RMé 230

230

RMé

REVUE DE MATHÉMATIQUES POUR L'ÉCOLE

OCTOBRE 2018

ISSN : 2571-516X

SOMMAIRE

Dans ce numéro 230, vous allez trouver une riche variété d'articles allant du cycle 1 de l'école primaire au secondaire 2.

Concernant le cycle 1, un article directement en lien avec les nouveaux moyens d'enseignement romands de mathématiques pour les 1H-2H fraichement arrivés dans les écoles de certains cantons romands est proposé par Favier. L'auteur présente et discute l'activité « *Des points partout* » appartenant à la partie « Recherche et stratégies ». Toujours concernant le premier cycle, vous pouvez découvrir le témoignage d'un didacticien des mathématiques (Proulx) qui narre une expérience vécue autour du nombre avec un élève de 4P que l'auteur qualifie de « perle mathématique ». Nicod et Parisod présentent le résultat de leur mémoire professionnel réalisé à la Haute école pédagogique du canton de Vaud. Il s'agit d'une étude proposant des pistes pour la fabrication manuelle (cutter) ou outillée par les technologies (imprimante 3D et imprimante laser) de matériel de géométrie par les enseignants. Pour finir avec les degrés primaires, Grapin et Mounier proposent une étude comparative de trois manuels français dont la « Méthode de Singapour » fortement médiatisée.

Vous pourrez vous intéresser aussi à une étude sur les choix institutionnels des manuels scolaires du Cameroun pour le secondaire 1 à propos de la droite comme objet géométrique menée par Njomgang Ngansop et Tchonang Youkap.

Dans ce numéro, deux articles s'intéressent d'une part aux erreurs des élèves dans le mouvement balistique (Anago) qui met en évidence leur récurrence partout où la physique est enseignée et un exemple de séquence didactique sur l'effet de la lentille gravitationnelle en cosmologie (Gasparini, Müller et Weiss) qui montre que la physique moderne est accessible aux élèves du secondaire 2, même quand ils n'ont pas choisi cette discipline comme option spécifique.

Nous profitons de cet éditorial pour remercier les auteurs pour la qualité de leurs articles et constatons avec satisfaction la richesse des thématiques abordées.

Une fois tous les deux ans le comité de RMé tient à proposer un numéro thématique transversal à tous les degrés scolaires afin d'approfondir le regard sur une problématique d'enseignement donnée. Afin de poursuivre cet objectif cher à notre revue, le numéro 231 abordera la thématique du **jeu**, indémodable dans notre société et dont la pratique dans les classes nous semble toujours devoir être encouragée.

Nous lançons donc un appel à contribution autour de la thématique des jeux mathématiques et de leurs apports dans les processus d'enseignement et d'apprentissage. Pour participer, merci d'adresser votre proposition en suivant les modalités fixées par la revue : https://www.revue-mathematiques.ch. Nous attendons avec impatience vos articles.

Attention, la deadline est fixée au 3 décembre 2018.

Dans l'attente de vos articles, le comité de la Revue des mathématiques pour l'école vous souhaite une bonne lecture.

LEÇONS DE LA CLASSE DE MATHEMATIQUES - LE SYMBOLISME

Jérôme Proulx

Laboratoire Épistémologie et Activité Mathématique, Université du Québec à Montréal

En tant que didacticien des mathématiques, je suis amené par mes travaux de recherche à être en classe et à travailler avec des élèves du primaire et du secondaire. Dans ces visites et travaux, les élèves m'offrent souvent ce que j'appelle des « perles mathématiques », à travers divers raisonnements, erreurs, questions, stratégies et solutions. C'est à partir de ces productions mathématiques que je propose de tirer des réflexions, voire quelques leçons, autant mathématiques que didactiques, dans le but de comprendre ce que les élèves parfois nous enseignent par leur activité mathématique…

LE SYMBOLISME

L'écriture en mathématiques est un enjeu important. Notre système d'écriture indo-arabe avec ses dix symboles, ses chiffres, porte avec lui certaines complexités, mais aussi certaines forces pour représenter et donner un sens aux nombres (voir en ce sens le nouvel ouvrage de Paul Lockhart, 2017, intitulé très justement *Arithmetic*). C'est pour ces raisons que l'apprentissage du système d'écriture chiffrée est important et que les enfants y sont initiés dès les premières années du primaire, voire en maternelle. Lors de cet enseignement, on permet aux élèves de jouer avec les symboles, de les écrire à leur façon, en les aidant à voir leur représentation, etc. On est parfois flexible sur l'utilisation faite par les jeunes enfants, où par exemple la quantité « treize » peut être représentée par « 13 », mais aussi par « 31 ». On préfère l'ordre usuel de « 13 », mais l'écriture inversée est tolérée, car l'élève est en apprentissage, ou plutôt en exploration de ces chiffres qui composent l'écriture des nombres : l'élève qui écrit « 31 » sait très bien qu'il ne parle pas de « trente-et-un » stylos mais bien de « treize » ou encore que le numéro qui lui a été assigné en classe, une pratique courante au Québec, est le « treize » et non le « trente-et-un » car de toutes façons il n'y a que « dix-huit » enfants dans sa classe de maternelle !

Ce système d'écriture est aussi un outil important pour la communication du travail mathématique. L'écriture chiffrée des nombres permet d'exprimer à d'autres (et aussi à soi-même) ce qu'on a fait et comment on y est arrivé. C'est à ce moment qu'une vigilance plus marquée sera portée envers l'écriture, son ordre, ses représentations, etc., avec l'intention de s'assurer que le message est bien compris et bien communiqué, autant pour l'autre que pour soi, particulièrement si un retour y est fait dans quelques semaines (ou encore plus tard pour l'enseignant qui corrigera notre copie d'examen…). Mais il y a plus, beaucoup plus, dans le système d'écriture des nombres que la communication. Je m'attarde ici sur la puissance du symbolisme mathématique.

Projetons-nous en classe Québécoise du 1er cycle du primaire (enfants de 7-8 ans), où l'enseignant demande oralement aux élèves s'il est possible de faire des paquets de 4 avec « vingt-quatre » jetons. Alors qu'ils sont tous au travail, le petit Marco me tire sur la chemise et me dit qu'il connaît plusieurs nombres qui permettent de faire des paquets de 4 et commence à me les énumérer en disant : « quatre, huit, douze, seize… vingt, vingt-quatre… vingt-huit… ». Je lui dis alors, voyant bien que la tâche pour lui pouvait être amenée plus loin, de prendre un bout du tableau dans le coin de la classe et d'écrire ses nombres pour qu'ensuite on regarde en groupe ce qu'il a trouvé. Une dizaine de minutes plus tard, je me retourne et vois Marco devant plusieurs nombres, écrits par bonds de 4, allant de quatre à … 29 ; en fait jusqu'à « quatre-vingt-douze », écrit en inversant les chiffres ! Mais, qu'importe, il est évident que Marco veut dire « quatre-vingt-douze » et aucun élève n'en fera de cas, car pour eux l'ordre n'occupe pas encore une place centrale dans l'écriture. Voici en fait la liste produite par Marco :

4	8	12	16		
20	42	28	32	63	
40	44	48	25	65	62
68	27	76	80		
48	88	29			

Mis à part une erreur à 62 au lieu de 60 (qui « s'autocorrige » avec 68, si on le veut bien, en oubliant un bond entre les deux nombres), on voit la robustesse des bonds pensés par Marco en étant flexible sur l'ordre des chiffres dans l'écriture du nombre. Cette flexibilité dans l'écriture, où l'élève est davantage centré sur le nombre lui-même et non sur sa traduction en écriture chiffrée, peut être conçue comme une force chez cet élève. En effet, on se réjouit de l'accent mis sur le nombre, sur les bonds et transformations d'un nombre à l'autre, plus que sur l'écriture des nombres.

On s'en réjouit…oui et non, comme la suite nous le dira.

L'enseignant regroupe alors les élèves autour du tableau du coin de classe pour que Marco explique aux autres son raisonnement et ce qu'il a trouvé. Marco démarre en expliquant à tous qu'il a développé une suite de nombres par bonds de 4, les nommant oralement tout en les pointant dans sa liste : 4, 8, 12, 16… tous les élèves suivent et plusieurs peuvent même anticiper le prochain bond. … 20, 42, 28, 32, 63, 40, 44… (dits tels que « vingt », « vingt-quatre », « vingt-huit », « trente-six », etc.). Aucun élève ne bronche face à l'écriture inversée de Marco, même si le tableau utilisé est adjacent à une grille traditionnelle de nombre de 1 à 100 avec tous les nombres écrits dans l'ordre usuel.

Toutefois, Marco s'arrête, intrigué par ses propres affirmations, et tente de verbaliser qu'une certaine répétition se produit dans les nombres qu'il nomme (en effet, « quatre/huit/douze/seize/vingt/vingt-quatre/vingt-huit/etc. »). Pour tenter de la comprendre, il nous pointe ses nombres écrits, mais n'y voit rien et recule du tableau, un peu surpris… Certains nombres se répètent, comme des 2, des 4 et des 8, mais on ne peut pas y voir plus que leur répétition, un peu aléatoire…

La cloche sonne et Marco reste un peu bouche bée. Alors que les autres élèves partent pour le repas, je reprends certaines idées avec Marco sur l'écriture. Mais Marco est déjà ailleurs, à penser à ses copains et avec qui il sera assis pour manger, plus qu'à écouter le « monsieur de l'université » qui lui parle de nombres et de leur écriture. Une attitude assez saine, on l'avouera !

Que penser de tout ceci ? D'abord, on ne peut qu'applaudir les idées de Marco et son aisance à trouver des bonds de 4, mais aussi celle des autres élèves qui arrivent très bien à suivre ses explications, et ce, malgré l'écriture inversée. Cette inversion est toutefois un détail pour ces élèves qui, dès qu'on leur demande, écrivent les nombres « comme on le veut » sans broncher, mais aussi sans vraiment y voir un intérêt car « vous avez compris Monsieur ce que je voulais dire ». Et ils ont raison, sur le plan de la communication de leur travail mathématique.

Sur le plan des mathématiques et du symbolisme, c'est une autre histoire par contre. En effet, leur flexibilité leur joue des tours ici, alors qu'ils ne sont pas capables d'utiliser le symbolisme en leur faveur : leur symbolisme ne sert qu'à représenter les nombres, il n'est pas créateur de sens nouveau. Toutefois, c'est aussi une force du symbolisme de faire voir plus, de produire de nouvelles idées et compréhensions. La représentation symbolisée des concepts mathématiques et les concepts eux-mêmes vont de pair et évoluent ensemble, en s'influençant l'un et l'autre, tel que l'expliquent Byers et Erlwanger (1984) à travers l'histoire des mathématiques ou encore Bednarz *et al.* (1993) par leurs expérimentations dans les classes du primaire autour du nombre. On se sert du symbolisme pour représenter les nombres ou les idées mathématiques, mais en retour ces symbolisations sont porteuses de nouvelles compréhensions importantes : on y voit des nouvelles idées, ou des nouvelles possibilités, qui vont exiger un nouveau symbolisme. Et ceci se prête à toute forme de symbolisme, de l'algèbre au calcul différentiel en passant par les nombres et les représentations géométriques ; le symbolisme et le sens des concepts vont de pair et évoluent l'un et l'autre en symbiose.

Malgré sa force, la suite des nombres écrits par Marco est ici problématique, car elle empêche le développement d'une compréhension supplémentaire sur les nombres de sa suite. Comme le montrent les deux tableaux suivants, l'écriture utilisée ne permet effectivement pas de voir la répétition des 4, 8 et des 2, 6, 0 sur un groupement de 20.

4	8	12	16		
20	42	28	32	63	
40	44	48	25	65	62
68	27	76	80		
48	88	29			

La suite initiale de Marco

4	8	12	16		
20	24	28	32	36	
40	44	48	52	56	62
68	72	76	80		
84	88	92			

La suite représentée avec les nombres écrits dans l'ordre usuel, avec les régularités associées en noir et en rouge et les groupements de 20 placés en couleur

L'écriture de Marco ne permet pas de voir la régularité, qui existe au niveau de l'écriture des nombres. En fait, cette régularité existe aussi au niveau des mots, car Marco réalise une répétition dans la façon avec laquelle il nomme les nombres qu'il a écrit : le quatre, le huit, le deux, etc., semblent revenir constamment dans sa suite nommée oralement, mais il ne la perçoit pas au niveau symbolique. Et, comme il ne maîtrise pas encore tout à fait l'écriture en lettres des nombres, il ne peut s'y rabattre. Sa façon d'écrire ses nombres avec des chiffres est la seule option qui s'offre à lui.

Ainsi, Marco en demeure à la suite des bonds de 4, mais il ne peut pas aller plus loin, voire en perd intérêt, car aucune régularité n'en ressort. L'écriture inversée lui a donc joué un tour en l'empêchant d'aller plus loin et d'y voir plus.

La leçon à tirer de tout ceci n'est évidemment pas de soudainement devenir rigide et d'empêcher l'exploration flexible de l'écriture symbolique des nombres par les élèves. Bien au contraire. C'est justement à travers cette exploration que l'intérêt initial de communiquer peut être dépassé, pour montrer ce qu'on peut gagner au niveau mathématique en symbolisant de certaines façons. Et c'est grâce à ces événements, où tout le potentiel mathématique du symbolisme n'est pas exploité, qu'une intervention devient pertinente : on voit directement l'effet de l'écriture inversée au niveau mathématique. Au niveau communicationnel, les enfants ne voient pas l'avantage : tout le monde comprend ce qui veut être communiqué, même les grands, alors mission accomplie. Au niveau mathématique, par contre, une occasion est à saisir pour dépasser la simple représentation numérique et explorer d'autres avenues que le symbolisme nous permet de voir, ici, littéralement !

Quelle belle leçon ! Merci Marco.

Références

Bednarz, N., Dufour-Janvier, B., Poirier, L. & Bacon, L. (1993). Socioconstructivist viewpoint of the use of symbolism in mathematics education. *The Alberta Journal of Educational Research, 39*(1), 41-58.

Byers, V. & Erlwanger, S. (1984). Content and form in mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 15*(3), 259-257.

Lockhart, P. (2017). *Arithmetic.* Cambridge, MA: Belknap Press.

EXPLICATION DU MOUVEMENT PARABOLIQUE PAR LES ELEVES DE TERMINALE SCIENTIFIQUE

Didier Anago, Eugène Oke et Cécile de Hosson

Institut de Mathématique et de Sciences Physiques, Université d'Abomey Calavi

Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR), Université Paris Diderot

INTRODUCTION

La chute libre est au programme de Terminale scientifique au Bénin. Son enseignement est basé sur une progression qui consiste à établir « l'équation cartésienne de la trajectoire du projectile et la déduction de la nature du mouvement » puis à démontrer pourquoi « le projectile en mouvement dans le champ de pesanteur uniforme est un système conservatif. » (DIP, 2011). De notre point de vue, cette manière d'aborder le mouvement parabolique n'est pas suffisante pour permettre une compréhension et une appropriation de la chute libre complète et cohérente, notamment lorsqu'il s'agit pour les élèves de représenter des trajectoires de projectiles dans le champ de pesanteur lancés sous différentes conditions initiales (vecteur vitesse différent). Ce soupçon est renforcé par Prescott (2004) qui montre que la parabole n'est pas la courbe privilégiée des étudiants pour représenter le mouvement de chute libre y compris après enseignement. L'histoire des sciences est également un bon témoin du temps qu'il a fallu pour que la parabole devienne la modélisation géométrique de la chute libre dans le champ de pesanteur, quelles que soient les conditions initiales du lancer (Eckstein, 1997). Par ailleurs, nous avons constaté qu'aucune étude n'a été réalisée sur ce point en Afrique et particulièrement au Bénin. Au-delà, nous souhaitons également concevoir un outil d'enseignement à partir de nos résultats, résultats qui font l'objet de cette communication.

CADRE THÉORIQUE

Notre étude exploratoire se développe conceptuellement à partir de l'idée qu'il est possible de reconstruire des types de raisonnement ou "conceptions" à partir des réponses d'élèves confrontés à des situations comparables du point de vue des concepts physiques qu'elles engagent. Dans cette perspective, nous adoptons l'approche de Tiberghien et Vince (2005) qui définissent une conception comme

> un ensemble de connaissances ou de procédures hypothétiques que le chercheur attribue à l'élève dans le but de rendre compte des conduites de l'élève dans un ensemble de situations données. Cet ensemble de connaissances ou procédures hypothétiques doit aussi être trouvé chez plusieurs élèves pour constituer une conception (p.1).

Ce travail de reconstruction s'opère à partir du repérage de réponses identiques ou proches données par un grand nombre d'élèves à des questions comparables du point de vue de la conception conjecturable et donc du type de réponses produit. Il va donc s'agir ici de proposer différentes situations de lancer, modélisées par une même loi physique (celle de la chute libre) qui conduisent à considérer le mouvement parabolique comme la composition de deux mouvements, l'un horizontal rectiligne et uniforme, l'autre vertical, rectiligne et uniformément accéléré et que le résultat de cette composition est toujours une parabole dans un référentiel terrestre supposé galiléen (*la résistance de l'air et les frottements sont négligeables*), dont l'allure dépendra des conditions initiales du lancer (c'est à dire : orientation et intensité du vecteur vitesse à l'instant t = 0 du lancer). Spécifiquement, c'est l'influence des conditions initiales sur les schématisations des élèves qui nous intéressent. Nous y associons une recherche de pertinence des forces que les élèves associent au projectile pendant son mouvement.

Problématique et questions de recherche

Nous nous sommes intéressés à la manière dont des élèves béninois ayant reçu un enseignement de mécanique qui inclut le mouvement parabolique, représentent des trajectoires de projectiles lancés sous différentes conditions initiales de vitesse et quelles forces (appliquées sur le projectile) sont mentionnées, représentées ou activées pour plusieurs instants du mouvement (juste après le lancer, au milieu de la course, juste avant l'arrêt du projectile). Pour cela nous avons voulu savoir : quelles sont les lignes de cohérence mobilisées par les élèves béninois lorsqu'ils représentent graphiquement le mouvement d'un projectile dans un champ de pesanteur (dans un référentiel supposé galiléen) ? Dans quelle mesure et sous quelles conditions (initiales) ces lignes sont-elles conformes au savoir de la physique ?

Méthodologie de recueil et d'analyse des données

Nous avons élaboré un questionnaire (cf. annexe 1) mettant en scène différentes situations de lancer de projectile avec une variable didactique essentielle qu'est la condition initiale, la vitesse Vo à t=0 (l'instant du lancement du projectile). Pour rechercher des lignes de cohérence, nous avons fait varier l'orientation du vecteur vitesse (vers le haut verticalement ; vers le haut obliquement ; horizontalement, obliquement vers le bas). Nous faisons l'hypothèse qu'un élève qui aurait construit l'idée de parabole comme résultat d'une composition de deux mouvements ne devrait avoir aucun problème à répondre de manière cohérente à l'ensemble des situations proposées. L'échantillon est composé de 111 (cent onze) élèves de la classe de la classe de Terminale série D d'un établissement d'enseignement secondaire général[1]. Pour examiner les réponses des élèves, les liens qu'ils établissent entre la trajectoire du projectile et les forces auxquelles le projectile est soumis, nous avons compilé les réponses en regroupant les réponses semblables, une question à la fois, chacune prise séparément, en fonction des différentes schématisations obtenues. Nous avons distingué les réponses correctes, incorrectes et incomplètes. Dans un deuxième temps, nous avons interprété l'ensemble des réponses identifiées dans les catégories retenues afin d'identifier les propositions cohérentes.

Résultats

Nous n'avons eu que peu de réponses complètement conformes, en termes de trajectoires et de bilan de forces. Moins de la moitié (46,8%) des élèves interrogés fournissent une réponse correcte en représentant un segment de droite vertical pour le lancer vertical. Parmi ceux-ci, seulement (36,7 %) fournissent une réponse correcte à l'ensemble des jets non verticaux en représentant une parabole. Nous avons repéré dans les dessins des élèves 67,3 % qui ont fourni une réponse incorrecte, une typologie de trajectoires inappropriées en désaccord avec les modèles de la mécanique, dont les plus significatives sont : *la trajectoire rectiligne* (32%) ; *la trajectoire rectiligne plus curviligne* (17%) ; *une trajectoire curviligne plus rectiligne* (11,5%) ; *et curviligne* (6,9 %). Le tableau 1 récapitule les réponses des schématisations de la trajectoire du projectile réalisées par les élèves interrogés pour les quatre premières situations.

[1] Données recueillies au collège « les Merveilles » de la ville de Parakou (Bénin) auprès de 111 élèves de terminale D.

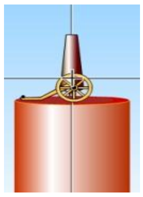
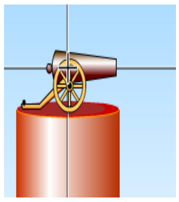
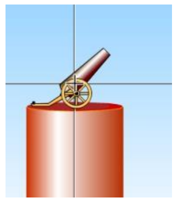
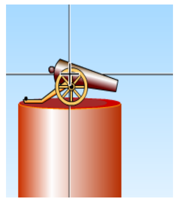
Trajectoire selon l'axe de tir	Schématisation correcte de la trajectoire (N=111)			
				
Rectiligne verticale	46,8 %			
Parabolique		38,7 %	84,6 %	36,7%

Tableau 1 : Schématisation correcte de la trajectoire du projectile de canon

Une analyse fine des schématisations des trajectoires, combinée avec le bilan des forces, permet de noter que parmi les élèves ayant produit une schématisation correcte de la trajectoire pour l'ensemble des situations, seulement (8%) des élèves représentent le poids du projectile correctement au départ. Les autres élèves rajoutent au poids une force supplémentaire colinéaire à la trajectoire dans le sens du déplacement. Cette erreur nous interpelle sur la source de cette force colinéaire. Le choix du canon pour lancer le projectile n'aurait-il pas conduit les élèves interrogés à cette force ? Est-ce que la même erreur apparaitrait si au temps 0 on observait un projectile avec la vitesse Vo ? Sans précision sur l'origine de son mouvement ?

Cette difficulté est persistante chez certains (4,3 %) qui réduisent le bilan des forces à une seule et unique force qui agit dans le sens et la direction du mouvement (Clément, 1982). Le croisement entre les réponses nous a permis de cerner les erreurs liées à chaque type d'activité. Les situations de lancer (verticales et obliques), les plus utilisées dans le contexte scolaire ont eu de bons scores. Toutefois, il semble que le lancer oblique vers le bas est très significatif et n'obéit pas aux règles implicites que les élèves se donnent pour répondre, comme l'illustre le tableau 2.

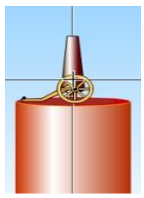
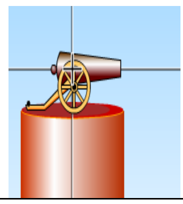
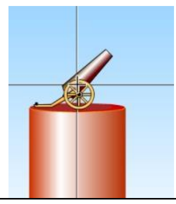
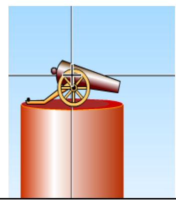
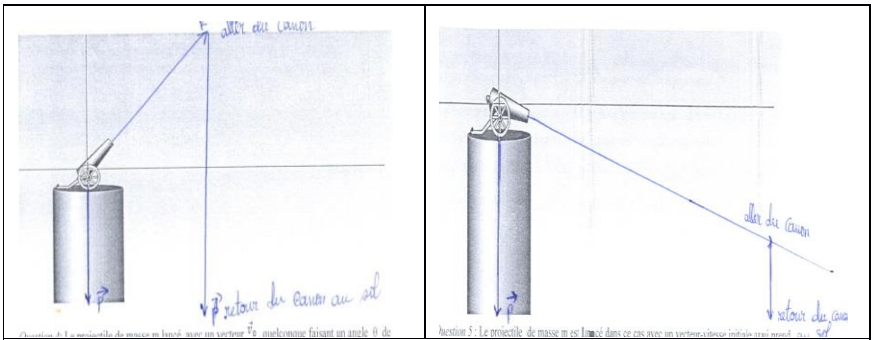
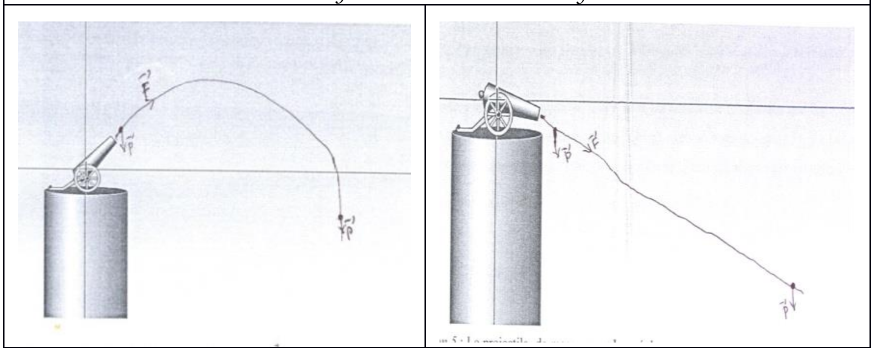
Trajectoire selon l'axe de tir	Inventaire correct du bilan des forces			
				
Juste après avoir quitté le canon	32,43 %	12,6 %	8 %	8 %

Tableau 2 : Bilan exhaustif des forces agissant sur le projectile juste après avoir quitté le canon

En recherchant les liens de cohérence entre les schématisations de la trajectoire et du bilan des forces sur l'ensemble des productions des élèves, on constate que très peu d'élèves (8%) conservent le même mode d'explication, en considérant l'angle de la vitesse initiale dans les différents contextes du mouvement. Les cas de deux élèves interrogés illustrent cette absence de cohérence, comme indiqué par la figure 1.



Schématisation de la trajectoire et du bilan des forces de l'élève Luc



Schématisation de la trajectoire et du bilan des forces de l'élève Iowaam

Fig. 1 : Schématisation de la trajectoire et bilan des forces d'élèves

DISCUSSION ET PERSPECTIVE

La majorité (92%) des élèves de la classe de Terminale interrogés présente des difficultés similaires à celles relevées par les travaux de Halloun et Hestenes (1984) sur les concepts de bon sens sur mouvement « les élèves détiennent la croyance préscientifique que chaque mouvement a une cause ». Selon Viennot (1979), « les élèves commettent la même erreur typique, mobilisent la même conception ». Nos résultats sont également conformes aux travaux de Prescott (2004) qui attestent que les élèves entretiennent « des fausses idées lorsqu'ils sont confrontés à une situation du mouvement des projectiles ». De même, la majorité des élèves interrogés ne tient pas compte de la vitesse initiale, tout comme dans l'étude de Caramazza (1981) qui indique que « près de la majorité des élèves dessine une ligne droite lorsque le fil est coupé alors que le pendule passe par la position d'équilibre ».

Les résultats de notre exploration démontrent qu'il faudrait travailler davantage sur les représentations des élèves de la trajectoire parabolique en les interrogeant sur plusieurs situations connexes. C'est la raison pour laquelle nous avons développé un exerciseur d'autoformation des élèves, d'investigation des erreurs et de remédiation. Il est composé de cinq activités : (une balle qui glisse sur un plan oblique puis horizontal et le quitte, un cycliste roulant à vitesse constante, qui lâche une balle, etc. (confère annexe 2 ou en ligne)[2]. L'exerciseur est conçu à partir des erreurs des élèves, il permet une rétroaction et fournit des statistiques qui renseignent sur le profil de l'utilisateur (Coppens, 2009). Son but est de sensibiliser les enseignants à l'importance d'enrichir la dimension "algébrique" de cet enseignement, d'une dimension graphique.

[2] Exerciseur sur le mouvement parabolique que nous avons développé en ligne : www.ced-benin.org/projectile

BIBLIOGRAPHIES

Caramazza, A. (1981). Naive beliefs in sophisticated subjects: Miscoceptions about trajectories of motion. *Cognition, 9*, 117-132.

Clement, J. (1982). Students' preconceptions in introductory mechanics. *American Journal of physics, 50*(1), 66-71.

Coppens, N. (2007). *Le suivi des conceptions des lycéens en mécanique : développement et usages d'exercices informatisés*. Université Paris 7, thèse de doctorat.

Eckstein, S. G. (1997). Parallelism in the development of children's ideas and the historical development of projectile motion theories. *International Journal of Science Education, 19*(9), 1057-1073.

Halloun, I. A. & Hestenes, D. (1985a). L'état initial de connaissances des élèves collège de physique. *Américain Journal de Physique, 53*, 1043-1055.

Direction de l'Inspection Pédagogique DIP (2011). *Le Guide des programmes Terminale C et D*. Ministère de L'Enseignement Secondaire, République du Bénin.

Prescott, A. (2004). *Teaching and learning about projectile motion in senior high school*. University of Technology, Sydney.

Tiberghien A., Vince J. (2005). Étude de l'activité des élèves de lycée en situation d'enseignement de la physique. *Cahiers du Français Contemporain, 10*, 153-176.

Viennot, L. (1979). Spontaneous reasoning in elementary dynamics. *European Journal of Science Education, 1*(2), 205-221.

ANNEXE 1

IDENTIFICATION DE L'ENQUETE

Nom et Prénom :

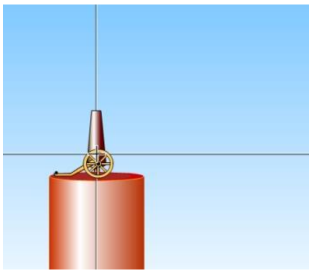
Classe :

QUESTIONNAIRE

On va étudier la trajectoire d'un projectile lancé avec un vecteur-vitesse initial $\vec{v}_0$ à l'aide d'un canon situé à une altitude de 30m de la surface du sol, dans un référentiel terrestre supposé galiléen. Dans chacune des situations ci-dessous, représente l'allure de la trajectoire du projectile.

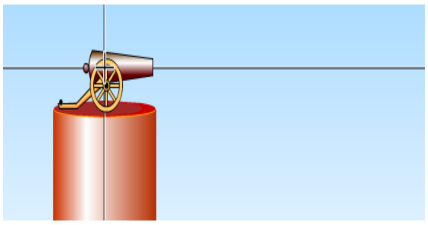
Question 1 : Le projectile de masse m lancé avec un vecteur-vitesse $\vec{v}_0$ quelconque faisant un angle θ de 90° avec le plan horizontal passant par l'axe du canon.

a) Représente la trajectoire du projectile.
b) Représente les forces qui s'exercent sur le projectile à la sortie de l'embouchure (juste après avoir quitté le canon).
c) Représente les forces qui s'exercent sur le projectile juste avant qu'il ne touche le sol.



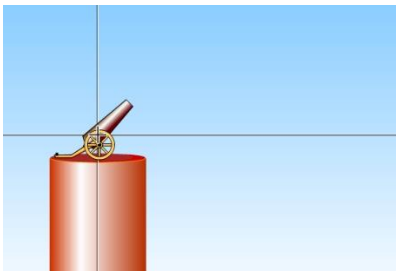
Question 2 : Le projectile de masse m lancé avec un vecteur-vitesse $\vec{v}_0$, faisant un angle θ nul avec le plan horizontal passant par le canon.

a) Représente l'allure de la trajectoire du projectile.
b) Représente les forces qui s'exercent sur le projectile à la sortie de l'embouchure (juste après avoir quitté le canon).
c) Représente les forces qui s'exercent sur projectile juste avant qu'il ne touche le sol.



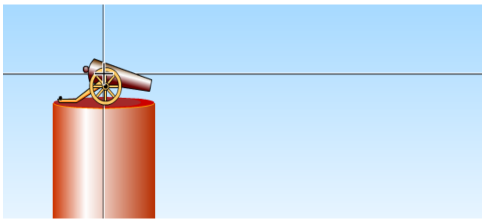
Question 3: Le projectile de masse m lancé avec un vecteur-vitesse $\vec{v}_0$ quelconque faisant un angle θ de 45° avec le plan horizontal passant par l'axe du canon.

a) Représente l'allure de la trajectoire du projectile.
b) Représente les forces qui s'exercent sur le projectile à la sortie de l'embouchure (juste après avoir quitté le canon).
c) Représente les forces qui s'exercent sur le projectile juste avant qu'il ne touche le sol.



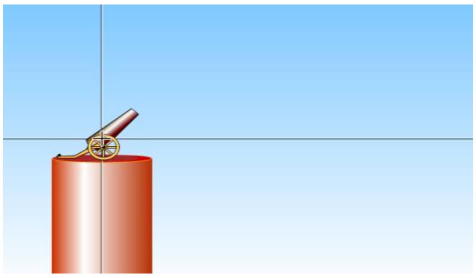
Question 4 : Le projectile de masse m lancé avec un vecteur $\vec{v}_0$ quelconque faisant un angle θ de 210° avec le plan horizontal passant par l'axe du canon.

a) Représentez l'allure de la trajectoire du projectile.
b) Représenter les forces qui s'exercent sur le projectile à la sortie de l'embouchure (juste après avoir quitté le canon).
c) Représente les forces qui s'exercent sur le projectile juste avant qu'il ne touche le sol.



Question 5 : Le projectile de masse m est lancé dans ce cas avec un vecteur-vitesse initial qui prend trois (3) différentes valeurs respectivement $\vec{v}_0$, 2 $\vec{v}_0$ et 3 $\vec{v}_0$.

a) Représente l'allure des trajectoires du projectile sur le même graphique pour chacune des valeurs de la vitesse initiale.
b) Comment appelle-t-on ces trajectoires ?
c) Représente les forces qui s'exercent sur le projectile à la sortie de l'embouchure (juste après avoir quitté le canon).
d) Représente les forces qui s'exercent sur le projectile juste avant qu'il ne touche le sol.

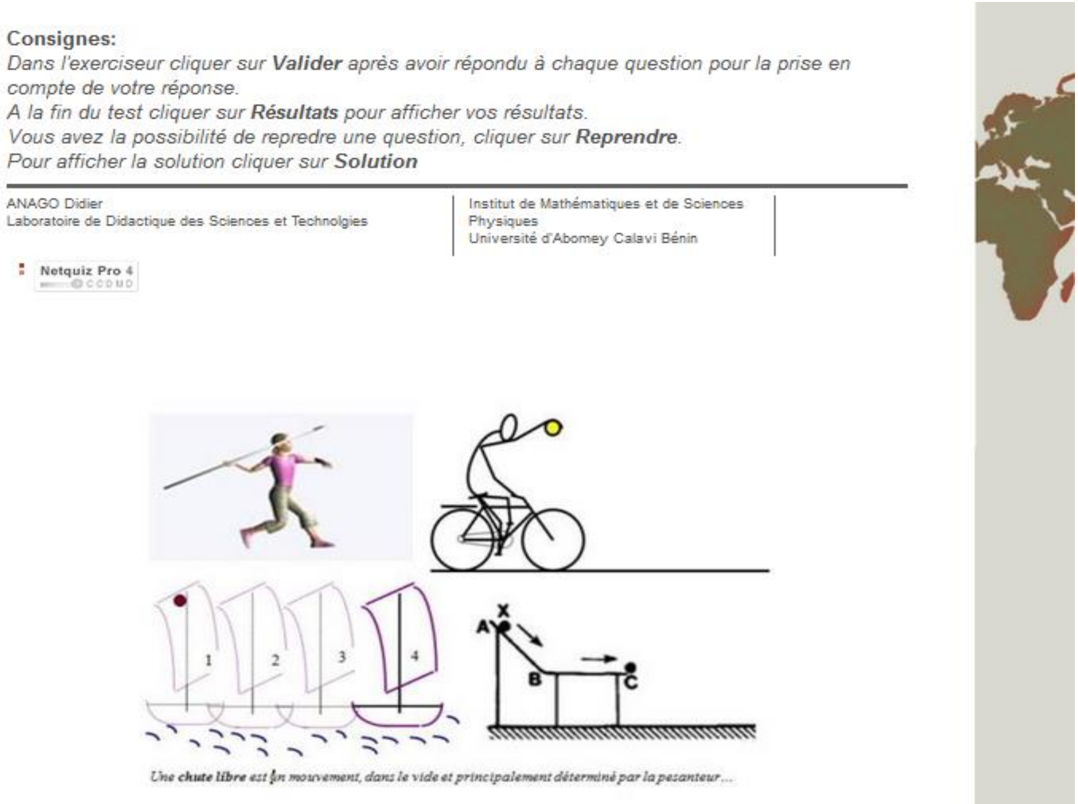


Justifier la réponse à la question b) :

Annexe 2

Comprendre la trajectoire parabolique

La contribution de cet exerciseur est l'élaboration d'un outil d'enseignement. Il s'agit d'utiliser un exerciseur informatique pour enseigner autrement le mouvement de projectile aux élèves de Terminale C et D, dans nos collèges. Chaque question présente une situation de jet de projectile.



ZOOM SUR LA STRATEGIE « AJUSTEMENTS D'ESSAIS SUCCESSIFS » AU TRAVERS DE L'ACTIVITE *DES POINTS PARTOUT* (1H-2H)

Stéphane Favier[1]

Université de Genève

LE CONTEXTE

Septembre 2018 voit l'introduction de nouveaux moyens d'enseignement romands[2] de Mathématiques pour les degrés 1H-2H dans le canton de Genève. Un dispositif de formation continue est dès lors planifié. Un des volets de cette formation repose sur des capsules vidéos présentant certaines activités nouvelles ou emblématiques de la nouvelle ressource. Ces capsules sont le fruit de la collaboration de l'équipe de Didactique des Mathématiques de Genève (DiMaGe), de la coordinatrice de discipline pour les mathématiques et d'une douzaine d'enseignants[3] volontaires du canton de Genève. C'est dans ce contexte que nous avons réalisé des observations concernant l'activité *Des points partout* (CIIP, 2018) expérimentée par deux enseignantes. Cet article vient ainsi compléter les apports présentés dans la capsule dédiée à cette activité en montrant notamment que l'intitulé général de la stratégie « ajustements d'essais successifs » englobe différentes sous-stratégies qui peuvent être activées ou non selon l'élève et le niveau de difficulté de la planche.

DES POINTS PARTOUT

Lien avec les programmes

La résolution de problèmes occupe une place centrale dans le domaine Mathématiques et Sciences de la nature (MSN) du Plan d'Études Romand (PER). En particulier, le « développement des Stratégies d'apprentissage, notamment en développant le raisonnement de l'élève, ses stratégies, sa systématique, en utilisant ses essais et ses erreurs et ceux des autres pour reconstruire une réflexion et en comprendre les faux-pas » (MSN 15) est une des différentes capacités transversales attendues. Ici, nous nous intéressons à la stratégie « ajustements d'essais successifs » qui apparaît dans chacun des axes thématiques qui structurent le PER. Du côté des nouveaux moyens d'enseignement romands, une nouvelle entrée pour le cycle 1, appelée *Recherche et stratégies,* est introduite. C'est dans cette partie *Recherche et stratégies* que figure l'activité *Des points partout.* Elle vise précisément l'apprentissage : utiliser la stratégie « ajustements d'essais successifs » pour résoudre un problème. Sur la plateforme Esper (voir le site : www.ciip-esper.ch), cette stratégie est définie de la manière suivante :

> Appelée 'ajustements d'essais successifs', 'tâtonnement réfléchi' ou 'essai-erreur', [cette stratégie] consiste à faire des essais pour tester une solution puis, en fonction des résultats obtenus, à faire de nouveaux essais. Contrairement au simple tâtonnement, les essais sont fonction des résultats

[1] Cette recherche s'est effectuée dans le cadre du projet fiancé par le Fonds national suisse de la recherche scientifique–FNS (Subside no 100019_173105 / 1) : « La résolution de problèmes comme objet ou moyen d'enseignement au cœur des apprentissages dans la classe de mathématiques : un point de vue fédérateur à partir d'études dans différents contextes. »

[2] La page d'accueil des nouveaux moyens d'enseignement romands est disponible à l'adresse http://www.plandetudes.ch/web/mer.

[3] Dans un souci de simplification, le terme générique au masculin désigne aussi bien les hommes que les femmes.

précédents et ne sont pas totalement le fruit du hasard. Si l'on procède au hasard, on a très peu de chance de trouver la solution. (Esper)

Description de la tâche

Le matériel principal est un géoplan ou planche à clous. Gattegno est l'inventeur de cet outil. Il explique notamment comment utiliser des géoplans de différentes tailles dans les leçons de géométrie (Gattegno, 1960). Dans cette activité, le géoplan est utilisé comme support pour développer des stratégies de recherche en résolution de problèmes.

Il s'agit d'une planche carrée sur laquelle sont disposées cinq rangées de cinq clous. Ces clous servent à accrocher un élastique. Ainsi, cette activité de manipulation consiste à placer un élastique sur un géoplan, dont certains clous sont colorés. L'élastique doit passer par tous les clous jaunes, encercler strictement (c'est-à-dire sans les toucher) tous les clous rouges, laisser à l'extérieur strictement aussi tous les clous verts. A titre d'exemple, observons les deux planches suivantes :

Fig. 1 : Une production correcte

Fig. 2 : Une production erronée

Dans la figure 1, le tracé de l'élastique respecte bien les trois règles. Par contre, dans la figure 2, un clou vert se trouve à l'intérieur de l'élastique tandis qu'un clou rouge se trouve à l'extérieur. Deux règles ou contraintes ne sont ainsi pas respectées.

Des solutions peuvent être obtenues à l'aide de polygones croisés. Certaines d'entre elles risquent même de poser des problèmes pour situer l'intérieur de la figure. Pour éviter cette difficulté, la ressource recommande de compléter la consigne en précisant que « l'élastique ne peut pas se croiser » (Esper).

La fiche pédagogique, accompagnant la ressource, met en avant certaines variables didactiques pour permettre de différencier :

- Le nombre de couleurs sur la planche : utiliser une, deux ou trois couleur(s) augmente le nombre de règles à respecter ;
- « Disposer des marques » (Esper) semble faire référence aux planches de jeu proposées sur Esper. Ces douze planches, classées en quatre niveaux, présentent des configurations différentes au niveau du nombre de clous de chaque couleur et de leurs positions relatives. Les critères qui ont conduit à cette classification ne sont pas explicités dans la ressource. Pour faciliter leur désignation, nous codons chaque planche avec un nombre (représentatif du niveau) et une lettre (pour distinguer les différentes planches d'un même niveau). Ainsi, la planche 4b

correspond à la deuxième planche du quatrième niveau. Dans les moyens d'enseignement, les planches semblent ainsi classées selon leur difficulté, de la plus simple (1a) à la plus difficile (4c).

Deux autres variables didactiques sont évoquées dans la partie liée à la « gestion de l'activité » (Esper) :

- Les dessins illustrant les règles du jeu peuvent (ou non) « rester à disposition des élèves comme soutien pour qu'ils se rappellent de la consigne » (Esper).
- Le croisement de l'élastique : autoriser ou refuser les croisements de l'élastique sont les deux valeurs de cette variable. « Dans un premier temps, il est peut-être préférable de préciser que l'élastique ne peut pas faire de 'croisement'» (Esper).

Enfin, la ressource identifie les stratégies suivantes :

- Un repérage sur les perles[4] jaunes bordant la forme géométrique semble plutôt efficace car il permet de positionner l'élastique de part et d'autre des autres perles. Il est possible par exemple de faire un tour complet autour des clous ornés d'une perle jaune, obligeant ainsi l'élastique à passer par ces dernières (Esper).
- Entourer des perles rouges à l'intérieur de l'élastique dans un premier temps puis, en manipulant l'élastique, extraire les vertes tout en veillant à ce que les jaunes soient sur un bord ou un sommet de la forme est aussi une stratégie efficace. Un des risques de cette procédure est que les perles rouges se retrouvent sur le bord de la forme obtenue (Esper).
- Quelle que soit la démarche, l'élève doit constamment réguler son action et agir en conséquence. Il doit effectuer une action après l'autre en prenant le temps après chaque action d'observer et réfléchir. Il observe et valide (ou non) le nouveau résultat obtenu à chacune de ses actions pour au final réussir l'activité par ajustements successifs (Esper).

Question de recherche

Rappelons que l'objectif de cette tâche est d' « utiliser la stratégie 'ajustements d'essais successifs' pour résoudre un problème ». Schoenfeld (1985) s'intéresse aux stratégies de recherche mises en œuvre par des étudiants et montre que la complexité et la subtilité de ces stratégies de recherche sont fortement sous-estimées. Une première idée est que la plupart de ces stratégies de recherche sont définies de manière très générale. Trop pour que cette définition puisse servir de guide dans la mise en œuvre de la stratégie. Ensuite, il avance que ce qui peut apparaître comme une stratégie est plutôt une collection de sous-stratégies plus ou moins liées. D'ailleurs, les experts maîtrisant les sous-stratégies sont vus comme disposant de la stratégie. En nous appuyant sur ces travaux, nous allons chercher à caractériser la stratégie « ajustements d'essais successifs » pour cette activité pour des élèves de 2H en situation de classe ordinaire.

Méthodologie

Le contexte

Une enseignante volontaire a proposé cette activité à ses dix-neuf élèves de 2H. Nous avons fait le choix de venir filmer après les différentes séances consacrées à la familiarisation avec le matériel et l'appropriation des règles du jeu. Ainsi, la séance filmée se situe après la réalisation des planches 1a à 3c et porte sur la recherche des planches du niveau 4 attribuées au hasard aux élèves.

La séance est menée par l'enseignant en classe entière. Les élèves effectuent une recherche individuelle sur leur géoplan. Chacun dispose, en plus, d'une fiche récapitulant les trois règles à respecter et d'un

[4] La ressource utilise ici le mot « perle » pour désigner les clous colorés du géoplan.

sachet d'élastiques de différentes tailles. Afin d'avoir une vision de leurs différents ajustements successifs, le travail de certains élèves est filmé à l'aide de caméras de type « GoPro » placées sur leur tête. Six élèves, de niveau hétérogène, sont désignés par l'enseignant pour porter ces caméras pendant toute la durée de la séance (environ 45 minutes). Ce sont ces données qui vont être analysées.

Traitement des données

Nous avons, tout d'abord, utilisé le logiciel *Elan* pour découper le travail de l'élève en fonction des principales actions qu'il réalise (poser l'élastique, ajuster, valider, etc…). Certaines actions étaient définies *a priori* comme par exemple ajuster, valider après une production juste, valider après une production erronée. D'autres actions sont venues les compléter *a posteriori* telles que gérer des problèmes matériels, reproduire la solution sur papier. Ce découpage nous permet de reconstituer l'enchaînement des différentes actions et la durée passée pour chacune.

Ensuite, nous avons procédé à l'analyse fine, ajustement par ajustement, de chaque recherche filmée. Nous avons ainsi reconstitué la succession des différentes configurations prises par l'élastique tout au long du travail des élèves.

RÉSULTATS

Les élèves effectuent leur recherche de manière individuelle. Lorsqu'ils pensent avoir trouvé une solution (sans croisement de l'élastique), ils appellent l'enseignante. Si cette production est effectivement correcte, ils sont invités à reproduire cette solution sur papier (document à disposition sur les pupitres des élèves) puis à chercher si une autre solution existe pour cette même planche. Si la production n'est pas correcte, l'enseignante accompagne l'élève dans la validation jusqu'au repérage de l'erreur. Certains élèves interpellent l'enseignante au cours de leur recherche. Dans ce cas, l'aide apportée concerne les règles du jeu ou la phase de validation. Les six élèves équipés de « GoPro » n'ont pas reçu d'aide spécifique sur la phase de recherche.

La planche 4a a été cherchée par un seul élève qui n'est pas parvenu à une solution. La planche 4b a été cherchée par trois élèves, un seul a trouvé une solution. Quant à la planche 4c, les trois élèves ont trouvé une solution. L'analyse qui suit s'appuie sur les recherches de deux élèves. La première élève présente la particularité d'avoir cherché plusieurs planches. Elle a trouvé deux solutions pour la planche 4c (apparemment la plus difficile) avant de bloquer sur la planche 4b. Le deuxième élève cherche seulement la planche 4b sans parvenir à une solution. Il ressort, de l'analyse de leurs recherches, trois manières de caractériser la stratégie 'ajustements d'essais successifs'.

Caractérisation des ajustements

Au cours de leur recherche, les élèves disposent l'élastique puis repèrent les clous colorés qui ne respectent pas les contraintes. C'est à la suite de ce repérage qu'ils procèdent à un ou plusieurs ajustements de l'élastique. Ce processus se reproduit jusqu'à ce qu'ils parviennent à une solution ou jusqu'à ce qu'ils enlèvent l'élastique et recommencent leur recherche.

AJUSTEMENTS AU NIVEAU LOCAL

Dans ce premier cas, lorsque les élèves repèrent un clou coloré qui ne respecte pas une règle, ils parviennent à trouver une solution grâce à un ajustement local, c'est-à-dire en déplaçant l'élastique dans une zone qui contient le clou qui pose problème. Par exemple, dans la figure 3, l'élastique touche le clou rouge situé en haut du géoplan. En procédant à un ajustement local, comme celui proposé en pointillés sur la figure 4, il est possible de trouver une solution.

Fig. 3 : Une autre production erronée

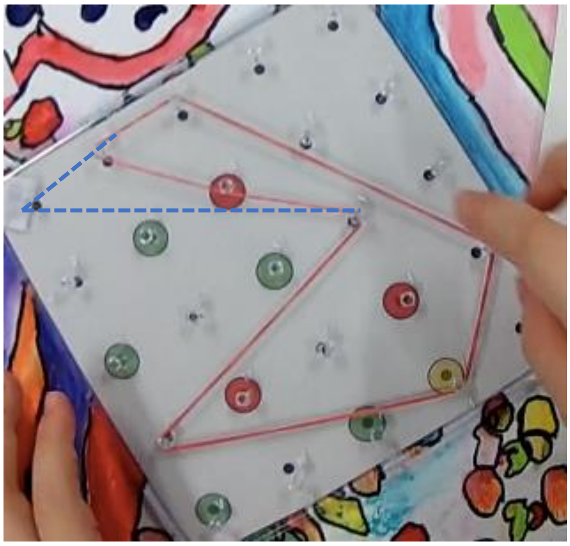


Fig. 4 : Un exemple d'ajustement au niveau local

Ajustements au niveau global

Toutefois, certaines configurations ne permettent pas d'être résolues par les seuls ajustements au niveau local comme le montre la configuration ci-dessous avec la planche 4b :

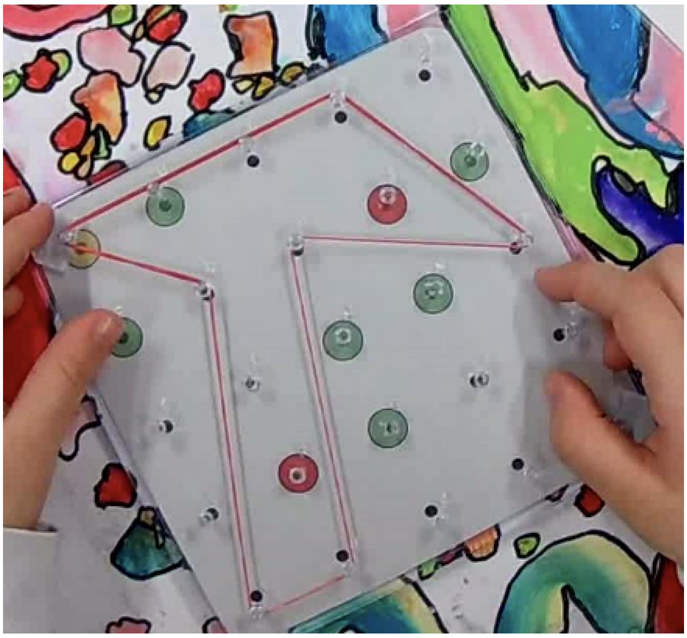


Fig. 5 : Une configuration qui bloque

Dans cet exemple, l'élastique touche, en le laissant à l'intérieur, le clou vert sur la première ligne du haut, ce qui représente le seul problème de cette planche. L'élève qui a produit ce travail a essayé toutes les solutions au niveau local avant d'enlever l'élastique et de recommencer la recherche. Cela illustre très bien le fait que les ajustements à un niveau local ne sont pas toujours efficaces. Pour trouver une solution sans réinitialiser la recherche (c'est-à-dire sans enlever complètement l'élastique), il faudra alors procéder à des ajustements à un niveau global. Prenons l'exemple de la figure 5. Dans un premier temps, il convient de déplacer l'élastique dans une zone qui n'est pas forcément à proximité du clou qui pose problème, ce qui amène l'élève à remettre en question et à modifier une partie du parcours de l'élastique pourtant correcte a priori (fig. 6). Dans un deuxième temps, il est possible de trouver une solution par un ajustement local (fig. 7).

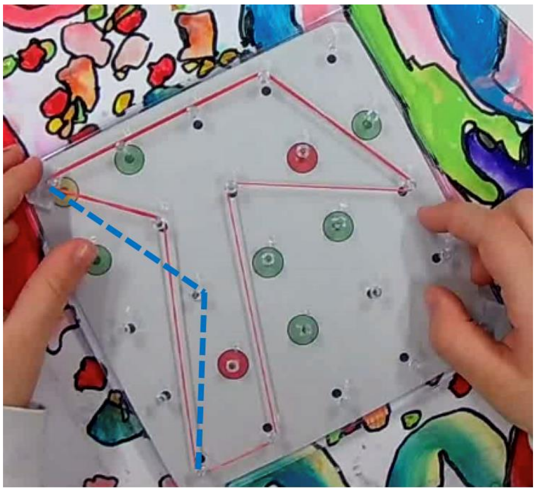


Fig. 6 : Remise en question d'une partie correcte

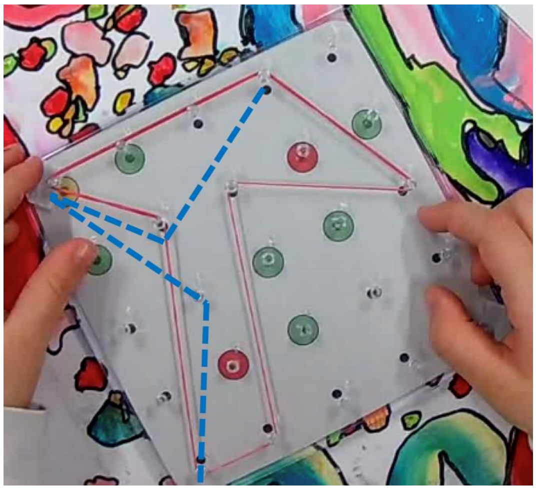


Fig. 7 : Une solution

L'adjectif « global » ne signifie pas qu'il faut remettre en cause la totalité du tracé de l'élastique. Il exprime plutôt l'idée que l'ajustement concernera une partie du géoplan qui peut se trouver n'importe où sur le plateau de jeu (à l'exception de la zone qui contient le clou non conforme aux règles). Le mot « local » signifie que la zone du géoplan dans laquelle il faut opérer est déjà déterminée étant donné que c'est celle qui contient le clou qui ne respecte pas une des règles. Toute la difficulté réside dans le fait de déterminer quelle partie du géoplan modifier. Cette mise en relation entre le clou qui pose problème et la remise en question du tracé de l'élastique sur une zone non adjacente à ce clou peut être réalisée par des déductions. Toutefois, si cette mise en relation n'est pas effectuée, certains élèves peuvent se retrouver dans des situations de blocage comme nous allons le voir à présent.

TÂTONNEMENT SIMPLE

Dans ce qui suit nous observons les stratégies d'un autre élève confronté à la même difficulté sur la même planche (4b). Le diagramme obtenu avec le logiciel *Elan* (Fig. 8) correspond aux dix premières minutes de la recherche de cet élève. Après une minute trente, l'élève pose son élastique. Il se livre ensuite à une longue phase d'ajustements entrecoupée de moments de validation ou d'attente, mais sans enlever l'élastique. Il ne réinitialise sa recherche qu'après dix minutes.

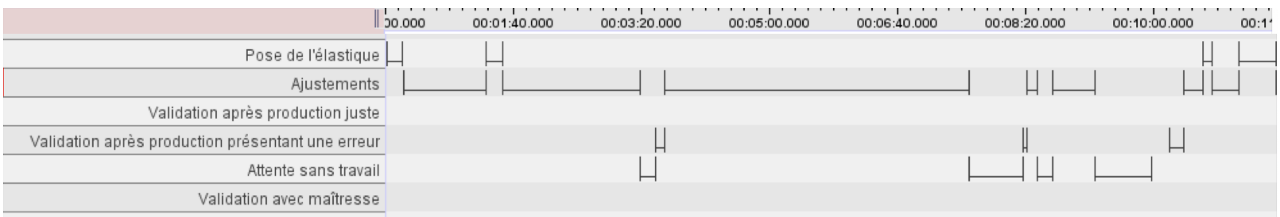


Fig. 8 : Diagramme 1

Les mouvements de la caméra, fixée sur sa tête, nous montrent qu'il reste concentré sur sa planche pendant une période assez longue. Il sait valider son travail, car il repère toujours les clous qui ne respectent pas les règles. Plusieurs conditions favorables sont réunies pour parvenir à une solution. Néanmoins, il n'en trouve pas. Le diagramme suivant (Fig. 9) représente les douze dernières minutes de sa recherche.

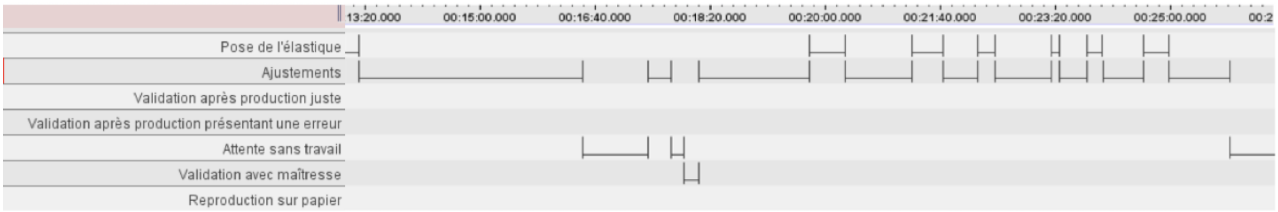


Fig. 9 : Diagramme 2

Les longues phases d'ajustements laissent peu à peu la place à une recherche marquée par une réinitialisation fréquente (à partir de vingt minutes de recherche). En particulier, cet élève enlève son élastique et recommence à six reprises. Ce changement très net nous semble être une conséquence possible du fait de ne pas réussir à adapter ses ajustements d'un niveau local à un niveau global.

La comparaison des cinq dernières manières de poser l'élastique (Fig.10) montre une très grande disparité.

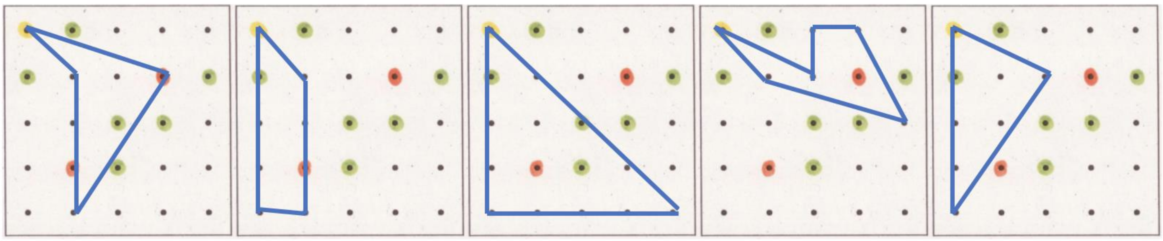


Fig. 10 : Reproduction des tracés à la pose de l'élastique

Nous interprétons cette variété par le fait que cet élève pose l'élastique un peu au hasard (mais pas complètement, car l'élastique passe toujours par le clou jaune) ce qui lui permet d'augmenter ses chances de trouver une solution en quelques ajustements. C'est un peu comme s'il tentait de passer en revue (sans organisation apparente) le plus grand nombre de configurations possibles. Cette manière de mettre en œuvre la stratégie « ajustements d'essais successifs » se caractérise par une réinitialisation fréquente de la recherche, c'est-à-dire que l'élève enlève complètement l'élastique. Il semble qu'il ne tient pas compte des essais produits pour produire les nouveaux. Nous qualifions cette variante de tâtonnement simple. Il est la conséquence de la difficulté à adapter la manière d'ajuster au niveau exigé par la planche.

Pour résumer, nous identifions trois manières de caractériser la stratégie « ajustements d'essais successifs » pour cette activité à ce niveau de scolarité :

- Ajustements au niveau local : l'intervention se situe sur la partie du géoplan qui contient le clou non conforme aux règles. L'élastique n'est déplacé que dans cette zone, le reste du tracé n'est ainsi pas modifié. Cet ajustement s'effectue en un seul temps.
- Ajustements au niveau global : l'intervention s'étend sur une autre partie du géoplan qu'il s'agit de déterminer. Cet ajustement se déroule en deux temps ou plus. Cette manière est contre-intuitive puisqu'il s'agit de remettre en question et de modifier une partie du tracé de l'élastique potentiellement correcte.
- Tâtonnement simple : la recherche est rapidement réinitialisée sans prise en compte des essais réalisés.

Le niveau de difficulté des planches

Nos analyses nous conduisent à remettre en question le classement dans le niveau de difficultés des planches de la ressource et à en proposer un autre. Cette proposition s'appuie sur les valeurs des variables didactiques décrites plus haut. En particulier, comme le suggère la ressource, les croisements de l'élastique ne sont pas acceptés ce qui implique qu'un clou ne peut être utilisé qu'une seule fois. D'autre part, une fiche récapitulant les trois règles est à disposition des élèves. Dans ce cas, l'ordre de présentation des couleurs sur cette fiche devient une variable didactique supplémentaire qui prend dans ce cas la valeur : Jaune-Rouge-Vert.

Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4
Planche 1a	Planches 1b à 3b	Planches 3c et 4c	Planches 4a et 4b

Fig. 11 : Proposition de classement des planches par niveau de difficultés

Nous détaillons ci-dessous les caractéristiques de chaque niveau :

- Niveau 1 : pour réussir cette planche, il est nécessaire et suffisant de placer l'élastique sur les points jaunes. Les clous des deux autres couleurs sont validés de fait.
- Niveau 2 : pour ces planches, mettre les clous jaunes et rouges en conformité est nécessaire et suffisant pour réussir.
- Niveau 3 : il est inévitable de devoir traiter les trois couleurs et procéder à des ajustements au niveau local est efficace.
- Niveau 4 : en traitant ces deux planches, un élève risque de positionner l'élastique dans des configurations que des ajustements locaux ne sauraient pas régler. Confronté à ce type de difficulté, l'élève doit nécessairement procéder à des ajustements au niveau global.

Conclusion

En cherchant à caractériser la stratégie "ajustements d'essais successifs", nous avons mis en évidence que le travail d'élèves de 2H s'articule autour de différents niveaux d'ajustements. L'écart se situe au niveau de la mise en relation entre le clou non conforme aux règles et la partie de l'élastique à ajuster. Lorsque cette zone est en lien direct avec le clou non conforme, nous parlons d'ajustements au niveau local. Sinon, nous parlons d'ajustements au niveau global, c'est-à-dire que la partie de l'élastique à remettre en question et à modifier est à chercher sur une autre zone du géoplan. Nous avons observé que certains élèves, qui ne réussissent pas à adapter leur stratégie d'ajustements du niveau local au niveau global, quand cela est nécessaire, se livrent à une réinitialisation fréquente de la recherche, un tâtonnement simple, sans s'appuyer de manière significative sur les essais précédents.

Ces observations nous ont permis également de proposer un autre classement en ce qui concerne la difficulté des planches proposées sur la plateforme. C'est ce choix des planches qui va provoquer des adaptations et permettre aux élèves de mettre en œuvre les différentes sous-stratégies caractérisées.

Références

Conférence intercantonale de l'instruction publique. (2010). *MSN 15– Représenter des phénomènes naturels, techniques ou des situations mathématiques...* [PDF]. In Plan d'études romand. Neuchâtel: CIIP. Repéré à http://www.plandetudes.ch/documents/10273/36558/PER_print_MSN_15.pdf.

Conférence intercantonale de l'instruction publique. (2018). *Des points partout*. Repéré à http://www.ciip-esper.ch.

Gattegno, C. (1960). L'emploi du géoplan individuel dans l'enseignement de la géométrie [The use of the individual geoboard in the teaching of geometry]. *Mathematica & Paedagogia, 19*, 17-31.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.

The Language Archive. (2000). *ELAN* (version 5.3) [Logiciel]. Repéré à https://tla.mpi.nl/tools/tla-tools/elan/download/

LA LIGNE DROITE, UN OBJET D'ETUDE AU DEBUT DU SECONDAIRE : UNE ANALYSE INSTITUTIONNELLE DES MANUELS

Judith Njomgang Ngansop et Patrick Tchonang Youkap

Département des didactiques des disciplines, Université de Yaoundé

INTRODUCTION

Les manuels scolaires constituent un artefact important pour l'apprentissage des objets géométriques au secondaire. L'étude des manuels scolaires offre un aperçu sur les choix institutionnels au sujet des objets géométriques et des modèles utilisés pour représenter ces objets. Toutefois, les modèles graphiques qui représentent les figures ne décrivent pas toujours tous les attributs de ces figures.

La recherche en didactique des mathématiques rapporte que les élèves, dans un problème de géométrie auquel le dessin est associé, ont tendance à se focaliser sur ce qu'ils voient et non sur ce qu'ils savent ; il y a là une utilisation superficielle du dessin (Walter, 2001). Les concepts-images des élèves au sujet de certains objets géométriques ne correspondent pas toujours à la définition formelle de ces objets (Tall & Vinner, 1981).

On sait que les définitions doivent faire l'objet d'une construction en salle de classe (de Villiers, 1998). On sait également que les objets géométriques passent au secondaire du statut du dessin (objet physique) au statut de figure (objet géométrique) (Robert, 2003). On ne sait pas suffisamment comment les objets géométriques sont introduits dans les manuels au début du secondaire. Notre objectif ici est de rendre compte de la façon dont les éléments de la théorie (définitions et théorèmes) sur les droites sont introduits dans les manuels. Il vise également à mettre en lumière les types de modèles (représentant un objet physique ou un objet géométrique) utilisés dans les activités qui permettent de construire les objets étudiés dans ces manuels.

QUELQUES ASPECTS ÉPISTÉMOLOGIQUES DE LA LIGNE DROITE

Selon Laborde (1994), un domaine de réalité est un ensemble de choses qui permettent de résoudre un problème que rencontre un individu au quotidien. Un modèle offre une certaine lecture, une certaine interprétation du domaine de réalité. Certains modèles sont explicites et s'expriment dans divers supports d'expressions : dessins, images, schémas, langage naturel ou artificiel. On appelle souvent modèle le résultat-même de cette expression (Laborde, 1994). Dans le cadre de ce travail, le modèle désignera un dessin ou une image. La ligne droite est un élément du domaine de réalité de la géométrie plane qui est étudié au début du secondaire. Il s'agit d'une figure, d'un objet abstrait sur lequel repose le raisonnement au collège. Le dessin est la représentation de la figure sur un support qui symbolise le plan (écran d'ordinateur, feuille de papier) (Laborde, 1994). Le dessin de la droite est partiel, il ne permet pas de visualiser l'attribut illimité de la droite. Ce dessin décrit mieux l'idée qu'avait Legendre (1799) de la droite. En effet, les mathématiciens qui ont précédé Legendre ainsi que ceux de son époque ne faisaient pas de différence entre une droite et un segment. De nos jours, la droite se distingue d'un segment, elle est illimitée de part et d'autre, tandis que le segment a des extrémités et peut entièrement être représenté sur un support.

Le dessin de la ligne droite peut également être utilisé pour représenter un objet physique (par exemple, une trajectoire rectiligne). La trajectoire est supposée connue des élèves au début du secondaire comme étant le chemin parcouru par un objet. Le chemin le plus court entre deux points est celui qui suit une ligne droite. La trajectoire est un terme défini dans les leçons de physique en classe de sixième. Nous pensons que la physique apporte un regard plus concret sur l'idée que l'on a de la droite.

La définition de la droite qui semble pertinente en géométrie naturelle est celle qui s'inspire à la fois de la géométrie euclidienne et de la physique. Un exemple de définition qui peut être reconstruit en salle de classe est la définition suivante : *« une droite est une ligne illimitée qui contient le plus court chemin entre deux quelconques de ses points.* » Cette définition satisferait les critères d'une bonne définition à savoir : non contradictoire, non ambigüe, indépendante des représentations, minimale et non circulaire (Shir & Zaslavsky, 2002).

Dans cette étude, une activité de (re)construction de la définition en mathématiques correspond à celle décrite par de Villiers (1998). Il s'agit d'une activité qui engage l'élève dans le processus mathématique par lequel la définition est découverte, inventée et organisée.

Nous faisons l'hypothèse que les manuels proposent comme activités de découverte, des activités de construction des définitions des objets géométriques. Celles-ci s'appuient sur la perception visuelle et l'expérience qui sont des modes de pensée de la géométrie naturelle. De ce fait, ces activités de (re)construction de la définition pourraient être inspirées de la physique.

CADRE THÉORIQUE

Nos analyses des manuels scolaires sur l'introduction du concept de droite suivent une approche institutionnelle. Nous décrivons les choix institutionnels et leurs répercussions sur l'apprentissage des élèves. Le rapport institutionnel à un objet est défini par Chevallard comme l'ensemble des interactions possibles entre l'institution I et l'objet O (Chevallard, 1994). Il devrait y avoir une certaine conformité entre le rapport personnel des élèves à l'objet O et le rapport institutionnel. Dans le cadre de la TAD, Castela (2008) définit la notion de tâche prescrite à l'élève comme un couple constitué de l'énoncé et du contexte institutionnel de prescription : l'énoncé est une mise en texte du problème mathématique qui ajoute éventuellement des indications ou des questions qui prennent en charge partiellement ou complètement les étapes de la technique attendue pour sa résolution. Le contexte institutionnel précise les éléments du contexte dans lequel la tâche est prescrite. De ce fait, le choix d'une technique et sa mise en œuvre par l'élève dépendront des éléments de ce contexte (Castela, 2008 ; Chaachoua, 2010).

MÉTHODOLOGIE

Pour cette étude exploratoire de type qualitatif, les données proviennent de quatre manuels[1] de mathématiques recommandés par le Ministère des Enseignements secondaires au Cameroun. Il s'agit des manuels de la classe de sixième (âge des élèves 10-11 ans) qui sont accessibles sur l'étendue du territoire du Cameroun. Les chapitres des manuels sont organisés en deux rubriques : une première rubrique où l'on retrouve les différentes sections avec des thèmes précis et une seconde rubrique constituée des exercices d'entrainement. Une section du chapitre peut être une leçon ou un ensemble de leçons. Les sections sont, pour la plupart, organisées en blocs : un bloc destiné aux « Activités de découverte » ; un bloc destiné aux « Énoncés institutionnalisés » et aux illustrations (définition, théorème, méthode, règles) et enfin un bloc destiné aux « Exercices d'application ».

Les documents qui font partie de notre échantillon ont tous des chapitres qui portent sur les droites du plan. Les apprenants sont susceptibles d'y avoir accès directement en salle de classe ou en dehors de la salle de classe.

[1] Mvomo et al. (2016). *Majors en Mathématiques* 6e (B). ASVA Education.
Elandi et al. (2016). *Excellence en Mathématiques* 6e. ACIPEC (2016).
Touré et al. (2016). *CIAM Mathématiques* 6e (B). EDICEF.
Une équipe d'enseignants (2016). *Cargo collection de Mathématiques* 6e. Hachette International.

La collecte des données a fait intervenir une grille d'analyse des manuels. Nous nous intéressons dans ces manuels aux leçons des chapitres intitulés « Droites du plan ». Nous appuyons cette étude sur une grille comprenant trois sous-parties :

- Les activités proposées dans les blocs « Activités de découverte ». Il s'agit de déterminer les types d'activités proposés dans les manuels pour découvrir les droites ainsi que les éléments d'interdisciplinarité mobilisés ;
- Les modèles associés aux activités dans les blocs « Activités de découverte » : Il sera question ici de déterminer les types de dessins que proposent les auteurs des manuels et les fonctions des dessins et images dans les problèmes (Elia & Philippou, 2004) ;
- Les énoncés institutionnalisés dans les blocs « Institutionnalisation » des différents manuels. Il s'agit de décrire les énoncés, plus précisément les énoncés des définitions et vérifier leur adéquation avec les définitions acceptées en géométrie au collège.

Pour analyser les modèles utilisés dans les activités des leçons, nous nous sommes inspirés de la catégorie de Elia et Philipou (2004) qui distingue quatre fonctions pour des images dans la résolution d'un problème.

Décorative	**Représentative**	**Organisatrice**	**Informative**
Le modèle ne donne aucune information réelle sur la solution de problème	Le modèle représente le tout ou une partie du contenu de l'énoncé du problème	Le modèle offre des indices pour le travail écrit de l'étudiant, favorisant le processus de résolution	Le modèle donne une information essentielle pour la résolution du problème ; la résolution du problème est basée sur le modèle

Fig. 1 : Catégorie des fonctions des modèles qui illustrent un texte dans un problème de géométrie

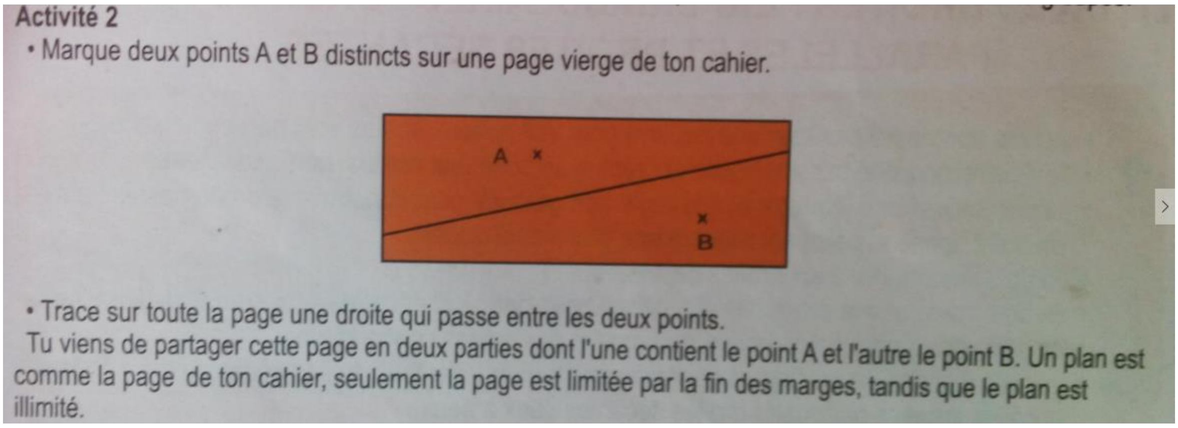
RÉSULTATS

Dans les lignes qui suivent, nous rapportons les résultats issus de l'analyse des données en relation avec les sous-parties que nous avons définies dans la méthodologie.

Les problèmes présents dans les blocs « Activités de découverte »

L'objectif de cette partie est d'identifier le type de problèmes proposés par les auteurs des manuels pour découvrir les objets géométriques et les relations entre ces objets.

Dans les manuels de notre corpus, nous n'avons identifié aucune activité proposée dans l'intention de reconstruire la définition d'un objet géométrique. Les activités qui y sont proposées ont l'intention de faire découvrir des énoncés sur la droite par exemple l'alignement de trois points. Les tâches de ces activités ne sont pas neutres vis-à-vis des techniques attendues, car l'on y observe des indications qui conduisent aux résultats des tâches mathématiques au sens de Chaachoua (2010). Ces indications sont données sous forme de tâches intermédiaires qui prennent en charge complètement ou partiellement les étapes de la technique attendue. Les indications sont également données sous forme de couleurs ajoutées à des éléments d'un dessin pour mettre en avant certaines configurations plutôt que d'autres. Ces couleurs augmentent ainsi l'appréhension perceptible du dessin (Duval, 1988). Dans certains cas, on retrouve des activités constituées d'une tâche et du dessin qui représente le résultat de la tâche. L'exemple qui suit est proposé dans trois des quatre manuels.


Activité 2
• Marque deux points A et B distincts sur une page vierge de ton cahier.

• Trace sur toute la page une droite qui passe entre les deux points.
Tu viens de partager cette page en deux parties dont l'une contient le point A et l'autre le point B. Un plan est comme la page de ton cahier, seulement la page est limitée par la fin des marges, tandis que le plan est illimité.

Fig. 2 : Activité du manuel Excellence, page 31

Pour exécuter cette tâche, l'élève pourra tout simplement reproduire le dessin associé à l'énoncé. L'on pourrait penser que les auteurs des manuels veulent assurer la réussite des tâches proposées dans la mesure où une aide est fournie aux élèves, l'aide étant le dessin associé au texte dans cette activité.

Parmi les manuels étudiés, seul un propose des activités s'inspirant des objets physiques pour favoriser la construction par l'élève des éléments de la théorie sur la ligne droite. Il s'agit du manuel Cargo, ce manuel propose trois activités faisant intervenir des objets tels que la corde et la route. Ce sont des objets du domaine de la physique qui apportent un regard concret sur les objets géométriques étudiés.

Le fait de proposer uniquement des activités avec des indications sur la technique attendue pourrait transformer les élèves en des automates, n'ayant à exécuter que des tâches élémentaires dont ils ne saisissent pas le sens. Ce type d'activité ne favorise pas chez l'élève le développement de l'esprit d'initiative, l'inventivité ou la maitrise de la complexité. Nous pouvons également relever le fait que les activités proposées s'inspirent très peu de la physique. L'absence des activités de construction des définitions dans les manuels au sens de de Villiers (1998) laisse supposer que les auteurs des manuels sont dans une approche axiomatique des définitions. Cela pourrait avoir des conséquences sur les conceptions des élèves au sujet de l'objet défini (Freudenthal, 2012).

Les modelés graphiques présents dans les blocs « activités de découverte »

L'exploration des modèles graphiques associés aux activités dans les blocs « Activités de découverte » a permis d'identifier les différentes fonctions des dessins ainsi que leur type. Parmi les dessins qui illustrent les textes dans les activités, 72,41% ont une fonction organisatrice ; 10,34% des dessins ont une fonction représentative et 13,79% des dessins ont une fonction informative. Les dessins identifiés sont pour la plupart (86%) des dessins qui représentent les objets géométriques. Seul le manuel Cargo propose des modèles représentant des objets physiques.

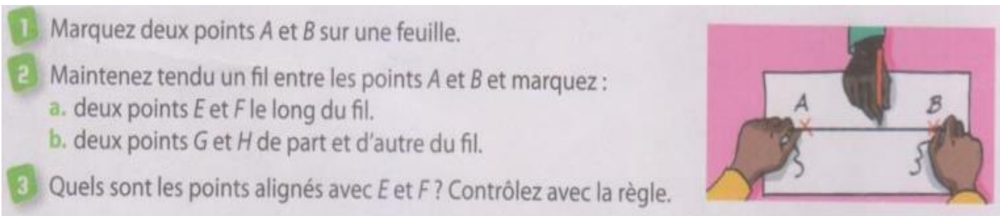

1 Marquez deux points *A* et *B* sur une feuille.
2 Maintenez tendu un fil entre les points *A* et *B* et marquez :
a. deux points *E* et *F* le long du fil.
b. deux points *G* et *H* de part et d'autre du fil.
3 Quels sont les points alignés avec *E* et *F* ? Contrôlez avec la règle.

Fig. 3 : Dessin qui représente un objet matériel

La présence des dessins ayant une fonction organisatrice dans les activités apporte une aide dans la résolution des tâches, dans la mesure où ces dessins augmentent l'appréhension perceptible du dessin. Une tentative d'explication à cette approche pourrait provenir du fait que, pour les auteurs des manuels, la tâche doit être correctement exécutée. Cette approche ne permet pas toujours de donner du sens à l'objet étudié par les élèves. La faible utilisation des dessins qui représentent des objets physiques ne permet pas aux élèves de se forger des représentations plus riches de la droite. A notre avis, l'utilisation de tels dessins permettrait aux élèves qui évoluent dans le paradigme de la géométrie naturelle d'avoir un regard beaucoup plus concret sur l'objet géométrique étudié.

Les énoncés institutionnalisés

Les énoncés institutionnalisés dans les blocs d'institutionnalisation sont des définitions, des propriétés (théorèmes, axiomes), des règles et des méthodes.

Nous constatons que les manuels des collections CIAM, Majors, et Excellence ne donnent pas une définition à la droite. Les énoncés de définitions dans les manuels ne sont pas précédés des activités de reconstruction de la définition. Ils sont présentés de façon axiomatique. Voici quelques définitions, qui ne respectent pas les critères d'une bonne définition, tirées du manuel de la collection Cargo.

D1 : « une droite est une ligne formée de points sans épaisseur et illimitée des deux côtés »

D2 : « deux droites perpendiculaires sont deux droites sécantes qui forment quatre angles droits »

D3 : « deux droites parallèles sont deux droites qui ne sont pas sécantes »

La définition D1 est une définition ambiguë, car l'expression « ligne sans épaisseur » n'a pas été préalablement définie dans le manuel. A supposer que les élèves aient conscience de la notion de ligne sans épaisseur, cela ne suffit pas à distinguer une ligne droite parmi les lignes illimitées du plan (par exemple, une parabole). Nous pensons que pour une définition acceptable il aurait fallu signifier qu'en plus d'être illimitée, elle contient le plus court chemin entre deux quelconques de ses points.

La définition D2 n'est pas minimale. En effet, il suffit que deux droites se coupent en formant un angle droit pour conclure à leur perpendicularité. La définition D3 bien qu'elle soit une définition formelle peut induire des obstacles épistémologiques en géométrie naturelle. En effet, le dessin de deux droites bien que non sécantes sur un support graphique peuvent ne pas être parallèles. Pour les manuels CIAM et Majors, deux droites sont parallèles lorsqu'elles sont perpendiculaires à une même droite. Cette définition est opératoire dans les types tâches « construire » et « démontrer ».

Les exemples de définitions que nous venons de présenter, nous amènent à conclure que les définitions proposées de façon axiomatique par les manuels ne respectent pas toujours les critères d'une bonne définition (Shir & Zaslavsky, 2002). La définition de la droite est absente dans trois manuels et celle qui proposée dans un manuel est erronée. Nous pensons que ces phénomènes proviendraient de la non maitrise de la définition de la droite et des critères d'une bonne définition en mathématiques. Cela pourrait provenir du passé d'élève des auteurs de ces manuels où la droite n'était pas définie et où les définitions n'étaient pas construites.

CONCLUSION

Cette recherche menée sur quatre manuels de mathématiques rapporte que les activités proposées dans les blocs « activités de découverte » des manuels orientent vers une technique d'exécution de la tâche. Les dessins qui illustrent les textes de ces activités ne sont en général pas neutres car ils augmentent l'appréhension perceptible du dessin. Ces activités ne favorisent pas toujours l'esprit d'initiative et l'esprit de recherche chez les élèves. On peut donc craindre que les concepts étudiés dans de telles leçons n'acquièrent pas le sens espéré et par conséquent engendrent des conceptions erronées chez les élèves. Les définitions des objets étudiés sont présentées de façon axiomatique, ce qui ne cadre pas avec les recommandations des chercheurs pour qui les élèves devraient être associés à l'activité de construction d'une définition (de Villiers, 1998; Tall & Vinner, 1981). La définition de la droite est absente dans trois manuels sur quatre. Cela pourrait induire des définitions personnelles qui ne correspondent pas à la définition formelle du concept (Tall & Vinner, 1981).

Les suggestions qui émanent de cette étude consistent à proposer, dans les leçons des manuels, des activités de construction de la définition des objets étudiés. De telles activités gagneraient à s'inspirer de la physique. Les activités de découverte devraient également donner l'opportunité aux élèves de prendre des initiatives et de développer des aptitudes heuristiques. Pour faire suite à cette étude, il serait intéressant d'étudier la façon dont les définitions du concept de droite et du concept de parallélisme entre deux droites sont construites par les élèves, dans des conditions d'interdisciplinarité.

RÉFÉRENCES

Castela, C. (2008). Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'enseignement. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *28*(2), 135-182.

Chaachoua, H. (2010). *La praxéologie comme modèle didactique pour la problématique EIAH. Etude de cas : la modélisation des connaissances des élèves*. Grenoble : Université de Grenoble.

Chevallard, Y. (1994). Les processus de transposition didactique et leur théorisation, In G. Arsac et al. (ed.). *La Transposition Didactique à l'épreuve*. (pp. 135–180). Grenoble : La Pensée sauvage,.

De Villiers, M. (1998). To teach definitions in geometry or teach to define? *Proceedings of the Twentysecond International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, *2* (July), 248–255.

Duval, R. (1988). Approche cognitive des problèmes de géométrie en terme de congruence. *Annale de Didactique et des Sciences Cognitives*, *1*, 57–74.

Elia, I., & Philippou, G. (2004). The Functions of Pictures in Problem Solving. *Proceedings of the 28th Conference of teh International Group for the Psychology of Mathematics Education*. *v.2* 327–334.

Freudenthal, H. (2012). *Mathematics as an educational task*. Berlin: Springer Science & Business Media.

Houdement, C., & Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de didactique et de sciences cognitives, 11*, 175–193.

Laborde, C. (1994). Enseigner la géométrie : Permanence et révolution. *Bulletin de l'APMEP*, *396*, 523–548.

Robert, A. (2003). Un point de vue sur les spécificités du travail géométrique des élèves à partir de la quatrième : l'organisation des connaissances en niveaux de conceptualisation. *Petit x*, *63*, 7–29.

Shir, K., & Zaslavsky, O. (2002). Students' conceptions of an acceptable geometric definition. *Proceedings of the 26th Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education, 4,* 201-208.

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept Images and Concept Definitions in Mathematics With Particular Reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics, 12* (2), 151–169. https://doi.org/10.1007/bf00305619

Walter, A. (2001). Quelle géométrie pour l'enseignement en collège? *Petit x*, *54*, 31–49.

Annexes

Répartitions des activités et des modèles dans les blocs « Activités de découverte »

Types d'activités dans le chapitre droites du plan	Activité qui fourni des aides au sujet de la technique attendue		Activité qui laisse à l'élève le choix de la technique		Totale
	Inspiré du domaine de la physique	Inspiré de la géométrie	Inspiré du domaine de la physique	Inspiré de la géométrie	
Majore	-	7	-	-	7
Excellence	-	8	-	-	8
CIAM	-	7	-	-	7
Cargo	3	5	-	-	8

- 90% des activités sont inspirées du domaine de la géométrie ;
- 10% des activités sont inspirées du domaine de la physique ;
- Aucune activité ne laisse à l'élève le choix d'une technique ;

Fonctions et types des modèles dans les activités	Décorative		Représentative		Informative		Organisatrice		Totale
	O-G	O-P	O-G	O-P	O-G	O-P	O-G	O-P	
Majore	-	-	1	-	1	-	5	-	7
Excellence	-	-	1	-	-	-	6	-	7
CIAM	-	-	-	-	2	-	6	-	8
Cargo	-	-	1	-	1	-	2	3	7

O-G : objet géométrique ;

O-P : objet physique.

- 72,41% des modèles ont une fonction organisatrice ; 10,34% des modèles ont une fonction ; représentative ; 13,79% des modèles ont une fonction informative ;
- 10,34% de modèle représentent des objets physiques.

VERS UN OUTIL D'ANALYSE DE MANUELS : EXEMPLE D'ETUDE EN 1RE ANNEE D'ECOLE ELEMENTAIRE (3H)

Nadine Grapin et Eric Mounier

Laboratoire de Didactique André Revuz, ESPE de l'académie de Créteil.

INTRODUCTION ET MÉTHODOLOGIE

En France, le rapport Villani-Torrossian publié en janvier 2018 propose vingt-et-une mesures visant, entre autres, à améliorer les résultats des élèves. La vingtième mesure stipule que « Les manuels de mathématiques feront l'objet d'un positionnement sur une échelle, par un comité scientifique, en regard de chacun des critères d'une courte liste arrêtée par ce même comité » (Villani - Torossian, 2018, p. 11). Nous nous sommes alors interrogés sur les critères que pourrait choisir un didacticien des mathématiques pour procéder à un tel positionnement. Nous entendons par manuel, « tout support pédagogique (livres ou fiches) qui doit être acquis par l'élève (lycée) ou qui est mis à sa disposition par l'établissement (école primaire et collège) » (Mounier & Priolet, 2015). En France, chaque manuel peut être accompagné d'un guide pédagogique, de matériel pédagogique, mais aussi de ressources disponibles sur internet et mises à la disposition de l'enseignant : l'ensemble de ces éléments pouvant ainsi être qualifié de « moyen d'enseignement », selon la terminologie employée en Suisse romande.

En 2015, un premier travail de description et de comparaison des manuels de mathématiques à l'école élémentaire avait été mené en France (Mounier & Priolet, 2015) et avait conclu non seulement à une grande diversité de l'offre éditoriale mais aussi à des utilisations diverses de la part des enseignants, la plupart n'ayant pas eu la possibilité de choisir le manuel pour leur classe. A partir de ces travaux nous avons développé une méthodologie d'analyse de manuels (Grapin & Mounier, accepté).

Dans cet article, nous présentons une étude comparative de trois manuels en nous limitant à trois critères issus de cette méthodologie, à savoir la répartition des séances par domaines, la place du savoir nouveau par rapport à l'ancien et le type de dispositif pédagogique prescrit. Pour ce dernier point, nous nous référons aux dispositifs décrits par Rey (2001), à savoir « explication - application », « observation – compréhension - application », « problème – compréhension - application ».

RÉSULTATS DE L'ANALYSE

Pour cette recherche, nous avons retenu trois manuels de première année d'école élémentaire (Grade 1, élèves âgés de 6-7 ans, scolarisés en France au Cours Préparatoire (CP)) parus en 2016 en France : *Cap Maths* (Charnay & al., 2016), *Pour comprendre les maths* (Bramand & al., 2016), et *Méthode de Singapour* (Neagoy & al., 2016). Le manuel de la collection « Méthode de Singapour » a retenu notre attention puisque son titre évoque directement une méthode d'enseignement des mathématiques à Singapour, régulièrement citée dans le rapport Villani-Torossian. *Cap Maths* est un manuel dont les auteurs ont beaucoup publié sur l'enseignement des mathématiques et *Pour comprendre les maths* est écrit principalement par des enseignants : ces trois manuels offrent donc une certaine diversité relativement à leurs auteurs.

Présentation générale

Pour chacune des trois collections étudiées, l'enseignant dispose d'un guide pédagogique prescrivant un scénario des séances à mener, d'un recueil de fiches photocopiables, ainsi que de différentes ressources numériques (en ligne ou sur CD-ROM). *Pour comprendre les maths (PCLM)* propose un fichier sur lequel l'élève répond directement aux exercices proposés, *Méthode de Singapour (MdS)* également, mais en deux volumes, et *Cap Maths (CM)* propose un fichier « nombres et calculs » et un cahier « espace – géométrie et grandeurs ». Un manuel numérique destiné à être projeté en classe et pouvant être utilisé sur tablette est aussi conçu par *PCLM. CM* accompagne le fichier de l'élève d'un fascicule servant « de référence sûre aux élèves » (le « dico-maths »). Du matériel à découper est aussi fourni dans les fichiers de *PCLM* et de *CM*, *MdS* proposant ce type de support en ligne.

Notons ici que l'utilisation envisagée des fichiers est différente selon chacune des collections : *CM* ne propose pas un travail sur fichier systématiquement à chaque séance, alors que *MdS et PCLM* prescrivent une utilisation quotidienne du fichier (une page par jour pour *PCLM*, une ou deux pages pour *MdS*). Pour *MdS,* les fichiers sont « utilisés pour la pratique guidée, c'est-à-dire projetés en classe et étudiés avec l'enseignant » (Neagoy & al., 2016, p.13).

Le rôle des différents auteurs dans l'écriture des manuels n'est pas toujours explicité, sauf dans *MdS* où chaque unité[1] est signée par son auteur : l'auteur d'une unité dans le guide pédagogique n'étant pas toujours le même que celui de la même unité dans le fichier de l'élève.

Organisation générale des séances et répartition par domaines

Les trois manuels proposent un apprentissage des mathématiques au quotidien : ce que nous nommerons par la suite « séance ». Ils préconisent de faire les séances les unes après les autres telles qu'elles apparaissent dans le fichier des élèves, ce qui induit ainsi une progression et sa programmation. Chaque séance est accompagnée de prescriptions de mise en œuvre pour l'enseignant dans le guide pédagogique (1 page par séance pour *PCLM,* 2 pour *MdS* et entre 2 et 3 pages pour *CM*). *CM* propose 140 séances dans l'année, *PCLM* 137 et *MdS* 135. *PCLM* et *MdS* répartissent ces séances de façon équilibrée en 5 périodes[2] alors que *CM* les répartit en 3 périodes, correspondant aux trois trimestres de l'année scolaire. Le découpage de l'année par ces trois manuels n'est donc pas identique.

PCLM ne spécifie pas la durée des séances. Les séances de *CM* sont prévues pour durer entre 40 et 60 minutes (calcul mental compris) et celles de *MdS* de 40 à 90 minutes (calcul mental en sus). *CM* précise que les séances peuvent être découpées en plusieurs blocs et prendre place à différents moments de la journée. La durée quotidienne d'enseignement des mathématiques actuellement prescrites par les textes officiels en France est d'une heure en moyenne (pour 4 séances par semaine) hors calcul mental[3]. Dans les classes observées par Blanchouin (2016), les plages didactiques durent en moyenne de 30 à 45 minutes, ce qui laisse envisager des adaptations par rapport aux préconisations des auteurs.

Répartition des séances par domaine

En France, les programmes de mathématiques sont structurés en trois domaines : nombres et calculs, espace et géométrie, grandeurs et mesures. Dans *MdS*, chaque séance relève d'un seul domaine ; dans *CM* et *PCLM*, des exercices relevant de différents domaines peuvent être proposés, mais le savoir nouveau introduit dans la séance correspond à un seul domaine. C'est ce que nous avons retenu pour étudier la répartition des séances par domaine (Tableau 1). D'autres séances (évaluations ou problèmes pour chercher) peuvent relever de plusieurs domaines, nous les avons intégrées dans le tableau, mais pas dans la répartition en pourcentage.

---

[1] Ce terme d'unité sera précisé ultérieurement.

[2] En France, l'année scolaire est traditionnellement séparée en 5 périodes situées entre chaque vacance scolaire.

[3] 180 heures annuelles soit 5 heures hebdomadaires en moyenne (arrêté du 9-11-2015 - J.O. du 24-11-2015) dont 15 minutes de calcul mental quotidien.

	CM	*PCLM*	*MdS*
Nombres et calculs	*64 (71 %)*	*94 (78%)*	*95 (80%)*
Espace et géométrie	*16 (18 %)*	*16 (13%)*	*12 (10%)*
Grandeurs et mesures	*10 (11 %)*	*11 (9%)*	*12 (10%)*
Bilan/évaluation[4]	*10*	*10*	*16*
Autres[5]	*40*	*6*	*0*

Tableau 1 – Répartition des séances par domaine

Nous observons que le domaine « Nombres et calculs » représente une place importante dans l'enseignement prescrit dans les trois manuels. A titre de comparaison, sur les manuels de mathématiques de ce même niveau scolaire (CP), Mounier & Priolet (2015) avaient observé que 8 manuels sur les 10 étudiés accordaient entre 67 % et 72 % des séances sur le nombre : *PCLM* et *MdS* accordent donc une place encore plus importante à ce domaine, au détriment des autres.

Les évaluations de *PCLM* sont en milieu et fin de période, une page du fichier leur est consacrée. Elles concernent tous les domaines de la période. *MdS* et *CM* proposent des bilans en fin d' « unité » ; ce terme recouvrant des significations différentes, comme nous le verrons par la suite. *CM* donne en outre des évaluations en fin de période (chaque fin de trimestre) ainsi qu'une évaluation de début d'année.

Programmation de la progression et traitement des notions anciennes par rapport aux nouvelles

Afin de visualiser la programmation de la progression par domaine, nous avons représenté de façon chronologique, selon la programmation des séances, le domaine sur lequel portait le savoir nouveau (Figure 1).

[4] Nous qualifions de « bilan et évaluation » des séances dont l'objectif n'est pas de construire ou consolider des apprentissages mais de faire le point sur ce qui est appris.

[5] Il s'agit le plus souvent de séances de réinvestissement de connaissances anciennes relevant de plusieurs domaines et/ou laissées à l'initiative de l'enseignant.

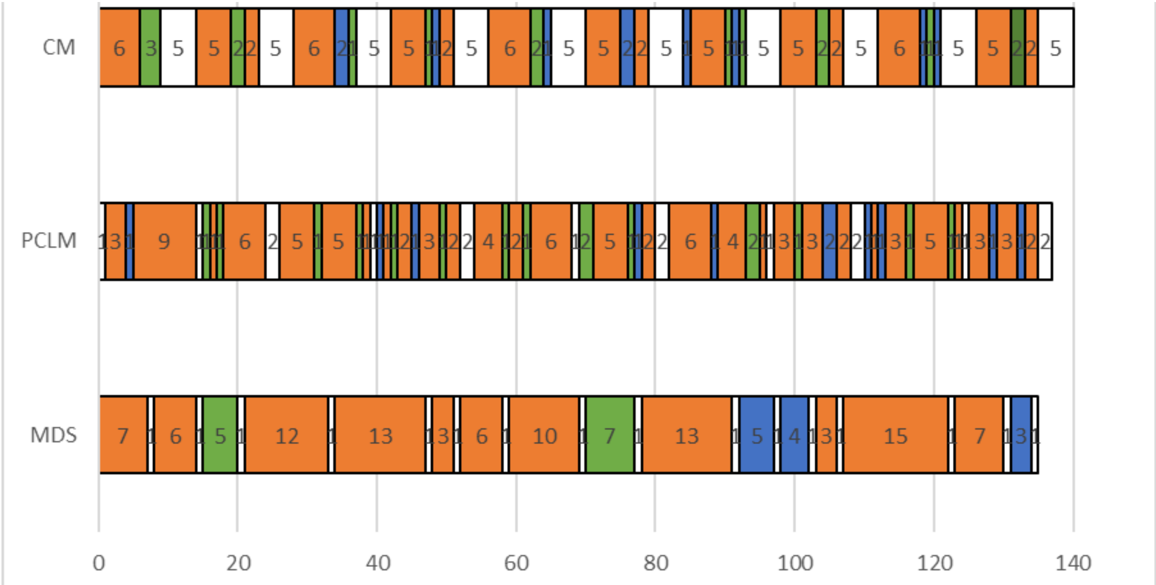


Fig. 1 : Programmation des séances dans l'année selon les domaines
orange : nombres et calculs – vert : espace et géométrie – bleu : grandeurs et mesures – blanc : bilan / évaluation ou autres (cf. tableau 1)

Le traitement des savoirs déjà abordés (que nous qualifions d'anciens) est à différencier selon que ceux-ci servent directement le savoir nouveau de la séance ou non. S'ils ne relèvent pas des années antérieures, ces savoirs anciens devraient avoir été abordés auparavant dans le manuel[6], tissant des liens entre savoirs anciens et nouveaux. La figure 1 témoigne d'un traitement différent de ce continuum selon les manuels[7]. *PCLM* découpe les apprentissages par petites étapes (le plus souvent une étape est une séance) réparties sur l'année, alors que *MdS* choisit de faire des étapes plus longues : le label « unité » choisi par les auteurs regroupe plusieurs blocs de séances qui se suivent, une « unité », représentée par une zone colorée sur la figure 1, pouvant cependant concerner différentes notions d'un même domaine. Les 16 unités sont de taille variable (entre 4 et 16 séances, si on intègre les séances de bilan). Les auteurs de *CM* ont quant à eux organisé l'enseignement en 10 unités de même taille, traitant de domaines différents mais avec une même structure : 9 séances d'apprentissage relevant de domaines parfois différents, 4 de consolidation et 1 d'évaluation (ces 5 dernières sont en blanc sur la figure 1).

Format des séances

Dans une même séance, il est envisageable de revenir sur des notions anciennes (A) de manière déconnectée des nouvelles (N) sans pour autant y mettre un enjeu d'évaluation. Ainsi, *CM* et *PCLM* proposent régulièrement dans leurs séances traitant d'un savoir nouveau des situations relevant d'un autre domaine. Le poids relatif des domaines abordés y est assez proche de celui relevé dans le tableau 1, ce qui ne change donc pas les commentaires sur la place prise par le domaine « Nombres et calculs ».[8]

Une autre tâche intervient de manière régulière dans la séance du jour : le calcul mental. Il est décrit pour toutes les séances dans *PCLM* (hors évaluation), pour environ une séance sur deux dans *MdS* et pour uniquement les séances d'apprentissage abordant une nouvelle notion dans Cap Maths (soit 9

[6] Une étude plus approfondie est nécessaire pour vérifier si c'est le cas. C'est ce que nous ferons ultérieurement pour la notion clé du CP, le sens des chiffres dans les écritures chiffrées.

[7] Il faudrait rentrer dans les détails de chaque notion pour savoir comment une notion ancienne est réinvestie (ou non) dans les notions nouvelles.

[8] Concernant *CM* (respectivement *PCLM*) : 73% (resp. 72%) pour « Nombres et calculs », 22% (resp. 21%) pour « Espace et géométrie », 5% (resp. 7%) pour « Grandeurs et mesures ».

séances par unité). Il constitue les tâches ritualisées (R) à faire dans la journée. Finalement, on obtient (tableau 2) des formats de séance du jour différents selon les manuels (Mounier & Priolet, 2015).

	R, N, A[9]	R, N	N	A	Bilan - Evaluation
CM	90 (64%)	0	0	40 (29%)	10 (7%)
PCLM	41 (30%)	80 (58%)	1 (1%)	5 (4%)	10 (7%)
MdS	0	54 (40%)	65 (48%)	0	16 (12%)

Tableau 2 – Répartition des séances selon leur format

Légende : R tâches ritualisées (calcul mental) ; N introduction d'un savoir nouveau ; A retour sur un savoir ancien sans lien avec le nouveau de la séance.

Concernant les séances quotidiennes d'apprentissage (hors « bilan et évaluation »), nous relevons ainsi trois profils assez différents.

MdS est le seul manuel à ne pas prescrire un moment explicite de retour sur des notions anciennes déconnectées du nouveau. Ce qui ne veut pas dire que l'ancien n'est pas traité, mais s'il l'est, c'est *a priori* toujours en lien avec le nouveau. *MdS* prescrit du calcul mental dans environ la moitié des séances, ce qui est sensiblement moins que les deux autres manuels.

CM propose quant à lui de manière quotidienne des tâches sur les notions anciennes en les déconnectant de celles sur les nouvelles (ce qui ne veut pas dire que de l'ancien ne peut pas aussi apparaitre avec les notions nouvelles). Le plus souvent (90 fois sur 130), le calcul mental est prescrit et une notion nouvelle est aussi abordée.

PCLM se situe à un intermédiaire entre *CM* et *MdS*. La majorité des séances ne comportent pas de tâches spécifiques sur les notions anciennes (80 séances). Cependant 46 séances abordent les notions anciennes par des tâches dédiées, le plus souvent (41 séances) une notion nouvelle est aussi traitée le même jour et le calcul mental est prescrit quotidiennement.

Ces premières analyses nous permettent de conclure que, si une place importante des séances est consacrée à l'enseignement des nombres et du calcul, les formats des séances et leur répartition dans l'année selon les domaines diffèrent fortement d'un manuel à l'autre, en particulier concernant le traitement des notions anciennes et du calcul mental.

LA NOTION CLÉ

En France, d'après les programmes, apprendre à lire et à écrire les nombres est un des objectifs importants de la première année d'école élémentaire. La notion clé que nous avons choisie d'étudier porte donc sur la numération parlée et la numération écrite chiffrée.

A propos de « la » numération

Nous allons regarder l'apprentissage de la numération écrite chiffrée (EC), aspect positionnel et décimal (Tempier, 2016) et de sa place par rapport à la numération orale. La distinction de ces deux numérations amène à considérer deux grands types d'itinéraires d'apprentissage (Mounier, 2010). L'itinéraire 1 d'enseignement est le plus répandu dans les manuels français (Mounier & Priolet, 2015), confondant les deux numérations avant de faire apparaître leurs différences mais aussi une structure en dizaines qui les éclaire : il s'agit par exemple d'expliquer pourquoi « quarante-deux » s'écrit « 42 » et pour ce faire on

[9] R, N, A et R, N ne sont pas nécessairement prescrits dans cet ordre d'énonciation.

peut utiliser la comptine des dizaines (dix, vingt, trente, quarante) et faire remarquer qu'il y a 4 dizaines, puis celle des unités. Présentée ainsi, l'EC dérive alors de la numération orale, ce qui est faux au niveau épistémologique, avec la difficulté pour les élèves de percevoir avant tout le mot « quarante-deux » dans « 42 » et moins 4 dizaines et 2 unités restantes. L'itinéraire 2 d'enseignement distingue initialement les deux numérations avant de faire apparaître leurs points communs[10] : « quarante-deux » est perçu via la comptine numérique, alors que l'organisation en dizaines de manière maximale puis le codage à l'aide de chiffres permet d'introduire l'EC. Quel que soit l'itinéraire, Tempier (2016) montre l'importance de travailler les relations entre une EC telle que 42 et les expressions en unités de numération du type 4 dizaines 2 unités (nous abrègerons en 4d 2u) mais aussi et surtout de type 2u 4d (aspect positionnel à l'œuvre), 3d 12u ou 2d 22u (aspect décimal) et 12u 3d ou 22u 2d (aspects positionnel et décimal). Ceci se traduit notamment par des problèmes dans lesquels les collections ne sont pas toujours organisées d'emblée en dizaines et unités restantes de manière maximale, c'est-à-dire pour une collection de cardinal 42 en 4 groupes de dix et 2 objets isolés.

Progression du champ numérique et itinéraire d'apprentissage

Nous avons découpé l'apprentissage de la numération écrite chiffrée en trois phases (figure 2) : la phase 1(bleu), celle des séances concernant le nombre avant l'introduction du sens de l'EC, la phase 2 (orange), celle des séances de l'apprentissage de l'EC, et enfin la phase 3 (vert), celle des séances après cette introduction.

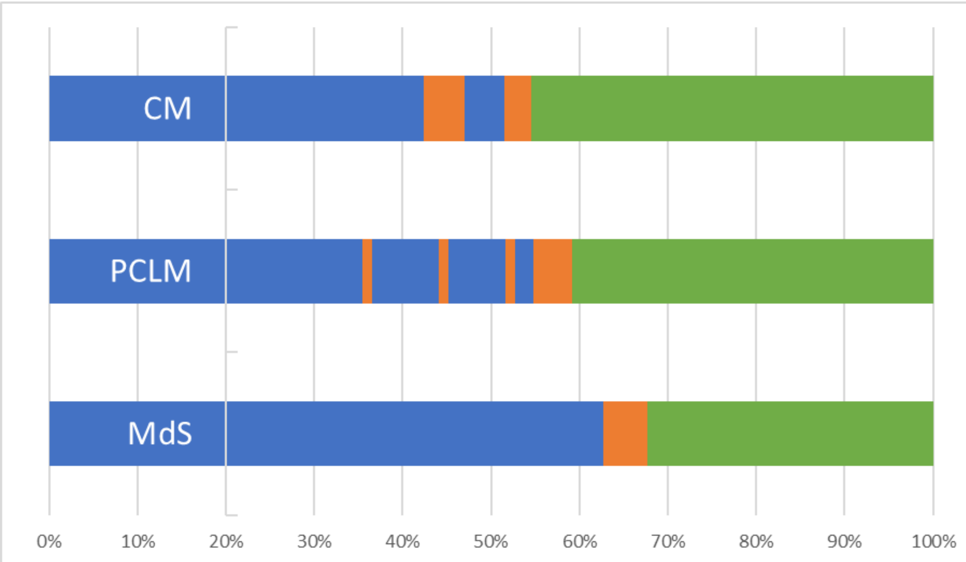


Fig. 2 : Chronologie de la place de l'enseignement de l'EC dans celui du nombre

Cette figure indique un parti pris un peu différent de la durée de travail avant ou après le sens donné aux chiffres. Nous avons alors été plus loin dans notre analyse.

La différence est plus marquée si on regarde les nombres traités dans la phase 1. En effet, cette phase met en jeu la désignation écrite et orale des nombres jusqu'à 39 pour *CM*, jusqu'à 20 pour *MdS* et *PCLM*. Ceci va permettre d'emprunter des itinéraires d'enseignement différents. Jusqu'à la phase 2, *CM* emprunte l'itinéraire 1 (ce sont les EC des nombre inférieurs à quarante qui sont explicitées en termes de dizaines et unités restantes en lien avec le nom des nombres), tandis que *PCLM* emprunte l'itinéraire 2 (les EC des nombres jusqu'à 99 sont introduits comme codant l'organisation en dizaines et unités d'une collection). Durant la phase 3, dans les deux cas, la numération orale fait l'objet d'un apprentissage

[10] Cet itinéraire est utilisé par au moins un manuel français en 2018, Mon année de Maths CP, Ed. Sed (Mazollier, Mounier et Pfaff, 2016).

spécifique. Au-delà de soixante, *CM* indique sa segmentation en deux vingtaines (on compte de un à dix-neuf à partir de soixante pour atteindre quatre-vingts, idem à partir de quatre-vingts) respectant ainsi la structure de la comptine utilisée en France (Mounier, 2010). *PCLM* prend le parti de ne pas faire apparaître explicitement cette structure mais, pour les nombres de soixante-dix à soixante-dix-neuf et de quatre-vingt-dix à quatre-vingt-dix-neuf, de la considérer comme « bizarre » en référence aux EC. L'itinéraire de *MdS* est plus difficilement identifiable. En effet, dans la phase 2, le nom des dizaines entières (trente, quarante, etc., jusqu'à cent y compris) est étudié en même temps que le sens des chiffres, en termes de dizaines et unités. Ces noms sont associés à une décomposition qu'ils évoquent, ce qui fait que la dizaine est mise en avant pour certains nombres (5 dizaines dans cinquante) mais pas pour d'autres (4 vingtaines et dix dans quatre-vingt-dix). Nous avons remarqué par ailleurs qu'il est demandé aux élèves dans cette phase 2 de dénombrer des collections au-delà de vingt avec la comptine numérique alors que celle-ci n'a pas été antérieurement objet d'apprentissage. Dans la phase 3, il n'y a pas d'étude de la comptine numérique.

La segmentation de la phase 2 témoigne en outre d'un traitement différent de l'approche de la dizaine. Traitée en amont par *CM* et *PCLM*, *MdS* l'aborde juste au début d'une des 5 séances consécutives de l'apprentissage du sens des chiffres.

Finalement, les manuels se distinguent par le travail concernant les valeurs des variables didactiques utilisées. Dans *CM* et *PCLM*, les collections ne sont pas toujours organisées d'emblée en dizaines de manière maximale. Dans *PCLM* cependant, très souvent les dizaines sont facilement identifiables et l'organisation est demandée explicitement ; elle n'est donc pas à l'initiative de l'élève. Dans *CM*, en complément de tâches de dénombrement avec des collections inorganisées ou partiellement organisées, sont proposées des tâches avec des écritures non canoniques en unités de numération, du type « écrire le nombre d'unités de : 1 dizaine et 21 unités ». Dans ces deux manuels, un lien est possible avec les différentes expressions en unités de numération. Dans *PCLM* c'est essentiellement l'aspect positionnel qui est travaillé (2u 4d), alors que dans *CM* l'aspect décimal est aussi travaillé. Concernant *MdS,* les collections sont presque toujours déjà organisées en un nombre maximum de dizaines, ce qui permet difficilement de faire un travail sur l'aspect décimal et positionnel. En effet, si on ne demande l'écriture chiffrée qu'à partir d'expression telle que 4d 2u, il est aisé de donner la réponse exacte 42 en accolant les deux chiffres, sans pour autant leur donner du sens.

Le dispositif pédagogique

Nous avons catégorisé le dispositif pédagogique (Rey, 2001) pour l'enseignement de la notion clé et nous avons regardé s'il se retrouvait dans tout le manuel.

Dans *CM,* avant la trace écrite visant à l'institutionnaliser, le savoir nouveau est tout d'abord la clé d'un problème que les élèves doivent résoudre ; après, des exercices d'entrainement sont proposés. Le dispositif prescrit est donc de type « problème – compréhension - application ».

Concernant *PCLM,* bien que l'élève ait à résoudre une tâche individuellement avant l'introduction du savoir nouveau, celle-ci ne revêt pas la dimension problématique proposée dans *CM*. *PCLM* relève donc d'un dispositif pédagogique de type « observation – compréhension – application ».

MdS relève quant à lui du dispositif « explication - application » : c'est l'enseignant qui montre aux élèves le savoir à retenir. Ceux-ci doivent alors appliquer individuellement ce qui a été montré, le plus souvent sur le fichier qui comporte la trace de ce qui vient d'être montré par l'enseignant.

Concernant la variété des exercices d'application, c'est-à-dire ceux concernant une notion après son introduction, nous remarquons une différence entre les trois manuels. Les valeurs des variables didactiques changent peu pour *MdS*, comme nous l'avons souligné sur les unités de numération. En jouant sur les variables et leurs valeurs, *PCLM* et plus encore *CM*, proposent des tâches plus variées et plus complexes.

CONCLUSION

Notre étude met l'accent sur des points qui nous ont semblé importants et certains méritent d'être approfondis. En outre, nous n'avons pas évoqué la place de la manipulation effective par chaque élève, que ce soit pour découvrir une notion nouvelle, durant un exercice d'application ou en remédiation et n'avons pas étudié la couverture du champ conceptuel impliquant les notions enseignées, au sens de Gérard Vergnaud.

D'autres points nous semblent intéressants à considérer : la faisabilité en classe (durée des séances, manipulation matérielle des divers supports pour les élèves et l'enseignant) et le contenu des ressources « autres » proposées comme les ressources numériques, mais aussi la cohérence d'ensemble de la programmation des notions sur l'année (et sa conformité au programme) ou encore la forme et la place des textes de savoirs disponibles à l'élève. La gestion de l'hétérogénéité est aussi abordée dans chacun des manuels étudiés, mais il serait nécessaire d'étudier la façon dont la différenciation est construite.

Un de nos objectifs est de proposer des pistes aux enseignants afin qu'ils puissent choisir leurs manuels en considérant différents critères, y compris didactiques. La mise en œuvre en classe est un autre sujet d'étude.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Blanchouin, A. (2016). *La journée de classe de l'enseignant polyvalent du primaire : étude sur une année scolaire du cours d'action quotidien en cours préparatoire.* Thèse de doctorat. Université Paris 13, Paris.

Bramand, N., Bramand, P., Lafont, E., Maurin, C., Peynichou, D., Vargas, A. (2016). *Pour comprendre les maths CP.* Paris : Éditions Hachette.

Grapin N., Mounier E. (accepté) Méthodologie d'analyse de manuels mathématiques et étude de « Méthode de Singapour » - CP *Grand N.*

Charnay, R., Combier, G., Dussus, M-P., Madier, D. (2016). *Cap Maths CP.* Paris : Éditions Hatier.

Mounier E. (2010). *Une analyse de l'enseignement de la numération au CP. Vers de nouvelles pistes.* Thèse de doctorat. Université Paris-Diderot, Paris.

Mounier, E., Priolet, My. (2015). *Les manuels scolaires de mathématiques à l'école primaire – De l'analyse descriptive de l'offre éditoriale à son utilisation en classe élémentaire.* Paris : CNESCO, Lyon : IFÉ-ENS.

Neagoy, M., Nakatani, N., Szikora, N., Touchard, E., Jamet, J-M. (2016). *Méthode de Singapour CP.* Paris : Éditions La librairie des écoles.

Rey, B. (2001). Manuels scolaires et dispositifs didactiques. Dans Y. Lenoir, B. Rey, G.-R. Roy et J. Lebrun (Ed.), *Le manuel scolaire et l'intervention éducative : regards critiques sur ses apports et ses limites*, p. 25-40. Sherbrooke : Éditions du CRP.

Tempier F. (2016) Composer et décomposer : un révélateur de la compréhension de la numération chez les élèves, *Grand N*, 98, 67 – 90.

Villani, C., Torossian, C. (2018). *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques.* Ministère de l'Éducation nationale. Paris. Repéré à http://cache.media.education.gouv.fr/file/Fevrier/19/0/Rapport_Villani_Torossian_21_mesures_pour_enseignement_des_mathematiques_896190.pdf

TROIS OUTILS DE FABRICATION DIFFERENTS POUR RENDRE PLUS ACCESSIBLE L'ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE A L'ECOLE PRIMAIRE

Roxane Nicod et Lionel Parisod

Etudiants, HEP Vaud

INTRODUCTION

S'adapter à l'évolution de la société actuelle est un des aspects essentiels du monde de l'enseignement. En effet, en tant que professionnels, nous nous devons de renouveler nos pratiques et de les perfectionner grâce aux technologies qui nous entourent. C'est pourquoi, dans le cadre de notre mémoire professionnel à la HEP Vaud[1], nous avons étudié différentes possibilités qu'offrent les Fablabs, afin d'apporter du soutien aux enseignants dans le cadre de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Dans cet article, nous allons donc commencer par expliquer ce qu'est un Fablab. Puis, nous allons détailler les trois différentes techniques que nous avons eu l'occasion d'expérimenter dans une classe de 5H du canton de Vaud.

LES FABLABS

Le terme de Fablab est issu de l'anglais Fabrication Laboratories, ce qui signifie « laboratoires de fabrication ». Ce dispositif est apparu à la fin des années 90 et a été inventé par Neil Gershenfeld, enseignant au Massachusetts Institute of Technology (MIT)[2]. Il y créa un cours appelé «*How to make almost anything*», où les étudiants venaient et profitaient des connaissances de chacun, la logique étant d'apprendre par le faire (*learning by doing*), tout en ayant accès à de nombreuses machines technologiques trop coûteuses pour un usage personnel. Le principe des FabLabs était alors né : les étudiants pouvaient avoir accès aux locaux et aux machines et, en échange, chacun s'entraidait et apportait de l'aide aux autres. Ainsi, les savoirs étaient partagés. Ce principe s'est alors répandu et il existe des Fablabs actuellement partout dans le monde, créant la *Fab Foundation*.

Actuellement, un FabLab est un lieu où des machines technologiques sont en libre accès, en échange d'une adhésion. Les gens créent leurs pièces en fonction de leurs besoins. L'un des avantages majeurs de ces groupes est la naissance d'échanges. Il n'y a pas d'expert, chacun a quelque chose à apporter. En effet, une des règles du FabLab est de partager ses créations et ses savoirs (Bosqué, Noor et Ricard, 2014). Ainsi, la banque de données et de savoirs est très riche actuellement. Les guides de création sont ensuite en accès libre, le plus souvent en *creative commons*, permettant ainsi à un plus grand nombre de personnes d'y avoir accès. Il est alors simple de modifier les fichiers à notre guise et de les créer à la chaîne, pour autant que nous ayons les machines à disposition. Il existe plusieurs Fablabs dans le canton de Vaud, mais pour des raisons pratiques, nous avons travaillé avec celui présent à la HEP Vaud.[3]

---

[1] Mémoire réalisé sous la direction de Monsieur Thierry Dias, formateur à la HEP Vaud

[2] Gershenfeld, N. (s. d.). Les Fab Labs, par Neil Gershenfeld. Consulté le 20 avril 2017, à l'adresse https://www.ted.com/talks/neil_gershenfeld_on_fab_labs?language=fr

[3] Fablab HEP Vaud – Une autre conception de la formation. (s. d.). Consulté 19 avril 2017, à l'adresse http://fablab-hepl.ch/

Divers supports et tâches

Lors de notre recherche, nous avons expérimenté l'imprimante 3D, la découpeuse laser, ainsi que la découpe manuelle de carton. Ces choix ont été faits par volonté de varier les budgets, les supports et les méthodes. En effet, nous avions souci de rendre accessibles les trois outils de fabrications choisis à tous. Nous avons également varié les tâches travaillées avec les élèves, afin de voir les différents apports de ces supports.

L'imprimante 3D

Cette technique permet de concevoir de nombreux objets différents, après les avoir préalablement modélisés à l'aide d'un programme de modélisation comme Sketchup, application disponible sur tous les ordinateurs du réseau scolaire vaudois. Il existe différents modèles d'imprimantes, dont certains d'une si petite taille qu'ils peuvent être transportés n'importe où. Dans notre cas, nous avons utilisé le modèle *Ultimaker 2+*. L'impression 3D est une des seules techniques de création d'objets qui fonctionne par addition et non soustraction de matière. D'ordinaire, de la matière est enlevée d'une pièce principale, créant alors la pièce voulue, par logique de soustraction. Dans le cas de l'impression 3D, des couches de matières sont ajoutées, afin de créer une pièce finale, selon un modèle numérique. De nombreux matériaux peuvent actuellement être utilisés pour l'impression 3D, tels des filaments composites à base de métal (cuivre et bronze, par exemple).

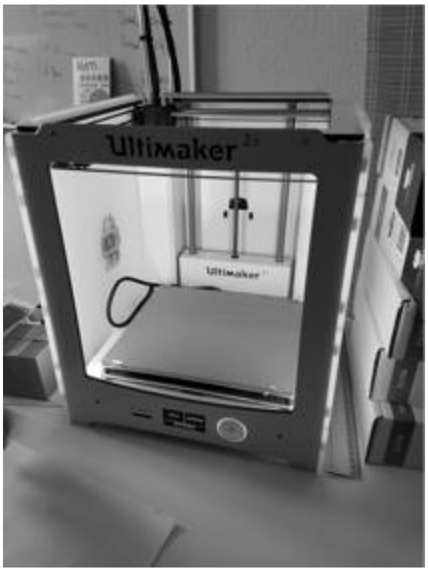


Fig. 1 : Ultimaker 2+

Cette technique novatrice comporte de nombreux avantages. L'usage de fichiers électroniques permet une production à large échelle, ainsi qu'une modification rapide et facile en fonction des souhaits de chacun. De plus, les fichiers peuvent être transmis à distance, facilitant ainsi le partage. La technologie de création par addition permet également d'éviter le gaspillage, ce qui représente un avantage tant économique qu'écologique, tout en permettant une personnalisation des objets ainsi créés. Il faut aussi noter la diversité des domaines dans lesquels l'impression 3D fait ses preuves. En effet, en plus d'un usage personnel, cette technique est utilisée dans des milieux tels la joaillerie, la restauration, la médecine... Malgré tout, ce marché est encore émergent et reste fragile. Ainsi, l'utilisation de telles machines ajoute une plus-value au niveau pédagogique, car il est possible de créer du matériel pour les mathématiques, comme nous l'avons réalisé pour notre mémoire professionnel, mais également pour la géographie, les sciences, voire même de produire un équipement scolaire de base, par exemple une équerre. Il est également possible de réaliser du matériel permettant de faire de la différenciation pour les élèves en difficulté.

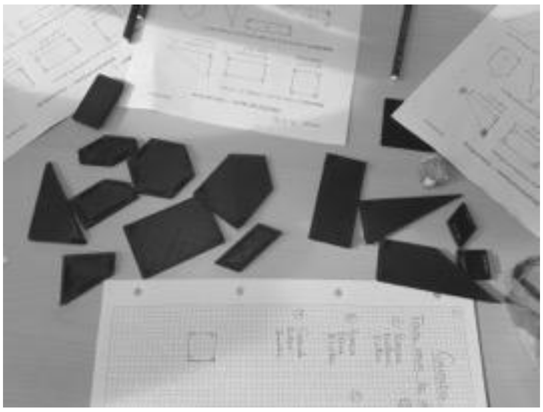


Fig. 2 : Pièces créées à l'aide d'une imprimante 3D

Au niveau des inconvénients, il est essentiel de souligner le coût non-négligeable de ces machines, même si leur expansion est en train de les proposer à un prix plus abordable. De plus, même si la variété de matériaux disponibles est en pleine expansion, actuellement cela reste encore une limite, car ils ne sont pas tous disponibles pour des machines à usage privé. Un autre inconvénient majeur est la vitesse d'impression. Celle-ci peut prendre des heures, suivant la surface et le type de couches choisies. Chaque réglage aura alors un impact sur le temps de construction. Malgré tout, il est possible de faire autre chose une fois l'impression lancée et il n'y a pas d'obligation de rester à côté de la machine. Dans le même type d'inconvénients, il y a les dimensions qu'il est possible d'obtenir avec une machine à usage personnel. En effet, le plateau reste assez limité (20X20 cm) et ne permet donc pas de créer des pièces de tailles trop conséquentes. Ajoutons qu'il est nécessaire d'avoir certaines connaissances en modélisation pour pouvoir librement créer ce que l'on désire. Il faut donc bien choisir son programme de modélisation. Enfin, même si le processus d'impression est généralement assez précis, de mauvaises surprises peuvent avoir lieu et des imprécisions peuvent venir se glisser lors de l'impression. En résumé, l'imprimante 3D est un outil technologique qui ne cesse d'évoluer et qui ouvre le champ de ses possibilités. Malgré tout, elle comporte encore certaines limites, qui seront comblées dans les années à venir.

La découpeuse laser

A l'inverse de l'imprimante 3D, la découpeuse laser utilise un procédé par soustraction. En effet, une planche de bois ou un autre matériel est déposé dans la machine préalablement calibrée puis, un faisceau laser concentre une grande quantité d'énergie sur une très faible surface, permettant de découper les pièces[4]. La coupure est donc très précise et nette. Dans un premier temps, il faut réaliser un dessin technique des pièces, en 2D, à l'aide d'un logiciel de dessin. Cette étape peut prendre un certain temps. Mais, une fois ceci fait, il est alors très rapide et facile de découper les pièces. En effet, il suffit de calibrer la machine, puis le travail se fait tout seul, en un court laps de temps. Le faisceau lumineux passe sur les différents contours des pièces, permettant ainsi d'avoir des pièces découpées et directement prêtes à l'emploi. Malgré tout, il est essentiel de préciser que le calibrage de la découpeuse nécessite une certaine expérience et qu'un apprentissage en amont sera donc nécessaire.

[4] Principe de la découpe laser. (2015, mai 15). Consulté 19 avril 2017, à l'adresse www.atelierthorey.com/principe-de-la-decoupe-laser/

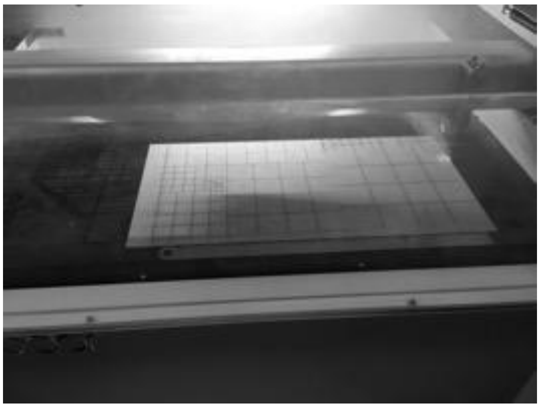


Fig. 3 : Découpeuse laser

L'un des principaux avantages de cette méthode est donc la rapidité de la découpeuse. C'est un procédé plus sûr et précis que l'imprimante 3D. Généralement, les pièces sortent telles que cela avait été programmé et de manière très rapide, comme dit précédemment. Une découpeuse laser ne permet pas uniquement de faire de la découpe de pièces, mais également de faire de la gravure, ce qui ajoute des possibilités supplémentaires. Un autre atout non négligeable dans le domaine de l'enseignement est la solidité. En effet, comme précisé dans le cas de l'imprimante 3D, il est nécessaire que les pièces utilisées en classe soient faciles à manipuler et résistent aux différents chocs physiques.

Pour ce qui est des inconvénients de cette machine, nous pouvons souligner sa taille. En effet, il est difficile de transporter un tel matériel, ce qui oblige à avoir un espace assez vaste pour pouvoir l'entreposer. Un autre désavantage non négligeable est l'impossibilité de créer des pièces en relief. En effet, bien qu'il soit possible de graver sur les objets ou qu'un assemblage de différentes pièces soit faisable, cela ne permet pas de créer de réel relief, contrairement à l'imprimante 3D.

Au niveau pédagogique, ce support a l'avantage de nous permettre de faire rapidement des pièces élémentaires. Il est donc facile et rapide de rendre les tâches des Moyens d'Études Romands (MER) plus concrètes et de créer un réservoir de pièces utilisables pour de nombreuses activités.

Nous pouvons donc dire que la découpeuse laser est une technique avantageuse de par sa rapidité d'exécution, sa précision et la solidité qu'il est possible d'obtenir suivant le matériau choisi. Malgré tout, son usage reste limité au vu de l'accessibilité. Les Fablabs sont donc à nouveau un excellent moyen pour parer à ces inconvénients, tout comme ils peuvent également permettre de combler d'éventuelles lacunes en modélisation, à l'aide de la transmission de connaissances entre divers individus fréquentant les locaux.

La découpe manuelle de carton

Pour notre mémoire, nous avons également décidé de travailler avec une troisième technique, qui ne nécessitait pas d'accès au Fablab et qui était donc plus accessible à tous et à un moindre coût : la découpe manuelle de carton. A l'aide d'une règle et d'un cutter, il est possible de faire de nombreuses choses différentes, tout comme de créer des pièces avec rebord ou relief. Pour cela, nous avons acheté des feuilles de carton dans un magasin de brico-loisirs et avons ensuite découpé nos pièces à l'aide d'un cutter. Cela nous a permis de leur ajouter des rebords, avec une languette de carton et de la colle forte à séchage rapide.

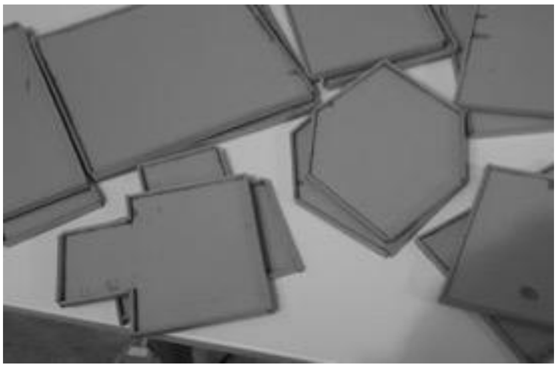


Fig. 4 : Découpe manuelle de carton

Les avantages majeurs de cette technique sont le coût et la facilité d'accès du matériel nécessaire : on le trouve facilement en grande surface. De plus, cela ne nécessite pas de réelles connaissances, contrairement aux deux méthodes précédentes. La production de telles pièces a l'avantage de ne nécessiter aucune aide externe, que cela soit par l'usage d'une machine ou d'un logiciel de modélisation.

Par contre, les objets obtenus par cette méthode sont peu solides et elle est chronophage. En effet, contrairement à l'imprimante 3D et à la découpeuse laser, il n'est pas possible de copier le fichier et de le produire en multiples exemplaires : chaque pièce doit être créée manuellement. La colle à séchage rapide est donc un élément primordial lorsque l'on colle les rebords en carton, afin de limiter au maximum le temps de production. Il est également essentiel de mettre en avant la difficulté à créer des reliefs complexes. En effet, s'il est facile d'ajouter des rebords à une pièce, il est par contre plus difficile de réellement fabriquer quelque chose en relief.

En résumé, cette méthode permet de créer facilement des pièces simples, mais n'offre pas la possibilité de les reproduire à grande échelle, ni même de manière solide.

Les tâches expérimentées

Nous avons réalisé en classe plusieurs tâches issues de différents moyens de mathématiques, que nous allons brièvement détailler. Nous nous sommes limités à 3 exercices issus de *Je progresse en mathématiques, 5*^{e}, constituant la séquence 1 de notre recherche, ainsi que trois tâches issues des MER 5P : *Quelle forme !, Les six carrés* et *Le retour des six carrés*, qui ont constitué notre séquence 2.

Lors de la séquence 1, nous avons principalement travaillé l'objectif MSN21 du Plan d'Études Romand (CIIP, 2010) : « Poser et résoudre des problèmes pour structurer le plan et l'espace ». En effet, les élèves ont appris à dégager les propriétés des solides et se sont initiés à leur représentation (composante 2). Dans l'exercice 1 issu de la brochure *Je progresse en mathématiques,* les élèves devaient discerner les angles droits des trois formes géométriques que nous avions travaillées en début de séquence. Pour cela, ils pouvaient prendre dans leurs mains les pièces 3D. Ainsi, chaque angle, qu'il soit droit ou pas, pouvait être touché par les élèves. On peut donc souligner ici une adaptation rendue possible grâce à l'impression 3D. En effet, la mise en relief des angles a permis aux élèves d'expérimenter et de toucher les angles et non pas seulement de les regarder pour les comparer.

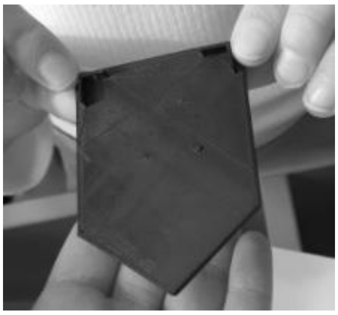


Fig. 5 : Trace de l'expérimentation en classe dans laquelle les élèves devaient discerner les propriétés de différentes formes géométriques

Ensuite, il a été demandé aux élèves de fermer les yeux. Ainsi, les élèves ont eu plus de facilité à mettre en évidence les angles droits de plusieurs formes géométriques. Puis un troisième exercice a été réalisé concernant, cette fois-ci, les parallèles de différentes formes géométriques. À nouveau, la manipulation a permis aux élèves de voir où étaient les paires de côtés parallèles, en les suivant avec leurs doigts et en vérifiant si ceux-ci finiraient par se croiser. Il était ensuite plus facile pour eux de les mettre en évidence sur leur feuille. Si un doute persistait, ils pouvaient reprendre la forme afin de vérifier. Nous avons fini par une mise en commun collective, dans le but de voir les apprentissages faits par les élèves.

Pour la deuxième séquence, nous avons commencé par l'activité *Faux jumeaux*, qui était notre amorce. Par groupe de trois, les élèves devaient comparer l'aire de deux formes réalisées avec du scotch sur le sol. Ils avaient pour unique consigne « Dites-moi laquelle de ces deux formes prend le plus de place sur le sol ? ». Pour répondre à cette question, ils avaient le droit d'utiliser tout ce dont ils avaient envie. Cette activité, tout comme les autres que nous avons choisies, travaille principalement l'objectif MSN24 du PER : « Utiliser la mesure pour comparer des grandeurs », par estimation et par décomposition des surfaces en surfaces élémentaires (composantes 5 et 6). Cette amorce a alors abouti à une mise en commun, avant de continuer avec les différentes tâches de notre séquence. Pour la première activité, *Quelle forme !*, les élèves ont reçu des pièces créées à l'aide de la découpeuse laser, ainsi que les deux formes de l'exercice, qui avaient été découpées et créées en carton. Par trois, les élèves ont alors rempli les deux surfaces avec les pièces de bois, pour pouvoir les comparer (cf. figure 6). Nous avons ensuite animé une discussion, par groupes, sur l'intérêt de cette activité et sur le fait que diviser une surface en plus petites unités nous permet de comparer et de calculer l'aire d'une figure complexe plus facilement. Ici, les outils technologiques ont permis aux élèves de manipuler les pièces et d'essayer par eux-mêmes plutôt que de simplement observer les mêmes figures en 2D et de devoir en comparer les surfaces.

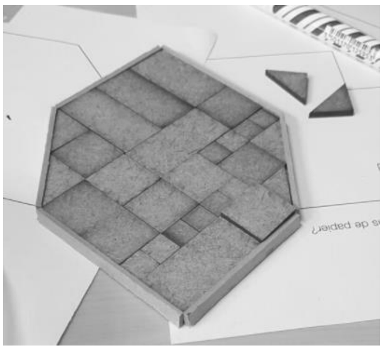


Fig. 6 : Trace de l'expérimentation en classe de la tâche *Quelle forme !*

La deuxième activité, quant à elle, a été réalisée par deux. Les élèves recevaient les 4 grilles de l'exercice *Les six carrés* ainsi que six carrés découpés en bois. Les grilles en question avaient été créées en carton, sur le modèle de celles fournies en papier dans les tâches des MER. Les carrés, eux, avaient été créés grâce à la découpeuse laser. Ils avaient comme unique consigne de faire une phrase réponse indiquant quelle était la plus petite grille dans laquelle pouvaient rentrer ces six carrés.

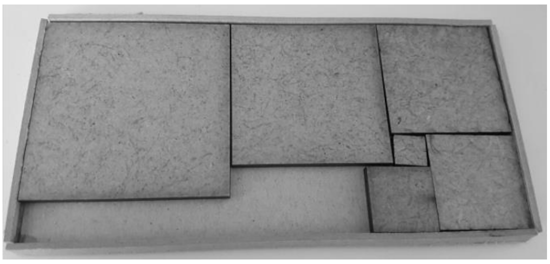


Fig. 7 : Trace de l'expérimentation en classe de l'activité *les six carrés*

Pour cette séquence, contrairement à la première, une troisième tâche a été proposée comme différenciation positive : *Le retour des six carrés*. Pour celle-ci, les élèves n'avaient qu'une seule grille en carton, qui avait été créée selon le même procédé que les grilles de l'activité précédente, ainsi qu'un nombre illimité de carrés de six tailles différentes. Ils devaient alors utiliser au minimum un carré de chaque taille, afin de remplir la surface de la grille avec le moins de carrés possibles. Cela a permis de travailler avec eux le fait que plusieurs petits carrés en donnaient un plus grand, qui pouvait alors en donner un de la taille supérieure etc... Ainsi, les élèves qui avaient terminé le plan de maths en avance ont eu l'occasion de faire cette tâche comme activité supplémentaire, dans la continuité de ce qui avait été vu. L'adaptation de ces deux dernières activités, à l'aide des outils technologiques choisis, a permis aux élèves d'expérimenter et tester différentes procédures, comme comparer concrètement les surfaces des différents carrés en les empilant ou en les mettant côte-à-côte.

Fig. 8 : Trace de l'expérimentation en classe de l'activité *Le retour des six carrés*

Résultats

Nous avions comme intention d'augmenter les apprentissages de tous les élèves et, au fil de nos expérimentations, nous avons pu constater que cela permettait plutôt une différenciation. En effet, nous ne pouvons pas être sûrs que le matériel mis à disposition ait aidé tous les élèves. Par contre, nous pouvons affirmer que ces différentes méthodes permettent de créer de la différenciation car, grâce aux pièces créées, nous pouvons apporter un soutien personnalisé aux élèves, selon leurs besoins ou leurs difficultés. Un élève ayant compris une notion rapidement n'aura pas forcément besoin de manipuler des pièces. A l'inverse, un élève qui a des difficultés pourra s'aider en manipulant les pièces, ce qui ajoute un aspect concret lui permettant ainsi de faire plus facilement des comparaisons : il pourra par exemple empiler quatre petits carrés sur un plus grand pour en comparer les aires.

Conclusion

Nous pouvons conclure que même si nous ne pouvons pas pleinement être sûrs que les trois supports présentés dans cet article rendent l'enseignement des mathématiques plus concret, ils permettent de faire une réelle différenciation. Chaque méthode a ses particularités et sera plus adaptée pour un certain type d'usage. Par exemple, l'imprimante 3D sera utile pour la création de pièces complexes, mais la découpeuse laser sera, elle, privilégiée pour la création d'un stock de matériel de classe utilisable pour de nombreuses activités différentes. Ainsi, pour choisir la méthode à utiliser, il faudra réaliser une analyse des besoins et des attentes que nous avons, afin de sélectionner la méthode la plus performante pour perfectionner notre enseignement.

Il est donc essentiel de souligner que les Fablabs sont une source de nouveautés non négligeable, utile pour renouveler nos pratiques, et tout particulièrement pour s'adapter aux besoins de chacun, en permettant de différencier notre enseignement en rendant accessibles certaines notions grâce à la manipulation, ce que les activités des MER n'offrent pas forcément aux élèves. En effet, les exercices proposés se basent principalement sur des notions en 2D. Les outils technologiques que nous avons choisis permettent donc d'adapter ces exercices en 3D, ce qui peut être plus favorable à certains élèves.

REFERENCES

Bosqué, C., Noor, O., Ricard, L., (2014). *FabLabs, etc. : les nouveaux lieux de fabrication numérique*. Paris : Eyrolles.

CIIP (2010). *Plan d'études romand. Mathématiques et sciences de la nature*. Neuchâtel : Secrétariat général de la CIIP.

Fablab HEP Vaud – *Une autre conception de la formation*. (s. d.). Repéré à http://fablab-hepl.ch/

Gershenfeld, N. (s. d.). *Les Fab Labs, par Neil Gershenfeld*. Repéré à https://www.ted.com/talks/neil_gershenfeld_on_fab_labs?language=fr

Nicod, R. & Parisod, L. (2017). *Les apports de trois supports différents dans le domaine des mathématiques à l'école primaire* (Mémoire de Bachelor, Haute école pédagogique du canton de Vaud, Lausanne).

Principe de la découpe laser. (2015, mai 15). Repéré à : http://www.atelierthorey.com/principe-de-la-decoupe-laser/

LA COSMOLOGIE ET LA RELATIVITE GENERALE AU SECONDAIRE II AU SERVICE DE LA MOTIVATION DES ELEVES POUR LA PHYSIQUE

Alice Gasparini, Andreas Müller et Laura Weiss

Université de Genève

À l'occasion du centenaire de la relativité générale (novembre 2015), le pôle national de recherche SwissMAP (« The Mathematics of Physics ») a lancé un projet pédagogique visant à introduire auprès des élèves des écoles secondaires (collèges, gymnases, lycées) les notions de base de la relativité générale et de la cosmologie moderne. Ce projet a abouti à un cours et un livre (Gasparini & Müller, 2017, Gasparini, 2018) dont l'originalité est celle d'avoir un niveau de transposition se situant entre le « zéro équations » adressé au large public et la géométrie tensorielle réservée aux spécialistes universitaires : il se base uniquement sur les notions de mathématiques et physique enseignées au secondaire postobligatoire.

Le but de ce projet est donc avant tout de donner une idée aux élèves de certains sujets à la pointe de la recherche contemporaine en physique, tout en consolidant certaines connaissances acquises dans les cours de physique scolaire (comme la mécanique newtonienne, l'optique géométrique, l'électrostatique). Ce choix répond entre autres aux résultats de l'étude « Relevance of Science Education » (ROSE) qui prouve que de manière générale et dans des nombreux pays, les élèves montrent un intérêt significativement plus prononcé pour les sujets liées à l'astrophysique et à la physique des phénomènes extrêmes – les trous noirs et l'évolution de univers (Sjøberg & Schreiner, 2007 ; Sjøberg & Schreiner, 2010 ; Lelliott & Rollnick, 2010 ; Baram-Tsabari & Yarden, 2012) – qu'aux thèmes traditionnellement enseignés en classe. En outre des études montrent que les élèves qui ont suivi des cours traitant des sujets de physique moderne, en plus du cursus standard, améliorent leur apprentissage des contenus comme la physique newtonienne ou l'électrostatique (Baumert et al., 1998). Par ailleurs Levrini et Fantini (2013) soulignent comment l'excès de simplification, dans le but de rendre un sujet plus accessible, peut avoir des effets négatifs pour la compréhension des élèves. Par conséquent, dans la construction du cours de cosmologie et relativité générale, notre but a été de simplifier les notions au niveau mathématique tout en maintenant un niveau conceptuel relativement élevé par rapport au public visé.

La création de ce cours (puis du livre qui l'a repris et amplifié (Gasparini, 2018)) a eu la chance de s'étendre sur trois années exceptionnelles pour la cosmologie moderne avec en particulier la première détection historique des ondes gravitationnelles. Ce cours peut être dispensé dans sa version intégrale, telle que présentée dans le livre, sur deux semestres à raison de 2 périodes par semaine, par exemple dans le cadre d'un cours d'option complémentaire (OC PY) du collège genevois. Mais il constitue également une « boite à outils », où les contenus et/ou les exercices peuvent être choisis de manière ponctuelle, et insérés selon le niveau dans un cours de discipline fondamentale (DF PY), ou encore d'option spécifique de physique et application des mathématiques (OS PY-AM). Il comprend 9 chapitres, allant de l'introduction à l'astrophysique jusqu'aux ondes gravitationnelles, en passant par l'effet de lentille gravitationnelle, les trous noirs et les équations cosmologiques. Sept annexes le complètent afin d'intégrer et/ou d'approfondir les notions complémentaires dont l'élève pourrait avoir besoin pour une compréhension aisée du sujet principal. Chaque chapitre possède une série d'exercices y relatifs avec leur correctif, documents librement disponibles sur le site SwissMAP.

Le niveau des exercices et des notions varie selon les chapitres :

- dans les premières séries, on trouve des activités ne demandant pas de connaissances préalables spécifiques en physique et faisant travailler les élèves sur des notions comme les transformations

d'unités, les ordres de grandeurs ou la proportionnalité, évidemment en lien avec l'astrophysique ;
- dans toutes les séries, la plupart des exercices et des activités se base sur les contenus de mécanique, d'ondes, d'électricité et de chaleur du curriculum DF PY ;
- une partie des exercices des séries relatives aux derniers chapitres demandent des connaissances plus spécifiques en mathématiques des 3ème et 4ème années, comme l'intégration et la dérivation des fonctions ;
- quelques exercices demandent des connaissances simples en programmation numérique et applications mathématiques.

De plus, les sujets traités constituent une base idéale pour le développement de travaux de maturité.

EXEMPLE DE PARCOURS THÉMATIQUE : EFFET DE LENTILLE GRAVITATIONNELLE

Nous présentons ici, en tant qu'exemple d'application remarquable des idées à la base de la relativité générale, l'effet de lentille gravitationnelle. Ce sujet, introduit au chapitre 5, a le double intérêt de permettre aux élèves de comprendre les effets de la gravitation en particulier la déformation de l'espace-temps et la déviation de la lumière et de découvrir un phénomène utilisé aujourd'hui dans l'exploration de l'univers car il permet de détecter la présence de la matière noire, insensible à l'interaction électromagnétique et donc « invisible » par les télescopes. Le parcours thématique débute par les notions de courbure traitées au chapitre 4, puis continue avec les approches simplifiées du chapitre 5 et se termine, si les élèves ont un niveau mathématique suffisant, avec le calcul du profil de la lentille optique équivalente. Le nombre de séances investies dépend fortement du niveau et de la motivation du groupe d'élèves à qui le cours est destiné. L'analogie optique permet de visualiser le phénomène avec une lentille en forme de pied de verre à vin, ce qui apporte à ce cours – globalement théorique et mathématisé – une représentation concrète.

La courbure de Gauss

Le chapitre 4 introduit les notions de courbure de Gauss en un point et de courbure totale d'une surface[1] à deux dimensions et vise à familiariser l'élève avec propriétés des surfaces courbes, en particulier avec le comportement des géodésiques parallèles.

[1] En relativité générale, la notion de *surface* s'étend à tout espace de dimension supérieure à deux.

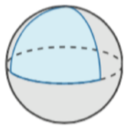
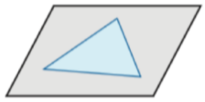
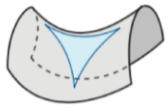
Courbure	positive	nulle	négative
Exemple d'espace 2D	sphère 	plan 	selle 
Propriété	fermé	euclidien	ouvert
Géodésiques parallèles	convergent	ne se croisent jamais	divergent
Périmètre du cercle de rayon r	$< 2\pi r$	$= 2\pi r$	$> 2\pi r$
Surface de la sphère de rayon r	$< 4\pi r^2$	$= 4\pi r^2$	$> 4\pi r^2$
Volume de la sphère de rayon r	$< \frac{4}{3}\pi r^3$	$= \frac{4}{3}\pi r^3$	$> \frac{4}{3}\pi r^3$
Somme des angles du triangle	$> 180°$	$= 180°$	$< 180°$

Fig. 1 : Tableau récapitulatif des propriétés des espaces courbes. Crédit : Gasparini A. (2018)

Une attention particulière est prêtée à la surface représentant le potentiel gravitationnel d'une concentration de masse/énergie à symétrie sphérique, où la courbure est positive dans la partie centrale (en jaune dans la figure ci-dessous) et négative dans la zone périphérique (verte dans la figure ci-dessous). Les élèves peuvent constater par eux-mêmes cette propriété à l'aide d'un plastique représentant la forme du potentiel et d'un ruban coloré : deux géodésiques parallèles divergent si elles passent dans la zone à courbure négative, elles convergent si elles passent dans la zone à courbure positive.

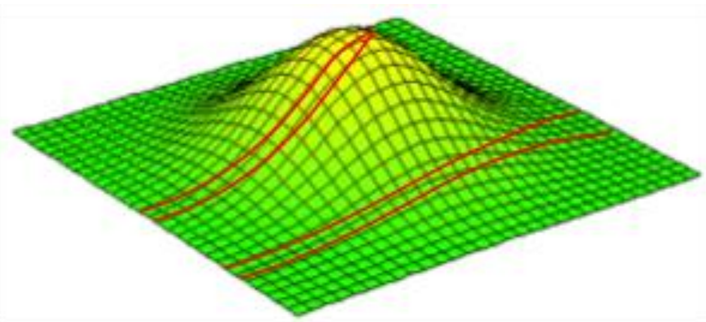


Fig. 2 : Le potentiel gravitationnel d'une concentration de masse/énergie à symétrie sphérique dans une espace bidimensionnel. Les géodésiques parallèles divergent là où la courbure est négative, convergent là où elle est positive. Crédit : Gasparini A. (2018)

La relativité générale d'Einstein a introduit l'idée que la présence de masse/énergie déforme l'espace-temps et dévie la lumière. Par analogie avec l'effet des lentilles optiques, on nomme « lentille gravitationnelle » une concentration de masse (par exemple une galaxie, un trou noir ou une étoile massive) qui a pour effet de dévier la lumière. Dans le chapitre sur l'effet de lentille gravitationnelle, la question est donc de trouver l'expression de l'angle de déviation α de la trajectoire d'un rayon de lumière passant près d'une masse *grave*[2].

Approches simplifiées

Ce problème peut être abordé avec des collégiens de plusieurs manières. Le premier exercice de la série 5 utilise l'analyse dimensionnelle et permet de trouver la formule de α de manière simple, sans facteur numérique. Pour résoudre l'exercice, les élèves sont invités à schématiser la situation : un rayon de lumière provenant d'une source lointaine s'approche d'une masse M, sa trajectoire est déviée par la présence de la masse. De quels paramètres peut dépendre cette déviation ?

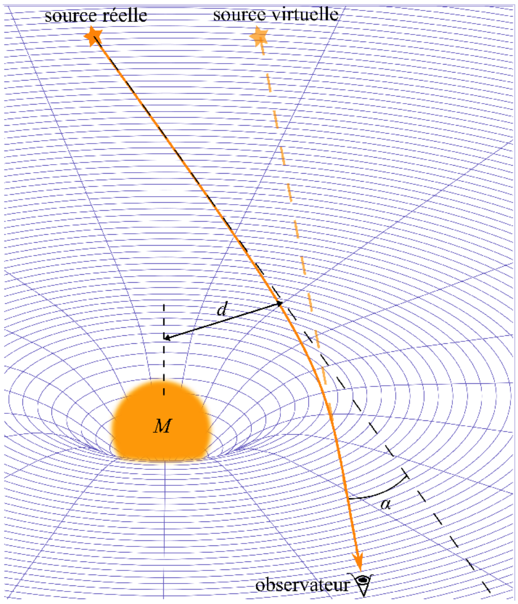


Fig. 3 : La trajectoire d'un rayon de lumière provenant d'une source lointaine suit la déformation de l'espace-temps par une masse M. Crédit : Gasparini A. (2018)

A partir de leurs connaissances, les élèves peuvent citer la masse M, la constante de gravitation G, la vitesse de la lumière c, et la « distance » de passage d, soit la distance entre la masse M et la droite représentant la direction de provenance du rayon. Ce dernier paramètre permet d'introduire le terme de « *paramètre d'impact* », concept très important en physique car tout autant central que transversal.

Pour trouver l'angle de déviation, on cherche une combinaison de puissances entières de ces paramètres (n, m, p et q), telle que les unités se compensent car l'unité des angles est adimensionnelle

$$\alpha_g \propto G^m M^n \cdot c^p \cdot d^q$$

$$[\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{s}^{-2} \cdot \mathrm{kg}^{-1}]^m \cdot [\mathrm{kg}]^n \cdot [\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}]^p \cdot [\mathrm{m}]^q = 1 \Rightarrow \quad \mathrm{m}^{3m+p+q} \cdot \mathrm{s}^{-2m-p} \cdot \mathrm{kg}^{-m+n} = 1^0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = n \\ 3m + p + q = 0 \\ -2m - p = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \begin{cases} m = n \\ 3m + p + q = 0 \\ p = -2m \end{cases} \quad \Rightarrow \begin{cases} m = n \\ m + q = 0 \\ p = -2m \end{cases}$$

La solution la plus simple non nulle est donnée par $m = n = 1$, $p = -2$ et $q = -1$:

---

[2] Avec le terme masse *grave* on entend la grandeur ayant le rôle de « charge » gravitationnelle, analogue à la « charge » coulombienne en électrostatique. Elle se différencie de la masse *inerte* qui représente une mesure de la résistance des corps aux changements de vitesse, et n'est pas spécifiquement liée à l'interaction gravitationnelle. À cette date, aucune expérience n'a pu constater de différence entre masse grave et masse inerte.

$$\alpha_g \propto G^1 M^1 \times c^{-2} \times d^{-1} = \frac{GM}{c^2 d}.$$

Cette formule diffère d'un facteur 4 de celle obtenue en utilisant les équations tensorielles d'Einstein $\alpha_{gE} = 4GM/c^2d$, mais elle est accessible même aux élèves de première année. Une dérivation de la formule de l'angle de déviation à partir de la physique newtonienne se trouve dans la section 5.1 du livre : cette démonstration est plus avancée car elle demande la connaissance du formalisme vectoriel, de la dérivation et de l'intégration des fonctions, et elle donne une formule de l'angle de déviation : $\alpha_{gN} = 2GM/c^2d$, qui diffère d'un facteur 2 par rapport à celle relativiste. Ce facteur 2 a une importance historique, notamment dans les mesures de l'angle de déviation de la lumière faites par Eddington lors de l'éclipse totale solaire de 1919. Bien que peu précise, ce fut cette expérience qui rendit Einstein célèbre.

Analogie optique

Ainsi, la simple dérivation dimensionnelle permet d'expliquer la dépendance *inverse* $\alpha_g \propto 1/d$, qui constitue la clé pour comprendre le phénomène de lentille gravitationnelle. Il est utile d'analyser avec les élèves la situation parallèle d'une lentille optique convergente, où la dépendance linéaire de la distance entre le rayon incident et l'axe optique $\alpha_o \propto d$ mène à la présence d'un foyer optique, comme illustré dans la figure ci-dessous.

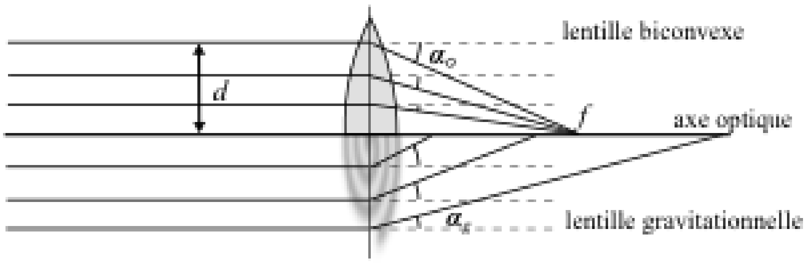


Fig. 4 : Comparaison de l'effet d'une lentille gravitationnelle avec celui d'une lentille optique convergente, sur des rayons parallèles. Crédit : Gasparini A. (2018)

D'autre part, puisque dans le chapitre 4 les élèves ont pu constater que la courbure est négative autour d'une masse avec un potentiel gravitationnel à symétrie sphérique (Fig. 2), ils ont les éléments pour comprendre que la déviation en $1/d$ traduit le comportement divergent des géodésiques parallèles.

La question de savoir s'il existe une forme de lentille optique capable de reproduire cette déviation en $1/d$ surgit spontanément dans la majorité des classes, et la réponse se trouve dans l'exercice 7 de la série 5, où les lois de la réfraction et une intégration sont déployées pour obtenir cette dépendance : un profil d'allure logarithmique, semblable à celui d'un « pied de verre à vin » est celui recherché.

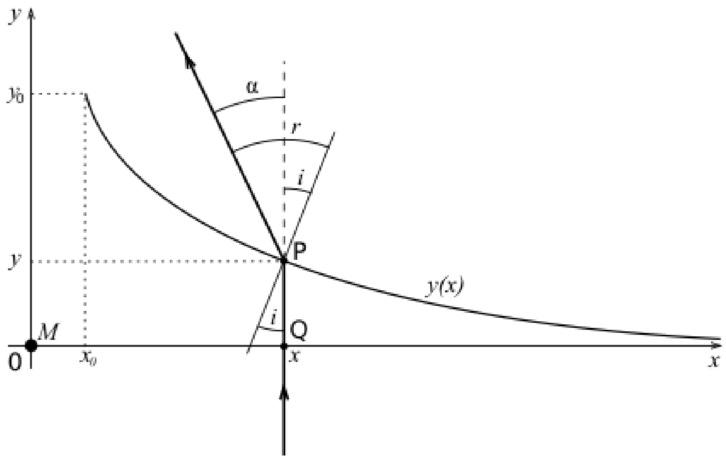


Fig. 5 : Trajectoire d'un rayon de lumière passant au travers d'une lentille optique avec un profil de « pied de verre à vin ». Crédit : Gasparini A. (2018)

L'idée est que, en supposant l'approximation des « petits angles » ($\sin\alpha \cong \alpha$), si l'angle de réfraction *r* est proportionnel à l'angle d'incidence *i*, et si l'on veut qu'en s'approchant de l'axe optique (l'axe *y* dans la figure ci-dessus) la déviation augmente (*r* augmente) comme on le voit dans la Fig. 4, on doit avoir un profil qui forme un angle toujours plus grand avec le rayon incident (direction de l'axe *y*).

Selon le degré des élèves, l'exercice du calcul du profil de la lentille peut être abordé ou pas.

Dans tous les cas, l'expérience permettant de visualiser l'image d'une source ponctuelle à travers la reproduction optique d'une lentille gravitationnelle est une activité qui peut facilement être pratiquée en classe.

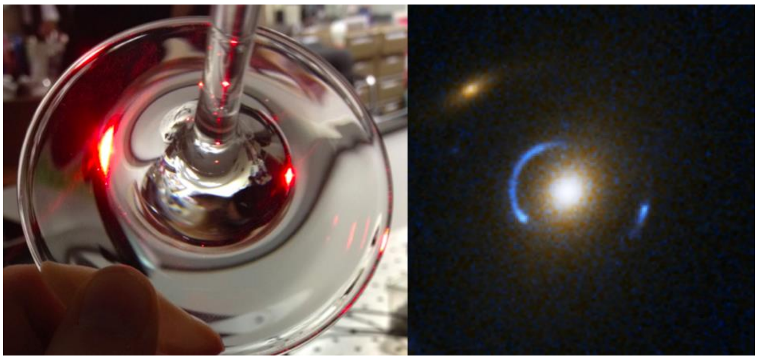


Fig. 6 : À gauche, une image de source ponctuelle vue au travers d'un pied de verre à vin. A droite, l'image de lentille gravitationnelle SDSS J120540.43+491029.3. Crédit : Hubble, NASA. La similitude entre les images lumineuses de la source est clairement visible

Ainsi, les élèves peuvent « tester » eux-mêmes les conditions pour l'observation d'un anneau, d'une croix d'Einstein ou d'arcs gravitationnels (ces derniers comme dans la Fig. 6).

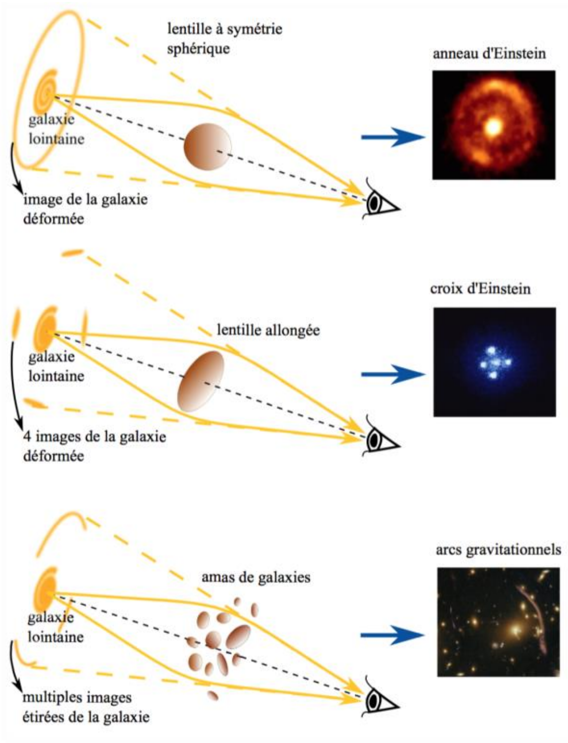


Fig. 7 : Schématisation des trois types de strong lensing, permettant d'observer des images d'anneaux, croix d'Einstein, ou d'arcs gravitationnels. Crédit: Gasparini A. (2018) et Hubble, NASA

Dans le cas d'alignement entre observateur O, lentille L et source S, la formule donnant le rayon d'Einstein θ (il s'agit bien d'un angle même s'il est appelé « rayon ») en fonction de la masse de la lentille et des distances entre la source et la lentille s'obtient à partir de celle de l'angle de déviation, en utilisant la loi des sinus et l'approximation des petits angles.

$$q \ @ \sqrt{\frac{4GM \times D_{SL}}{c^2 D_{SO} \times D_{LO}}}$$

Cette démonstration est accessible aux élèves ayant des bases de trigonométrie. La formule ci-dessus est démontrée dans la section 5.3 du livre et utilisée par les astronomes pour estimer la masse de la lentille, y compris celle de la matière noire, puisque c'est la masse *grave* de la lentille qui cause le phénomène. En effet, les distances peuvent être estimées à partir des redshifts de la source et de la lentille et le rayon d'Einstein est une quantité mesurable, normalement inferieure à la seconde d'arc.

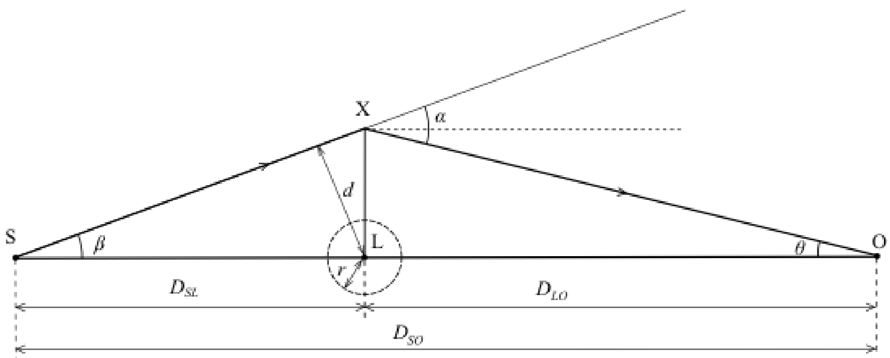


Fig. 8 : Schématisation du parcours d'un rayon de lumière dans une situation de strong lensing donnant lieu à un anneau ou une croix d'Einstein : le point S représente la source de lumière (une galaxie lointaine), le point O l'observateur et L est la lentille (une galaxie ou un amas de galaxies). La révolution de 360° autour de l'axe OS du point X représente l'image virtuelle de la source S, sous forme d'anneau. L'angle d'observation θ est nommé « rayon d'Einstein ». Crédit : Gasparini A. (2018)

La croix d'Einstein

A la suite de cette séquence, on peut se demander quels problèmes les élèves qui ont suivi le cours pourraient résoudre par eux-mêmes. Il s'agit bien là de mesurer si le cours n'a été qu'informatif sur l'astrophysique et certaines méthodes mathématiques d'approche de celle-ci (ce qui pourrait être un objectif en soi) ou s'il a pu donner aux élèves des compétences mobilisables dans la résolution de problèmes. Pour répondre à cette question, nous proposons un exercice de l'examen semestriel du cours d'OC PY du semestre d'hiver 2017-18 qui demandait de calculer la masse de la lentille produisant la croix d'Einstein.

Voici son énoncé :

La photo de la croix d'Einstein ci-contre date de 1990 et est la plus précise jamais produite de cet objet. Les 4 images qui forment la croix ont un redshift de 1,7, ce qui correspond à une distance de 3Gpc, alors que la galaxie au centre a un redshift de 0,0394.

De plus, on a mesuré la distance angulaire moyenne entre les quatre images de la croix et le centre (que nous pouvons considérer comme une bonne estimation du rayon d'Einstein associé) : 0,8 secondes d'arc (0,8").

a) Expliquer (1) quel est le phénomène à la base de cette observation, (2) quelles sont les conditions pour que cette image en forme de croix se produise.

b) En utilisant la loi de Hubble, vérifier que la distance entre la galaxie et le centre de l'image est environ 0,2Gpc.

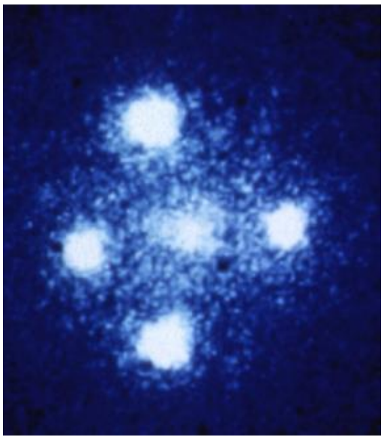


Fig. 9 : La croix d'Einstein. Credit: NASA, ESA, and STScI

c) En déduire la distance entre la galaxie au centre (L) et la source des 4 images (S).

d) Calculer le rayon d'Einstein correspondant à la croix en radians.

e) Ecrire la formule reliant ce rayon d'Einstein à la masse de la galaxie au centre de l'image.

f) En déduire une estimation de la masse de la galaxie au centre de l'image en kg puis en masses solaires.

Comme on le voit, seule la question a) demande une réponse faisant appel uniquement à la compréhension du phénomène. La réponse attendue est : (1) il s'agit du strong lensing : la lumière provenant d'une galaxie source lointaine S est déviée par la présence d'une masse importante (dans ce cas une autre galaxie) qui joue le rôle de lentille gravitationnelle L. (2) Si l'observateur O, la lentille L et la source S sont parfaitement alignés, O voit un anneau (si L a une symétrie sphérique), ou une croix (si L n'a pas une symétrie parfaitement sphérique). Il peut voir aussi des arcs si L est un amas de galaxies.

Quant aux questions suivantes, elles font appel à des calculs plus ou moins immédiats, c'est-à-dire demandent soit d'appliquer des formules avec les données du problème comme pour la question b) ou de faire preuve d'une certaine aisance avec les différentes notions étudiées.

Cet examen semestriel a été réussi par la totalité des 8 élèves du groupe, tous issus de classes de PY DF, avec des notes s'étageant de 4,0 à 5,0, alors que leur moyenne à la fin du semestre a été entre 4,2 et 5,4 (moyenne de 4,7).

Cela est un indice que, malgré la difficulté de certains concepts et leur préparation moins approfondie en physique de base, des élèves motivés peuvent être initiés à la cosmologie moderne.

Il nous alors semblé intéressant d'interroger les élèves eux-mêmes sur leur ressenti par rapport à ce cours.

L'OPINION D'ÉLÈVES AYANT SUIVI LE COURS OC PY DE COSMOLOGIE

Nous avons sollicité des élèves volontaires pour répondre à quelques questions sur leur perception du module *Astronomie et Cosmologie* de ce cours OC PY, qui en comptait trois autres : *Ondes*, *Radioactivité* et *Relativité restreinte*. Le cours de Cosmologie a été donné sur un semestre et les élèves de cette volée ont pu traiter les sujets des six premiers chapitres uniquement. Deux filles et deux garçons ont accepté de se prêter à un entretien individuel semi-directif qui a duré environ une heure. Cette méthode d'entretien, issue de la sociologie et des recherches qualitatives (voir par exemple Combessie, 1996), part d'un canevas de questions (voir annexe), mais laisse, au contraire d'un questionnaire, une grande latitude au répondant qui peut aborder les sujets qui l'intéressent. Toutefois, à la différence de l'entretien libre, l'intervieweur garde la main sur les questions posées qui ramènent la discussion au thème à traiter.

En ce qui concerne leur orientation, trois élèves avaient choisi l'option spécifique (OS) biologie-chimie pour les raisons suivantes : une fille, M, projette d'étudier la médecine, l'autre fille, S, la chimie à l'EPFZ et un garçon, F, la biologie à l'Université de Genève. L'autre garçon, Me, a choisi l'option économie-droit, et pense s'orienter vers des études à l'EPFL après une année sabbatique à l'étranger pour consolider son anglais. Les quatre jeunes se disent intéressés par la physique, les trois premiers ayant hésité à la prendre en OS. Bien que pour tous le choix de l'OC physique était surtout lié à la possibilité de continuer à étudier cette discipline en 4^{e} année, pour Me la présence du module *Cosmologie* a été décisive dans son choix.

Les mathématiques du cours

Tous les quatre se disent satisfaits par les contenus du module de *Cosmologie* : ils ont trouvé ce cours bien structuré et accessible. En particulier, ils expriment un point de vue positif sur les mathématiques nécessaires pour le suivre, alors que le débat sur les liens physique-mathématiques dans l'enseignement reste d'actualité, certains accusant la deuxième d'être responsable du désamour des élèves pour la première (voir par exemple Colsaët, 2009 et le débat à la suite de cet article). Voici leurs remarques :

M affirme : « Les maths nécessaires [pour suivre ce cours] n'ont pas été pas compliquées pour la physique, le cours DF suffit, même pas besoin de ce cours : on n'avait pas vu les ondes en DF mais les bases étaient bien expliquées cela ne m'a pas posé de problème. [Ce cours] a amélioré un peu mes maths même si ce ne sont pas des maths compliquées. [Après ce cours] je donne plus d'importance aux maths, car j'en vois des applications concrètes et que cela est utile pour le monde réel ». Pour certains aspects, M et F ont même trouvé qu'il aurait été intéressant d'avoir plus de démonstrations : « J'aurais aimé savoir comment Einstein a trouvé, voir les calculs … » affirme F.

Me affirme : « Même en maths 1, j'en savais assez pour suivre. Mais on peut dire que l'OC m'a aidé pour le cours de maths, car même s'il n'y avait pas de réelles difficultés, ce cours fait revoir des notions ». En physique aussi « cela m'a bien aidé, car on a repris plein de notions, ça m'a fait un rappel ».

De son côté S, bien qu'elle trouve les maths et le niveau du cours largement accessibles, estime avoir quand même « gagné en familiarité : on savait de quoi on parlait, les devoirs permettaient de comprendre. Le cours était bien conçu. Il ne faut pas avoir peur des maths, il suffit de se mettre dedans et c'est super intéressant ».

« En physique, les maths prennent du sens – selon F – les maths décrivent la physique et la physique décrit le monde réel : une fois on a d'abord prouvé un théorème, ensuite on découvre que cela correspond à une situation physique ».

Des contenus en lien avec la recherche actuelle

Par ailleurs, les quatre jeunes ont bien apprécié d'avoir le cours de *Cosmologie* distribué pour leur relecture personnelle : « J'ai trouvé le polycopié de cosmo très utile – affirme M – cela permet de lire plus loin aussi. », alors que S se dit « contente de ce document, que je relirai par la suite ». La passion de leurs enseignants pour la matière enseignée a aussi été importante : « Les profs passionnés c'est génial –

affirme M – parfois la pédagogie est moins bien mais quand il y a les deux, passion et pédagogie, c'est le mieux. ». Même s'il avait beaucoup lu sur l'Astronomie et la Cosmologie auparavant, Me constate que « parfois les livres sont trop compliqués. Alors que dans ce cours j'ai vraiment compris en profondeur les notions, par exemple la théorie du Big Bang et l'expansion du vide ».

Mais surtout, ce qui a fasciné ces jeunes a été le fait d'apprendre des contenus à la limite des connaissances actuelles : « ce cours m'a captivé - déclare Me - toutes ces questions sans réponses, comme les trous noirs : on ne peut pas savoir car soit c'est trop compliqué pour notre niveau d'élèves, soit les scientifiques ne savent pas. […] On traitait de questions qui me revenaient et dont on ne parlait dans aucun autre cours… une introduction à l'infini, à des notions qui nous donnaient une vraie ouverture d'esprit, des distances gigantesques, des vitesses incroyables !! »

En sachant que seuls les six premiers chapitres ont pu être abordés avec cette volée d'élèves, parmi les sujets plus plébiscités on trouve « le redshift et l'effet Doppler cosmologique » (S), « [la structure de] l'espace-temps, la matière noire, ce qui concerne de nouvelles théories qu'on ne connaît pas encore bien, à la limite des connaissances » (F), mais surtout le chapitre sur les trous noirs (F, M, S, Me). F affirme que ce chapitre « change la manière de penser. Le fait que la masse de tout l'univers correspond à celle d'un trou noir de la taille de l'univers.... Il y a vraiment des choses à comprendre ! ». « Les trous noirs sont mystérieux et on a envie de comprendre – déclare S – cela permet aussi de réaliser qu'on a des stéréotypes faux ». Alors que M connaissait déjà un peu le sujet : « Je connaissais déjà un peu, j'avais lu et trouvé que c'était plus intéressant, j'avais plein de questions. J'avais aussi déjà suivi un cours facultatif sur les ondes gravitationnelles et j'avais beaucoup aimé ! »

Enfin ce module a changé pour tous les quatre leur vision de la recherche scientifique, mais aussi celle du rôle des mathématiques dans la science, leur montrant d'une part l'importance des observations actuelles, d'autre part à quel point les mathématiques et la physique sont complémentaires pour pouvoir progresser dans la compréhension de l'univers.

« Au CO j'avais appris que toute la Terre est cartographiée – Me déclare – mais en ce qui concerne l'univers je constate tout ce qu'on ne sait pas encore. Il y a encore beaucoup à apprendre et à découvrir et c'est ça qui est passionnant. […] Cela a ouvert ma vision, car dans ces matières il y a encore beaucoup à faire, à chercher. »

M affirme : « Pour l'astronomie cela a élargi et approfondi ma vision sur des faits et sur la théorie. (…) Les planètes s'éloignent, l'univers s'agrandit, notre horizon devient plus petit. Je trouve passionnant ! Mais nous sommes confrontés à nos limites. Ce sont des sujets magiques presque… ».

« Cela a changé ma vision de l'Astronomie, j'avais surtout des stéréotypes – confie S – car les recherches sont toujours en cours et il y a de nouvelles découvertes. C'est très exigeant ! ».

Pour terminer, comme clin d'œil, relevons qu'un point fort du module a été selon trois des quatre élèves la sortie à l'observatoire de St Luc ainsi que le chemin des planètes, un moment de partage où élèves et enseignants ont appris à se connaître sous un autre jour. Ce qui montre que les élèves, même quand ils étudient des sujets pointus, restent des jeunes.

CONCLUSION

En conclusion, la séquence sur l'effet de lentille gravitationnelle que nous avons parcourue, tout en n'étant qu'un exemple des nombreuses thématiques transversales possibles à partir du matériel didactique proposé, montre comment, en s'appuyant d'une part sur l'intérêt que les élèves ont a priori pour l'astrophysique et la cosmologie, d'autre part sur des connaissances mathématiques limitées, il est possible de leur faire expérimenter un chapitre de la physique moderne. Les entretiens avec les élèves confirment les impressions des enseignants que les mathématiques ne s'érigent pas en obstacle dans ce cas à la découverte de nouveaux concepts en physique. Au contraire l'enseignement de la physique moderne peut éventuellement réconcilier certains élèves avec les mathématiques en leur redonnant du sens.

Références

Baram-Tsabari, A. & Yarden, A. (2012). Characterizing children's spontaneous interests in science and technology. *International Journal of Science Education*, *27*(7), 803-826.

Baumert, J., Bos, W., & Watermann, R. (1998). TIMSS/III, *Schülerleistungen in Mathematik und den Naturwissenschaften am Ende der Sekundarstufe II im internationalen Vergleich.* Berlin : Max-Planck-Institut für Bildungsforschung.

Colsaët, F. (2009). Maths et physique, compagnes depuis toujours. *Cahiers pédagogiques, 469*, 47-48.

Combessie, J.-C. (1996). *La Méthode en sociologie*, Paris : La Découverte.

Gasparini, A. (2018). *Cosmologie & relativité générale, Une première approche.* Lausanne : PPUR. Repéré à http://www.ppur.org/produit/876/9782889152094/Cosmologie%20%20relativite%20generale%20

Gasparini, A & Müller, A. (2017). *Cosmologie & relativité générale, Activités pour les élèves du Secondaire II*, SwissMAP, Université de Genève. Repéré à http://nccr-swissmap.ch/education/highschool/GRcourse

Lelliott, A. & Rollnick, M. (2010). Big Ideas: A review of astronomy education research 1974-2008. *International Journal of Science Education, 32*(13), 1771-1799.

Levrini, O. & Fantini, P. (2013). Encountering Productive Forms of Complexity in Learning Modern Physics. *Science & Education*, *22*, 1895-1910.

Sjøberg, S. & Schreiner, C. (2007). *Reaching the minds and hearts of young people: What do we know about their interests, attitudes, values and priorities? What about the interest for space science?* Bern: International Space Science Institute.

Sjøberg, S. & Schreiner, C. (2010). *The ROSE project: An overview and key findings* », Oslo, Norway: University of Oslo.

Annexe : questionnaire semi-directif aux élèves du cours OC PY Cosmologie

Questionnaire sur le cours de Cosmologie (4OC01)

a) Notes sur les coordonnées de l'entretien : date, heure, lieu

b) Notes sur qui est l'élève : sexe

c) Questionnaire semi-directif

1. Quel est ton OS ?
2. Quelles sont tes notes de maturité (d'année) en physique DF 3^{e}, en maths niveau ? :
3. Quels sont tes projets d'études après la maturité ?
4. Pourquoi as-tu choisi l'OC physique ? Savais-tu que l'OC porterait entre autres sur la Cosmologie (et l'Astronomie) ?
    a. si oui est-ce une des raisons de ton choix de l'OC ?
    b. si non as-tu été content ou mécontent quand tu as appris que l'OC traiterait d'Astronomie et de Cosmologie ?
5. Quel intérêt portes-tu sur les sujets liés à l'Astronomie (en général, indépendamment du cours suivi) ?
6. Quel intérêt portes-tu sur les sujets liés à la Cosmologie (en général, indépendamment du cours suivi) ?
7. Est-ce que le cours OC Cosmologie changé ton intérêt vers l'Astronomie et/ou la Cosmologie ?
8. Est-ce que le cours OC Cosmologie significativement changé tes connaissances en Astronomie/Cosmologie ?
9. Est-ce que tu avais les compétences de base (maths et physique) nécessaires pour comprendre le cours OC Cosmologie ?
10. Est-ce que le cours OC Cosmologie a amélioré tes compétences dans les sujets de physique étudiés dans les cours DF (lois de Newton, gravité, ondes, électromagnétisme, optique, …)
11. Est-ce que le cours OC Cosmologie a amélioré tes compétences en mathématiques (trigonométrie, résolution d'équations, fonctions, calcul, …) ?
12. Est-ce que les documents distribués au cours t'ont aidé à mieux comprendre les sujets traités ?
13. Est-ce que tu trouves la structure et l'organisation du cours t'ont bien aidé à comprendre les sujets traités ?
14. Quel a été le sujet de ce cours que tu as le plus apprécié et pourquoi ?
15. Quel a été le sujet de ce cours que tu as le moins apprécié et pourquoi ?
16. Quel a été le point fort de ce cours et pourquoi ?
17. Quel a été le point faible de ce cours et pourquoi ?
18. Est-ce que ce cours a changé ta vision de l'Astronomie/ de la physique/ des mathématiques ?
19. Est-ce que ce cours a changé ta vision de la recherche scientifique ?

RMÉ POUR CELLES EST CEUX QUI S'INTÉRESSENT À L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES !

Vous êtes invité à proposer des contributions en rapport avec l'enseignement des mathématiques ou des sciences (articles, narrations, expériences, comptes rendus, réflexions).

Les articles doivent parvenir en version électronique à la rédaction (voir www.revue-mathematiques.ch, consignes aux auteurs). Chaque article est examiné par le rédacteur responsable et envoyé anonymisé à deux relecteurs pour avis.

Les auteurs sont informés des décisions de la rédaction à propos de leurs contributions, qui peut les accepter avec ou sans demande(s) de modifications ou les refuser.

Tous les numéros sont consultables en ligne à partir du n° 1 depuis la rubrique *Consultation*.

Contact : revue.mathematiques@gmail.com

Site internet : www.revue-mathematiques.ch