

MATH ECOLE

JANVIER
1969
8^e ANNÉE

36

Nouvelles de France

La charte de Chambéry

Étapes et perspectives d'une réforme de l'enseignement des mathématiques, 1969, 1971, 1973, 1976, 1980...

Réunis à Chambéry en janvier 1968 puis, au début des vacances pascales, à Marly-le-Roi, les membres de l'A.P.M. (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public) ont mis au point un texte, la **Charte de Chambéry**, qui précise la finalité et les modes de réalisation de l'enseignement de la mathématique nouvelle. Par ce moyen, les professeurs de mathématiques souhaitent amorcer un dialogue. «D'une large et franche confrontation des avis, ils sont persuadés que surgiront les conditions les plus favorables à l'immense tâche jamais achevée qui attend toujours les hommes libres lorsqu'ils entreprennent de vivre libres.»

Cette charte vient d'être publiée dans le cahier No 1 de la «Bibliothèque d'information sur l'enseignement mathématique», octobre 1968, Paris 5^e, 29, rue d'Ulm; elle comprend 6 parties. Math-Ecole en soumet les trois premières à l'attention de ses lecteurs.

1. POURQUOI L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES DOIT-IL ÊTRE RÉFORMÉ «DE LA MATERNELLE AUX FACULTÉS»?

Que l'enseignement des mathématiques soit analysé dans son contenu, dans sa forme pédagogique, ou dans son rôle social ou économique, il est certainement très remarquable que les conclusions soient convergentes; ce qu'on appelle un peu vite la mathématique moderne, ce qu'il conviendrait

mieux d'appeler la conception constructive, axiomatique, structurelle des mathématiques, fruit de l'évolution des idées, s'adapte «comme un gant», nous permettrons-nous de dire, à la formation de la jeunesse de notre temps. Il est important que tous les citoyens et en premier lieu tous les éducateurs en comprennent les raisons et dans quelle voie favorable cela conduit l'enseignement.

1. La mathématique est une science vivante: le foisonnement des découvertes s'y conjugue avec une réorganisation de son architecture; les notions ensemblistes acquises à la fin du XIXe siècle, la notion de structure qui sert d'armature à l'œuvre de Bourbaki peuvent être comparées, quant à leurs effets, au rôle qu'aurait un urbaniste disposant de crédits pour supprimer les bidonvilles.

Une actualisation des programmes est ainsi rendue possible, comme ce fut d'ailleurs le cas, tout au long de l'histoire, à maintes reprises: au XVe siècle, l'addition et la soustraction n'étaient enseignées que dans de rares écoles de France; pour la multiplication, on était prié de s'adresser à quelques rares et prestigieuses universités d'Italie; au XVIe siècle, la division était un exploit de spécialiste; au XXe siècle, l'introduction des méthodes vectorielles dans la pédagogie mathématique s'est heurtée à une vive résistance, alors qu'actuellement il serait bien gênant de s'en passer, tout comme personne ne peut plus se passer des chiffres arabes.

Aujourd'hui les notions ensemblistes, les structures fondamentales de l'algèbre, les idées de base de la topologie irriguent toutes les mathématiques d'un sang neuf qui a la vertu de rendre mieux accessible un niveau d'abstraction anciennement réservé à des initiés privilégiés. Autour de quelques thèmes principaux, s'organise toute l'activité mathématique contemporaine et leur connaissance éclaire aussi bien les problèmes que la ménagère se pose en faisant son marché que les théories que doit affronter le physicien nucléaire, l'ingénieur ou l'architecte. Au temps de la machine à vapeur, il suffisait que certains ingénieurs seuls sachent la théorie de l'intégration; à l'époque des ordinateurs et de l'automatisation, la lecture d'un organigramme et le maniement des symboles doivent faire partie de la culture de tous.

Il serait d'ailleurs invraisemblable que notre époque marquée par une évolution accélérée dans tous les domaines soit celle d'un étroit conservatisme dans les programmes de mathématiques. Ce qui serait d'autant plus inadmissible que la pédagogie, de son côté, réclame une révolution qui correspond à celle du contenu mathématique.

2. La pédagogie active, fondée sur l'analyse de la genèse des notions chez l'enfant, conduit inéluctablement à une refonte complète de nos méthodes d'enseignement. Sans nier les résultats obtenus par les méthodes traditionnelles, profitant au contraire de l'expérience acquise par les maîtres conscients des difficultés pédagogiques à surmonter, nous pouvons maintenant mettre en pratique des techniques qui ont donné leurs preuves.

Aucun de ces progrès n'aurait été possible sans l'œuvre souvent obscure et toujours admirable de quelques pionniers, théoriciens ou praticiens tels

que Piaget, Wallon, Gattegno, Cuisenaire, Freinet, Dienes, Madeleine Goutard, etc. **Parce que nous avons conscience de leur devoir beaucoup, nous entendons suivre leur exemple, fidélité dans l'ouvrage qui exige l'examen critique permanent de leurs conclusions**¹. Pédagogie, science ouverte, ou sinon: antiscience.

Nous devons reconnaître l'imperfection de nos méthodes traditionnelles. Le principe affiché de la «redécouverte» n'empêche pas le retour plus ou moins conscient à des méthodes dogmatiques. Les échecs scolaires en mathématiques ont toujours été durement ressentis par les pédagogues. La réforme du contenu de notre enseignement associé à une rénovation des méthodes doit, selon nous, rendre ces échecs scolaires de moins en moins nombreux.

Il faut ici faire justice de quelques mauvais arguments qu'on oppose à la modernisation des programmes: d'abord, il n'est pas question d'introduire toute la mathématique moderne, brutalement, n'importe quand et à n'importe qui. Personne ne songe à faire lire Bourbaki aux enfants du Cours Préparatoire.

On dit souvent: «Nos pauvres élèves ne comprennent déjà pas grand-chose aux bonnes vieilles mathématiques. Et vous voulez les lancer dans ce jargon impénétrable, ce symbolisme abscons, ces austères abstractions, qui caractérisent les mathématiques modernes». En réalité, le vocabulaire et le symbolisme modernes ne sont pas le fait d'un snobisme ridicule dont les élèves devraient souffrir. Non seulement la difficulté de leur tâche ne sera pas augmentée mais encore l'esprit moderne peut et normalement doit apporter un progrès sur le plan purement pédagogique. Il apporte, dit André Revuz, de «grandes idées simples et très puissantes» qui aideront les élèves.

Il faut aussi répondre à des critiques sommaires. On a fait état de «résultats désastreux» à la suite de l'introduction de notions modernes dans l'enseignement du second degré. Il ne peut être question de juger ici telle ou telle expérience particulière; d'ailleurs, il est assurément possible d'enseigner aussi mal les mathématiques actuelles que les autres. Cependant, il ne faut pas oublier que l'enseignement traditionnel, quelles que soient les qualités des maîtres qui s'y dévouent, n'est pas satisfaisant; ce sont justement ces maîtres qui en ont conscience et qui voient la nécessité d'une profonde amélioration. Et puis, il ne faudrait pas rejeter sur les «mathématiques modernes» toutes les responsabilités des échecs que rencontre notre enseignement alors que ces mêmes échecs sont aussi abusivement imputés, dans d'autres cas, à la paresse des élèves ou à leur soi-disant absence de dons.

Sans doute, la période transitoire que nous vivons connaît des difficultés spéciales: le passage des conceptions anciennes aux nouvelles à n'importe quel niveau de l'enseignement, surtout lorsque le passage est brutal, comporte des risques. Ceux-ci n'existeront plus pour les enfants qui commenceront dès la Maternelle leur apprentissage de la mathématique contemporaine.

¹ C'est nous qui soulignons. (N.d.l.r.)

Nous tenons d'ailleurs à souligner que l'introduction d'un nouveau contenu dans l'enseignement des mathématiques sera inopérante, voire néfaste, si elle ne s'accompagne d'une pédagogie appropriée: active, ouverte, la moins dogmatique possible, faisant appel au travail par groupe et à l'imagination des enfants. A ce propos, médecins et psychologues entre autres s'accordent à estimer qu'un horaire hebdomadaire de 30 heures pour les jeunes enfants est aberrant; le plan Langevin-Wallon réclamait qu'il soit, pour les enfants de 7 à 9 ans, ramené à 10 heures...

Ces questions de méthodes et de programmes sont étroitement liées. Jusqu'à présent les programmes ont été conçus comme des listes de sujets devant être traités par le maître et assimilés par les élèves dans un même temps très déterminé. Il est bien préférable d'introduire chaque notion «tôt et progressivement» (A. Revuz), en précisant, en approfondissant les concepts sur plusieurs années, si c'est nécessaire, par approches successives. Ce mûrissement permet un apprentissage véritable, acquisition d'un savoir et d'un savoir-faire.

En effet, l'acquisition des techniques (numération, opérations sur les nombres, ...) n'est pas abandonnée. Mais la notion de nombre gagnera à être préparée par des rudiments de grammaire des ensembles et de logique. Les enfants sauront compter et calculer plus tard que ne l'imposent les programmes actuels, mais ils le sauront mieux. D'autre part, du fait de la prolongation de la scolarité obligatoire, la mission de l'école primaire n'est plus d'enseigner les connaissances indispensables dans la vie courante mais surtout de former les esprits, de donner à chacun la capacité de s'adapter aux conditions largement imprévisibles de l'avenir.

Ne manquons pas de répondre par avance à une autre objection; pourquoi ne pas attendre que l'adolescent ait choisi un peu sa voie pour développer telle ou telle branche mathématique qui lui sera utile? Nous demandons au contraire une réforme qui commence par le commencement, dès la Maternelle et le Cours Préparatoire et qui se poursuive progressivement tout au long de la scolarité. Exigence qui répond à l'unité profonde de la mathématique et en même temps au souci de continuité, de la progressivité auquel tous les pédagogues sont attachés à juste titre.

Les réformes que nous préconisons ne sont pas seulement justifiées par des raisons pédagogiques. L'évolution sociale, économique et technologique renforce cette orientation.

3. **L'économie moderne** demande une formation scientifique plus poussée pour un nombre plus grand d'individus: «Une étude récente montre qu'en 1975... l'économie française aurait un rendement optimum avec 20 manuels proprement dits, là où il y en avait 80 autrefois; et qu'inversément il lui faudrait 80 travailleurs ayant reçu une formation secondaire ou technique là où ils étaient 20 au début du siècle. Ceux d'entre eux atteignant ou dépassant un niveau d'instruction équivalant au baccalauréat, au lieu de 1 sur 100 il y a une cinquantaine d'années devraient être dans la proportion de 32 %, c'est-à-dire de 1 sur 3» (Louis Cros, «**L'explosion scolaire**»). Et

pour cette formation, c'est la mathématique qui est requise: «Même si elles (les mathématiques modernes) semblent ne servir à rien, elles sont manifestement un mode de pensée capable de contribuer puissamment à la formation de l'esprit et sans doute n'est-il pas besoin d'être prophète pour affirmer qu'elles serviront à forger les outils de l'Ingénieur de demain» (Pr Bastick, chimiste, directeur de l'Ecole Nationale Supérieure des Industries Chimiques de Nancy).

La mathématique contemporaine est utile dans beaucoup de domaines: physique théorique bien sûr, mais aussi ordinateurs, recherche opérationnelle, gestion des stocks d'entreprises, organigrammes des grandes administrations, plannings pour les grand travaux, sociologie, linguistique, médecine (établissement de diagnostics), pharmacie..

Au niveau des enseignements élémentaires, de la Maternelle au Baccalauréat, pour toute la durée de l'enseignement obligatoire, nous pouvons affirmer sans crainte d'être contredits, que la nouvelle formation mathématique est aussi importante pour la culture de chaque individu que pour l'éducation du citoyen et l'apprentissage du producteur.

2. POURQUOI LA RÉFORME EST-ELLE POSSIBLE?

Ce qui précède le fait déjà comprendre: si les ambitions du mathématicien adulte et celles du jeune élève sont d'ordres très différents, leur action créatrice ou constructive est de même nature. La réforme est possible grâce à cette conjonction des objectifs mathématiques et des considérations pédagogiques.

Les tentatives isolées ou fragmentaires qui ont déjà été réalisées au sein même de notre enseignement public français prouvent que les réformes proposées sont réalisables. Ces essais n'ont pourtant pas bénéficié de circonstances favorables: œuvres de maîtres isolés d'abord, il a toujours fallu, pour ces pionniers, mener de front la poursuite de leur entreprise et l'enseignement des programmes officiels.

Aussi a-t-on peu à peu reconnu l'intérêt d'expériences mieux coordonnées soit dans les écoles d'application en liaison avec les professeurs de l'Ecole Normale, soit dans le cadre de la Recherche Pédagogique, organisée par le service spécial de l'Institut Pédagogique National. Nous verrons plus loin pourquoi ces structures sont insuffisantes pour réaliser dans toute son ampleur la réforme que nous demandons. Mais il faut reconnaître, dans l'état actuel des choses, que les expériences déjà réalisées ont eu le mérite de prouver la validité des hypothèses du départ.

L'exemple que nous donnent de nombreux autres pays doit également être pris en considération. La rénovation de l'ensemble des études secondaires en mathématiques réalisée en Belgique sous la direction de M. Papy, les écoles animées par M. Dienes, au Canada, les études dirigées par Mme Krygowska à Cracovie (Pologne), les groupes de professeurs réunis autour de M. Fletcher en Angleterre, etc., sont quelques-uns des éléments les plus dynamiques d'un «mouvement» international au sein duquel l'enseignement français a son rôle à jouer.

Encore faut-il que maîtres et parents d'élèves aient une idée assez précise de cette évolution dans laquelle, tôt ou tard, ils vont se trouver «embarqués». Au lieu d'être passivement emportés ou ballotés par un courant dont ils ne comprendraient pas l'orientation, si tous les pédagogues étaient bien informés de l'enjeu, ils seraient de bons marinières et pourraient conduire le bateau de leurs enfants vers les meilleures passes.

3. COMMENT RÉALISER LA RÉFORME ?

Par la nature même de son objet, la réforme d'un enseignement ne peut être donnée tout d'une pièce et plaquée sans précaution sur une réalité vécue par des millions de personnes. La réforme est une construction progressive. Il ne s'agit pas d'instituer de nouveaux règlements mais de vivre une réforme, la vivre et la faire vivre, c'est-à-dire progresser.

1. **Une véritable expérimentation.** Nous posons pour cela le principe qu'avant de généraliser de nouveaux programmes, de nouvelles méthodes, il faut prendre le temps d'expérimenter ces nouveautés dans un cadre pédagogique satisfaisant.

Cette expérimentation, pour être significative, doit être organisée sur une échelle suffisante, par exemple, sur un cycle complet d'études de la Maternelle au Cours Moyen 2^e année; les écoles qui pratiquent l'expérience doivent bénéficier de conditions favorables, les effectifs de chaque classe ne pouvant comporter plus de 24 élèves. L'expérimentation doit se faire dans des milieux socio-culturels divers. Il est recommandé de remettre en question à cette occasion la mythologie des notes, des compositions, des classements, des examens...

L'expérimentation aux divers niveaux doit être coordonnée. Les maîtres participant aux exercices à des niveaux différents doivent être en liaison; ils doivent pouvoir établir facilement des contacts avec des maîtres enseignant d'autres disciplines, avec des personnes extérieures à l'enseignement et susceptibles de les faire bénéficier d'une expérience dans tel ou tel domaine de l'activité sociale.

Enfin, pour servir à tous les maîtres, les écoles expérimentales doivent être facilement visitées; les résultats des recherches doivent être publiés et mis à la disposition de tous.

2. **La formation des maîtres** joue, dans la réalisation des réformes, un rôle essentiel.

Il convient de souligner l'importance primordiale de l'enseignement au stade de l'école maternelle et de l'école élémentaire et son retentissement sur toute la vie scolaire et professionnelle d'un individu. Les découvertes récentes de la psychologie permettent d'affirmer que tout être humain est marqué de façon prépondérante par sa petite enfance. Il semble que ce soit particulièrement vrai dans le domaine de la formation mathématique. L'attitude d'une personne en présence d'une situation mathématique

dépend dans une large mesure de la manière dont elle a pris conscience des êtres mathématiques. Il est vraisemblable que ces constatations sont valables pour les autres disciplines.

Ces remarques nous conduisent à souligner le rôle privilégié de l'instituteur dans l'enseignement. Les hautes responsabilités qui lui sont confiées lui confèrent une dignité qui nécessite une valorisation de sa fonction. Nous pensons que tous les enseignants devraient recevoir une formation initiale diversifiée mais de même niveau de qualification leur donnant droit à la même rétribution (cf. le plan de la commission Langevin-Wallon).

L'importance de ces responsabilités qui exige une formation initiale très approfondie nécessite également une formation continue.

a) **Formation initiale:**

Tous les instituteurs doivent bénéficier d'une formation initiale d'une durée de **quatre** ans après le baccalauréat comportant une formation théorique donnée à l'Université et une formation professionnelle qui est de la vocation des Ecoles Normales.

La formation initiale des instituteurs et celle des professeurs doit être assurée par une équipe de formateurs comportant, outre les professeurs et directeurs d'école normale, des inspecteurs départementaux, des instituteurs, des professeurs du second degré et de l'enseignement supérieur, des psychologues...

L'horaire de mathématiques (formation théorique complémentaire et applications pédagogiques) proposé est de trois heures hebdomadaires pendant toute la durée de la formation.

Nous préconisons le travail par groupe de préférence au cours magistral. Cette méthode a le double intérêt d'apprendre aux futurs instituteurs à travailler en équipe et de vivre les méthodes qu'ils devront utiliser dans leurs classes.

Les thèmes suggérés pour ce travail en groupes sont (il est bien entendu que la liste n'est pas limitative):

- Relations. Ensembles.
- Lois de composition.
- Structures.
- Construction d'ensembles numériques.
- Logique.
- Exploration de l'espace.
- Géométrie par les transformations.
- Mesures.
- Probabilités et statistiques.

Chaque thème étant étudié sous les aspects théoriques et pédagogiques. Les I.R.E.M. * sont chargés de faire passer ces principes dans les faits.

* Instituts de Recherches sur l'Enseignement Mathématique.

Nous souhaitons qu'à l'avenir tous les futurs maîtres, qu'ils se préparent à enseigner dans le premier ou le second degré, soient formés dans des établissements communs.

b) La formation continue:

La formation continue répond actuellement à un besoin général créé par l'évolution rapide de la vie moderne. Ce besoin est celui de tous les pédagogues, en particulier de ceux qui enseignent la mathématique de la «Maternelle aux Facultés».

L'organisation de la formation continue pour **tous** les maîtres ne doit pas entraîner un accroissement de leurs charges professionnelles. Le temps nécessaire doit donc être pris sur les horaires de service, justement parce que cette formation fait partie du service. Les modalités de cette formation continue doivent être diverses: stages, cours par correspondance, émissions télévisées avec écoute collective suivie de débats, etc...

Les documents nécessaires à cette information doivent être soigneusement préparés et peu à peu améliorés à la lumière des critiques des utilisateurs. Les organismes officiels responsables de leur production doivent prendre en charge financièrement leur diffusion auprès du personnel.

3. Les Instituts de Recherche sur l'Enseignement mathématique. Expérimentation et formation des maîtres sont les deux **moteurs** de la réforme. Pour les faire fonctionner à l'échelle du pays, pour des dizaines ou des centaines de milliers de maîtres, pour des millions d'élèves, il faut disposer d'organismes nouveaux qui pourront mener à bien toutes les tâches indiquées plus haut si l'on veut que les contacts entre professeurs restent à l'échelle humaine. Tel est le rôle des Instituts de Recherche sur l'Enseignement Mathématique (ou I.R.E.M.) dont la Commission Lichnerowicz a dressé le plan *.

S'il est donc superflu de commenter ce que la Commission ministérielle a si bien dit, précisons cependant que, pour nous, la création des I.R.E.M. implique un nouvel esprit de coopération entre les maîtres de **tous** les niveaux d'enseignement et que ce nouvel esprit porte beaucoup des espoirs de la réforme.

4. Continuité de la réforme. Les I.R.E.M. ne sont pas des organismes provisoires à mission limitée dans le temps. Leur création signifie aussi que le concept de réforme continue, d'adaptation permanente de l'enseignement aux conditions scientifiques, pédagogiques, sociales et économiques commence à prendre forme. Il en est temps. Mieux vaut s'adapter que devoir entreprendre des révisions déchirantes.

Nous n'avons pas la prétention d'apporter la dernière pierre à l'œuvre éducative. Nous voulons poursuivre ce que d'autres avant nous ont déjà su faire et permettre à nos successeurs de ne pas trop souffrir des insuffisances de notre action.

* Voir Math-Ecole No 32, mars 1968.

Après Genève

Deux maîtres du cours de Genève (été 1968) ont bien voulu entretenir les lecteurs de Math-Ecole sur les thèmes qui, au collège de Budé, avaient suscité des remarques particulièrement importantes; ce sont Madame Yvonne Savioz et Monsieur Roger Dyens.

A propos du nombre

Le cours de mathématique, section enfantine, a été envisagé et vécu dans un esprit d'échanges et de recherche. Nos mises en commun nous ont révélé la similitude de nos problèmes quant à l'enseignement mathématique chez les petits. L'enfant de 5 à 7 ans, qu'il soit belge, français ou suisse, est le même dans son évolution psychologique, dans son comportement vis-à-vis du nombre, dans le développement du processus mental qui l'amène au pouvoir d'opérer. En conséquence, c'est moins la question du «programme à parcourir» qui nous a préoccupées durant ces deux semaines, que la recherche de «la manière de donner une certaine culture mathématique» à nos enfants, à la lumière des données fournies par la psychologie. Nous avons découvert ensemble les multiples situations qui, en classe, d'une manière lointaine mais certaine, préparent l'acquisition des concepts de base tels: l'invariance, la sériation, le nombre, la numération, etc.

Tout d'abord, nous avons essayé de «situer» l'enfant lors de son entrée à l'école en tenant compte de ses connaissances plus ou moins étendues. Cet enfant que nous considérons comme tout neuf, a déjà, en lui, toute une richesse d'acquisitions. Notre premier travail est de le rendre conscient de cela.

Serge, 5 ans, par exemple, a reçu trois billes. Il les tient précieusement dans le creux de sa main. Serge a déjà une première notion du nombre. Quand on lui demande: «Montre 3», ou bien il lève 3 doigts, ou bien il groupe 3 objets. Il faudra compléter cela et amener Serge à la véritable connaissance du nombre trois qui est celle de 3 comme propriété d'une classe, la classe du «trois».

Un problème qui nous a beaucoup préoccupées a été celui de la manière d'organiser en classe le contrôle de la notion de conservation.

Il y a, évidemment, l'examen type où l'enfant se trouve seul avec la maîtresse. Cette situation est difficilement réalisable dans une classe de 30 enfants de 5 et 6 ans.

Je pense alors, que la maîtresse doit s'ingénier à trouver dans la vie de la classe des situations diverses où cette notion de conservation peut être contrôlée. Cette analyse paraîtra ainsi moins artificielle et les situations exploitées étant très différentes l'enfant en tirera le plus grand avantage.

D'autre part, le côté occasionnel et pratique de l'exercice favorisera, stimulera même le raisonnement. Les situations concrètes de vie constituent toujours les motivations les plus puissantes.

Chantal et Sabine ont apporté pour leur récréation un «cornet» contenant quelques cacahuètes.

Je prends les deux enfants près de moi avec leur précieux «dix heures». Trois autres enfants se sont joints à nous. Je voudrais bien savoir, leur dis-je, laquelle des deux mamans a donné plus de cacahuètes à sa petite fille. Tout de suite les enfants entrent dans le jeu.

— Chantal, verse tes cacahuètes sur la table. Et toi, Sabine aussi.

— Peut-on savoir s'il y en a la «même chose» dans les 2 tas?

— Sabine: oui, en les comptant mais maman dit que je ne compte pas juste.

— Alors, comment faire?

— Il faudrait voir avec les yeux, me dit Chantal.

— D'accord, montre-le moi.

Voici comment Chantal a disposé ses cacahuètes:

A



Sabine l'a aussitôt imitée.

B



— Et alors, que vois-tu Chantal?

— Sabine en a plus que moi.

— C'est vrai? Combien en plus? (4).

— As-tu compté les cacahuètes?

— Non.

— Alors, comment sais-tu que Sabine en a 4 de plus? Explique.

— Et Chantal?

— Elle en a moins.

— Combien en moins?

Les enfants ont unanimement répondu: zéro. J'ai essayé d'insister un peu en reposant la question. Rien à faire. J'avais le sentiment inconfortable d'arracher de la branche un fruit mal mûr. C'était regrettable.

— Pourrait-on placer les cacahuètes autrement?

Les enfants ont placé les cacahuètes par groupes de 2, de 4, puis sur une ligne.

L'occasion était trop belle pour ne pas poursuivre..

C



Nous abordons ensuite le partage de la différence.

Sabine a 4 cacahuètes de plus que Chantal.

— Montre-les moi Sabine.

— Qu'est-ce qu'on pourrait faire pour que vous en ayez «la même chose»?

1re solution proposée: donner les 4 cacahuètes en plus à la maîtresse.

— Pourrait-on faire autrement?

— Sabine: en donner encore 4 à Chantal.

— Nous n'en avons pas.

— Eh bien! j'en apporterai cet après-midi.

— Il faut qu'on s'arrange maintenant. Qui a une idée?

Patrick qui avait suivi les opérations, sans en avoir l'air, suggère tout à coup, que Sabine donne 2 cacahuètes à Chantal.

— Ça, c'est une bonne idée, dirent les enfants.

— Et maintenant, que voyez-vous?

— Chantal et Sabine ont «la même chose» de cacahuètes.

☆ ☆ ☆

Voici un autre exemple, pris sur le vif, relatif à la notion de conservation.

Brigitte, dont la mère est coiffeuse, avait apporté en classe, une série de ravissantes petites bouteilles.

Voici les bouteilles.

A



Après avoir manifesté beaucoup d'intérêt pour le bien de Brigitte, je l'interroge.

— Est-ce que chaque bouteille a son bouchon?

— Oui.

— Y a-t-il «la même chose» de bouchons que de bouteilles?

— Oui.

— Pourquoi?

— Parce que le bouchon est vissé sur la bouteille.

— Enlève les bouchons et place-les devant chaque bouteille.

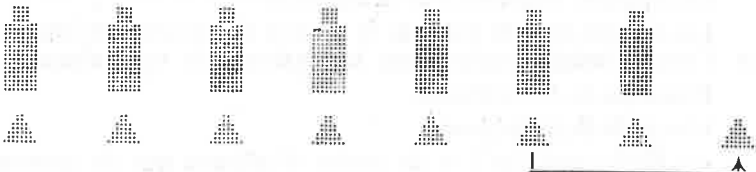
— Et maintenant, y a-t-il «la même chose» de bouchons que de bouteilles?

— Oui. Pourquoi?

— Parce que le bouchon est **juste devant** la bouteille.

Je déplace un bouchon à droite.

B



— Et maintenant, y a-t-il toujours autant de bouchons que de bouteilles?

— Non.

— Pourquoi?

— Il y a un bouchon en plus, là. (Brigitte montre du doigt le bouchon déplacé).

— Remets le bouchon à sa place. Et maintenant, y a-t-il autant de bouchons que de bouteilles?

— Oui.

— Pourquoi?

J'essaie de déplacer 2 bouteilles à droite.

Le trouble de Brigitte grandit avec les différences dans les situations perceptives.

Pour terminer je lui demande:

— Que penses-tu qu'il y ait de plus? des bouchons ou des bouteilles?

— Des bouteilles.

— Alors, si tu voulais boucher les bouteilles, aurais-tu assez de bouchons?

— Oui, si tu permets de prendre les bouchons qui sont là. (Elle montre les bouchons qui ne sont pas en correspondance avec les bouteilles).

C'est cela, la maturation d'un enfant: un long cheminement où le oui succède au non, où l'affirmation d'hier devient négation de demain. Mise devant un problème pratique, Brigitte semble avoir compris. Elle est cependant encore incapable de saisir «qu'un nombre ne change pas quelle que soit la configuration des unités qui le composent».

Lorsque les enfants ont compris, ils expliquent cela de manières très diverses. C'est à la maîtresse de juger la valeur de leurs arguments.

☆ ☆ ☆

Autre point débattu avec mes collègues: la manière de poser les questions

Si les questions doivent guider la recherche de l'enfant, elles seront rares et opportunes. Ne pas entraver, par un interrogatoire «serré», un raisonnement qui aurait besoin de silence pour se construire!

Remarque sur l'heureux emploi d'un moyen d'enseignement: le tableau noir horizontal

Nos petits, pourront poser sur ce tableau, les objets ou les images des objets qu'ils utiliseront pour tracer des relations, reconstituer des ensembles, établir des bijections.

Un exemple: découverte de la bijection.

Les enfants avaient posé sur le tableau horizontal, des images d'animaux et d'autres images représentant les maisons de ces animaux.

Ensemble A: les animaux.

Ensemble B: les maisons.

— Pensez-vous qu'il y ait autant d'animaux que de maisons?

— Oui, répondirent les enfants.

— J'aimerais bien en être sûre. Que pourrait-on faire?

Les enfants ont spontanément voulu rapprocher un élément de l'ensemble A avec un élément de l'ensemble B.

J'interviens:

— C'est une bonne idée mais je ne voudrais pas sortir les images des 2 ensembles. Comment faire?

Il y eut quelques secondes de profonde réflexion mais aucune proposition.

Je précise:

— **Pourrait-on faire un dessin qui montre s'il y a autant de maisons que d'animaux?**

Nouveau silence troublé; enfin une petite voix propose:

— Il faudrait faire des ficelles!

— Ah oui? Comment?

Arielle trace les bijections et conclut:

— Y en a la même chose parce que chaque bête a une maison.

Elle ajoute un petit conseil fort apprécié:

— La prochaine fois, il faudra dessiner chaque ficelle d'une autre couleur autrement on se trompe!

Yvonne Savioz

Puissances et racines

Des doutes ont été émis quant à la compréhension profonde et parfaite des puissances et surtout de leur inverse, les racines, par des enfants qui saisissent pourtant la signification des tours unicolores plus ou moins hautes qu'ils échafaudent, qui n'hésitent pas à partager en deux pour obtenir la racine carrée, en trois pour trouver la racine cubique, et qui construisent sans peine les «L» correspondants. Mon propos n'est pas d'infirmier ou de confirmer ces assertions mais de proposer quelques jeux ou exercices qui ont aidé mes élèves de 9 ans à mieux saisir ces notions. Il est clair qu'elles doivent être parfaitement acquises si nous désirons que les enfants pénètrent vraiment à fond les secrets de la numération.

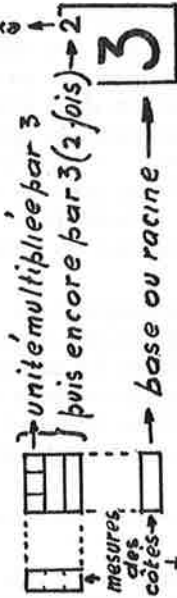
En premier lieu, des transformations de rectangles nous amenés à la forme particulière et privilégiée du carré. Nous avons examiné les côtés (bases ou racines) de ce dernier et mis en évidence les caractéristiques de ses angles, de ses axes de symétrie, par le découpage et par le dessin. Grâce aux réglattes et à des signes mobiles dessinés sur des cartons (+, —, ×, :, ≠, <, >, √) nous avons pu mettre en relation de nombreux carrés avec des «croix» et des «L».

Enfin nous avons établi des tableaux comparatifs dont voici un exemple pour le nombre de trois.

Si les enfants peuvent ensuite constituer seuls, sans l'aide de matériel, un schéma semblable avec d'autres nombres, cela semble indiquer qu'ils sont capables de passer à l'étude du cube et de la racine cubique par des procédés analogues.

CARRÉ ET RACINE

Carré de 3 mesuré avec b.



côté x côté = carré
 $(1b \times 3) \times 3 = 3b \times 3 = 9b$

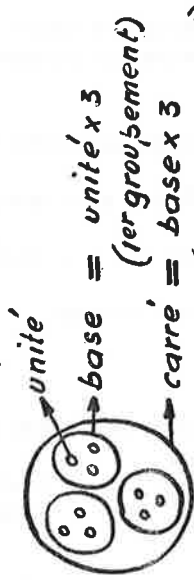
$$\square = \square \times \square = 3 \times 3 = 9$$

Retrouvons

$$\sqrt{\square} = \sqrt{\square \times \square} = \square = \square$$

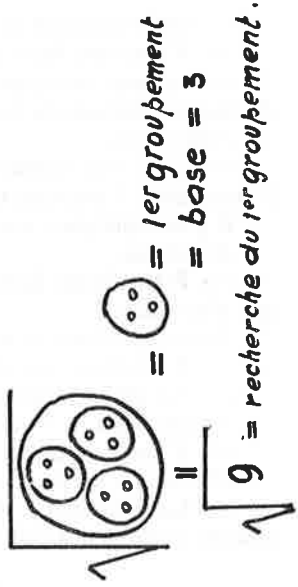
$$\sqrt{9} = \sqrt{3 \times 3} = \sqrt{3^2} = 3$$

Carré de 3 obtenu avec des unités quelconques



Résultat des deux opérations
 $(1 \times 3) \times 3 = 3 \times 3 = 3$ puissance 2
 $= 3^2$ ou 3 exposant 2

la racine



Voici quelques exercices lacunaires tirés d'inventions inspirées par nos recherches.

Carrés:

$$6^2 = \dots \times 6 = \dots$$

$$?^2 = ? \times ? = 25$$

$$49 = ? \times ? = ?^2$$

$$12^2 : 12 = 3 \times ?^2$$

$$4^2 : 4^2 = ?^2$$

Carrés et racines:

$$3^2 = \sqrt{?}$$

$$\sqrt{64} = ?^2 + ?^2$$

Racines:

$$\sqrt{81} = \sqrt{\dots} \times \dots = \sqrt{?^2}$$

$$\sqrt{?} = \sqrt{6} \times 6 = \sqrt{?} + \sqrt{?}$$

$$\sqrt{?} = \sqrt{5} \times 5 = \sqrt{4} + ?$$

$$\sqrt{5} \times 5 + \sqrt{4} \times 4 \quad \sqrt{?} \times ?$$

$$\sqrt{36} = ? + \sqrt{?}$$

$$\sqrt{144} + \sqrt{9} = 4^2 - ?^2$$

R. Dyens

BIENVENUE

Le comité de rédaction de Math-Ecole compte désormais un membre nouveau, M. Raymond Hutin, licencié en pédagogie de l'Institut des Sciences de l'Education de Genève, adjoint à la direction du Service de la recherche pédagogique du Département de l'instruction publique de Genève. R. Hutin est notamment responsable, au SRP, des recherches expérimentales portant sur la mise en place du nouveau programme de mathématique de l'école primaire. Il est aussi, par ailleurs, rédacteur de la partie corporative de l'«Educateur». Bienvenue à ce nouveau collaborateur.

Publications récentes

SENFTE (Dr Walter) et GLAUS (Irma)

«*Mathematische Früherziehung, Erster Rechenunterricht*»

Winterthur, 1968. Verlag Franz Schubiger. 250 pages.

Voici un ouvrage qui réalise une intersection pédagogique de grande valeur, celle de la science mathématique nouvelle exposée par le Dr W. Senft, et de la didactique, nouvelle aussi, de cette discipline fondamentale, exposée par Irma Glaus.

Dr Senft: Finalité du premier enseignement de la mathématique. Mathématique et didactique à l'école publique. Le but de la formation culturelle des enfants. L'arrière-plan concret du processus d'abstraction. Matériels de travail et structure du travail. Jeu libre et matériel didactique. Expériences fondamentales en géométrie. Les ensembles et les opérations sur les ensembles. Les relations d'équivalence. Le nombre, sa représentation, le calcul.

Irma Glaus: Les «Nombres en couleurs» et la mathématique nouvelle. Le travail avec des objets quelconques (théorie des ensembles). Le travail avec les «Nombres en couleurs». Exercices qualitatifs et quantitatifs. Des nombres 1 à 20; 1 à 100 (2e classe); 1 à 1000 (3e classe).

FRÉDÉRIQUE et PAPY

«*L'enfant et les graphes*»

Bruxelles, Montréal, Paris, 1968. Marcel Didier. 190 pages. 21 × 27.

La préface, de PAPY lui-même, présente excellemment l'ouvrage. La voici:

Depuis les temps les plus reculés, les mathématiciens n'ont jamais cessé d'utiliser des relations.

L'économie de pensée et la clarté que procure leur mise en évidence systématique est l'un des traits caractéristiques de la mathématique d'aujourd'hui.

Tout enseignement moderne doit consacrer une étude spéciale aux relations. On sait depuis 10 ans que les graphes multicolores constituent un moyen pédagogique efficace et attrayant pour l'enseignement des notions et propriétés relationnelles.

Depuis le 1er septembre 1967, le Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique a commencé une nouvelle expérience dans deux classes d'élèves de 6 ans, conduite par FRÉDÉRIQUE avec la collaboration de Danielle INCOLLE. Les graphes y jouent un rôle de tout premier plan à côté d'un MINICOMPUTER, objet d'un autre livre.

Le présent ouvrage décrit les dix premières leçons au cours desquelles FRÉDÉRIQUE introduit les graphes. Chacune d'elles est suivie d'un commentaire à la fois mathématique et pédagogique. Entre les cinq premiers et les cinq derniers chapitres, un intermezzo précise la portée mathématique de cet enseignement élémentaire.

Toutes les illustrations où figure un prénom reproduisent fidèlement d'authentiques dessins d'enfants exécutés au moyen de marqueurs à mèches de feutre ou de bambou.

Les jolis dessins multicolores que constituent les graphes contribuent à dégager la notion mathématique de relation de la connaissance commune d'enfants non encore scolarisés, en lui conservant la saveur des situations familières qui lui ont donné naissance.

Bruxelles, le 6 mai 1968.

ROBICHAUD (Cécile)

«L'efficacité des réglottes Cuisenaire» Neuchâtel, 1968, Delachaux et Niestlé, 335 pp.

Il s'agit d'une thèse de doctorat menée à chef par l'auteur à l'Université de Fribourg (Suisse) sous la direction, notamment, du très regretté professeur Laure Dupraz. Les recherches expérimentales ont été faites dans les cantons de Fribourg et du Valais, et en Belgique, à l'athénée de Binche où le préfet, le professeur Louis Jéronnez, avait introduit les réglottes Cuisenaire. Cinq tests (calculs, culture générale, vocabulaire et jugement, analogie, comparaison) ont été soumis à des élèves de classes Cuisenaire et à des élèves de classes témoins. «Les résultats relevés aux tests de rendement des 3e et 4e années examinées, ont souligné la supériorité de performance des élèves Cuisenaire en calcul et en arithmétique et leur rapidité de travail dans le manie- ment des quatre opérations fondamentales».

CUISENAIRE (Georges)

«Les nombres en couleurs dans l'enseignement maternel et l'enseignement spécial» Bruxelles, 1968. Editions Calozet. 24 p.

L'inventeur des réglottes montre, à nouveau, comment initier les très jeunes enfants à la notion fondamentale de nombre au moyen de son matériel et en intégrant, dans le premier enseignement du calcul, les théories ensemblistes.

Comité de rédaction:

Mlle A. Grin, MM. B. Beauverd,
L. Biollaz, G. Guélat, R. Hutin, L.
Pauli, N. Savary, S. Roller, ré-
dacteur.

Abonnement:

Suisse F 7.—, Etranger F 8.—,
CCP 12 - 16713. Paraît 5 fois par
an. Service de la recherche péda-
gogique, 65, rue de Lausanne,
1202 Genève (022 31 71 57).