MATH ECOLE

NOVEMBRE 1969
8e ANNÉE
40

Pourquoi faut-il enseigner les mathématiques modernes?

Monsieur Théo Bernet, l'auteur du présent article, est bien connu en Suisse romande. On lui doit, écrite avec ses collègues Addor, Flückiger et Isler, la série d'articles publiés en 1964-1965 dans l'«Educateur» sous le titre **Mathématique actuelle**, articles réunis sous forme d'une brochure que l'on peut encore se procurer à la Guilde de documentation de la Société pédagogique romande (Louis Morier-Genoud, Collège, 1843 Veytaux).

Dans le cadre du Séminaire pédagogique de l'enseignement secondaire et du Séminaire de formation continue des maîtres de mathématique, Théo Bernet

1970
7 F

Aux lecteurs de Math-Ecole
Chers amis,
Ayez la bonté de renouveler votre abonnement en faisant usage du bulletin de versement ci-inclus.
(Suisse 7 F., étranger 8 F. s.)
Merci de faire diligence.
La rédaction et l'administration
de Math-Ecole

s'occupe de la formation des maîtres de l'enseignement secondaire vaudois dans le domaine de la mathématique. Depuis quelques mois son champ d'activité s'étend aussi à l'enseignement primaire, où il participe à la préparation et au recyclage des maîtres ainsi qu'à la conduite des recherches entreprises dans le canton de Vaud en vue de l'introduction de la mathématique actuelle.

☆ ☆ ☆

Avant de montrer de façon plus détaillée comment ces mathématiques s'appliquent dans la vie courante de chacun, j'estime qu'il convient de rappeler les arguments essentiels suivants:

— En matière scientifique il n'est plus permis, en 1969, d'enseigner selon les conceptions du siècle passé. Ce que chacun admet pour la chimie, la géographie, etc. est valable aussi pour les mathématiques.

— On a pu dire que les mathématiques traditionnelles étaient celles des mécaniciens, des astronomes et des artilleurs (en songeant aux principaux utilisateurs d'avant 1850). Les mathématiques modernes ont un champ d'application beaucoup plus vaste; de nombreuses autres activités humaines y font appel: biologie, gestion d'entreprise, linguistique... Les mathématiques modernes répondent à la fois aux besoins des anciens et des nouveaux utilisateurs.

— Leur étroite connection avec la logique constitue un argument en leur faveur, ainsi que leur plus grande précision, leur plus grande généralité, leur meilleur accord avec le développement psychologique de l'enfant, et même leur simplicité. (Mais cela, il faudrait l'expliquer plus en détail).

Ce sont là des arguments essentiels, je l'ai dit. Mais je ne crois pas qu'ils emportent forcément l'adhésion du maître qui a consacré des années à perfectionner son enseignement de l'arithmétique traditionnelle, accumulant dans sa collection de problèmes toutes sortes d'explications à la vie courante. Je voudrais donc me placer à ce point de vue-là et tenter de répondre à la question: est-ce que l'élève de l'école primaire rencontrera lui aussi des applications des mathématiques modernes?

Je procéderai en deux temps, adoptant d'abord un point de vue plus général, où il sera difficile d'entrer dans les détails, me restreignant ensuite à une seule notion, que je pourrai expliquer et dont je montrerai le grand nombre d'usages.

☆ ☆ ☆

Il n'est pas certain que chaque élève rencontrera, dans sa vie, des équations du premier degré à deux inconnues. Il est en revanche certain que chacun devra **s'organiser,** aussi bien dans son travail que dans ses loisirs. Les mathématiques modernes en fournissent le moyen: elles sont l'outil naturel de l'organisation, de la décision.

Une ménagère doit aller à la boulangerie, à la boucherie et dans l'une des deux épiceries de son quartier. Laquelle choisir? Dans quel ordre faire les achats? Pour trouver l'ordre le plus favorable, elle doit imaginer rapidement les diverses possibilités. Elle doit être consciente aussi des critères qui peuvent la guider: longueurs des chemins, charges à transporter (bouteilles à rendre, emplettes), heures d'ouverture des magasins (si elle va tôt dans l'après-midi). Elle n'arrivera peut-être pas à la même solution suivant qu'elle voudra rndre la dépense minimale, rendre l'effort minimal, ou être de retour le plus tôt possible.

Dans de nombreuses occasions, on se trouve confronté à des problèmes analogues. Quel est le meilleur chemin en voiture d'un point à un autre d'une grande ville? De nouveau le choix des critères est fondamental: veut-on arriver le plus tôt possible? être certain d'arriver avant telle heure fixée? brûler le moins possible d'essence? ou ménager ses nerfs? De même, il faut choisir son chemin dans un grand magasin ou, en vacances, pour visiter une ville, un parc public, un jardin zoologique, un musée...

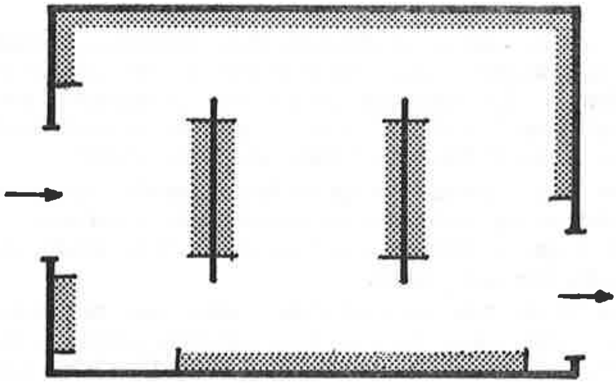


Fig. 1

Vous avez ci-contre le plan d'une salle de musée. Les hachures indiquent les endroits où se trouve exposé quelque chose.

Quel est le chemin le plus avantageux pour faire la visite?

Essayez de résoudre le problème! Vous verrez qu'il est assez difficile et qu'il faut d'abord le préciser si l'on veut qu'il ait une réponse: à quelle distance des objets exposés doit-on passer pour les admirer? (C'est une démarche essentielle: pour appliquer les mathématiques à la réalité, il faut toujours faire certaines suppositions).

Deuxième étape: passer en revue un certain nombre de cheminements possibles. On ne peut guère songer ici à établir une liste complète, mais il conviendrait d'exercer les élèves à trouver tous les chemins possibles dans des cas plus simples, tout en leur donnant les moyens d'y arriver (schémas en forme d'arbre, etc.). Cette démarche «combinatoire» manque dans l'arithmétique traditionnelle, alors qu'elle pourrait souvent rendre service.

Troisième étape: à chaque cheminement qui entre en ligne de compte il faut associer un nombre: sa longueur. (Exemple de la notion de fonction dont il est question plus loin). Quatrième étape: comparer ces longueurs.

Pratiquement, en classe: on peut imaginer que chaque élève ait dessiné sa solution sur un papier portant le plan de la salle. Comment s'y prendre pour comparer les longueurs?

Remarquons en passant qu'une telle question n'oblige pas à faire de calculs. En revanche, elle met en jeu de nombreuses autres notions: analyse combinatoire, dénombrement, mesure, fonction, relation d'ordre... Il est clair qu'il n'est souvent pas utile d'élaborer la solution sur le papier. Dans la pratique une brève réflexion suffit. L'école devrait préparer cette réflexion.

Les exemples qui suivent sont du même genre.

Le conducteur d'une balayeuse de la voirie doit nettoyer un réseau de rues donné, en roulant dans chacune le long des deux trottoirs.

Le facteur organise sa tournée, ou s'en va lever toutes les boîtes aux lettres de la ville.

Lors d'un afflux de clients, le sommelier doit décider à chaque instant s'il veut prendre les commandes de plusieurs tablées à la fois, comment il doit grouper les consommations qu'il apporte, quel chemin choisir entre les tables.

Voici un type de problème tout à fait différent. Deux personnes doivent partir en voyage dans une même voiture. Au petit matin, l'une charge sa voiture et s'en va au domicile de l'autre, qui attend avec ses bagages. Comment charger le coffre? Faut-il d'abord en sortir quelque chose? Est-il possible de tout y caser? Faut-il fractionner l'une ou l'autre pièce?

Il se pose des problèmes analogues lorsqu'on fait ses malles, lorsqu'un livreur charge sa camionnette, ou un déménageur son camion... Leur solution est d'autant plus délicate que le volume à disposition est plus proche du volume total des objets que l'on veut y caser.

L'école devra accorder de plus en plus d'importance aux problèmes de repérage et de codage, dont on n'était pas assez conscient jusqu'ici. J'ai vu cet été un camping où les jolis noms de rues et les numéros fixés à certains arbres ne permettaient guère de repérer convenablement les tentes. Je connais une maison de commerce qui utilise, pour les articles qu'elle vend, une numérotation telle qu'il lui est difficile d'assurer une vente par correspondance sans erreurs.

Il serait bon de réfléchir à des questions comme celles-ci: comment numéroter ou coder les salles d'une école, les appartements d'un ensemble d'immeubles locatifs, les maisons d'une ville, les rayons d'une pharmacie, les livres d'une bibliothèque, ...? Tout cela ressortit encore aux mathématiques modernes.

Vous vous dites peut-être que tout le monde résout de tels problèmes depuis longtemps, et fait des mathématiques modernes sans le savoir. C'est vrai, mais on les résoudra mieux en le sachant. Je crois qu'une réflexion plus lucide sur des questions du type que je viens d'évoquer rendra service, non seulement aux spécialistes, mais à tout le monde: la ménagère qui se demande comment elle va faire ses «à-fond» (dans quel ordre libérer les pièces? où entreposer les meubles chaque fois?) se trouve en présence du même problème que le technicien fixant l'ordre des travaux à effectuer dans un carrefour qu'il faut rénover tout en maintenant la circulation.

* * *

Prenons maintenant une notion simple, mais particulièrement importante, pour voir comment elle trouve son application dans de multiples circonstances. Il s'agit de la notion de **fonction***: une sorte de correspondance que nous définissons ainsi :

» Pour que nous ayons une fonction, il nous faut deux ensembles appelés » respectivement ensemble de départ et ensemble d'arrivée. De plus, » il nous faut une règle qui associe à **chaque** élément de l'ensemble » de départ **exactement** un élément de l'ensemble d'arrivée (ni plus » de un, ni moins de un). »

La figure 2 présente schématiquement un exemple de fonction. L'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivée sont représentés chacun par une courbe fermée et désignés respectivement par D et A. Les éléments de ces ensembles sont représentés par des points dessinés à l'intérieur de la courbe correspondante. Des flèches indiquent comment les points sont associés les uns aux autres. Conformément à la définition, il part une flèche (ni plus, ni moins) de chacun des points de D. Quant au nombre des flèches aboutissant aux points de A, il n'a aucune importance.

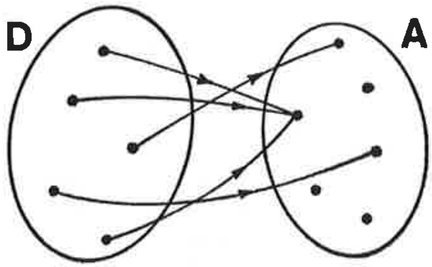


Fig. 2

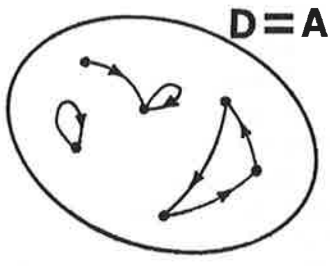


Fig. 3

Dans certains cas, l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivée n'en forment qu'un seul. Il s'agit alors de fonctions d'un ensemble dans lui-même. La figure 3 schématise un exemple d'une telle fonction. Vous pouvez contrôler que, de chaque point, il part une flèche, et une seulement.

Voici des exemples d'usage de cette notion dans la vie courante.

« Une place pour chaque chose, chaque chose à sa place ! » La première partie de cet excellent conseil signifie qu'il convient de définir une fonction attribuant une place à chaque chose.

Au spectacle, l'achat de billets numérotés définit une fonction de l'ensemble des spectateurs payants dans l'ensemble des places de la salle : à chaque spectateur payant, sa place !

Remarquons qu'à rebours on ne peut pas forcément dire : « A chaque place son spectateur payant ! » (Il peut y avoir des billets de faveur, des

* Au lieu de **« fonction »** on dit souvent **« application »**, mais il ne faudrait pas donner à ce terme le sens qu'il a dans la phrase précédente.

places restées invendues.) La correspondance qui associe à chaque place **vendue** la personne qui doit l'occuper n'est pas toujours une fonction de l'ensemble des places de la salle dans l'ensemble des spectateurs payants.

A la gymnastique, à chaque pantoufle correspond l'élève à qui elle appartient. Mais on ne peut pas dire qu'à chaque élève correspond sa pantoufle.

Chaque Suisse est doté d'un numéro AVS. Il y a là une fonction. Mais à rebours... il faudrait qu'à chaque numéro corresponde une personne déterminée. Là aussi, on désire avoir une fonction. Cela oblige à utiliser parfois des numéros de 9 chiffres au lieu de 8. Avec les 8 chiffres traditionnels, il se peut que deux personnes différentes aient le même numéro, si elles sont jumelles et de même sexe, par exemple.

Tarif postal des paquets inscrits: à chaque poids de 0 à 15 kg correspond un prix. D'une manière générale, un tarif définit une ou plusieurs fonctions. On dit d'ailleurs: «Le prix est fonction du poids.»

Les dames s'intéressent beaucoup à certaines tabelles qui leur indiquent le poids idéal en fonction de la taille. En règle générale, les tabelles de toutes sortes servent à donner une fonction.

L'horaire des chemins de fer indique la position des trains en fonction de l'heure.

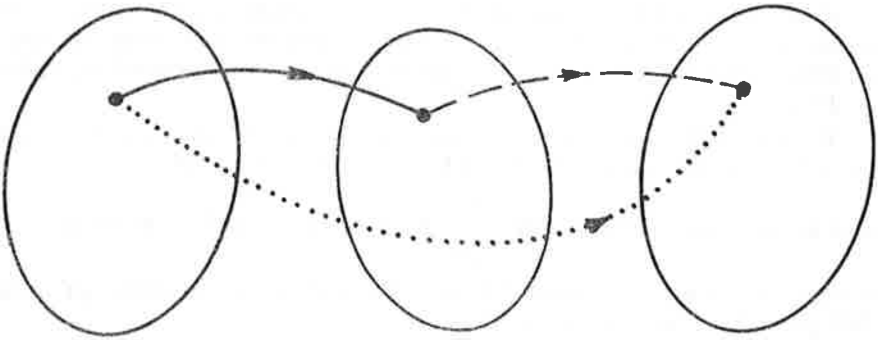
Tout système de codage fait appel à des fonctions, souvent de plusieurs manières.

Des enfants inventent une écriture secrète: à chaque lettre ils associent un signe convenu. A rebours, il faut aussi qu'à chaque signe corresponde une lettre, sans quoi un message secret serait indéchiffrable. Au lieu de cet exemple, j'aurais pu prendre ceux de l'écriture Braille, du code des bandes perforées Telex, de la numérotation des salles d'une école...

Passons maintenant à quelques exemples un peu plus complexes, car ils font appel à trois fonctions en même temps.

Chaque élève de l'école écrit son nom sur ses cahiers. De cette manière, chaque cahier se trouve associé à un élève: nous avons une fonction de l'ensemble des cahiers dans l'ensemble des élèves. Le maître a besoin de cette fonction lorsqu'il rend les cahiers après correction. Autre fonction: à chaque élève est associée sa classe. C'est une fonction de l'ensemble des élèves dans l'ensemble des classes. Si maintenant nous associons à chaque cahier son propriétaire, puis à celui-ci sa classe, nous voyons que nous pouvons faire correspondre à chaque cahier une classe. Nous avons affaire à une nouvelle fonction, de l'ensemble des cahiers dans celui des classes. On dit que c'est la **composée** des deux précédentes. On y recourt lorsqu'on se demande dans quelle salle rapporter un cahier trouvé dans les corridors.

La situation décrite correspond au schéma de la figure 4 (où l'on n'a représenté qu'un seul cahier, son propriétaire et sa classe). La flèche pointillée est l'une de celles qui figure la fonction composée des deux autres.



Ensemble des cahiers Ensemble des élèves Ensemble des classes

Fig. 4

Dans l'année, à chaque jour est associée une date, à chaque date l'un des sept noms lundi, mardi, ..., donc à chaque jour, l'un des sept noms.

Dans une bibliothèque, à chaque livre est associée une cote, à chaque cote une place, donc à chaque livre une place.

Dans un magasin, à chaque article est associée une place, et, vers chaque place, une petite affiche indique le prix. Par là on associe un prix à chaque article. Il s'agit d'une fonction composée, d'où les ennuis intervenant lorsqu'une affiche est déplacée, ou lorsqu'un article n'est pas à sa place. On peut les éviter en notant le prix sur l'article lui-même.

Mettons que 12 équipes participent à un championnat. Le classement final est une fonction de l'ensemble des équipes dans l'ensemble des nombres de 1 à 12. S'il n'y a pas d'ex-æquo, c'est aussi une fonction de l'ensemble des nombres de 1 à 12 dans l'ensemble des équipes.

Comme vous le voyez, les exemples ne manquent pas. Pour terminer, je voudrais présenter encore quelques cas tirés de la matière scolaire traditionnelle.

Lorsque, pour apprendre la notion de nombre aux tout petits, on établit des « correspondances terme à terme » entre des ensembles, il s'agit bien entendu de fonctions. Pour chaque correspondance il y en a deux, l'une du premier ensemble dans le second, et l'autre du second dans le premier.

La formule de l'aire du triangle définit une fonction, puisqu'elle donne l'aire d'un triangle à partir des mesures de sa hauteur et de sa base. A un couple de nombres, elle associe un nombre.

De même la table de multiplication associe, à certains couples de nombres, un nombre qui en est le produit. Voilà la manière « moderne » de comprendre les opérations. Une opération est une fonction associant des **nombres à des couples de nombres.**

Exemple, dans le cas de la multiplication: $(3\ ;\ 4) \longrightarrow 12$,
dans le cas de l'addition: $(3\ ;\ 4) \longrightarrow 7$.

Pour ce qui est de la division euclidienne (la division « avec reste »), les choses se présentent autrement : à un **couple de nombres** (dividende, diviseur) est associé, non pas un nombre, mais un **couple de nombres** (quotient, reste).

Exemple : (37 ; 5) ———> (7 ; 2).

Il s'agit d'une fonction, mais notre analyse fait voir que cette opération est différente des autres. Alors qu'une « écriture » telle que

$$3 + 4$$

désigne aussi **un** nombre (à savoir : 7), on ne peut en dire autant de

$$37 : 5$$

si l'on pense à une division euclidienne. De là vient, par exemple, qu'on ne doit pas utiliser de parenthèses dans ce cas.

$$(37 : 5) : 4$$

n'a aucun sens, s'il s'agit de divisions euclidiennes : l'« objet » 37 : 5 ne peut pas être divisé par 4. De là vient aussi que la division euclidienne s'accorde mal avec un bon usage du signe =. Dans l'esprit de l'élève qui écrit

$$37 : 5 = 7, \text{ reste } 2,$$

le signe = prend forcément le sens erroné de « voici le résultat ».

Plaçons-nous dans l'ensemble des nombres entiers positifs. Que veut dire « multiplier par 3 » ? Quel est le contenu exact de ces mots ? Tout nombre entier peut être multiplié par 3. On ne précise pas duquel il s'agit L'idée de « multiplier par 3 » correspond à une fonction : celle qui associe à tout nombre entier son triple :

0 ——> 0 ; 1 ——> 3 ; 2 ——> 6 ; 3 ——> 9 ; ...

Ce type de fonction est appelé aussi un **opérateur.** Lorsqu'on dit « multiplier par 3, puis par 2, c'est multiplier par 6 », il s'agit de la composition de deux fonctions.

Prenons le cas d'une viande dont le prix est fixé à 14 F. le kg. Chaque pièce vendue est pesée, puis son prix se calcule en multipliant par 14 son poids exprimé en kg. Le prix est proportionnel au poids. Nous avons une fonction :

0,35 ——> 4,9 ; 0,2 ——> 2,8 ; ...

C'est ainsi que la bonne vieille règle de trois reparaît sous un nouvel éclairage. L'étude de la proportionnalité n'est rien d'autre que celle de la «fonction linéaire.» Si l'on songe à la place qu'occupe la proportionnalité dans un programme d'arithmétique traditionnel (proportions, intérêts, poids spécifiques, échelles, vitesses...) on voit que la notion de fonction recouvre à peu près tout ce programme. Et par-dessus le marché elle permet de maîtriser une foule de questions qui ne s'y trouvaient pas jusqu'ici.

Voilà l'extraordinaire puissance des notions « modernes » : elles sont simples et possèdent un champ d'application extrêmement vaste. C'est, me semble-t-il, une bonne raison pour les étudier explicitement et pour les utiliser comme fil conducteur tout au long de la scolarité.

Théo Bernet

Le travail écrit... Les inventions

En relisant Madeleine Goutard: «Les mathématiques et les enfants»

«Il est bien évident que les enfants écrivent en fonction des connaissances qu'ils ont acquises et le contenu de leurs travaux est sec et pauvre ou riche et varié selon l'attitude qu'on a su créer en eux vis-à-vis des mathématiques. Tout dépend donc, d'une part, du parti que le maître sait tirer de la présence du matériel didactique et, d'autre part, de la manière dont il sait assumer son rôle de médiateur dans le processus d'apprentissage.»

Page 54

« ... C'est de situations amples et encore indéterminées qu'il convient de partir. Avec un exercice on n'apprend rien: on peut seulement prouver qu'on sait le faire et acquérir grâce à lui une plus grande dextérité mentale.

» Seule la recherche dynamique de solutions non déterminées à l'avance peut déclancher la compréhension; les exercices n'apportent qu'un surcroît de virtuosité. C'est pourquoi il convient de les rejeter à la fin de l'apprentissage au lieu de fonder sur eux tout l'enseignement.» Page 75

«On ne peut pas commencer par être un virtuose, et c'est en voulant que les enfants sachent tout de suite des vérités mathématiques d'une manière infaillible qu'on tarit en eux toutes les sources créatrices et qu'on les rend hésitants et vulnérables à jamais dans ce domaine.» Page 88

«Ainsi, on se donne au départ une liberté totale mais, au fur et à mesure des progrès, on s'impose toujours des règles plus strictes et on prend plaisir à vaincre des obstacles rendus de plus en plus difficiles.» Page 171

«La puissance d'accueil du maître devrait être si grande que l'enfant se sente libre de tout exprimer sans crainte, même les pires erreurs.»

Page 182

«Les erreurs peuvent également être à l'origine de développements fort intéressants.» Page 80

«En réalité les créations enfantines ne deviennent brillantes que lorsque l'éducateur s'y intéresse profondément et sait leur faire le sort qu'elles méritent. Pour ma part j'ai lu un nombre considérable d'écrits enfantins et j'y ai beaucoup appris.» Page 76

Les travaux ci-après sont d'enfants de 7 et 8 ans, fréquentant les 1re et 2e années primaires dans le canton de Vaud.

L'attrait du zéro

«En raison de leurs propriétés particulières, les nombres 0 et 1, éléments neutres respectivement de l'addition et de la multiplication, exercent un grand attrait sur les enfants et innombrables sont les jeux auquels ils prêtent.»

M. Goutard page 56

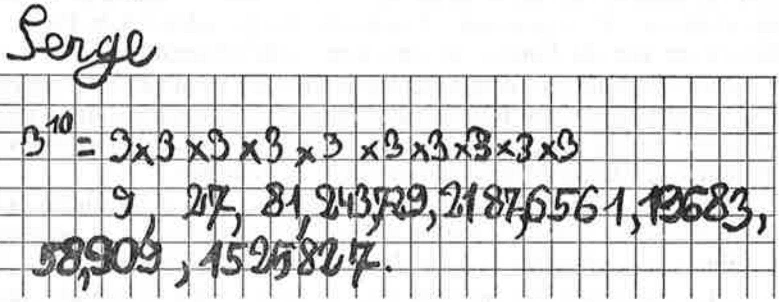
$0 + 1000 \times 0 = 0$ Carole 8 ans
$23 \times (0 \times 3) \times 2 = 0$ Pierre-Yves 8 ans
$(0 \times 2) + 2 - 2 = 0$
$0^{200\,000} + 65 = 65$ Yves 8 ans
$100 \times (1 \times 0) \times 2 = 0 - 0$ Jean-Pierre 8 ans
$0 \times 2 + 0 \times 10 = 0$ Jacques 8 ans

L'envol vers les grands nombres:

$42 = 100 - 58 = 100 \times 2 - 158 = 100 \times 4 - 358 = 100 \times 6 - 558 = 1000 - 958$ Christian 8 ans

$5 + 1 = 6 + 0 = 6 = 128 - 122$ Pierre-Yves 7 ans
$3^{10} = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
* $=$9, 27, 81, 243, 729, 2187, 6561, 19 683, 59 049, 177 147
Serge 8 ans

Voici la reproduction, non corrigée, du travail de Serge:



$65 = 120 - 55 = (280 : 2) - 75 = (9000 : 3) - 2935 = [(24\,000 : 2) : 2] - 5935 = 100\,000 - 99\,000 - 935 = 120\,000 - 119\,000 - 935$
René 8 ans

L'utilisation de plusieurs opérations:

$1 = [(1 + 8 - 8) \times 10] : 10$ Karlheine 7 ans
$(50 \times 1) - (50 : 2) + 6 = 31$ Olivier 8 ans
$90 - 40 - (60 : 2) + \sqrt[2]{100} + 7 = 37$ Jean-Pierre 8 ans
$(42 : 2) + (\frac{1}{2} \times 16) - \sqrt[2]{16} = 25$ Carole 8 ans
$4 = (4 : 2) + (4 - 2) = (\frac{1}{2}$ de $4) + (\frac{1}{2}$ de $4) = 2 + 2 = 30 - 26$
Edmond 8 ans

$(\sqrt[2]{9} + 2^2) - 3 = 4 = (4 \times 4) - (2 \times 6)$ Alice 8 ans
$(80 + 4) + (3 \times 3) + (100 - 8) + (12 : 2) = 189$ (?) Daniel 8 ans
$(6 + 6) : 48 > {}^{1}/_{10} \times 1$ Pierre-Yves 8 ans

Travaux d'enfants communiqués par **Arlette Grin.**

---

* écriture incorrecte: elle révèle le travail mental de l'élève.

JEUX LOGIQUES

Ces exercices furent introduits comme des jeux de classement, auprès d'enfants de 7 - 8 - 9 ans (1re, 2e et 3e années primaires dans le canton de Vaud).

Après lecture de la donnée, les enfants ont discuté sur la représentation graphique du jeu. Comme ils avaient fait quelques exercices avec des tableaux à double entrée avec des nombres et des catégories de nombres, cette disposition leur est venue à l'esprit et ils l'ont proposée.

Quelques exercices ont été travaillés collectivement, le matin, comme entrée en classe. Les enfants y ont trouvé beaucoup d'intérêt et de plaisir; ils m'ont demandé d'en préparer d'autres sur fiches. Et j'ai donc répondu à leur désir.

Françoise Waridel, Yverdon

1. — Cinq fillettes: Nicole, Claudine, Dorinda, Isabelle, Evelyne se partagent cinq réglettes: une jaune, une bleue, une rouge, une verte et une orange. Nicole choisit la réglette bleue. Claudine n'aime pas la verte, ni la rouge, ni l'orange. Isabelle n'aime pas la verte, ni la rouge. Evelyne n'aime pas la rouge.

	J.	B.	r.	V.	O.
Nicole					
Claudine					
Dorinda					
Isabelle					
Evelyne					

Reponse:

Réglette jaune: .... Réglette verte: ....

Réglette bleue: .... Réglette orange: ....

Réglette rouge: ....

2. — 4 enfants: Agnès, Bernard, Claude, Daniel. Agnès aime ce que Daniel n'aime pas. Bernard aime ce que Claude n'aime pas. Daniel n'aime pas le chocolat, mais il suce souvent des Sugus. Claude n'aime pas la glace.

	A.	B.	C.	D.
chocolat				
Sugus				
limonade				
glace				

Réponse:

Agnès: .... Claude: ....

Bernard: .... Daniel: ....

3. — Les animaux du zoo et les animaux de chez nous.

	loup	zèbre	boa	zébu	tigre	perro-quet
chat						
vipère						
renard						
cheval						
corbeau						
vache						

Réponse :

.... et .... et ....
.... et .... et ....
.... et .... et ....

4. — Le temps qu'il a fait durant la semaine.

	Dim.	Lun.	Mar.	Mer.	Jeu.	Ven.	Sam.
soleil							
pluie							
orage							
brouillard							

Dimanche, nous avons utilisé les parapluies. Lundi le temps n'avait pas changé. Mardi, le ciel était bleu. Mercredi, il a tonné. Jeudi, même temps que lundi. Vendredi, on ne voyait plus les arbres du jardin. Samedi, même temps que mardi.

Réponse :

Dimanche : ....
Lundi : ....
Mardi : ....
Mercredi : ....
Jeudi : ....
Vendredi : ....
Samedi : ....

5. — Des enfants et leur habitation.

André est fils de paysan. Bernard habite la montagne. Claude habite une maison plus grande que celle de Daniel.

	A.	B.	C.	D.
un chalet				
une villa				
un locatif				
une ferme				

Réponse:

.... habite .... habite ....
.... habite .... habite ....

6. — Une famille: André - Bernard - Charles - Denise - Emilie - Francine.

Charles et Emilie sont les plus âgés. André et Francine sont les plus jeunes.

	A.	B.	C.	D.	E.	F.
grand-papa						
grand-maman						
papa						
maman						
fils						
fille						

Réponse:

Grand-papa s'appelle: ....
Grand-maman s'appelle: ....
Papa s'appelle: ....

CONTES MATHEMATIQUES

Les contes mathématiques sont une synthèse de l'étude des bases pour des enfants de 8 - 9 ans (2e et 3e années primaires dans le canton de Vaud).

Comment peut-on arriver à ce stade?

a) Dès 7 ans, les enfants jouent à des jeux de groupements.
Puis, dès que l'étude des nombres est en cours, chaque nombre, sa valeur en base 10, est transposé en base x. Le contraire est également travaillé; c'est-à-dire, un nombre, par exemple 10 (base x), est transposé en valeur base 10.

b) Donner beaucoup d'importance à la compréhension de la valeur positionnelle des chiffres qui forment un nombre.

c) Travailler également des exercices tels qu'ils sont présentés dans la brochure «Numération I» de Nicole Picard.

Après une année de cette familiarisation avec les bases, les enfants sont capables d'aborder les Contes mathématiques.

Organisation du travail

a) Les premiers contes sont travaillés collectivement sous la conduite de l'institutrice. Le matériel utilisé est: jetons, réglettes ou croix au tableau noir. Chaque enfant manipule son matériel.

b) Dès qu'un enfant peut se dégager du travail collectif sous conduite, le laisser travailler seul avec le matériel de son choix ou, si c'est possible, sans matériel.

Rythme: environ un conte toutes les 3 semaines.

Attitude des enfants:

Elle est très favorable. Les enfants réclament des contes mathématiques. Même les élèves faibles y prennent du plaisir. Aucune différence dans le degré de compréhension n'est apparue entre les filles et les garçons.

Fr. Waridel

HISTOIRE DE LOCOZERO

	Chez nous	Ailleurs
Une nuit, la locomotive Locozéro décide de faire un voyage merveilleux, sans mécanicien, sans contrôleur et sans voyageurs. Elle emmène avec elle 4 wagons. Chaque wagon possède 4 roues et 5 sièges.		
— Combien de roues ont les 4 wagons ensemble? . .	*16*	
— Combien de sièges ont les 4 wagons ensemble? . .	*20*	
Malheureusement, Locozéro ne sait pas très bien sa géographie. La voilà partie à travers la campagne inconnue. Elle aperçoit un poste de douane et cet écriteau: « Pays de Quatrie ». 5 douaniers l'attendent.		
— Combien cela fait-il de douaniers dans ce nouveau pays?		*11*
— Combien de wagons a Locozéro dans ce pays? . . .		*10*
— Combien de roues a un wagon dans ce pays? . . .		*10*
— Combien de roues pour tous les wagons?		*100*
— Combien de sièges a un wagon?		*11*
— Combien de sièges pour tous les wagons?		*110*
Elle rencontre un écriteau sur lequel est écrit: . . .		100_4 km
— Combien cela fait-il de kilomètres en réalité chez nous?	*16*	
Mais Locozéro roule trop vite. Elle a un accident. Elle perd dix roues.		
— Combien de roues en pays de Quatrie?		*22*

	Chez nous	Ailleurs
— Combien reste-t-il de roues, comme chez nous? . .	*6*	
— Et comme en pays de Quatrie?		*12*
Pour réparer ses roues, elle achète 2 boulons pour chaque roue perdue.		
— Combien cela fait-il de boulons en tout?	*20*	
— Combien cela fait-il de boulons en pays de Quatrie?		*110*
Mécontente, Locozéro quitte ce pays. Elle se rend en pays de Septie. Elle voit un écriteau. Attention, tunnel à: . .		34_7 m
Elle se dit: « Combien cela fait-il de mètres chez nous? .	*25*	
A l'entrée du tunnel, elle lit: hauteur du tunnel: . . .		10_7 m
— Combien mesure donc le tunnel chez nous? . . .	*7*	
Comme Locozéro mesure 8 mètres de haut, elle réfléchit attentivement: « Doit-elle baisser sa grande cheminée pour pouvoir passer sous le tunnel? oui ou non.»	*oui*	
Il faut que j'éclaire mes wagons, se dit Locozéro. Il y a 3 lampes par wagon.		
— Combien y a-t-il de lampes au total ?	*12*	
— Combien de lampes en pays de Septie?		*15*
Locozéro traverse le tunnel. Mais elle arrive en pays de Troisie. A la première gare, elle reçoit la permission de stationner pendant		22_3 min.
— Quelle durée cela représente-t-il chez nous? . . .	*8*	
Locozéro trouve cette gare si jolie qu'elle y reste trop longtemps. On lui inflige une amende de:		10_3 F
— Combien cela fait-il en argent de chez nous? . . .	*3*	
Après tous ces imprévus, Locozéro décide de revenir à Yverdon. Combien de wagons a-t-elle en arrivant ? . .	*4*	
Très fatigués, tous vont se coucher sans bruit. Et ils rêvent à leur voyage extraordinaire dans les pays d'ailleurs.		

VOYAGE INTERPLANETAIRE

	Sur terre	Ailleurs
Nous, les huit enfants de 3e année, décidons de partir en voyage comme les astronautes. Notre fusée compte cinq étages. Attention! 5, 4, 3, 2, 1, départ! Pour décoller de la Terre, nous utilisons deux étages de la fusée. Nous arrivons près de la Lune. Là, nous devons compter en base 2.		
— Combien d'étages restent à notre fusée?		

	Sur terre	Ailleurs
— Combien sommes-nous dans la capsule ?		
Il y a un hublot de plus que le nombre d'enfants.		
— Combien de hublots y a-t-il ?		
Nous faisons		11_2 t.
tours de la Lune.		
— Combien de tours cela fait-il en comptant comme sur la Terre ?		
Chaque enfant voit		10_2 c.
cratères.		
— Combien de cratères voient-ils en tout ?		
— Combien cela fait-il de cratères en comptant comme sur la Terre ?		
Puis Jean-Claude met en marche un réacteur et nous nous dirigeons vers Vénus. Pour y aller, nous mettons dix jours. Près de Vénus, nous comptons en base 5.		
— Combien cela fait-il de jours ?		
— Combien sommes-nous d'enfants ?		
— Combien y a-t-il de hublots ?		
Nous prenons trois repas par personne et par jour.		
— Combien de repas doit-on préparer en tout par jour ?		
Nous tournons autour de Vénus pendant		12_5 j.
jours.		
— Combien cela fait-il de jours en comptant comme sur la Terre ?		
Nous faisons		24_5 t.
tours de Vénus pendant ce temps.		
— Combien de tours cela fait-il en comptant comme sur la Terre ?		
— Combien de tours faisons-nous chaque jour ? . . .		
Nous mettons en marche les derniers réacteurs et nous revenons vers la Terre. Nous mettons		100_5 t.
jours.		
— Au bout de combien de jours arrivons-nous sur la Terre ?		
Nous arrivons dans un étrange pays qui compte en base 8.		
— Combien sommes-nous ?		
— Combien de mains avons-nous tous ensemble ? . .		
On nous dit que notre voyage a duré		100_8 j.
jours.		
— Combien cela fait-il dans un pays comme chez nous ?		

Les mathématiques et l'information aux parents

Conférence aux parents sédunois par Monsieur le professeur Nicolas Savary, le 3 juin 1969

Depuis septembre 1968, les mathématiques modernes ont été introduites dans les classes sédunoises de première année primaire. Le recyclage des maîtres et le contrôle de cet enseignement ont été confiés à Monsieur Nicolas Savary qui vient de passer, en qualité d'assistant du professeur Dienes, une année à Sherbrooke (Canada).

En raison des mutations qui surgissent incessamment dans le monde actuel, le problème de l'information passe au premier plan. L'introduction des mathématiques nouvelles inquiète les parents. Cette inquiétude risque de se répercuter chez l'enfant. Pédagogues, nous avons donc le devoir de prendre très au sérieux la nécessité de l'information du public en général, des parents en particulier.

La Municipalité de Sion, le 3 juin dernier, convia les parents des enfants suivant les quatre premières années primaires, pour une séance d'information. Plus de cinq cents personnes répondirent à cet appel.

Monsieur Savary tint l'assemblée en haleine durant plus de deux heures. Il parla du travail qui lui avait été confié :

— cours par le spécialiste, une fois par semaine, dans chacune de nos classes de première année primaire ;

— cours hebdomadaire de méthodologie aux maîtres de première et de deuxième années primaires, avec remise de fiches de travail

et il invita les parents à suivre le travail de leurs enfants.

Le conférencier rassura ensuite les parents :

« La méthode introduite à Sion s'insère dans le mouvement général de rénovation de la mathématique, provoquée par les découvertes de Piaget et exploitée entre autres par le mathématicien-psychologue Dienes. Ce programme est à l'ordre du jour dans tous les pays du monde, et en Suisse comme ailleurs.»

Les Départements romands de l'instruction publique se sont penchés sur ce problème et un programme commun sera établi. On pense généralement qu'en 1972 ce programme deviendra obligatoire.

Disons encore que Monsieur Savary s'est appliqué à démontrer que le processus d'apprentissage des mathématiques nouvelles permet à l'enfant d'élaborer une méthode de pensée qui, débordant le domaine spécifique de la mathématique, embrasse les disciplines les plus diverses.

Les questions posées par les parents nous ont prouvé que cette information venait à son heure. Nous prévoyons de la poursuivre durant l'année scolaire 1969-1970.

En terminant ce bref compte-rendu demandé par Monsieur le professeur Roller, on me permettra de dire combien la mathématique nouvelle passionne l'enfant, combien elle modifie en profondeur toute la pédagogie.

Des réserves s'imposent cependant pour le moment: seul un personnel formé peut être habilité à prendre en main les enfants. Le recyclage est indispensable, mais il est certainement payant.

Paul Mudry

Ensembles et instruction civique

En mai 1969, on a célébré le vingtième anniversaire de la naissance du Conseil de l'Europe. Cette année a vu également l'élection de Monsieur Olivier Reverdin, conseiller national, comme président de l'Assemblée consultative de Strasbourg. Sans nul doute, notre éminent magistrat genevois a-t-il dû résoudre l'important problème ensembliste suivant avant que de régner en maître à la Maison de l'Europe!

☆ ☆ ☆

Soit E l'ensemble de 20 pays européens suivants:

— Autriche, Belgique, Chypre, Danemark, France, Allemagne, Grèce, Islande, Irlande, Italie, Luxembourg, Malte, Pays-Bas, Norvège, Suède, Suisse, Turquie, Royaume-Uni, Finlande, Portugal.

Soit C l'ensemble des 18 pays membres du Conseil de l'Europe:

— Suisse, Turquie, Royaume-Uni, Pays-Bas, Norvège, Suède, Italie, Luxembourg, Malte, Grèce, Islande, Irlande, Danemark, France, Allemagne, Autriche, Belgique, Chypre.

Soit B l'ensemble des 3 pays membres du Benelux:

— Pays-Bas, Belgique, Luxembourg.

Soit M l'ensemble des 6 pays membres du Marché Commun:

— France, Allemagne, Italie, Luxembourg, Belgique, Pays-Bas.

Soit U l'ensemble des 7 pays membres de l'U.E.O.:

— Italie, Allemagne, France, Pays-Bas, Belgique, Luxembourg, Royaume-Uni.

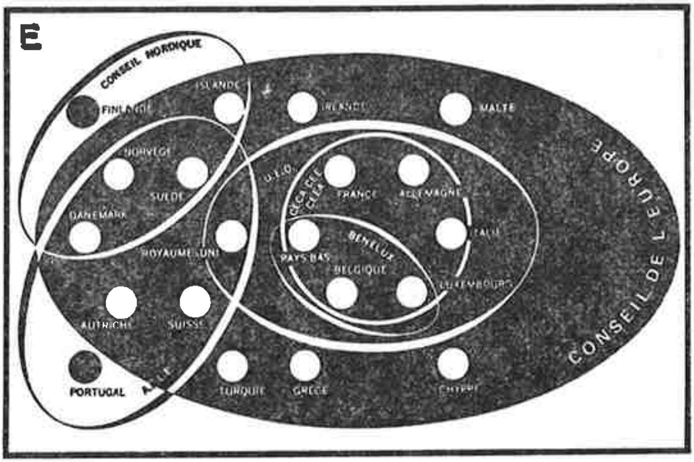
Soit A l'ensemble des 7 pays de l'A.E.L.E.:

— Norvège, Danemark, Suède, Royaume-Uni, Suisse, Autriche, Portugal.

Soit N l'ensemble des 5 pays membres du Conseil nordique:

— Finlande, Islande, Norvège, Danemark, Suède.

1. — Représentez par un **diagramme** tous les ensembles précités (A titre d'exemple, voir celui ci-contre, de la Direction de l'Information du Conseil de l'Europe paru, pour la première fois dans «Les Annales de l'Europe - Notre Europe et la leur», No 7, Janvier 1964).



2. — Quels pays sont représentés par les **réunions** suivantes?

— $B \cup M$ — $(B \cup M) \cup U$ — $(C \cup B) \cup U$

— $U \cup A$ — $(M \cup A) \cup N$ — $(C \cup U) \cup M$ etc.

3. — Quels pays sont représentés par les **intersections** suivantes ?

— $B \cap M$ — $C \cap N$ — $A \cap N$

— $U \cap A$ — $C \cap A$ — $(C \cap A) \cap N$ etc.

4. Jouez les **complémentaires!**

— Soit le référentiel M. B' = ? — Soit le référentiel E. A' = ?

— Soit le référentiel U. M' = ? — Soit le référentiel E N' = ?

— Soit le référentiel C. U' = ? — Soit le référentiel E C' = ?

☆ ☆ ☆

Expériences faites avec des jeunes gens (majorité de filles!) de 17 ans de l'Ecole professionnelle commerciale de Porrentruy, diagrammes et opérations sur les ensembles appliqués aux Communautés européennes relèvent du domaine de l'enchantement. Outre le plaisir qu'il procure — les élèves aiment les diagrammes qui leur permettent de classer et partant, d'apprendre plus facilement — un enseignement sous cette forme permet de mieux cerner l'actualité :

— Quelque intersection ($U \cap A$) a provoqué, il y a peu, une vigoureuse réaction de la France;

— Certaine réunion ($M \cup A$) apparaît de plus en plus comme étant problématique;

— La position de la Finlande et celle du Portugal n'apparaissent clairement que comme complémentaire de C dans E.

Chers collègues qui enseignez l'instruction civique, à vos ensembles!... Prêts ... Hop!

Porrentruy, 4.10.1969.

Gaston Guélat

G. CUISENAIRE — **«Les nombres en couleurs»**, vol. II, Bruxelles, Editions Calozet, 1969; (Edition pour la Suisse: Delachaux et Niestlé, Neuchâtel; 155 × 240, 40 pages.

Notre vieil ami montre l'usage qui peut être fait de ses réglettes au degré moyen de l'école primaire pour aider les enfants à maîtriser le programme traditionnel d'arithmétique: numération en base 10, premières notions des mesures de surfaces et de volumes, fractions, opérations écrites, problèmes.

TOUAYROT (M. A.) et CLARKE (J.) **«Initiation programmée aux ensembles»**, Paris Fernand Nathan, 1968; 64 pages.

Il s'agit de l'adaptation française d'un ouvrage publié en anglais sous le titre **«A First Book of Sets»** (Longmans, Green and Co Ltd, London). Il s'adresse aux maîtres, aux élèves des classes du cycle d'observation, aux parents, à tous ceux qui désirent prendre contact avec l'enseignement moderne des mathématiques dites ensemblistes.

Bien que, selon les auteurs, ce cours programmé ait fait l'objet d'une expérimentation prolongée, je ne pense pas que les élèves (11 ans) puissent travailler seuls. Il s'agit cependant d'un essai prometteur.

Il serait intéressant, voire utile, de mettre cette «initiation» entre les mains des élèves de quelques classes suisses et d'observer leurs réactions. L'enseignement programmé n'a pas dit son dernier mot et on gagnera, dans les années qui viennent, à solliciter ses techniques pour pouvoir, grâce à elles, assurer la transmission des connaissances nouvelles — de la mathématique actuelle notamment — à un nombre grandissant d'élèves. **S. R.**

Comité de rédaction:	**Abonnement:**
Mlle A. Grin, MM. B. Beauverd, L. Biollaz, G. Guélat, R. Hutin, L. Pauli, N. Savary, S. Roller, rédacteur.	Suisse F 7.—, Etranger F 8.—, CCP 12 - 16713. Paraît 5 fois par an. Service de la recherche pédagogique, 65, rue de Lausanne, 1202 Genève (022 31 71 57).