs ou négatifs, suppose une certaine connaissance des relatifs. Par quel biais provoquer la découverte de ce concept de nombre relatif? Me basant sur les travaux remarquables de Dienes, je confectionne le matériel qu'il propose (*«Construction des mathématiques»*, p. 139, ss.) Je découpe dans du bristol des carrés, des disques et des triangles. Chaque élève possédera une enveloppe contenant 20 carrés bleus, 20 carrés rouges, 20 triangles bleus, 20 triangles rouges, 20 disques bleus et 20 disques rouges. Prenons par exemple 10 carrés bleus et 12 carrés rouges. Je veux exprimer des différences (et non des rapports) de quantité. Il faut alors trouver une référence. Bleu ou rouge? Je décide: bleu. Nous avons 2 rouges de plus: $+ 2$. Les élèves sont amenés à constater que cette *même* dif-

1) L. Pauli dans *«Les nombres relatifs»* (Cahiers de pédagogie expérimentale et de psychologie de l'enfant, No 20, p. 5, S. Roller - L. Pauli - H. Suter - G. Métraux, Ed. Dellachaux et Niestlé).
Ce numéro propose des procédés susceptibles de favoriser l'initiation des écoliers aux nombres relatifs.

férence de quantité relative à la même référence peut être représentée par une infinité de piles de carrés où les «rouges» dépasseront les «bleus» de deux. Il est facile, sur cette base, de se livrer à des opérations d'addition et de soustraction.

Soustraction. — Je veux faire «découvrir» que soustraire un nombre négatif est équivalent à ajouter son «inverse» soit, par exemple: (+ 3) — (— 2) = (+ 3) + (+ 2) = (+ 5).

a) (+ 3); l'enfant possède des disques bleus et des disques rouges

prenons 2 disques rouges; notons: 2 r
5 disques bleus; notons: 5 b

Mettons-les ensemble pour former une pile que nous notons (2 r, 5 b). Comme les bleus dépassent de 3 les rouges donnons à cette pile le nom «plus trois»: (+ 3).
Formons plusieurs piles auxquelles ce même nom pourra s'appliquer. Nous aurons par exemple: (3 r, 6 b), (4 r, 7 b), (5 r, 8 b), (7 r, 10 b), (9 r, 12 b)...
Une famille (classe) de piles est ainsi constituée.

b) (— 2) Le nombre des bleus sera ici inférieur de 2 à celui des rouges. Formons des piles auxquelles le nom «moins deux» (— 2), pourra s'appliquer.
(3 r, 1 b), (4 r, 2 b), (5 r, 3 b), (7 r, 5 b), (9 r, 7 b), (15 r, 13 b)...

c) Prenons une pile de nom (+ 3) que je pourrai démonter pour enlever une pile de nom (— 2).
Exemple (5 r, 8 b) ⟶ (+ 3) et (3 r, 1 b) ⟶ (— 2)
La pile-différence sera formée par «5 r — 3 r» c'est-à-dire 2 r et «8 b — 1 b» c'est-à-dire 7 b. Nous aurons (2 r, 7 b). Quel nom pourra s'appliquer à cette pile? «Plus cinq» (+ 5)!
Essayons avec d'autres piles de nom (+ 3) et (— 2), le nom de la pile-différence sera toujours le même, c'est-à-dire, (+ 5).

d) Au lieu d'enlever une pile de nom (— 2) à une pile de nom (+ 3), ajoutons une pile de nom (+ 2) à une pile de nom (+ 3).
Exemple si (3 r, 1 b) a le nom (— 2)
(1 r, 3 b) aura le nom (+ 2)
Nous avons, quelles que soient les piles que je prenne dans les familles respectives:

	(5 r, 8 b) ⟶ (+ 3)			(5 r, 8 b) ⟶ (+ 3)
—	(3 r, 1 b) ⟶ (— 2)	équivalent à	+	(1 r, 3 b) ⟶ (+ 2)
	(2 r, 7 b) ⟶ (+ 5)			(6 r, 11 b) ⟶ (+ 5)

Avec les réglettes, je travaille dans le même sens en allant plus loin dans la symbolisation des représentations. Ainsi je prends un certain nombre de réglettes blanches et un certain nombre de réglettes d'une autre couleur, vertes par exemple, de sorte que le nombre des vertes dépasse de deux le nombre des blanches. L'enfant voit que (+ 2) s'applique à une famille, disons une classe de couples. Finalement nous composerons des couples de réglettes comme suit: (rose, vert foncé), (jaune, noir), (vert foncé, marron), (noir, bleu) etc... Le premier membre du couple représentera ici le nombre de blanches et le deuxième membre le nombre de vertes. Comme on peut toujours remplacer un couple par un autre pouvu que la différence soit de deux et que la référence soit la même, il sera toujours possible de se livrer à la soustraction.

Cet exemple montre par ailleurs que le concept de «classe» va en s'intériorisant progressivement à partir de manipulations multiples et diverses.

4. FONCTIONNEMENT DU LABORATOIRE

Au fond de la classe, un meuble à rayonnages permet un rangement rationnel du matériel. Les blocs multibases sont serrés en permanence dans les bureaux des élèves puisque le local est *exclusivement* réservé aux activités mathématiques Deux élèves disposent de 4 jeux: base 2, 3, 4, 5. Les jeux 6 et 10 de Dienes ainsi que les blocs Roller sont à la disposition de toute la classe par rotation. Une boîte de réglettes pour 2 élèves et une boîte de blocs logiques pour 4 élèves.

Les bureaux, groupés deux à deux, sont placés de telle sorte que les élèves ne tournent pas le dos au maître. Ils sont quelquefois recouverts d'un tableau noir. Nous avons 8 tableaux pour les 8 paires de bureaux, c'est-à-dire pour 8 équipes de 4 élèves chacune. Ces tableaux ne sont autres que des plaques d'insulite de 5 mm d'épaisseur et de 1,20x1,20 m, peintes au pistolet avec de l'ardoisine achetée à la droguerie. La possibilité de s'exprimer avec la craie est très stimulante car les enfants prennent un plaisir évident à traduire leur pensée par des schémas.

Chacune des classes de l'école, suivant un horaire déterminé, vient travailler au «labo». La première année primaire vient 3 fois par semaine et les autres classes 2 fois. Les maîtres sont toujours présents.

La question de la discipline ne se pose pas, les enfants étant intéressés et souvent enthousiasmés par leur propre activité. De plus l'environnement mathématique qu'on a créé contribue à entretenir une forte motivation intrinsèque.

5. CONCLUSIONS

Certains pourront penser que la variété des matériels risque de jeter la confusion dans l'esprit des enfants. Les expériences réalisées par d'autres que nous et celles dont nous sommes le témoin, infirment cette appréhension. Bien au contraire, l'enfant s'enthousiasme à découvrir les propriétés communes à des situations différentes. Cette découverte, toutefois, n'est jamais immédiate. Il faut laisser au temps le soin de jouer son rôle. Par un merveilleux transfert, l'élève se crée petit à petit un mode de pensée qui lui permet de maîtriser les situations inédites et diverses que la vie lui présente, et cela en dehors de tout appareil mathématique. C'est dès lors toute la vie de l'enfant qui se trouve éclairée. Sous le chaos apparent des choses l'enfant perçoit des ordres sous-jacents.

Le matériel structuré n'est pas une fin en soi; on ne saurait trop le dire et le redire. L'idéal serait peut-être de n'en point avoir et de devoir recourir aux objets de la vie de tous les jours, car il s'agit en définitive de résoudre les problèmes tels qu'ils surgissent des faits et non tels que nous les construisons pour les poser ensuite aux enfants. Le matériel «ad hoc», ainsi, est utile dans la mesure où il se rend inutile. Une fois les concepts découverts on s'en délestera pour ne plus opérer qu'«en esprit».

Pour résumer, disons que le problème essentiel qui doit motiver notre activité éducatrice est celui de l'éveil et du développement de la personnalité de l'enfant. Nous aurons contribué à le résoudre par la mise au point toujours renouvelée de méthodes qui satisfassent simultanément à la double exigence de la psychologie de l'enfant et de la structure des mathématiques. C'est en nous efforçant de faire une synthèse harmonieuse des recherches des psychologues que, n'étant nous-mêmes conditionnés par aucune école particulière, nous pourrons éveiller et cultiver la liberté de l'enfant, liberté qui constitue comme le cœur de sa personnalité.

Lausanne, le 15 mai 1967.

Nicolas Savary

LEGENDES DES PHOTOS

1. Au laboratoire de mathématique, une classe en action.
2. Puissances et bases de numération.
3. Classes de restes.
4. Vers l'abstraction: des blocs à l'abaque.
5. A la découverte des exposants négatifs.
6. Logique: le jeu des implications.
7. Ensembles: diagramme de Venn.

(Photos: Paul Darbellay, Lausanne.)

PRIX ANNUEL GEORGES CUISENAIRE

«LA REGLETTE D'OR»

REGLEMENT 1967

Cette année «La Réglette d'Or» sera attribuée à un ouvrage suisse, cela grâce à la générosité de la Maison Calozet de Bruxelles.

1. L'Association Cuisenaire-Belgique institue le prix annuel Georges Cuisenaire «La Réglette d'Or».

Le prix consiste en une réglette de 10 cm de longueur et 1 cm² de section — en or massif — *et est réservé aux abonnés à la revue suisse «Math-Ecole».*

2. Le prix récompensera un travail, un rapport, une étude, une thèse sur la méthode, le matériel Cuisenaire et devra constituer une œuvre originale, une nouveauté ou un apport personnel à l'utilisation des réglettes Cuisenaire dans une classe, dans une école, et présenter un caractère didactique prépondérant.

3. Les participants devront produire soit un rapport sur une activité de classe, soit un rapport collectif dans une école, soit une étude sur les «Nombres en Couleurs», soit une thèse, etc.

4. Les travaux introduits resteront la propriété du Comité de l'Association Cuisenaire-Belgique qui pourra en disposer à sa convenance et notamment les faire publier en tout ou en partie.

Les manuscrits ne seront pas restitués.

5. Les décisions du jury composé de mathématiciens et de pédagogues, seront sans appel. Le pouvoir discrétionnaire du jury est reconnu par les participants.

6. Le jury tiendra compte dans son appréciation à la fois du fond de la matière développée, de la valeur pédagogique et didactique du travail.

7. Le jury se réserve le droit de ne pas attribuer le prix dans le cas où il jugerait qu'aucun travail ne mérite le Prix Georges Cuisenaire.

8. Les travaux devront parvenir au siège de l'Association Cuisenaire-Belgique, 40, rue des Chartreux, Bruxelles 1, au plus tard pour le *15 décembre 1967.*

Mai 1967 No 28

Rédacteur: S. Roller, Service de la recherche pédagogique, 1202 Genève, rue de Lausanne 62 —Téléphone (022) 31 71 57 — Abonnement: Suisse F 5.—, étranger, F s 6.— — CCP 12 - 16713, Genève — Paraît 5 fois par an.