RMé 231

# 231

REVUE DE MATHÉMATIQUES POUR L'ÉCOLE

MARS 2019

Numéro spécial
Le jeu en mathématiques

ISSN : 2571-516X

# SOMMAIRE

RMé
REVUE DE MATHÉMATIQUES POUR L'ÉCOLE

Chères lectrices, Chers lecteurs,

Apprendre par le jeu.

Déjà dans l'Antiquité, Aristote puis Platon reconnaissent les vertus du jeu à des fins d'instruction des enfants. Pour ce dernier,

> il faut donc, comme nous le disions en commençant, que dès leurs premières années, les jeux des enfants soient soumis à des lois plus sévères ; car si ces jeux et ceux qui y prennent part sont déréglés, il est impossible qu'il en sorte jamais des hommes soumis aux lois et vertueux. (Platon, La République live IV, p.109)

Les Romains proposeront plus tard des lettres amovibles pour former des mots, des pièces de mosaïques de différentes formes pour dessiner ou le boulier pour dénombrer et calculer. Au Moyen-Âge, le jeu est frappé d'anathème par opposition au paganisme. C'est à la Renaissance que les Jésuites le réhabilitent, notamment à des fins éducatives, avec le jeu de cartes illustrées qui se développera grâce à la gravure. Les jeux de cette époque sont conçus pour l'éducation des princes. L'influence de cette nouvelle pédagogie invite à penser l'apprentissage dans le plaisir : c'est la naissance du jeu éducatif, notamment celle du jeu de l'oie qui sert toutes sortes de connaissances. Le XVIIIe siècle voit se développer l'esprit scientifique ainsi que la démocratisation progressive de l'école : l'invention du « bureau typographique », ancêtre de l'imprimerie à l'école, permet à l'élève d'être plus actif et autonome, rendant possible l'instruction simultanée à plusieurs enfants. Petit à petit, le jeu est mis au service des apprentissages et perd sa fonction ludique, pour devenir pédagogique.

La fin du XIXème siècle verra naître des controverses concernant le jeu à des fins d'instruction. On verra, au début du XXème siècle, l'essor de l'école « active », que le pédagogue Adolphe Ferrière semble opposer à l'école « assise ». Claparède, médecin et psychologue suisse, développe la pédagogie fonctionnelle dans laquelle « l'activité est toujours suscitée par un besoin » (Claparède, 2003, p. 176), le besoin spécifique de l'enfant étant, selon lui, précisément le jeu :

> Quelle que soit la tâche que vous voulez faire accomplir à l'enfant, si vous avez trouvé moyen de la lui présenter de façon qu'il l'aperçoive comme un jeu, elle sera susceptible de libérer à son profit des trésors d'énergie. (p.178)

Cette posture sera questionnée par Freinet (1964), qui opposera la valeur du travail au jeu, notamment dans l'invariant n°10 : « Ce n'est pas le jeu qui est naturel à l'enfant, mais le travail » qu'il considère comme un principe vital, émancipateur car choisi par l'enfant. Pour lui, le jeu sert d'exutoire, d'activité de substitution à une énergie qui n'a pas trouvé comment se déployer de manière utile et sensée.

Cette dichotomie témoigne ici de la difficulté à s'accorder sur ce qu'est le jeu, spécifiquement le jeu à visée éducative. En particulier, la langue française utilise ce terme de manière polysémique, pour évoquer selon le contexte l'acte théâtral, la compétition, le divertissement, etc., et confond allègrement action et objet qui sert de support à cette action. La langue anglaise, elle, propose différents vocables selon le contexte d'utilisation. Notamment, elle distingue « play » (action de jouer) de « game » (jeu d'argent et / ou de règles) ou de « toy » (jouet).

On pourrait par ailleurs interroger la dimension paradoxale du « jeu éducatif ». Le « Petit Robert » définit notamment le jeu comme une « Activité physique ou mentale purement gratuite, qui n'a, dans la conscience de la personne qui s'y livre, d'autre but que le plaisir qu'elle procure. ». Il est ici question de la dimension ludique (spontanée et gratuite), alors que dans l'acte éducatif, il y a non seulement nécessité de se centrer sur les besoins de l'enfant, mais également exigence de transmission culturelle.

Comme le dit Rabecq-Maillard[1](1969),

> les mots *jeu éducatif* renferment au départ une contradiction dans les termes. En effet, à partir du moment où il devient éducatif, le jeu, activité gratuite par excellence, sans autre but qu'elle-même et que le divertissement qu'elle entraîne, cesse en réalité d'être un jeu... A partir du moment où l'on demande au jeu de développer telle aptitude, d'accroître les connaissances d'un individu dans tel ou tel domaine, il cesse d'être un jeu. (p.2)

Dans le jeu, il est question de liberté, autrement dit de choix, ainsi que de fiction. Brougère[2] (2012), tente d'en dessiner les contours par le "second degré" (le jeu doit avant tout être reconnu comme tel), et la "décision", cette part de liberté qui fonde l'action de jouer. En conséquence, il n'impacte pas la vie réelle, il peut être guidé par des règles et contient une part d'indétermination. En partant de cette acception, Zarpas et Gardes (p. 20) proposent une définition du « jeu vidéo didactique », ici pour travailler les fractions. Suivant ce même objectif mathématique, Pelay (p. 6) présente un jeu de société avec plateau, et convoque la notion de « contrat didactique et ludique ». Orientées vers l'exploration du repérage dans l'espace, De Simone, Lackova et Weiss (p. 30) adaptent le « Logix »[3] de manière à le transformer un jeu de communication pour des élèves de 1H-2H.

Le philosophe Cailloix (1967) propose cinq critères pour qualifier le jeu. Il s'agit d'une activité libre, séparée des autres activités humaines en temps et en lieu, incertaine, improductive, réglée et fictive. Dans un contexte d'enseignement spécialisé, il est important de favoriser l'engagement des élèves dans la tâche, de limiter les facteurs de stress et, dans la mesure du possible, de favoriser les interactions dans une perspective coopérative. Ces contraintes peuvent paraître incompatibles avec l'évaluation. Cependant, Reydy & Urruty (p. 38) proposent un « jeu pédagogique » (De Grandmont, 1999) qui permet d'évaluer les compétences numériques d'élèves à besoins particuliers, octroyant notamment un espace de liberté aux élèves qui peuvent participer à la construction du jeu.

La liberté évoquée par Cailloix se retrouve non seulement dans le choix des pièces à déplacer dans le jeu du « Taquin » (Cherix, p. 56) mais également dans la création par des lycéens d'un programme informatique pour résoudre celui-ci.

Ce numéro spécial consacré au jeu propose ainsi, à l'image de la diversité de ses significations, une grande variété de dispositifs en lien avec l'apprentissage des mathématiques. Dans un contexte de médiation culturelle, l'article de Da Ronch (p. 46) interroge *in fine* la place du médiateur et le degré de liberté des élèves dans l'activité mathématique en interaction avec le problème de « pavage de la

[1] Marie-Madeleine Rabecq-Maillard, Conservatrice du Musée d'histoire de l'éducation puis conservatrice du Musée du jouet, Poissy, Yvelines (1973-1976).

[2] Gilles Brougère, professeur en sciences de l'éducation à l'université de Paris XIII.

[3] Le jeu « Logix » est un jeu éducatif québecois destiné à développer les habiletés perceptives, motrices et logiques des enfants. Il est édité par La Chenelière à Montréal.

cuisine ». Toninato (p. 12) présente un « Serious escape game », ou « jeu d'évasion pédagogique » pour inviter les élèves à résoudre des énigmes mathématiques en contexte scolaire.

Pour terminer, la rubrique labo-maths vous invite à tester le « Quem's des fractions » (Serment, p. 65) et de « jouer » avec ses multiples variantes : jeu d'équipe ou jeu collaboratif, jeu des familles ou memory.

Nous vous souhaitons du plaisir à découvrir et à explorer ces univers.

Pour le comité RMé

Stéphanie Dénervaud

## BIBLIOGRAPHIE

Brougère, G. (2012). Le jeu peut-il être sérieux ? Revisiter Jouer / Apprendre en temps de serious game. *Australian Journal of French Studies*, *49*(2), 117-129.

Cailloix, R. (1958). *Les jeux et les hommes.* Paris : Gallimard.

Claparède, E. (2003). *L'éducation fonctionnelle.* Paris : Fabert.

De Grandmont, N. (1999). *Pédagogie du jeu : jouer pour apprendre.* Bruxelles : De Boeck.

Freinet, C. (1964). *Les invariants pédagogiques : Code pratique d'Ecole Moderne.* Cannes : Editions de l'Ecole Moderne Française.

Platon (2019). *La République : Les 10 livres.* Livre IV. Paris : Arvensa Editions.

Rabecq-Maillard, M. M. (1969). *Histoire des jeux éducatifs.* Nancy : Editions Fernand Nathan.

# L'ATELIER DES POTIONS : UN JEU DE SOCIETE DIDACTIQUE ET LUDIQUE POUR APPRENDRE LES FRACTIONS

Nicolas Pelay

Plaisir Maths

L'atelier des potions[1] est un jeu de société développé par Plaisir Maths[2] pour apprendre les fractions par le jeu et la manipulation. Conçu de façon collaborative par des chercheurs en didactique des mathématiques et des enseignants, il se base sur les travaux de recherche de thèse de Pelay (2011) sur la dialectique jeu-apprentissage et l'élaboration du concept de contrat didactique et ludique. Son usage en classe comme outil pédagogique fait actuellement l'objet d'une thèse d'Alix Boissière (Boissière & Pelay, à paraître) qui étudie la mise en place d'une ingénierie didactique et ludique en appui sur le jeu.

## DESCRIPTION DU JEU

L'atelier des potions est un jeu de plateau dans lequel les joueurs, qui sont des apprentis sorciers et des apprenties sorcières, gagnent des points de magie en réalisant des potions magiques. Au départ, chaque sorcier a devant lui un chaudron et un plateau avec quatre types d'ingrédients (des araignées, des grenouilles, des raies et des serpents) qui sont prédécoupés en demis, tiers, quarts, neuvièmes, dixièmes…

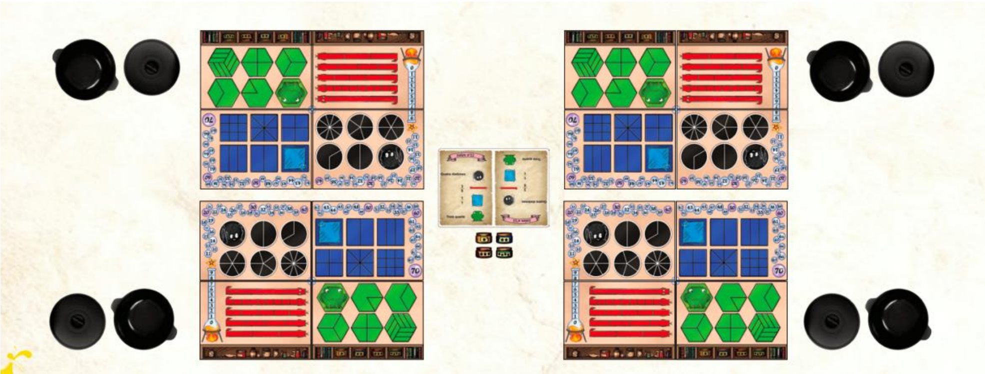


Fig. 1 : Installation du jeu pour 4 élèves qui jouent en solo

Au signal, une recette est dévoilée, et les sorciers doivent la réaliser. Dès que tous les ingrédients sont dans le chaudron, le joueur mise des points de magie grâce aux « jetons étoiles » à sa disposition sur le plateau et referme son couvercle.

[1] www.atelier-potions.fr

[2] www.plaisir-maths.fr

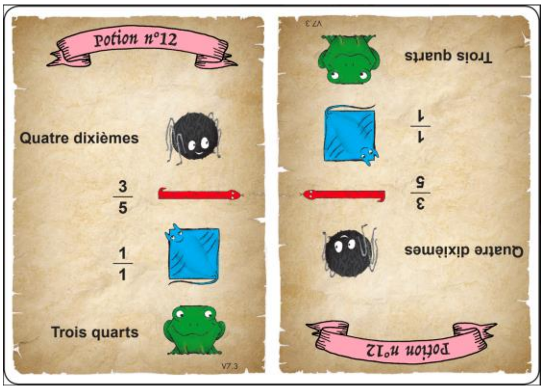



Fig. 2 : Carte n°12

Par exemple, pour la potion 12 (Fig.2), le joueur peut prendre quatre dixièmes d'araignée, trois cinquièmes de serpent, une raie entière et trois quarts de grenouille.

Lorsque tous les joueurs ont fini la recette, ils vérifient alors leur recette à l'aide du grimoire des solutions en l'ouvrant à la page correspondant à la potion en cours. Ils superposent le contenu de leur chaudron sur les illustrations, et si l'ensemble des pièces se superpose exactement à l'illustration, cela signifie que les joueurs ont pris la bonne quantité d'ingrédients, et que la potion réalisée est correcte.


Fig. 3 : Modalités d'utilisation du grimoire

Le but du jeu est d'obtenir au cours d'une partie le plus de points de magie possible. Les joueurs obtiennent des points grâce à des « jetons étoiles » qui sont misés après avoir réalisé la potion et avant d'aller vérifier dans le grimoire. Lorsque la recette est correcte, le joueur marque autant de points qu'il y a d'étoiles sur le jeton qu'il a choisi, et sinon (c'est-à-dire que la quantité d'au moins un ingrédient est fausse), le joueur perd autant de points qu'il y a d'étoiles sur le jeton qu'il a choisi.

## LE CONTRAT DIDACTIQUE ET LUDIQUE

Le jeu a été conçu en appui sur la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998) et les travaux de recherche de Pelay (2011) sur la dialectique jeu/apprentissage. Pelay a montré que le jeu était un moteur du processus de dévolution et qu'il existe, dans la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998) une dimension ludique intrinsèquement liée à la dimension didactique.

Dans sa thèse, Pelay fait émerger le concept de contrat didactique et ludique qui est défini comme l'ensemble des règles et comportements, implicites et explicites, entre un "éducateur" et un ou plusieurs "participants" dans un projet, qui lie, de façon explicite ou implicite, jeu et apprentissage dans un contexte donné. Il permet d'étudier les interactions entre les pôles didactique et ludique d'une activité, et l'auteur a montré qu'il était possible de jouer et d'apprendre des mathématiques en même temps dans des contextes d'animation scientifique.

A. Boissière approfondit actuellement ce travail dans sa thèse en étudiant l'usage du jeu dans les contextes scolaires, et elle cherche à caractériser les différents types de contrat didactique et ludique.

Elle décrit ainsi comme *équilibré* un contrat didactique et ludique où les enjeux didactiques et les enjeux ludiques parviennent à s'équilibrer sans rupture de contrat.

Dans cette perspective, l'Atelier des potions a été conçu pour favoriser la mise en place d'un contrat didactique et ludique équilibré où les élèves peuvent jouer tout en apprenant de nouvelles notions didactiques sur les fractions. Le jeu est moteur de la dévolution : pour gagner des points et progresser dans le jeu, les élèves doivent surmonter les différentes difficultés didactiques rencontrées.


Fig. 4 : Séance de classe

## LE PLATEAU DE JEU COMME ÉLÉMENT STRUCTURANT DU MILIEU

Le jeu repose sur la manipulation des pièces qui sont présentes sur le plateau pour constituer la recette. L'élève doit choisir le bon découpage d'animal correspondant à la fraction associée : si la potion réclame un quart de grenouille, il trouve la grenouille coupée en quatre et en prend un morceau, si la potion réclame trois dixièmes de serpent, il trouve le serpent coupé en dix et en prend trois morceaux, etc.

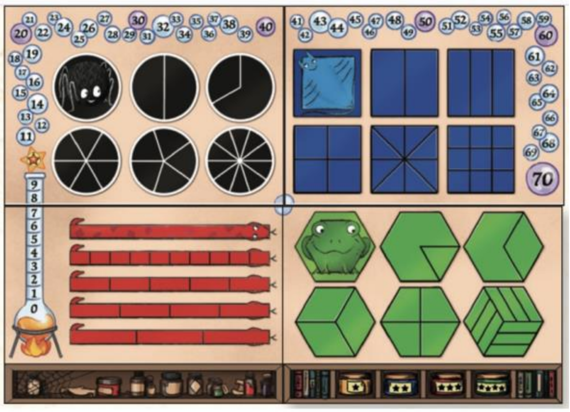


Fig. 5 : Plateau de jeu

Le fait que la même fraction soit présente sur plusieurs ingrédients permet de donner du sens à la notion de fraction : « Un tiers de serpent », « un tiers de grenouille », « un tiers de raie », « un tiers d'araignée ». Ces morceaux se représentent tous différemment, mais tous ont ce point commun d'être le morceau qui décompose en trois parts égales l'ingrédient tout entier, quelle que soit sa forme. L'élève peut concrètement superposer les pièces et se créer des représentations avant même qu'elles soient formalisées de façon abstraite. Il se rend ainsi compte que « deux quarts de raie c'est "pareil" qu'un demi de raie », que « trois neuvièmes de grenouille, c'est "pareil" qu'un tiers de grenouille », etc. Ces connaissances acquises dans les premiers niveaux du jeu vont ensuite jouer un rôle déterminant, car les stratégies de superposition des pièces vont par la suite favoriser l'acquisition du principe d'équivalence des fractions.

Le plateau de jeu a été conçu de sorte que le découpage des ingrédients soit différent selon les ingrédients. Du point de vue de la théorie des situations didactiques, le choix des différentes pièces de jeu sur le plateau joue un rôle central dans la structuration du milieu et des rétroactions possibles qu'il va permettre avec les différentes cartes de jeu.

## Les cartes comme variables didactiques

Les cartes ont été conçues de façon spécifique en lien avec les ingrédients sur le plateau de jeu de sorte à rendre nécessaire de nouveaux apprentissages notionnels sur les fractions : fractions supérieures à 1, équivalence, somme de fractions, décomposition, simplification, liens entre fractions et décimaux, etc.

Dans la potion 40 par exemple (fig. 6), les élèves doivent prendre 2/8 de grenouille, et il n'existe pas de pièce de 1/8 de grenouille. Il devient donc nécessaire de développer des stratégies mobilisant des connaissances relatives à l'équivalence des fractions. En simplifiant 2/8 en 1/4, il devient cette fois possible de réaliser la potion puisque les pièces de 1/4 sont disponibles.

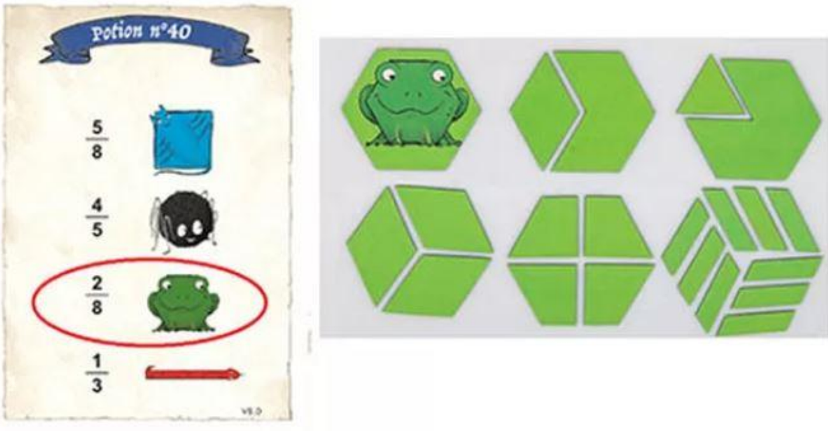



Fig. 6 : Carte 40

Les élèves ont aussi la possibilité de s'aider avec les autres ingrédients du jeu, puisque cette difficulté qui existe à propos des grenouilles n'existe pas à propos des raies par exemple, où l'élève a accès à la fois aux huitièmes et aux quarts, et où il peut se rendre compte par l'observation et la superposition qu'il est possible d'obtenir 2/8 avec la pièce 1/4.

Il en est de même pour le deuxième exemple avec la potion n°20 (fig. 7). Les élèves ne peuvent pas constituer 11/8 de raie en prenant uniquement des pièces de 1/8, et ils vont aussi devoir élaborer de nouvelles stratégies, soit liées à la décomposition (11/8 = 8/8 + 3/8 = 1 + 3/8), soit liées à l'équivalence de fractions (par exemple, prendre des pièces de 1/4 de raie pour remplacer 2 pièces de 1/8).

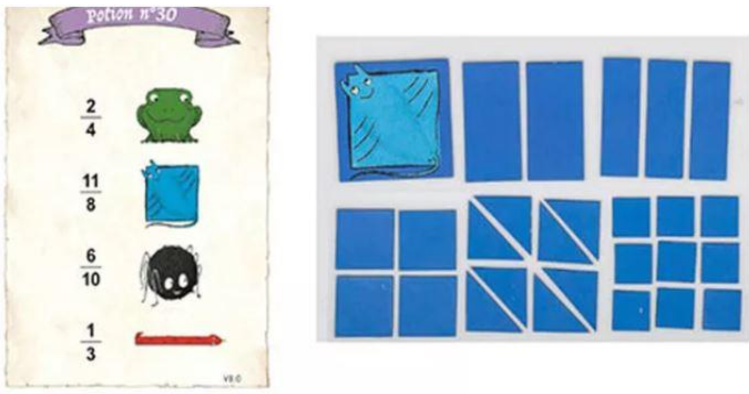



Fig. 7 : Carte 30

C'est sur la base des connaissances et des stratégies développées par les élèves dans le jeu que l'enseignant va pouvoir les amener à une conceptualisation mathématique lors des phases de débat ou d'institutionnalisation.

## Le Grimoire : une fonction adidactique

Le grimoire a une fonction didactique importante, car les élèves peuvent valider par eux-mêmes si leur potion est juste ou fausse. Du point de vue de la théorie des situations didactiques, le grimoire a une fonction *adidactique :* il renvoie des rétroactions au moment de la phase de validation qui vont permettre aux élèves d'identifier leurs erreurs, de comprendre comment ils auraient pu faire juste, et de faire ainsi évoluer leurs stratégies.

Il a été conçu de sorte que toutes les potions correctes qui peuvent exister possèdent une seule et même solution dans le grimoire, si bien que toutes les solutions équivalentes sont acceptées pour faire une potion. Ainsi par exemple, pour faire 5/10 d'araignée, il est possible de prendre cinq pièces de 1/10 d'araignée, ou de prendre une pièce de 1/2 d'araignée : c'est la même chose, puisque la solution dans le grimoire correspond à un demi-disque. Par conséquent, le grimoire joue aussi un rôle dans le développement des stratégies liées à l'équivalence ou la simplification de fractions.

Du point de vue des pratiques de classe, le fait que le jeu soit autocorrectif favorise la mise en place d'activités en autonomie. Le jeu peut donc être utilisé en petits groupes ou en classe entière selon les objectifs de l'enseignant :

- Son utilisation en petits groupes favorise une utilisation différenciée du jeu auprès de ses élèves : il suffit de choisir différentes cartes rattachées à des difficultés didactiques spécifiques que l'enseignant souhaite faire travailler à ses élèves.
- Son utilisation en classe entière permet de faire jouer l'ensemble des élèves sur une carte identique qui peut ainsi faire l'objet d'un travail didactique spécifique. L'enseignant peut animer de échanges autour des différentes stratégies utilisées par les élèves, et faire émerger les éléments qu'il souhaite institutionnaliser.

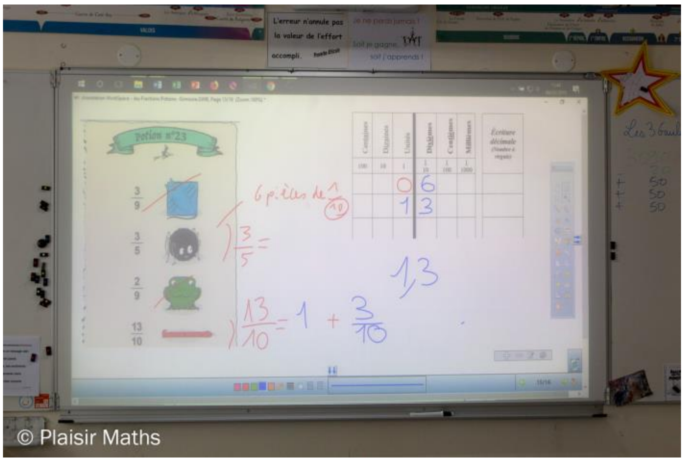



Fig. 8 : Tableau de classe lors d'une phase de travail collectif

## Conclusion et perspectives

Conçu et expérimenté depuis janvier 2017, l'Atelier des potions est édité depuis mai 2018, et comporte depuis septembre 2018 une version pour les écoles, qui contient dossier d'accompagnement, version diffusée à plus de 500 écoles, en France, en Belgique et en Suisse.

Le jeu fait actuellement l'objet d'études et de recherches dans plusieurs lieux et écoles pilotes, et Boissière travaille notamment dans le cadre de sa thèse sur la mise en place d'ingénieries didactiques et ludiques à partir du jeu.

Une extension « décimaux » est aussi en cours de développement pour favoriser l'articulation entre l'enseignement des fractions et des décimaux.

## BIBLIOGRAPHIE

Boissière, A. & Pelay, N. (à paraître). L'atelier des potions, un jeu didactique et ludique. *Actes du séminaire de didactique de l'ARDM*, mars 2018.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : la Pensée Sauvage éditions.

Pelay, N. (2011). *Jeu et apprentissages mathématiques. Elaboration du concept de contrat didactique et ludique en contexte d'animation scientifique.* Thèse de doctorat, Université Claude Bernard Lyon.

# Un « escape game » en classe

Sébastien Toninato

Enseignant spécialisé en équipe pluridisciplinaire,

Établissement Cité-Jonction/Plantaporrêts, Genève

## Introduction

L'escape game - ou jeu d'évasion en français - est une activité où les participants sont enfermés dans une salle et doivent résoudre une succession d'énigmes en interagissant avec les éléments du décor afin d'en sortir avant la fin du temps imparti. Ce concept, venu d'Asie, est arrivé en Europe par le biais de la Hongrie en 2011. Depuis, un grand nombre d'enseignes se sont développées. Au début de l'année 2019, le site « www.escapegame.paris » recense un total de 1698 salles en France proposées par 631 enseignes[1]. On en comptabilisait la moitié moins en juillet 2017 (314 enseignes). L'explosion est donc notable et le marché ne cesse de se diversifier avec l'arrivée de la réalité virtuelle ou d'autres formats durant plusieurs heures (voire sur deux jours).

En parallèle à ce mouvement, un type particulier d'escape games a commencé à se développer : les « serious escape games » ou « jeux d'évasion pédagogiques »[2]. L'idée principale est de reprendre certaines caractéristiques des escape games (énigmes, coopération, temps imparti) afin de construire une activité avec un but pédagogique. Là aussi, de plus en plus de propositions d'escape games en classe fleurissent sur différents blogs d'enseignants, et on trouve même certains sites qui sont uniquement dédiés à cette pratique.

Personnellement, j'ai toujours été passionné par les énigmes et les jeux d'enquêtes. C'est donc tout naturellement que je me suis intéressé aux escape games et que j'ai rapidement eu envie d'en créer un pour une classe. A la fin du mois de juin 2018, c'est une collègue, enseignante chargée du soutien pédagogique qui est venue vers moi, car elle souhaitait elle aussi mettre cela en place pour des élèves de 7H. Le fait d'être deux à se lancer nous a permis de concrétiser une simple envie en réel projet. L'idée était de le faire expérimenter aux élèves peu après la rentrée pour travailler la cohésion de classe. Finalement, nous ne sommes pas parvenus à tenir ce délai et les élèves ont pu expérimenter notre escape game courant novembre.

## Construire un escape game en classe

### Intérêts

En nous lançant dans la création de ce projet, nous avons réfléchi aux intérêts de construire une telle activité. L'aspect ludique et motivationnel ainsi que l'aspect coopératif sont les deux objectifs principaux qui ont guidé notre préparation. En effet, le simple fait que cela soit nouveau et différent de ce qui se fait habituellement en classe renforce l'envie et la participation des élèves. De plus, nous supposions que l'aspect « jeu » et « défi » serait certainement un moteur pour les élèves.

Dans un deuxième temps, concernant l'aspect coopératif, les escape games classiques sont souvent utilisés pour des soirées d'équipes ou de « team building ». En classe aussi, les enseignants ont à cœur de développer un certain « team building » entre leurs élèves. L'escape game, de par sa construction, doit nécessiter la participation de tous, de telle sorte qu'un unique participant ne pourrait y arriver seul,

---

[1] Consulté à l'adresse https://www.escapegame.paris/statistiques-escape-game-france le 13 janvier 2019.

[2] NB : pour la suite du texte, nous utiliserons le terme « escape game » pour parler de notre projet.

ou du moins pas aussi rapidement. Dans les escape games classiques, on retrouve cela dans certaines énigmes qui, par leur agencement, imposent aux participants de communiquer pour trouver ensemble la solution. De même, la fouille de la salle en début de partie permet que chacun ait quelque chose à faire et se sente utile. Enfin, l'effet de fin, qui consiste à réussir ensemble en même temps, est très gratifiant pour tous les membres de l'équipe et provoque un sentiment d'appartenance au groupe.

## Particularités

Il va de soi qu'afin de construire un jeu d'évasion en classe, plusieurs adaptations du concept dont il s'inspire sont à mettre en place. Tout d'abord, elles concernent le lieu. Il n'est pas évident d'avoir à disposition une salle au sein même de l'école qui puisse être transformée totalement pour accueillir un escape game. Dans notre cas, nous n'avions pas de salle disponible et nous avons donc dû mener notre activité dans les salles de classe des degrés concernés. Pour cette raison, le matériel doit être facile à déplacer et rapide à installer : cela limite donc les possibilités de décoration et de transformations. De plus, étant donné que l'escape game se déroule dans une salle de classe, il n'est pas possible de laisser les élèves fouiller de fond en comble le lieu. Il convient donc de délimiter un espace de jeu ou de fournir des indices précis concernant les endroits à fouiller. Nous avons opté pour cette deuxième option.

Une deuxième différence avec les escape games classiques concerne le nombre de participants. Étant donné qu'il n'y pas de salle en dehors de la classe à disposition, il n'est pas possible de sortir les élèves et de les faire participer par petits groupes de 4-5. De plus, cela ne rentrerait pas dans nos objectifs concernant la dynamique de classe. Il en va de même avec un fonctionnement où des groupes d'élèves en simultané seraient en compétition. D'un autre côté, faire jouer tous les élèves ensemble risquerait de provoquer du désordre et beaucoup ne pourraient trouver une place et s'effaceraient au profit d'autres. Il nous a donc fallu réfléchir à un dispositif permettant à chacun d'être actif tout en éliminant une quelconque forme de compétition, l'idéal étant que les élèves prennent conscience que chacun a participé à la réussite finale de la classe tout entière. Nous avons donc décidé de diviser la classe en trois équipes de six, où chacune doit résoudre des énigmes de même type, mais avec des valeurs différentes. Cette résolution les mène à une énigme finale où toute la classe doit se réunir pour gagner.

Enfin, le dernier point d'adaptation concerne les énigmes elles-mêmes. En restant sur les énigmes habituelles qui tournent beaucoup autour d'éléments de logique, d'observations et de mises en relation des différents indices présents dans la pièce, nous ne serions pas suffisamment dans un moment d'apprentissage et nous nous cantonnerions aux aspects ludiques et coopératifs cités dans le point précédent. Par conséquent, les énigmes doivent permettre aux élèves d'apprendre de nouvelles notions ou de consolider celles en cours d'apprentissage. Pour notre premier escape game, nous sommes restés sur des énigmes en lien avec le programme de mathématiques et de français, tout en intégrant un peu de logique (Cf. Annexes).

## Déroulement[3]

Cette partie vise à décrire dans les grandes lignes le fonctionnement de notre escape game pour une classe de 7H. Précisons tout d'abord que nos sources d'inspiration sont multiples et qu'il est aisé de trouver des escape games « clé en main » sur différents sites.

Tout d'abord, nous réunissons les élèves devant la porte de la classe et leur expliquons ce qui va se passer. Sans trop en dire sur le déroulement, nous leur indiquons que leur enseignant titulaire de classe a mis sous scellés une évaluation dont nous avons absolument besoin pour une autre classe et qu'il faut qu'ils nous aident à ouvrir le coffre la contenant. Nous leur précisons qu'une fois rentrés dans la classe, il leur faudra aller à leur pupitre pour connaître un peu mieux leur mission. Dans la classe, nous avons

[3] Le déroulement est illustré sous forme de schéma dans les annexes.

formé trois groupes de pupitres avec sur chacun d'entre eux, une enveloppe avec un mot. Ce mot leur indique de quelle équipe ils font partie (rouge, jaune ou vert), leur demande de chercher les cinq enveloppes de leur couleur cachées dans la classe (Fig. 1) et de résoudre les énigmes qu'elles contiennent. Les enveloppes sont disséminées dans toute la classe, mais de façon à ce qu'elles soient visibles : il n'est pas nécessaire d'ouvrir des armoires ou de regarder sous certains meubles.

Fig. 1 : Enveloppes à trouver dans la salle pour le groupe vert

Fig. 2 : Coffre du groupe vert

Ce moyen nous permet de reproduire la fouille d'un escape game classique tout en évitant que les élèves « retournent » la classe. Une fois les enveloppes réunies, les élèves se mettent au travail. Dans quatre d'entre elles, les élèves trouvent une énigme (Annexe 2.1, 2.2, 2.3 et 2.4). La cinquième, quant à elle, contient un tableau avec plusieurs nombres (Annexe 2.5). Dans cette étape, tous les élèves sont au travail, car il y a quatre énigmes à réaliser simultanément. À chaque fois que les élèves trouvent une réponse, ils viennent nous voir pour la confirmation et nous leur donnons un papier « indice » (Annexe 3). Lorsqu'ils ont leurs quatre papiers indices, ils peuvent trouver le nombre qui les concerne dans le tableau. Ce nombre est le code du cadenas de la boite de leur couleur que nous avons près de nous (Fig. 2). Dans la boite, les élèves trouvent un message codé qu'il leur faut alors déchiffrer (Annexe 4). Ce déchiffrage leur indique une cachette où se trouve leur dernière enveloppe. Les trois groupes effectuent ces étapes en même temps et indépendamment les uns des autres. Ils n'ont pas les mêmes énigmes ni les mêmes cachettes. Par contre, une fois trouvée la dernière enveloppe, les équipes sont bloquées tant que les autres n'arrivent pas au même stade. Les élèves doivent alors comprendre qu'il leur faut s'associer pour résoudre la dernière énigme, et les groupes ayant déjà terminé doivent aller aider les autres. C'est aussi à l'enseignant d'effectuer des relances aux équipes les plus en difficulté afin qu'il n'y ait pas de trop grands écarts de temps entre elles. Le fait d'imposer une réunion des trois équipes permet de faire disparaitre la notion de compétition qui peut être présente au départ. Sans cela, le risque est de se retrouver avec un groupe gagnant et des groupes perdants, ce qui nuirait à l'objectif de cohésion de classe.

Dans leur dernière enveloppe, deux groupes trouvent des pièces de puzzle et un groupe trouve une lampe à ultraviolets. Une fois le puzzle assemblé et le texte révélé à l'aide de la lampe à ultraviolets, les élèves obtiennent le code final permettant d'ouvrir le dernier coffre (Fig. 3, 4 et 5).

Fig. 3 : Puzzle reconstitué

Fig. 4 : Puzzle reconstitué et éclairage à la lumière UV

Fig. 5 : Les élèves sur le point de résoudre la dernière énigme

## Apports et limites

Au niveau des apports, notre expérience nous a permis de constater les effets sur la motivation des élèves et sur le travail de coopération. En ce qui concerne le premier, l'aspect « défi » a tout de suite mis les élèves dans une démarche particulièrement active. Le simple fait de trouver une réponse et de devoir en vérifier l'exactitude en rentrant le code dans un cadenas provoque déjà beaucoup d'intérêt. De même que l'effet de surprise concernant ce qu'on va y trouver. Nous avons aussi senti un fort engouement lorsque les groupes ont compris qu'ils devaient s'associer pour l'énigme finale.

En deuxième apport, il est certain que l'aspect coopératif provoqué par une telle activité est très intéressant. Le fait d'alterner les phases (recherche, code à entrer, réflexion sur les énigmes) et les types d'énigmes (français, mathématiques, logique) fait que chacun a pu se sentir concerné et s'impliquer. Bien que les niveaux d'implication varient selon les élèves, nous pensons que tous ont le sentiment d'avoir apporté leur pierre à l'édifice.

En ce qui concerne les limites d'un projet tel que celui-ci, il y a tout d'abord celle liée au temps de préparation : il est conséquent. Afin d'être certain que tout fonctionne et s'emboite bien, il faut bien prendre le temps de réfléchir au projet. Pour celui décrit dans cet article, nous n'avons pas travaillé sur une thématique spécifique ni incorporé trop de matériel. Ces deux éléments viendraient encore compliquer la préparation. Par contre, une fois que l'escape game est construit, il peut s'adapter à d'autres classes et surtout se conserver pour d'autres interventions.

Selon nous, les escape games ont aussi un intérêt du point de vue des savoirs disciplinaires. Dans notre cas, nous avons proposé aux élèves uniquement des activités de réinvestissement en mathématiques, en français ainsi que des énigmes de logiques (Cf. Annexes). Nous pensons que ce dispositif pourrait aussi être proposé pour introduire un nouveau thème, comme amorce, ou au contraire pour le conclure de façon ludique et permettre une mise en application des connaissances acquises. En reprenant le dispositif tel quel, il suffirait alors de modifier le contenu des enveloppes et travailler ainsi d'autres savoirs avec les élèves. Nous supposons aussi que ce dispositif, de par la dévolution importante qu'il accorde aux élèves, permet de les « marquer » davantage et que ce qu'ils y apprennent est mieux intégré. La suite serait alors de déterminer comment utiliser ce dispositif pour qu'il permette réellement de faire apprendre aux élèves de nouveaux savoirs disciplinaires.

## Conclusion

Au vu de l'engouement provoqué chez les élèves (et le nôtre), nous avons très vite voulu réfléchir à la suite afin d'améliorer notre premier projet. Tout d'abord, nous aimerions, cette fois, réellement intégrer une thématique pédagogique à notre jeu d'évasion autour de laquelle tournent toutes les énigmes. Vu que les classes de 7H étudient cette année le Moyen-Âge, nous avons choisi de le construire autour de cette période. Pour l'instant, nous sommes dans la phase réflexive et ne savons pas encore quels matériaux nouveaux nous allons utiliser. Nous avons retenu l'intérêt de faire des groupes plus petits afin que chacun participe, mais aussi celui de construire le jeu de telle sorte que tous doivent se retrouver à la fin. L'idée que les groupes soient réellement séparés au début nous séduit, mais nous ne savons pas comment l'adapter à un contexte de classe. Nous sommes aussi en train de voir si nous ne pourrions pas récupérer une salle peu utilisée afin de sortir de la classe et pouvoir créer une vraie ambiance. Enfin, notre projet a été remarqué par d'autres enseignants qui souhaiteraient qu'une telle activité soit aussi menée dans leur classe. Si l'adaptation n'est pas trop complexe pour les 5H ou les 6H, il convient de réfléchir à un tout autre projet si on rentre dans le cycle élémentaire.

Nous sommes convaincus que ce dispositif revêt des caractéristiques méritant qu'on s'y intéresse pour sa classe. Suite à notre expérience, nous sommes satisfaits des aspects motivationnels et coopératifs provoqués - aspects qui, souvent, sont relégués au second plan - mais le dispositif mérite d'être encore réfléchi, notamment dans le type d'activités proposées aux élèves, afin qu'il soit réellement source d'apprentissages disciplinaires.

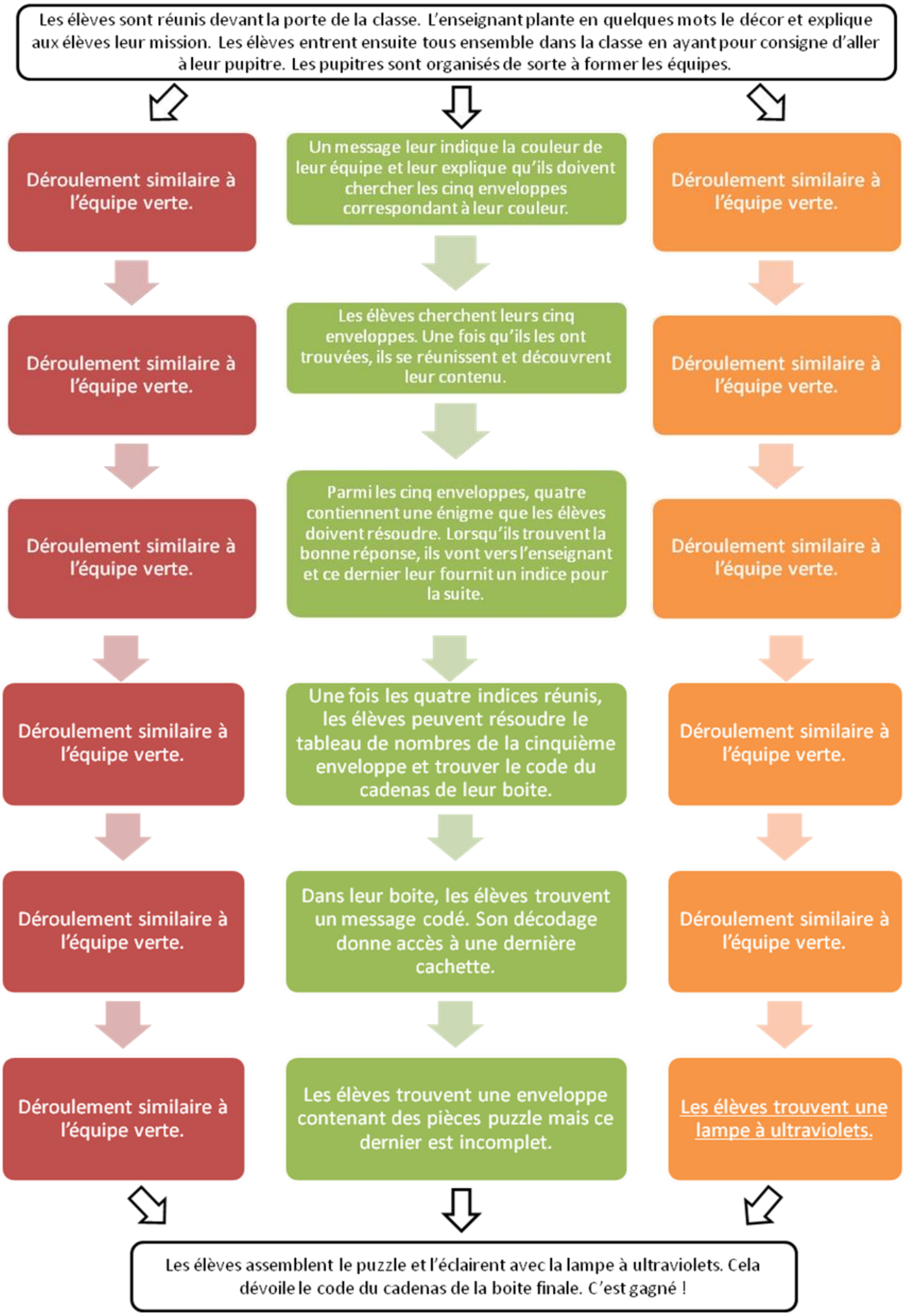
## Pour se lancer

Ci-dessous différentes références permettant de se documenter sur les escape games pédagogiques :

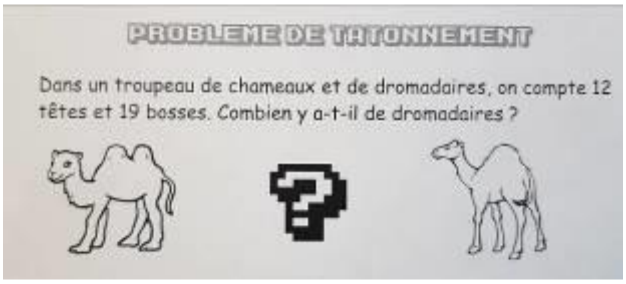
- Le site de S'CAPE uniquement dédié aux serious escape games : http://scape.enepe.fr
- Le site du colloque SEG (Serious Escape Game) : http://seg2018.imt-lille-douai.fr
- Le site d'Éduludic, salon des jeux d'évasion et des jeux sérieux pédagogiques : http://eduludic.fr
- Escape games clés en main sur le blog de Profissime : https://www.profissime.com/
- Escape games clés en main sur le blog de La classe de Mallory : https://laclassedemallory.net/tag/escape-game
- Exemple d'un escape game pédagogique sur le blog de Tablettes et pirouettes : http://www.tablettesetpirouettes.com/un-escape-game-a-lecole

# Annexes

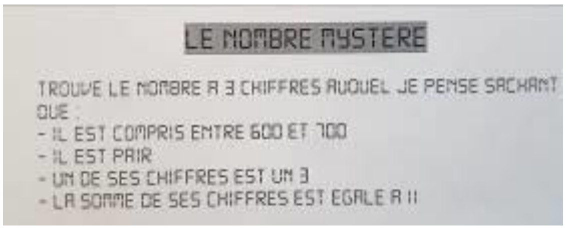
## Annexe 1 : Schéma du déroulement



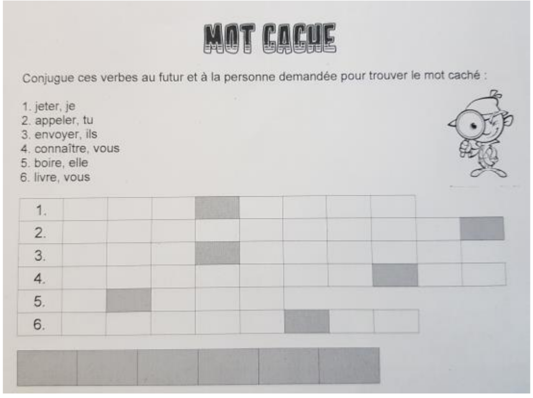
Annexe 2 : Contenu des enveloppes de l'équipe des verts[4]




2.1 Problème de tâtonnement




2.2 Nombre mystère

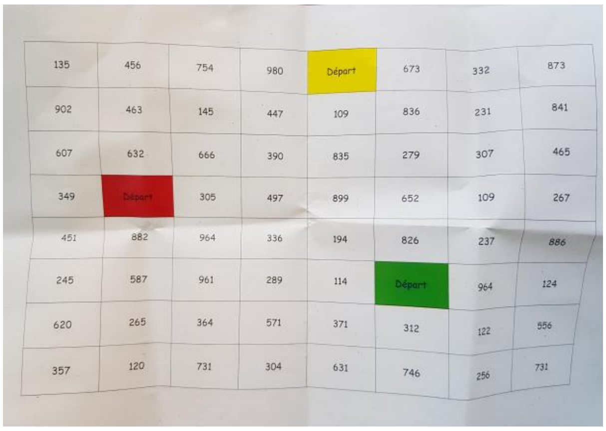



2.3 Tableau de conjugaison

Conjugue ces verbes au futur et à la personne demandée pour trouver le mot caché


2.4 Problème de menus

Au self-service du restaurant scolaire, on peut prendre une entrée, un plat et un dessert. (3 entrées au choix, 3 plats chauds au choix, 3 desserts au choix). Combien y a-t-il de menus possibles ?



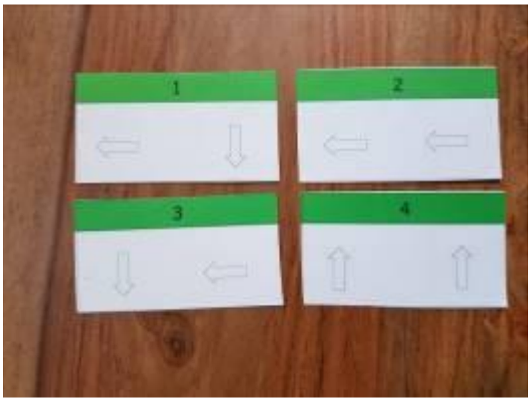
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 135 | 456 | 754 | 980 | Départ | 673 | 332 | 873 |
| 902 | 463 | 145 | 447 | 109 | 836 | 231 | 841 |
| 607 | 632 | 666 | 390 | 835 | 279 | 307 | 465 |
| 349 | Départ | 305 | 497 | 899 | 652 | 109 | 267 |
| 451 | 882 | 964 | 336 | 194 | 826 | 237 | 886 |
| 245 | 587 | 961 | 289 | 114 | Départ | 964 | 124 |
| 620 | 265 | 364 | 571 | 371 | 312 | 122 | 556 |
| 357 | 120 | 731 | 304 | 631 | 746 | 256 | 731 |

2.5 Tableau de nombres

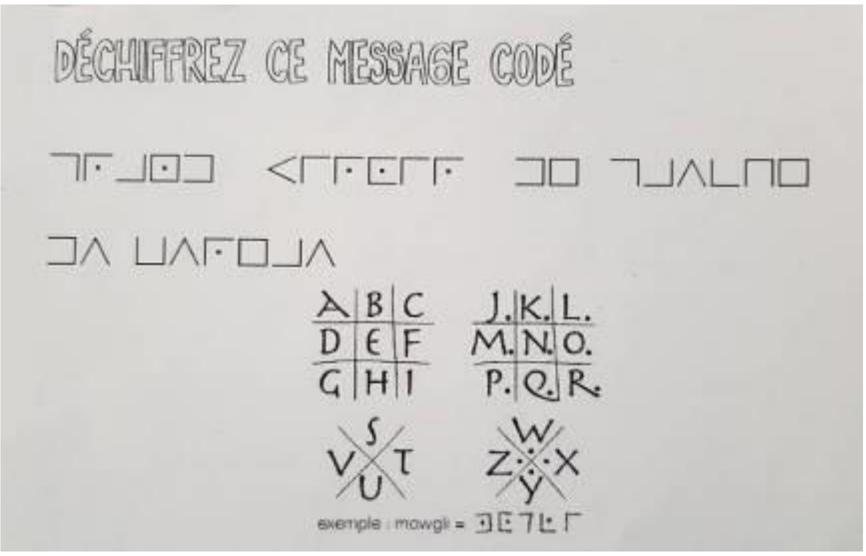
Chaque équipe reçoit un exemplaire de ce tableau parmi leurs enveloppes. Il est identique pour les trois équipes, mais les indices reçus ainsi que le « départ » seront différents.

[4] Nous ne mettons ici que les énigmes de l'équipe verte. Les autres équipes ont des activités de type similaire mais dont les valeurs sont différentes.

Annexe 3 : Indices donnés par l'enseignant à l'équipe des verts




Annexe 4 : Message codé de l'équipe des verts



# UN JEU VIDEO DIDACTIQUE POUR L'APPRENTISSAGE DES FRACTIONS

Pierre Zarpas, Marie-Line Gardes

Université de Lyon, CNRS, Institut des Sciences Cognitives, UMR5304

L'engouement pour les serious games refait apparaître des questionnements classiques : est-il possible d'associer le jeu et l'apprentissage ? Peut-on dépasser l'oxymore « jeu sérieux » ? Dans cet article nous nous proposons de présenter un travail de recherche autour de ces questions. Dans un premier temps, nous explicitons ce qui nous a amenés à concevoir, avec une start-up, un jeu vidéo didactique intitulé *Math Mathews Fractions* puis à élaborer une ingénierie didactique pour l'utilisation en classe de ce jeu par les élèves. Nous présentons ensuite une expérimentation « pilote » dont l'objectif est d'analyser les effets du jeu lorsqu'il est utilisé comme support dans une phase de consolidation et d'approfondissement du concept de fractions.

## JEU VIDÉO DIDACTIQUE

Les jeux vidéo apportent indéniablement un nouvel élan aux jeux éducatifs. De notre point de vue, l'élaboration de jeux vidéo à portée éducative est étroitement mêlée aux conceptions didactiques de situations d'apprentissage. Pour modéliser ces relations, nous proposons différents critères qui permettent de définir ce que nous appellerons un jeu vidéo didactique.

Pour penser les relations entre jeu et sérieux, entre jouer et apprendre, Brougère (2012) a identifié deux critères principaux d'analyse de « ce qu'on appelle jeu[1] » :

- le second degré : il s'agit du faire semblant ou le « pour de faux ». Ce critère est partagé avec la simulation ou la fiction ;

- la prise de décision : décision de jouer, décision des actions dans le jeu.

Il précise que ces deux critères suffisent à analyser les situations pour en saisir la dimension ludique mais propose aussi trois autres critères, conséquences des deux premiers, pour analyser plus finement l'organisation des activités dans un jeu. Il s'agit de « l'existence de modalités de décisions dont les règles sont un exemple, de l'incertitude […] et de la frivolité ou minimisation des conséquences » (Ibid).

Un jeu vidéo est un jeu particulier qui offre un cadre de jeu virtuel dans lequel peut prendre place le *Play*, c'est-à-dire l'action du jeu. Cette action non seulement est virtuelle, mais peut être recommencée à loisir : c'est la dimension de frivolité du jeu vidéo. Par ailleurs, l'action du jeu est régie par des règles constituant le *Game Play* et se matérialise grâce à un mode de représentation visuel et sonore. Cette représentation offre la dimension ludique du second degré et de l'imaginaire. Le *Game Play* apporte la dimension ludique des prises de décisions, et de l'incertitude. Le *Game Play* en définissant les actions possibles du joueur et ses interactions avec l'univers environnant permet à chaque joueur de construire son propre récit à travers le jeu. Lors du *Play*, l'activité du joueur lui permet d'entrer dans les possibles de la fiction et de s'y mouvoir (Triclot, 2011). Le réalisme graphique et sonore, l'activité et la création du scénario par le joueur sont alors autant de facteurs favorisant et même accentuant l'immersion (Boullier, 2009).

Les jeux sérieux se distinguent des jeux vidéo « classiques » par la finalité même du jeu : compréhension, apprentissage, éducation, amélioration de compétences d'un côté ; plaisir de l'autre. Si tous les jeux

[1] Non nécessairement vidéo.

sérieux ont un objectif d'apprentissage, leur contenu ne s'avère pas nécessairement éducatif ou scientifiquement validé. Alvarez et Michaud (2008) indiquent que contrairement au jeu vidéo « classique », l'objectif utilitaire du jeu sérieux est fixé en amont, lors de sa phase de conception. Cependant, rien ne garantit une articulation dialectique entre la dimension ludique et la dimension apprentissage. Ainsi, dans certains jeux, l'utilisateur peut rencontrer des phases de jeu sans apprentissage puis des phases d'apprentissage sans jeu, ou bien l'utilisateur peut rencontrer une partie ludique moins consistante que la partie apprentissage ou encore l'inverse (Lavigne, 2014). Or, pour concevoir un jeu sérieux dédié aux apprentissages scolaires, nous pensons qu'il est essentiel de construire des situations de jeux articulant de manière dialectique les éléments qui sont du ressort du ludique et ceux qui sont du ressort du contenu d'apprentissage visé. Ces éléments doivent être consistants sur les deux dimensions.

Nous appelons ainsi *jeu vidéo didactique* un jeu vidéo sérieux avec les critères suivants :

- les situations d'apprentissage et les situations de jeu sont conçues ensemble, intégrées dans un même *Game Play* ;
- les situations d'apprentissage sont pensées à partir d'analyses didactiques *a priori* des contenus et des actions possibles du joueur.

La conception d'un tel jeu nécessite alors un travail conjoint entre un professionnel du jeu vidéo, le Game Designer en particulier, et un professionnel de l'éducation, comme un didacticien par exemple. Or, la conception de jeux vidéo et la conception de situations d'enseignement présentent des processus analogues. Les jeux vidéo portent, en effet, une dimension d'apprentissage intrinsèque (Gee, 2005 ; Gentile & Gentile, 2008) dans le sens où le joueur doit apprendre à interagir avec son environnement virtuel. Pour que le jeu préserve la progressivité de cet apprentissage, le Game designer essaye de contrôler les méthodes d'interaction afin de permettre au joueur d'évoluer de défi en défi (McEntee, 2012). Le didacticien doit, pour sa part, proposer des contenus d'apprentissage riches et consistants, identifier les variables didactiques et choisir leurs valeurs pour proposer une progressivité dans l'apprentissage de la notion visée. C'est bien un travail commun de conception qui va permettre au Game designer et au didacticien de créer, au sein du *Game Play*, des situations avec des ressorts ludiques et didactiques (Pelay, 2011). Le travail d'identification de variables communes qui impactent l'avancée dans le jeu et l'apprentissage de la notion visée est alors essentiel.

Dans le domaine de l'apprentissage des fractions, il existe à notre connaissance deux jeux vidéo didactiques. Le premier, *Slice Fraction*, a été conçu par des chercheurs du département de didactique de l'UQAM et la société de jeux vidéo Ulalab. Il a été présenté dans un article récent de cette revue (Cyr, Charland, & Martin, 2016). Le second, *Math Mathews Fractions (MMF)*, qui est l'objet de cet article, a été réalisé conjointement par une didacticienne des mathématiques et la start-up Kiupe, spécialisée dans le jeu vidéo éducatif. La chercheure a proposé des activités de référence dans l'enseignement des fractions à la fin du primaire et au début du secondaire 1 dans le système scolaire français tandis que le Game Designer de la start-up a imaginé des situations de jeu pour des enfants de 9 à 12 ans (fig. 1). Ensemble, ils ont ensuite inclus les activités mathématiques aux objectifs du jeu en créant treize situations mathématiques et ludiques (appelées modules, fig. 2). Ces dernières ont été intégrées dans le *Game Play* de manière à proposer un jeu avec une difficulté croissante, tant sur le plan didactique que ludique. Le jeu a ainsi une progression linéaire répartie en 12 niveaux. Chaque niveau contient un certain nombre de modules que le joueur réalise dans un ordre contraint. Le calibrage des niveaux et leur articulation, la répartition et l'ordre des modules ont été élaborés en choisissant différentes valeurs de variables pour garantir une progression didactique (par exemple, nature et écriture des fractions proposées, nécessité d'un changement de registres) et une progression dans l'ensemble du jeu (par exemple nombre et rapidité des ennemis). Le jeu offre de réelles libertés d'action au joueur[2] : possibilité de choisir la manière d'affronter les dangers (attaquer, esquiver, fuir), possibilité d'explorer certaines parties cachées de la zone de jeu, possibilité de refaire un niveau autant de fois qu'il souhaite. Le joueur peut ainsi se construire sa propre histoire de pirate rencontrant différents obstacles au cours de sa quête.


Fig. 1 : Un combat

Fig. 2 : Le module « Dragon »

## DESIGN DU JEU *MATH MATHEWS* FRACTION

La connaissance des fractions à l'école primaire est un prédicteur très fort des connaissances en mathématiques 5 à 6 ans plus tard (Siegler et al., 2012) alors qu'elle représente une difficulté majeure identifiée pour l'apprentissage des enfants (Lortie-Forgues, Tian, & Siegler, 2015; Perrin-Glorian, 1983). Or, un certain nombre de psychologues s'accordent à penser que les outils numériques peuvent être utiles non seulement à la remédiation des troubles de l'apprentissage mais également à la facilitation des apprentissages chez les enfants tout-venant (Bavelier, Green, & Dye, 2010). La conception de *MMF* s'inscrit dans cette réflexion, mais contrairement à *Slice Fraction* il ne se limite pas au sens de la fraction comme relation entre la partie et le tout[3] (Cyr et al., 2016). Nous avons choisi d'aborder différentes significations de la fraction étudiées au primaire et au secondaire 1 en France. Anselmo et Zucchetta (2018) classent ces significations selon trois points de vue : celui des grandeurs (un partage de l'unité, un partage de plusieurs unités, un repérage d'une position), celui des nombres (un quotient, un coefficient scalaire, un coefficient de proportionnalité) et celui des proportions. Nous y avons associé plusieurs types de tâches (au sens de Chevallard) : « Exprimer un partage géométrique à l'aide d'une fraction », « Exprimer une fraction à l'aide d'un partage géométrique », « Lire l'abscisse d'un point d'une demi-droite graduée sous la forme d'une fraction », « Placer une fraction sur une demi-droite graduée », « Comparer plusieurs fractions », « Reconnaître l'équivalence entre deux fractions », « Multiplier un entier par fraction » (Zarpas, 2018). A chacun de ces types de tâches correspond un module et des variables didactiques. Un module est donc une situation de jeu où le joueur doit répondre à une question mathématique, soit en choisissant une réponse parmi différents choix possibles (fig. 4), soit en construisant sa solution (fig. 3). Chaque module apparait une dizaine de fois dans l'ensemble du jeu et peut être présent plusieurs fois dans un niveau. La répartition et l'ordre des modules par niveau s'appuient sur le choix des valeurs des variables didactiques. Nous présentons ci-dessous sept modules parmi les treize qui composent le jeu.

Le module *Guerriers* (fig. 3) relève du type de tâche « Exprimer une fraction à l'aide d'un partage géométrique » et le module *Porte à poids* (fig. 4) du type de tâche « Exprimer un partage géométrique à l'aide d'une fraction ».

---

[2] Notons que dans le contexte scolaire, les élèves ne pourront pas décider de jouer ou de s'arrêter de jouer mais ces libertés d'action seront conservées.

[3] La fraction *a*/*b* représente *a* parts d'une surface découpée en *b* parts égales (Fandiño Pinilla, 2007).

Fig. 3 : Module *Guerriers*

Fig. 4 : Module *Porte à Poids*

Les variables choisies sont les écritures des fractions : écriture fractionnaire, écriture « mixte[4] » (somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1) et somme de deux fractions de même dénominateur, mais aussi la possibilité de proposer un dénominateur multiple du nombre de parties égales partageant la surface et une fraction simplifiable.

Le module *Passage piégé* (fig. 5) propose de « placer une fraction sur une demi-droite graduée » et le module *Pont gradué* (fig. 6) demande « lire l'abscisse d'un point d'une demi-droite graduée sous la forme d'une fraction ».

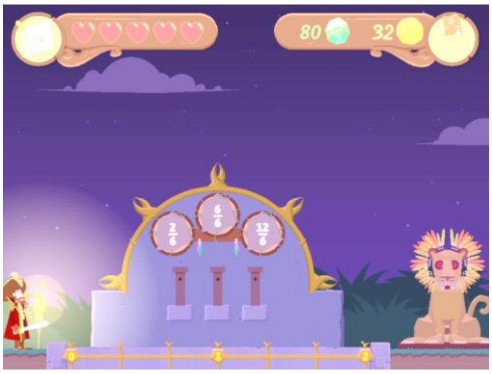


Fig. 5 : Module *Passage piégé*

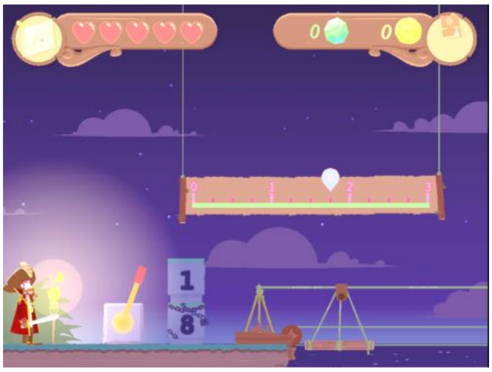


Fig. 6 : Module *Pont gradué*

Les variables choisies sont la forme des fractions pour *Passage piégé* : forme usuelle et somme de fractions ayant le même dénominateur et nécessité de choisir une fraction équivalente pour *Pont gradué* en bloquant soit le numérateur, soit le dénominateur.

Le module *Crânes* (fig. 7) propose de « comparer plusieurs fractions » et le module *Fossé* (fig. 8) demande au joueur de « reconnaitre deux fractions équivalentes ».

[4] Ce terme vient de l'anglais « mixed fraction » qui désigne une fraction représentée sous la forme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.

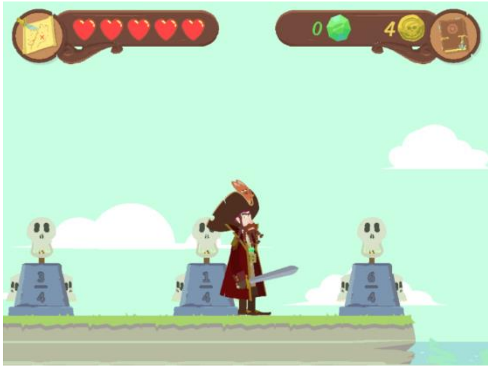



Fig. 7 : Module *Crânes*


Fig. 8 : Module *Fossé*

Pour le module *Crânes*, les variables sont la présence de dénominateurs différents et le nombre de fractions. Pour le module *Fossé*, les variables sont le nombre de fractions proposées et la forme de la fraction ciblée : forme usuelle, somme de fractions ayant le même dénominateur ou forme décimale.

A la fin de chaque niveau, le module *Enigmes* (fig. 9) propose de résoudre des problèmes donnés par écrit. Ces problèmes relèvent de la fraction d'une quantité et peuvent être modélisés par l'expression suivante : $a/b \times b = a$. Les questions posées sont de trois types : quelle est la quantité $a$ ? (Exemple 1) ; quelle est la quantité $b$ ? (Exemple 2) ; quelle est la fraction $a/b$ ? (Exemple 3). Les variables didactiques en jeu sont la taille des nombres proposés et leur rapport.

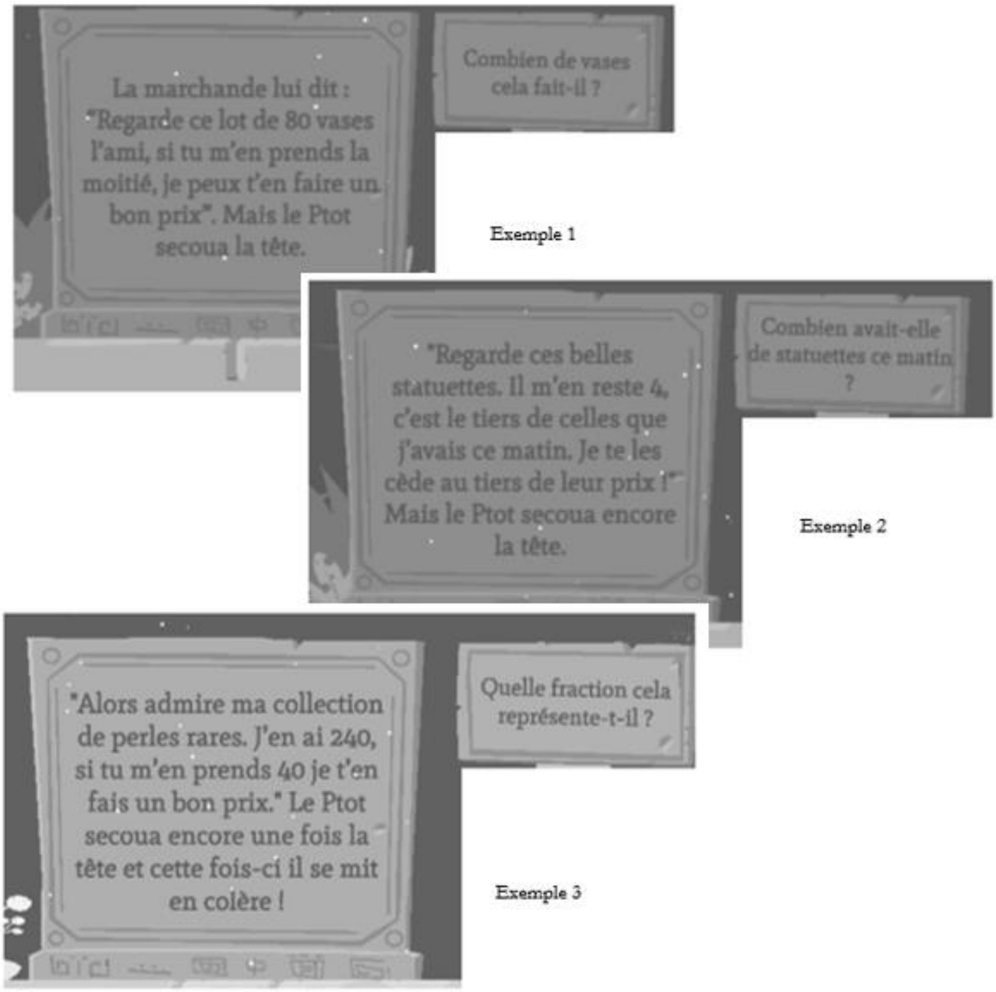



Fig. 9 : Module *Enigmes*

Dans son mémoire de master, Zarpas (2018) a montré la cohérence du jeu en terme de choix des types de tâches (représentativité, articulation), tout en relevant des améliorations possibles quant aux choix de certaines variables, notamment pour assurer une progressivité cohérente des apprentissages. L'étape suivante consiste alors à se demander si ce jeu, inclus dans une séquence d'apprentissage, est un support pertinent pour aider les élèves à apprendre et à conceptualiser les fractions. Nous présentons, dans la partie suivante, quelques résultats d'une expérimentation « pilote » en classe de fin de primaire (11-12 ans).

## EXPÉRIMENTATION PILOTE EN CLASSE

Selon Boullier (2009), le jeu vidéo favorise l'action et l'immersion. Cette immersion peut favoriser la dévolution didactique (Pelay, 2011). L'action et surtout la possibilité de recommencer sans conséquence, ce qui est propre aux jeux et en particulier aux jeux vidéo, peut aider à l'apprentissage (Astolfi, 1997). Enfin le cadre qui présente « un univers consistant, séduisant et fascinant par son réalisme » (Boullier, 2009, p. 240) est propice à la contextualisation des savoirs (Berry, 2006), ce qui peut être un support d'apprentissage important (Perrin-Glorian, 1994). Nous faisons alors l'hypothèse que le jeu vidéo didactique *MMF* peut être un outil riche pour l'apprentissage des fractions pour les raisons suivantes : différentes significations de la fraction sont travaillées, différents types de tâches sont répétés avec feed-back immédiats et chaque élève peut avancer à son propre rythme. Pour l'enseignant, le jeu peut aussi s'avérer être un support pertinent pour l'enseignement des fractions, d'une part grâce à la prise en charge de la progression didactique et d'autre part par la possibilité d'apporter des aides personnalisées aux élèves sur un module.

### Méthode

Pour vérifier ces hypothèses nous avons établi le protocole expérimental suivant : une ingénierie didactique avec une expérimentation en classe, couplée à un pré-test [avant l'expérimentation] et un post-test [après l'expérimentation]. L'ingénierie didactique consiste en une séquence d'enseignement intégrant l'utilisation du jeu en classe. Les tests ont été élaborés par nos soins, leur objectif était d'évaluer les attendus concernant l'apprentissage des fractions à la fin de la première classe de secondaire 1 en France. La séquence sur les fractions a été prévue sur quatre semaines avec pour chacune d'entre elle un objectif d'apprentissage ciblé :

Semaine 1 : définition, point de vue « partie-tout », utilisation d'une fraction pour mesurer.

Semaine 2 : comparaison et cas d'égalité.

Semaine 3 : placement et repérage d'une fraction sur une demi-droite graduée

Semaine 4 : décomposer/recomposer une fraction sous sa forme mixte.

Nous avons choisi à la fin de chaque semaine de faire jouer chaque enfant à *MMF*, sur une tablette pendant une séance d'une heure. Nous avons ciblé, pour ces séances, certains niveaux du jeu afin que les élèves se confrontent à un aspect des fractions mal maîtrisé, un aspect étudié durant la semaine précédant la séance et un aspect dont l'étude est planifiée dans la semaine à venir.

### Déroulement de l'expérimentation

L'expérimentation pilote a eu lieu dans une classe de fin de primaire (11-12 ans) comportant 27 élèves, au cours de l'année scolaire 2017-2018. La séquence proposée a suivi le canevas élaboré. Ainsi il y eut quatre séances de jeu : une première séance d'introduction avec la découverte du jeu et de ses premiers niveaux mettant en scène le point de vue « partie-tout », la mesure à l'aide d'une fraction et les comparaisons de fractions ; une seconde séance sur la comparaison de fractions ; une troisième sur la représentation avec la demi-droite graduée et une quatrième séance « plaisir » : les élèves étaient libres de tester le niveau qu'ils souhaitaient.

Les séances de jeu sur tablette (fig. 10) se sont déroulées comme suit : les élèves jouaient à *MMF* et s'ils rencontraient des difficultés, ils pouvaient demander de l'aide à leur enseignante. Elle essayait alors de les aider. Pendant ces séances, nous avons mené des observations sur huit élèves choisis à partir de leurs résultats au pré-test afin d'être représentatifs de la classe. Ces observations ont été ciblées sur les actions des élèves dans le milieu constitué de : la classe, l'enseignante et le jeu *MMF* sur tablette. Un chercheur a ainsi relevé, à l'aide d'une grille d'observation, les procédures, erreurs et difficultés des élèves dans la réalisation des modules du jeu, de manière synchronique et diachronique. Ces observations ont parfois été complétées par des questions posées directement aux élèves sur leur manière de procéder ou sur leurs difficultés rencontrées.

Fig. 10 : séance en classe

## Résultats

L'ensemble des élèves de la classe a obtenu en moyenne 35% de bonnes réponses au pré-test (738 items réussis sur 2139) et 66% au post-test[5] (1408 sur 2139) ; soit une progression de 91% (fig. 11).

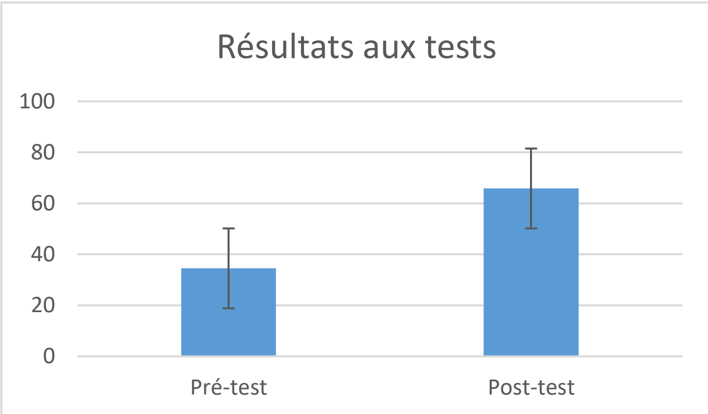



Fig. 11 : Résultats aux pré et post tests

Les résultats aux pré-tests indiquant que l'ensemble des élèves éprouvait des difficultés à concevoir une fraction supérieure à 1 (en particulier pour le point de vue partie-tout), nous avons décidé de focaliser nos observations sur cet aspect à travers les différents modules du jeu.

Nous avons constaté que les élèves ont particulièrement éprouvé des difficultés à comprendre les fractions supérieures à 1 dans les modules où le type de tâches relève de « exprimer une fraction à l'aide d'un partage géométrique ». Par exemple, dans le module *Guerriers* (fig. 3) où la tâche est de « colorier » la fraction d'une surface, certains élèves n'ont pas réussi tout de suite à comprendre la nécessité de faire apparaître plusieurs surfaces unités pour représenter une fraction supérieure à 1. Ils ont tâtonné en essayant plusieurs solutions puis ont demandé de l'aide à l'enseignante qui a alors fait le lien avec le travail effectué en classe sur ce type de fractions. De même, dans le module *Dragon* (fig. 2) qui demande aux élèves de « prendre » $a/b$ d'un fruit, on a pu observer, pour les élèves en difficultés, que le premier

[5] Précisons que ces tests sont conçus pour évaluer les connaissances et les compétences sur les fractions en fin de première année de secondaire 1. Les élèves de cette classe étant en dernière année de primaire, il était difficile pour eux d'obtenir plus de 90%.

essai les amenait toujours à sélectionner $b/a$ du fruit. Après que l'enseignante leur a bien fait prendre conscience que pour avoir $a/b$ d'un fruit, il fallait le découper en $b$ parties égales, ils ont commencé à tester les actions possibles avec un fruit coupé en $b$ parties égales et par tâtonnement sont arrivés à sélectionner $b$ parts puis $a$-$b$ nouvelles parts. Finalement, les élèves ayant surmonté l'obstacle de la construction d'une surface représentant une fraction supérieure à 1 pour la première fois en réussissant ces modules, ont ensuite réussi sans aide les mêmes modules avec des valeurs de variables didactiques différentes (valeurs du numérateur et du dénominateur, forme géométrique de la surface, découpage de la surface). Notons également que les modules relevant du type de tâche « exprimer un partage géométrique à l'aide d'une fraction » n'ont pas été problématiques pour les élèves. Dans les modules portant sur les types de tâches « placer une fraction sur une demi-droite graduée » et « repérer, à l'aide d'une fraction, une graduation d'une demi-droite graduée », les élèves n'ont pas éprouvé de difficultés particulières à comprendre les fractions supérieures à 1. De même, dans les modules de comparaison de fractions, les fractions supérieures à 1 n'ont pas posé de problèmes aux élèves.

Si on se focalise alors sur les items proposant des fractions supérieures à 1, les réussites passent de près de 24% (253 items sur 1058) au pré-test à environ 60% (637 sur 1058) au post-test, soit une progression de 152% (fig. 12).

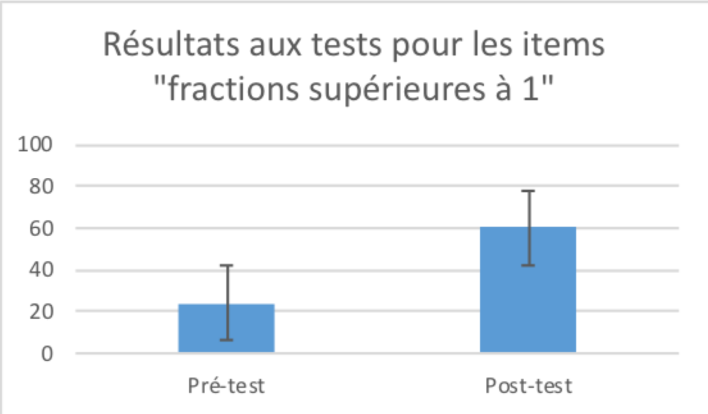



Fig. 12 : Résultats aux pré et post tests pour les items « fractions supérieures à 1 »

Nous avons pu constater une amélioration de 38% du nombre d'élèves qui réussissent à construire des représentations géométriques de fractions plus grandes que 1 et une amélioration de 65% du nombre d'élèves sachant représenter des fractions plus grandes que 1 sur une demi-droite graduée.

## Discussion

Nos observations ont mis en évidence la difficulté des élèves à conceptualiser les fractions supérieures à 1 dans un type de tâches particulier : celui de la représentation d'une fraction à l'aide d'un partage géométrique. Comme le soulignent Anselmo et Zucchetta (2018), cela peut provenir de la maîtrise fragile (car en construction) des notions d'unité et d'aire. Ces auteurs précisent que le travail sur les fractions de longueurs facilite la manipulation de nombres plus grands que l'unité car « il est aisé en effet de tracer un segment long comme 5/4 de bande-unité avec une seule bande-unité, alors qu'il est difficile de concevoir 5/4 de tarte avec une seule tarte… » (Ibid., p.36). Ceci explique également le fait que la droite graduée, faisant le lien entre le point d'une graduation et sa distance à l'origine, est une représentation qui facilite la compréhension des fractions supérieures à 1.

D'après nos observations, ce qui a permis de faire progresser les élèves sur ces modules et donc en particulier sur la conceptualisation des fractions supérieures à 1, ce sont les interactions avec l'enseignante. Elles ont été de deux natures : soit rattacher la situation de jeu aux apprentissages faits en classe (sans le jeu) ; soit aider les élèves à surmonter leurs difficultés (en les questionnant, en revenant à des manipulations de bandes unités ou en passant par des représentations de surfaces). En ce sens, le jeu est un support pertinent pour l'apprentissage et l'enseignement : il permet aux élèves de verbaliser leurs difficultés en posant des questions mathématiques sur le concept étudié (par exemple, « pour construire 4/3 d'une surface, faut-il la diviser en 3 ou en 4 ? » ou encore « je sais faire 1/10 de 50 mais comment faire 3/10 de 50 ? ») et il permet à l'enseignante de mettre en évidence le lien entre les tâches demandées dans les situations de jeu et les apprentissages faits en classe.

Les observations ont également révélé que le jeu fut une manière de faire travailler les élèves avec plaisir en permettant une très importante dévolution. En effet, certains modules sont accessibles aux élèves sans connaissance préalable, très intuitifs dans leur réalisation et avec des feed-back pour valider leur réponse. Ils ne nécessitent donc pas l'intervention de l'enseignante. Notons qu'une étude plus fine du processus de dévolution du jeu aux élèves serait nécessaire pour enrichir ces premiers résultats.

## CONCLUSION

Il n'est pas envisageable à ce stade de nos recherches d'affirmer que le jeu ait été un élément déterminant dans ces progrès, mais nos observations peuvent suggérer qu'il y a contribué. En particulier, il sera intéressant de comprendre plus précisément ce qui permet aux élèves de réussir un module : est-ce par l'utilisation de leurs connaissances sur les fractions ou est-ce par adaptation à la situation de jeu, sans faire appel à des connaissances mathématiques ? Il s'agirait alors de mener des expériences sur de plus grands échantillons d'élèves appareillés et randomisés avec des groupes sans tablette et des groupes avec tablette utilisant *MMF* afin de pouvoir établir plus précisément l'influence de ce jeu sur l'apprentissage des fractions chez les élèves. C'est ce que nous allons débuter, dans le cadre du projet DysCog, financé par la région Auvergne-Rhône-Alpes dont l'objectif est d'évaluer les effets de l'utilisation d'un jeu vidéo didactique sur les fractions (*MMF*) au sein d'une séquence d'apprentissage construite par l'enseignant. Six classes de fin de primaire (9 à 11 ans) sont engagées sur onze semaines. Elles sont réparties en deux groupes : un groupe expérimental où le jeu est un support lors des séances d'exercices de la séquence d'enseignement ; un groupe contrôle où les séances d'exercices sont plus « classiques », sur feuille et sans support tablette. Les outils d'évaluation seront construits à partir de ceux de l'expérimentation pilote, à savoir pré-test et post-test pour évaluer les connaissances des élèves sur les fractions et des observations en classe des séances d'exercices dans les deux groupes. Un post-test différé, trois mois après l'expérimentation, permettra également de mesurer les connaissances des élèves sur le moyen terme. Notons que ces tests permettront aussi de recueillir des informations sur le transfert de connaissances, les questions proposées étant dans un autre contexte que celui du jeu. Les premiers résultats seront obtenus courant 2019.

## BIBLIOGRAPHIE


Alvarez, J. & Michaud, L. (2008). *Serious Games Advergaming, edugaming, training...* IDATE. http://www.ludoscience.com/files/ressources/EtudeIDATE08_UK(1).pdf

Anselmo, B. & Zuccheta, H. (2018). *Construire des nouveaux nombres au cyle 3*. Paris : Réseau Canopé.

Astolfi, J.-P. (1997). *L'erreur, un outil pour enseigner*. ESF.

Bavelier, D., Green, C. S., & Dye, M. W. G. (2010). Children, Wired: For Better and for Worse. *Neuron*, *67*(5), 692–701.

Berry, V. (2006). Immersion dans un monde virtuel : jeux vidéo, communautés et apprentissages. Actes du colloque *Ludovia 2006* (CD Rom).

Boullier, D. (2009). Les industries de l'attention: Fidélisation, alerte ou immersion. *Reseaux*, *154*(2), 231–246.

Brougère, G. (2012). Le jeu peut-il être sérieux? Revisiter Jouer/Apprendre en temps de serious game. *Australian Journal of French Studies*, *49*(2), 117–129. https://doi.org/10.3828/AJFS.2012.10

Cyr, S., Charland, P. & Martin, R. (2016). Un jeu vidéo pour l'apprentissage des fractions au primaire. *Revue de Mathématiques pour l'école*, *226*, 8–12.

Fandiño Pinilla, M. I. (2007). Fractions: conceptual and didactic aspects. *Acta Didactica Universitatis Comenianae*, 7, 23–45.

Gee, J. P. (2005). Good Video Games and Good Learning. *Phi Kappa Phi Forum*, *85*(2), 33–37.

Gentile, D. A. & Gentile, J. R. (2008). Violent video games as exemplary teachers: A conceptual analysis. *Journal of Youth and Adolescence*, *37*(2), 127–141.

Lavigne, M. (2014). Les faiblesses ludiques et pédagogiques des serious games. *8es Journées Scientifiques de La Recherche à l'Université, Toulon*, 1–17.

Lortie-Forgues, H., Tian, J., & Siegler, R. S. (2015). Why is learning fraction and decimal arithmetic so difficult? *Developmental Review*, *38*, 201–221.

McEntee, C. (2012). Rational Design: The Core of Rayman Origins. Retrieved from https://www.gamasutra.com/view/feature/167214/rational_design_the_core_of_.php

Pelay, N. (2011). *Jeu et apprentissages mathématiques, Elaboration du concept de contrat didactique et ludique en contexte d'animation scientifique*. Thèse de doctorat, Université Claude Bernard Lyon.

Perrin-Glorian, M.-J. (1983). Représentation des fractions et des nombres décimaux chez les élèves de CM2. *Petit X,* 10, 5–29.

Perrin-Glorian, M.-J. (1994). Contraintes de fonctionnement des enseignants au collège : ce que nous apprend l'étude de « classes faibles ». *Petit X, 35,* 5-40.

Siegler, R. S., Duncan, G. J., Davis-Kean, P. E., Duckworth, K., Claessens, A., Engel, M., … Chen, M. (2012). Early Predictors of High School Mathematics Achievement. *Psychological Science*, *23*(7), 691–697.

Triclot, M. (2011). *Philosophie des jeux video*. Paris : Zones.

Zarpas, P. (2018). *Elaboration d'une praxéologie de référence sur les fractions pour une analyse didactique du jeu vidéo Math Mathews Fractions*. Université de Montpellier, ENS Lyon.

## SITOGRAPHIE

Kiupe, 2018. Math Mathews Fractions. Repéré à http://kiupe.com/games/math-mathews-fractions/

Ululab, 2014. Slice Fractions (version 1). Repéré à https://ululab.com/fr/slice_fractions/

# UN JEU DE COMMUNICATION AU CYCLE 1

Marina De Simone, Jana Lackova, Laura Weiss

Université de Genève

## INTRODUCTION

La journée « Futur en tous genres » est organisée chaque année dans le canton de Genève au mois de novembre pour que des adolescent.e.s découvrent une variété de métiers possibles, avec l'idée de « casser » certaines préconceptions qui attribuent socialement ces derniers à un sexe donné. Cette année une des professions présentées à des garçons de 9H (12-13 ans) était celle de maitre.sse d'école primaire. Plusieurs enseignant.e.s avaient accepté d'accueillir ces potentiels futurs enseignants dans leurs classes pour leur faire « expérimenter » la profession en s'essayant à l'enseignement à de jeunes élèves. Pour encadrer ces garçons lors de la journée, l'équipe de didactique des mathématiques de l'Université de Genève (DiMaGe) a proposé des activités mathématiques que les élèves de 9H pouvaient faire vivre aux élèves du primaire. Cet article décrit et analyse cette expérience, en ce qui concerne d'une part l'activité choisie et d'autre part les stratégies que les jeunes élèves ont mises en œuvre et les difficultés qu'ils ont rencontrées. La présence et le rôle des élèves adolescents comme enseignants en herbe ne font pas l'objet de cet article, même s'ils en sont le prétexte.

## LES MATHÉMATIQUES DANS LES PREMIÈRES CLASSES DE LA SCOLARITÉ

Trois des classes inscrites à la journée et sélectionnées pour recevoir une leçon de mathématiques étaient des 1H-2H. Il a donc fallu choisir une activité adaptée à ces très jeunes élèves de 4-5 ans. L'équipe DiMaGe avait précédemment adapté à partir du jeu « Logix[1] » une activité faisant appel au repérage dans le plan pour les élèves de cet âge. Telle que proposée aux élèves, l'activité consiste en un jeu de communication dans lequel un groupe d'élèves émetteurs donne des indications à un élève récepteur pour placer des pièces de différentes formes et couleurs sur un quadrillage.

A la suite de Pelay (2011), nous utilisons ici le terme de jeu en référence à « Brousseau [qui] considère le jeu au sens de Lalande […] comme une 'organisation d'[une] activité sous un système de règles définissant un succès et un échec, un gain et une perte' (Brousseau, 1998, p.82). Le joueur devient actant, c'est-à-dire celui qui 'dans le modèle agit sur le milieu de façon rationnelle et économique dans le cas des règles de la situation' (Brousseau, 2002, p. 3). 'Il agit en fonction de son répertoire de connaissances' (Brousseau, 2002, p.93) et met au point des stratégies ». (Pelay, 2011, p.58).

Dans le jeu considéré dans cet article, le groupe d'élèves a gagné (succès) quand le quadrillage est complété en cohérence avec les informations données (voir ci-dessous).

### Objet d'apprentissage ou outil de résolution de problèmes ?

Dès le début de la scolarité obligatoire (enfants de 4-5 ans), le plan d'études romand (PER) prévoit un enseignement par discipline. En mathématiques, il s'agit pour les élèves de commencer à structurer l'espace et le nombre. Ce premier axe se subdivise en deux champs : une première classification des formes et une première appréhension des positions des objets dans l'espace. La question qui se pose alors pour tout sujet d'enseignement, mais en particulier en géométrie, est de savoir s'il faut :

[1] Le jeu « Logix » est proposé aussi par les nouveaux moyens d'enseignement (http://www.plandetudes.ch/web/mer) 1H-2H dans l'axe thématique « Recherche et stratégies ». D'autres adaptations du jeu "Logix" ont été conçues et développées par Emprin (2009).

- d'abord enseigner le concept à travers ses propriétés et le vocabulaire qui lui est associé ou
- d'abord découvrir le concept à travers des activités qui le font intervenir comme outil de résolution de situations problématisées

Argaud et al. (1998) tranchent : « […] un concept peut intervenir comme outil de résolution de problème même si le mot qui le désigne n'a pas été introduit » (p.14), c'est-à-dire que la formalisation du concept, entre autres à l'aide d'un vocabulaire précis, peut n'arriver que dans une seconde étape. Par exemple, pour faire travailler les élèves sur le parallélisme, il n'est pas nécessaire qu'ils sachent ce que signifie « être parallèle » à l'aide du terme et d'une définition mathématique. En utilisant les propriétés du parallélisme dans le cadre de résolution de problèmes sur la base de l'idée provenant de leur vie quotidienne, les élèves construiront graduellement ce concept dans son abstraction et sa définition. Sa désignation pourra intervenir ultérieurement, lorsqu'il prendra son statut d'objet, en référence à la dialectique outil/objet (Douady, 1986 ; 1992).

Dans le cas qui nous intéresse, c'est à travers un jeu de communication qu'il est proposé aux élèves de 1H-2H de mettre en application les différentes notions liées au repérage, sans avoir travaillé préalablement le vocabulaire spécifique.

## Repérage relatif et absolu : quelques repères théoriques

Charnay et al. (2006) distinguent trois catégories de repérage : repérage relatif avec repères subjectifs, repérage relatif avec repères objectifs et repérage absolu.

Le premier type de repérage décrit l'espace depuis le point de vue de l'observateur, et cela de deux manières :

- le repère est sur le sujet et le repérage se fait par rapport à lui (devant moi, à ma gauche, etc.)
- le repère est un objet fixe (non orienté) et les indications sont données du point de vue de l'observateur (à gauche de l'arbre, devant la table, etc.)

Le repérage relatif avec repères objectifs est, quant à lui, indépendant du point de vue de l'observateur, c'est-à-dire que les objets choisis sont utilisés comme des points de référence (la pièce se trouve deux carrés à droite du triangle rouge).

En revanche, on parle de repérage absolu quand le système de repères est défini de façon indépendante de l'observateur et de tout autre objet jouant le rôle de repère (le numéro et la rue dans une adresse, l'indexation des éléments d'une matrice ou encore les coordonnées d'un point dans un système d'axes, etc.).

Dans le jeu tel que proposé par l'équipe DiMaGe, les élèves sont amenés à utiliser plusieurs types de repérage (dont certains peuvent s'avérer inefficaces), suivant leurs connaissances et les variantes du jeu.

## Le jeu choisi et les objectifs du PER en lien avec le jeu

### Description du matériel du jeu et ses variantes

Le jeu consiste à placer par l'élève récepteur dans un quadrillage (*feuille réponse*) des pièces de la bonne forme, de la bonne couleur et dans la bonne case selon les indications des élèves émetteurs (Fig. 1).

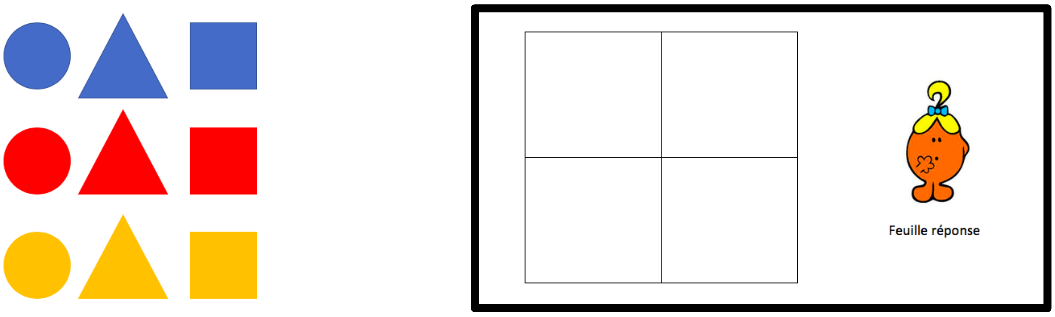



Fig. 1 : Les pièces de différentes formes et couleurs et un exemple du quadrillage de l'élève récepteur

Ces indications sont inscrites sur les cartes qui sont distribuées aux émetteurs. Il y a autant de cartes que de cases du quadrillage à remplir. Par exemple dans le cas de la Fig. 1, il y aura 4 cartes pour les élèves émetteurs. (Fig. 2).

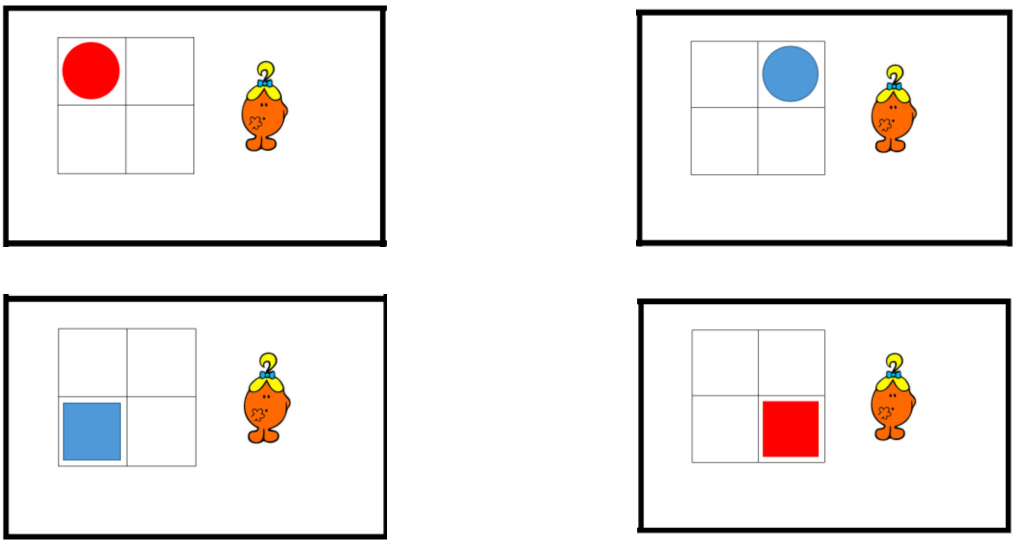


Fig. 2 : Des exemples de cartes des élèves émetteurs

Le jeu comporte aussi un quadrillage complété (*la feuille solution, Fig. 3*), permettant le contrôle de la réponse trouvée.

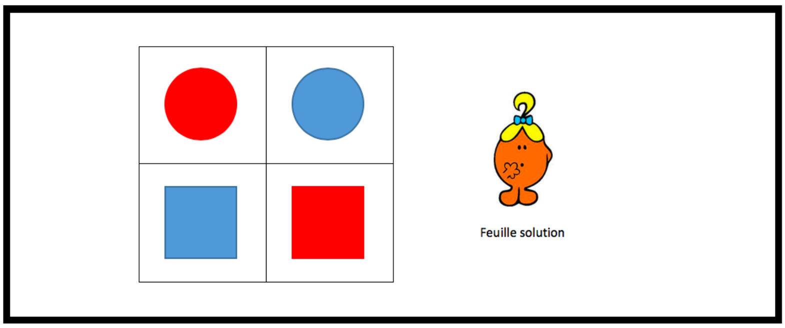



Fig. 3 : Un exemple de feuille solution

Pour ne pas laisser à la charge des élèves l'orientation de la feuille, toutes les cartes comportent à droite du quadrillage le dessin de Mme Pourquoi[2]. Trois formes géométriques (triangle, carré et rond) de trois couleurs possibles (bleu, rouge et jaune) sont à disposition pour être collées avec de la *Patafix* sur le quadrillage de l'élève récepteur.

L'activité propose cinq niveaux de difficulté selon différentes configurations du quadrillage. Le quadrillage le plus simple (2x2) est vide alors que les quadrillages 2x3 et 3x3 ont été conçus dans deux variantes : vides ou avec une pièce déjà placée. Les cartes des émetteurs correspondant à ces derniers comportent toutes cette même pièce en plus de la pièce à placer. Nous analyserons ces différents types de quadrillage dans la section consacrée à la discussion sur les variables didactiques.

### Déroulement du jeu

Pour jouer, la classe est subdivisée en petits groupes de 5/6 élèves. A tour de rôle, pour chaque nouvelle partie, chacun des élèves du groupe est le récepteur qui devra coller les pièces dans le quadrillage selon les indications des camarades du groupe. Ceux-ci reçoivent chacun une ou deux cartes et doivent communiquer au récepteur la forme, la couleur et la position de la pièce sur leur carte. Ainsi, les indications à donner peuvent être « mets le triangle rouge en bas à droite » ou bien « place le rond jaune en bas du côté de Mme Pourquoi » en fonction de ce que l'émetteur voit sur sa carte.

### Les indications du PER

Pour analyser le jeu, penchons-nous d'abord sur ce qu'indique le PER pour les mathématiques au premier cycle. Dans l'axe thématique 11 « Explorer l'espace », on trouve un chapitre intitulé « Repérage dans le plan et dans l'espace » qui précise deux progressions des apprentissages : « Découverte, exploration de l'espace et orientation en variant les points de référence *(son propre corps, d'autres personnes, d'autres objets…)* » et « Détermination de sa position ou de celle d'un objet *(devant, derrière, à côté, sur, sous, entre, à l'intérieur, à l'extérieur…)* selon différents points de repère ». Ces deux progressions sont à travailler en visant pour la fin du cycle (7-8 ans) l'attente fondamentale : « Au cours, mais au plus tard à la fin du cycle, l'élève … situe des objets par rapport à lui et par rapport à d'autres objets (devant, derrière, sur, sous, à côté de, entre, à l'intérieur de, à l'extérieur de) ». Le jeu proposé permet de travailler cette attente à travers la deuxième progression. Un autre chapitre de cet axe thématique « Figures et transformations géométriques » est travaillé avec ce jeu, puisque les élèves doivent reconnaître les formes pour les indiquer au récepteur, avec comme progression « Manipulation, observation et reconnaissance de formes géométriques simples : solides et formes planes » visant l'attente fondamentale « Au cours, mais au plus tard à la fin du cycle, l'élève … reconnaît et nomme le rond, le carré, le rectangle, le triangle ». Ces prescriptions permettent de considérer que le jeu proposé convient pour les classes dans lesquelles il a été expérimenté : il vise deux attentes fondamentales à acquérir au cycle 1 et correspond aux progressions du PER pour les classes 1H-2H.

## L'ANALYSE A PRIORI DU JEU

Nous présentons ci-après l'analyse à priori (Artigue, 2002) du jeu proposé.

### Les variables didactiques

#### Le repérage des cases du quadrillage

Pour ce jeu, les élèves peuvent utiliser deux types de repérage : le repérage absolu et le repérage relatif avec repères objectifs (par rapport à la pièce déjà placée sur le quadrillage). Chaque type de repérage fait appel à un vocabulaire particulier.

[2] Roger Hargreaves, Mme Pourquoi, collection Monsieur Madame, Hachette jeunesse, mai 2007.

Dans un quadrillage, il faut deux critères de repérage absolu : la ligne et la colonne, la case se trouvant à leur intersection. Avec les modalités de ce jeu, c'est-à-dire dans un quadrillage 3x3 au maximum, les lignes et les colonnes sont caractérisées par des mots tels que : *en haut, en bas, au milieu* (indication de la ligne), et *à gauche, à droite*, *au milieu* (indication de la colonne). Ce repérage est suffisant pour décrire efficacement la position d'une pièce.

En ce qui concerne le vocabulaire lié au repérage relatif, les élèves peuvent utiliser les mots *à gauche de, à droite de, à côté de*, *entre*, *en dessous de, au-dessus de.*

Nous allons maintenant identifier les variables didactiques intrinsèques au jeu afin de comprendre quel type de repérage et quel type de vocabulaire seront favorisés.

*Le nombre de cases du quadrillage* joue sur la richesse du vocabulaire employé. Nous avons opté pour des quadrillages avec 4, 6 ou 9 cases. Cette taille pourrait être augmentée, mais cela nécessiterait d'élargir le vocabulaire mentionné ci-dessus. Selon la taille du quadrillage, le repérage absolu nécessite un certain nombre des mots pour être mis à l'œuvre :

- le quadrillage 2x2 mobilise les mots *en haut, en bas*, *à gauche, à droite* et nécessite deux critères de repérage absolu parmi 4 combinaisons possibles ;
- le quadrillage 2x3 (2 lignes, 3 colonnes) nécessite l'ajout de *au milieu* par rapport au quadrillage 2x2 (*en haut, en bas, à gauche, à droite, au milieu*), ce qui crée 6 combinaisons possibles ;
- dans le quadrillage 3x3, le mot *milieu* a deux significations possibles : soit la colonne du milieu soit la ligne du milieu, mais il n'y a pas besoin de l'expliciter, car le second critère énoncé pour décrire la position de la pièce suffit à le définir. Par exemple, si on dit *en haut au milieu* on comprend que *en haut* se réfère à la ligne et *au milieu* se réfère à la colonne ou si on dit *à gauche au milieu* on comprend qu'*à gauche* désigne la colonne et *au milieu* indique la ligne. De plus, dans le quadrillage 3x3 il y a une case centrale, qui n'est pas présente dans les autres cas et qui peut être repérée simplement par *au milieu.*

**La présence de Mme Pourquoi**

*La présence de Mme Pourquoi* prend en charge le problème de l'orientation du quadrillage et des cartes. En plus, elle permet aux élèves de remplacer les mots *à droite*, *à gauche* par *du côté de Mme Pourquoi* ou *du côté sans Mme Pourquoi*, au cas où les notions de gauche ou de droite ne seraient pas encore bien ancrées chez les jeunes élèves.

**La configuration du quadrillage**

Cette variable didactique concerne la configuration du quadrillage et des cartes. Les quadrillages 2x3 et 3x3 peuvent être vides ou comprenant une pièce déjà placée à l'intérieur du quadrillage. Si le quadrillage est vide, le seul repérage mobilisable et efficace est le repérage absolu. Si le quadrillage contient déjà une pièce placée, les élèves émetteurs peuvent l'utiliser comme repère pour donner les indications où placer leur pièce. Dans ce cas de figure, il s'agit d'un repérage relatif aux pièces déjà placées et favorise l'usage des mots comme *à côté de*, *en dessous de*, *au-dessus de*, etc.

**Les modalités de communication : visibilité de la feuille réponse et proximité des élèves**

Cette variable didactique est étroitement liée à la précédente et concerne les modalités de communication : *la feuille réponse* du récepteur (c'est-à-dire le quadrillage à remplir) est visible par les émetteurs ou pas. Si on veut que tous les émetteurs soient dans les mêmes conditions, il faut s'assurer que *la feuille réponse* du récepteur ne soit pas visible par les émetteurs. Cela oblige aussi le dernier émetteur à donner toutes les instructions nécessaires. Ainsi, le dernier aura encore une vraie tâche à accomplir, celle d'indiquer la position de sa pièce.

Si la tâche s'avère trop difficile, on peut opter pour la visibilité de la *feuille réponse*. Entre alors en jeu la proximité des élèves émetteurs et récepteurs : si les élèves sont proches, l'élève peut indiquer avec son doigt où mettre la pièce sur la *feuille réponse*. Si les élèves voient la *feuille réponse*, mais en sont suffisamment éloignés pour ne pas la pointer, ils utiliseront des critères relatifs par rapport à la pièce mal placée (« non, pas là, un peu plus haut ») dans le cas d'une éventuelle erreur du récepteur.

**Les formes et les couleurs disponibles**

Enfin, une dernière variable didactique est le nombre possible de formes et de couleurs des pièces. Celle-ci se combine avec la possibilité pour le récepteur de n'avoir à disposition que les pièces correspondant à la solution donnée par les cartes associées, ou bien davantage de pièces parmi lesquelles choisir, dont certaines sont inutiles. Dans ce deuxième cas, la tâche devient plus complexe pour l'élève récepteur.

## Les compétences nécessaires et les difficultés prévisibles

Dans le cadre de l'analyse à priori du jeu proposé, nous tentons maintenant de lister les compétences nécessaires pour réussir une partie. Celles-ci dépendent évidemment des variables didactiques choisies, mais on peut d'abord envisager les connaissances nécessaires pour jouer. *L'élève émetteur* doit reconnaître la couleur et la forme de la pièce qu'il a sur sa carte, éventuellement en se faisant aider par les autres émetteurs. Il doit ensuite communiquer forme et couleur (par exemple un triangle jaune) et la position de la pièce dans sa carte. Concernant la position, on peut considérer que des élèves de 4-5 ans maîtrisent les termes *en haut*, *en bas* (et *au milieu* pour le quadrillage 3x3), ce qui leur donne la ligne du quadrillage. Il n'en va pas de même pour la colonne qui peut être définie par *à droite* ou *à gauche*, notions qui à cet âge ne sont familières qu'à une minorité d'élèves. On peut laisser ces derniers se débrouiller en espérant qu'ils trouvent par eux-mêmes un repère en s'aidant de Mme Pourquoi (du côté de Mme Pourquoi ou du côté sans Mme Pourquoi), ce qui remplace respectivement droite et gauche ou qu'ils retrouvent la droite et la gauche en sachant avec quelle main ils écrivent ou mangent.

Quant à l'*élève récepteur,* il doit aussi reconnaître la pièce en jeu par sa forme et couleur et comprendre les indications sur sa position. Si le quadrillage est visible par les élèves émetteurs, en général la rétroaction est immédiate de la part des émetteurs ; si le quadrillage n'est pas visible par ces derniers, la tâche du récepteur se simplifie après avoir placé quelques pièces et s'il y a des erreurs il peut les corriger en redemandant aux émetteurs précédents leurs indications. D'un certain point de vue le jeu est alors autocorrectif.

Dans la variante avec une pièce déjà placée, il faut d'abord que tous les *élèves émetteurs* constatent quelle est la pièce qui est déjà placée en comparant leurs cartes, et ceci plus spécialement s'ils ne voient pas le quadrillage à remplir sur lequel la pièce est aussi présente. Dans ce cas de figure, les élèves peuvent utiliser des critères comme *plus haut*, *plus loin*, *à côté de*.

Pour l'*élève récepteur*, la pièce déjà placée diminue les cases disponibles rendant la tâche plus facile.

Les difficultés prévisibles des élèves sont d'abord liées à leur plus ou moins bonne capacité d'organisation : est-ce que des élèves de 4-5 ans peuvent être suffisamment autonomes pour jouer en petits groupes sans que l'enseignant.e gère l'organisation du matériel, les tours de parole, la fin d'une partie et le début de la suivante ?

Il peut y avoir ensuite des confusions sur les formes, plus particulièrement entre carré et triangle, plus rarement sur les couleurs. Enfin, la connaissance des mots *haut*, *bas*, *gauche*, *droite* (associée à leur sens, par exemple savoir montrer sa main droite) ne garantit pas la compétence de distinguer la droite sur la carte et sur le quadrillage.

Dans un autre ordre d'idées, si la *Patafix* ne tient pas correctement les pièces placées, celles-ci peuvent tomber et il s'agit de retrouver les positions initiales. Enfin, on peut se demander si la vérification avec la *feuille solution* est possible pour des élèves aussi jeunes.

## Le déroulement dans les trois classes

Dans les trois classes, après un moment d'explication collective du jeu sur la base d'exemples, les élèves répartis en groupes de cinq ont fait cette activité pendant environ une heure. Nous avons rapidement constaté que ces jeunes élèves n'étaient pas capables de s'organiser pour jouer, ce qui a été résolu en ayant un adulte meneur du jeu dans chaque petit groupe (l'enseignant.e, les adolescents de « Futur en tous genres » et les auteures de l'article). Cela pourrait donc s'avérer plus compliqué dans une configuration normale avec un.e seul.e enseignant.e dans la classe.

Comme, en plus de la reconnaissance des formes, l'objectif de l'activité était de construire le vocabulaire de repérage (relatif et/ou absolu), le choix s'est fait de ne pas montrer les cartes des élèves émetteurs à l'élève récepteur. Par contre, les émetteurs pouvaient ou non se montrer les cartes entre eux, même si certains élèves de 2H voulaient (et réussissaient) à donner tout seuls une indication complète. Nous avons pu constater une autre complication liée au matériel : la transparence des cartes des émetteurs permettait parfois au récepteur de voir la position de la pièce, ce qui pouvait être une aide, mais aussi résulter dans des images miroir, source de difficultés et d'erreurs potentielles.

La position gauche/droite a posé problème dès le départ. En effet, dans une des classes, l'enseignante a donné l'indication, à destination des élèves émetteurs, que, dans la salle, la porte était à droite et la fenêtre à gauche. Ce repérage relatif avec repère subjectif a compliqué la communication, car l'élève qui devenait à son tour récepteur était assis face aux camarades, mais continuait de s'appuyer sur cette référence, obtenant la position opposée à celle voulue. Après deux résolutions « miroir », l'adulte meneur du jeu a compris l'origine de l'erreur et a proposé d'abandonner l'utilisation de la dénomination gauche/droite au profit de la proximité ou de l'éloignement de la pièce par rapport à Mme Pourquoi, validant par là un repérage plus accessible aux élèves.

L'utilisation du quadrillage avec une pièce déjà placée au lieu de donner une référence supplémentaire pour indiquer la position a compliqué fortement le jeu. Cela provenait du fait que si le récepteur ne voulait pas montrer le quadrillage et certains élèves leur carte, la communication pouvait concerner la pièce déjà placée (dans le quadrillage et sur toutes les cartes). Lors de l'explication initiale en effet, l'information sur la pièce déjà placée n'avait pas été donnée de manière compréhensible pour les élèves. Une façon de remédier à cette difficulté serait de demander au récepteur de commencer par communiquer aux émetteurs la forme et la couleur de la pièce déjà placée (information suffisante puisqu'aucune feuille réponse ne comportait 2 pièces identiques).

De façon générale plusieurs élèves ont progressé rapidement dans la reconnaissance des formes (les couleurs n'ont pas posé de difficulté), juste une petite fille a continué à confondre triangle et carré : les autres émetteurs la corrigeaient peut-être trop vite pour qu'elle puisse intégrer la correction.

Par ailleurs, les enfants ont bien aimé le jeu, mais sa durée était excessive. Le dernier quart d'heure réservé à une institutionnalisation par les adolescents de « Futur en tous genres » sur la nécessité de donner des indications complètes (d'une part couleur et forme, et d'autre part les deux critères *haut/bas* et *droite/gauche* ou du côté de Mme Pourquoi ou de l'autre) ne réveillait plus l'intérêt de tous les élèves. A leur décharge, les adolescents n'étaient pas des « pros » de l'institutionnalisation.

## Conclusion

Ce jeu, grâce à ces différentes variantes, présente un bon potentiel pour construire et mettre en pratique les notions de repérage chez les élèves de 1H-2H avec la reconnaissance des formes et des couleurs.

Nous avons remarqué que les élèves se référaient plus souvent au repérage relatif qu'au repérage absolu. Nous faisons l'hypothèse que cela est lié à la difficulté, chez les jeunes élèves avant six ans, de reconnaître la droite et la gauche. Souvent on se réfère à la main avec laquelle on écrit pour designer la droite, or tous les enfants ne sont pas droitiers. De plus, l'exemple de la porte et de la fenêtre de la salle de classe n'est pas adapté parce que la position de la porte et de la fenêtre en tant que gauche et droite est relative au sujet. C'est grâce à la présence de Mme Pourquoi sur le quadrillage et les cartes qu'il est possible de décréter, sans ambiguïté, la droite et la gauche dans ce jeu.

En ce qui concerne la phase d'institutionnalisation avec les élèves, nous suggérons de donner des exemples concrets, sans appesantir sur la couleur et la forme des pièces qui ne posaient pas de problème. En revanche, il est utile de se focaliser sur les différentes manières possibles d'indiquer la position d'une pièce.

Avec les élèves de cet âge, le déroulement de cette activité en classe peut s'avérer un peu compliqué quant au niveau d'autonomie des groupes. Une piste pour dépasser cette difficulté serait de proposer ce jeu en demi-classe ou en classe entière, mais avec l'aide d'un stagiaire.

Pour les enseignant.e.s interessé.e.s, le jeu est disponible auprès de l'équipe DiMaGe[3].

## BIBLIOGRAPHIE

Argaud, H.-C., Castry, O., Castry, A., Maillard, M. & Valesa, M.-H. (1998). Où placer le jeton ? Utiliser la structure en lignes et colonnes pour résoudre un problème de repérage dans le plan (2). *Grand N*, *64*, 9–25.

Artigue, M. (2002). Ingénierie didactique : quel rôle dans la recherche didactique aujourd'hui ? *Les Dossiers des Sciences de l'Éducation*, *8*(1), 59–72. https://doi.org/10.3406/dsedu.2002.1010

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Brousseau, G. (2002). Les doubles jeux de l'enseignement des mathématiques. *Revue du Centre de Recherches en Education*, *22-23*, 83-155.

Charnay, R. & Douaire, J. (2006). *Ermel-Apprentissages Géométriques et résolution de problèmes au cycle 3*. Paris : Hatier.

Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique de la Suisse romande et du Tessin (CIIP). (2010). *Plan d'études romand, Mathématiques et Sciences de la Nature*. Neuchâtel : Secrétariat général de la CIIP. Retrieved from http://www.plandetudes.ch.

Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, *7*(2), 5–31.

Douady, R. (1992). Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères - IREM, 6*, 132-158.

Emprin, F. & Emprin-Charotte, F. (2009). *Un rallye mathématique à l'école maternelle? Oui c'est possible!* Reims : SCEREN-CRDP Champagne-Ardenne.

Pelay, N. (2011). *Jeu et apprentissages mathématiques : élaboration du concept de contrat didactique et ludique en contexte d'animation scientifique*. Thèse de doctorat, Université Claude Bernard-Lyon I.

[3] https://www.unige.ch/fapse/dimage/fr/

# UN JEU POUR EVALUER LES COMPETENCES NUMERIQUES D'ELEVES A BESOINS EDUCATIFS PARTICULIERS : RETOURS SUR LES EXPERIMENTATIONS DE TROIS ENSEIGNANTES SPECIALISEES

Carine Reydy, Patrick Urruty

ESPE d'Aquitaine, université de Bordeaux, Lab-E3D

## INTRODUCTION

En France, la loi du 11 février 2005 pour « l'égalité des droits et des chances, la participation de la citoyenneté des personnes handicapées » a renforcé le principe de l'inclusion scolaire de tous les enfants, sans aucune distinction. Pour les élèves présentant un handicap qui ne leur permet pas une scolarisation individuelle continue dans une classe ordinaire, il existe des dispositifs, les ULIS[1], qui leur font bénéficier de temps de scolarisation en classe ordinaire alternés avec des temps de scolarisation en classe spéciale pilotés par un enseignant spécialisé. Ces dispositifs existent en école primaire (élèves de 3 à 11 ans), en collège (élèves de 11 à 15 ans) ou en lycée (élèves de 15 à 18 ans) et pour différents types de handicaps. Nous nous intéressons ici aux ULIS accueillant des élèves porteurs de troubles des fonctions cognitives ou mentales, de troubles spécifiques du langage et des apprentissages ou bien de troubles envahissants du développement. Les missions de l'enseignant spécialisé coordonnateur d'une ULIS sont régies par un référentiel de compétences qui précise qu'il doit :

> exercer une fonction d'expert de l'analyse des besoins éducatifs particuliers et des réponses à construire [...] en contribuant à l'élaboration de parcours de formation adaptés visant une bonne insertion sociale et professionnelle, en se dotant et utilisant des méthodes et outils d'évaluation adaptés, [...] en adaptant les situations d'apprentissage, les supports d'enseignement et d'évaluation, en élaborant ou en contribuant à l'élaboration et la mise en œuvre de projets individualisés dans une perspective d'un parcours de réussite. (MEN, 2017)

Ainsi, l'évaluation des compétences des élèves est au cœur du métier de l'enseignant spécialisé car c'est elle qui lui permet d'élaborer et de mettre en œuvre des projets individualisés afin d'inscrire les élèves dans la perspective d'un parcours de réussite.

### L'évaluation

Bloom et al. (1971) ont développé une typologie qui permet de définir trois grands types d'évaluation : l'évaluation diagnostique qui intervient avant le processus d'apprentissage et permet de situer l'élève dans ses apprentissages, l'évaluation formative qui intervient à n'importe quel moment de l'apprentissage et sert à situer l'élève dans le processus d'apprentissage, et l'évaluation sommative qui intervient à la fin du processus d'apprentissage et a pour but de mesurer où en est l'élève par rapport à un objectif fixé. Dans les recherches récentes (Allal & Mottier-Lopez, 2007), la notion d'évaluation est remplacée par celle de régulation des apprentissages. Il s'agit, en combinant les dispositifs évaluatifs (diagnostique/formatif/sommatif), de donner à l'élève des informations qui lui permettent de modifier

[1] Unités localisées pour l'inclusion scolaire.

ou d'ajuster son travail. Ces rétroactions peuvent provenir de l'enseignant qui adapte son enseignement ou d'un ou plusieurs autres élèves. En référence à ces travaux, nous entendons par évaluation tout ce que l'enseignant fait pour prendre des informations sur ce que font ou savent les élèves, la façon dont il interprète ces informations et les exploite. En ce sens, l'évaluation est indissociable du processus d'apprentissage. Cette vision nous semble particulièrement adaptée au contexte de l'enseignement spécialisé, comme nous le développerons ci-après.

### Des difficultés constatées

Si l'évaluation des compétences est cruciale dans le métier d'enseignant spécialisé, c'en est aussi l'une des principales pierres d'achoppement. En effet, les enseignants spécialisés ne disposent pas d'outils spécifiques pour évaluer les élèves en mathématiques. Des travaux précédents montrent qu'ils ont des difficultés à adapter des ressources de l'enseignement ordinaire ou à utiliser à bon escient des ressources empruntées aux professionnels de la santé (orthophonistes, psychologue…) (Reydy, 2015). Les connaissances des élèves sont souvent qualifiées de fragiles, voire d'instables :

> Même lorsque les élèves ont progressé, leurs compétences ne sont pas assez solides pour qu'on puisse les considérer comme acquises. Cela ne veut pas dire que ces élèves ne savent rien, bien au contraire, mais leurs acquis ne sont observables que dans un cadre prédéfini qui tient compte des difficultés d'adaptation et de l'insécurité générée par une situation nouvelle non vécue antérieurement. (Portevin-Serre, 2016)

Dans le travail que nous présentons ici, nous avons recensé et analysé les conceptions d'enseignants spécialisés concernant l'évaluation des compétences mathématiques de leurs élèves afin de comprendre les difficultés qu'ils rencontrent, puis nous avons conçu et étudié les potentialités d'un dispositif d'évaluation en mathématiques sous forme de jeu pour des élèves d'ULIS.

## UNE RECHERCHE-ACTION COLLABORATIVE

### Description du projet

Notre projet est une recherche collaborative qui permet de rentrer dans une « dynamique qui [...] met en avant l'idée de rapprocher les préoccupations du « monde de la recherche » et celles du « monde de la pratique », de travailler avec plutôt que sur les praticiens » (Bednarz, 2013, p.7). Il s'inscrit dans une recherche-action portée par la commission CARDIE-ESPE[2] d'Aquitaine sur la période 2016-2019 qui comporte trois phases.

La première phase qui s'est déroulée lors de l'année 2016-2017 avait pour objectif d'analyser des pratiques déclarées d'enseignants spécialisés concernant l'évaluation des compétences mathématiques de leurs élèves. En particulier, nous avons cherché à savoir s'il existait des différences de conception à ce sujet chez les enseignants en fonction du public auquel ils s'adressent et si l'on pouvait identifier des gestes professionnels caractéristiques de l'enseignement spécialisé concernant l'évaluation. Pour ce faire, nous nous sommes appuyés sur les réponses à un questionnaire de 12 enseignants spécialisés exerçant auprès du public visé et 12 enseignants exerçant en classe ordinaire de primaire (élèves de 3 à 11 ans).

La deuxième phase qui s'est déroulée lors de l'année 2017-2018 a été dédiée à la conception d'un dispositif d'évaluation des compétences mathématiques des élèves sous forme de jeu et à un pré-test dans trois ULIS. Lors de réunions régulières avec les enseignantes spécialisées, nous avons mis au jour les difficultés rencontrées, les éléments qui pouvaient être supprimés, améliorés, complétés, etc. Le

---

[2] CARDIE : Conseil Académique en Recherche-Développement, Innovation et Expérimentation ; ESPE : École Supérieure de Professorat et d'Éducation, actuellement centre de formation des enseignants en France.

dispositif a été réajusté en conséquence et remis à l'épreuve. Des séances d'utilisation du dispositif ont été filmées dans les trois ULIS.

La troisième phase qui se déroule pendant l'année 2018-2019 concerne la réalisation et la mise en place d'un module de formation pour 21 enseignants spécialisés volontaires autour de la question de l'évaluation des compétences mathématiques des élèves qui présentent des troubles importants des fonctions cognitives. Le module est constitué de deux séances : la première, en début d'année, est dédiée à une sensibilisation aux questions posées par l'évaluation des compétences mathématiques des élèves en situation de handicap et à la présentation du jeu. La seconde, qui aura lieu en fin d'année scolaire (afin que les participants aient eu le temps de faire fonctionner le dispositif), permettra un bilan collectif de ses atouts et de ses limites.

### Résumé des résultats de la phase 1

Nous décrivons très brièvement les résultats obtenus à l'issue de l'analyse du questionnaire car nous souhaitons surtout nous consacrer à la présentation de jeu et détailler quelques éléments d'analyse qui découlent des pré-tests dans les trois ULIS. Le cadre théorique principal que nous convoquons est celui de la double-approche ergonomique et didactique (Robert, 2008) qui considère les pratiques enseignantes dans leur relation avec les apprentissages des élèves, mais aussi en prenant en compte le fait qu'il s'agit d'exercer un métier. Nous utilisons le découpage en cinq composantes définies par Robert et Rogalski (2002) pour analyser plus finement les difficultés évoquées par les enseignants en situation d'évaluation des compétences mathématiques de leurs élèves.

En résumé, nous voyons se dégager de l'analyse des réponses aux questionnaires un style évaluatif vers lequel les enseignants spécialisés souhaiteraient tendre sans réellement y parvenir : il s'appuie sur l'idée d'une « évaluation en situation » qui renvoie à la notion de régulation définie en introduction, mais sans référence à l'autoévaluation qui est presque absente des réponses. Ce style est proche de celui décrit par les enseignants d'école maternelle (élèves de 3 à 6 ans), mais se démarque de celui décrit par les enseignants d'école élémentaire (élèves de 6 à 11 ans) qui évoquent tous des évaluations sommatives de type « papier-crayon ». Les enseignants spécialisés justifient leur prise de distance avec ce mode d'évaluation « ordinaire » en faisant référence à des caractéristiques de leurs élèves liées à leur handicap qui rendraient caduque son utilisation.

## DESCRIPTION ET ANALYSE DU DISPOSITIF

### Description

Compte-tenu des résultats de la phase 1, nous avons cherché à concevoir un dispositif d'évaluation en situation qui n'utilise pas un support traditionnel « papier-crayon ». Nous avons choisi de cibler dans un premier temps le domaine « Numération et calcul » pour un niveau correspondant aux attendus de fin de cycle 2[3], ce qui nous semblait correspondre à une majorité des élèves des classes test avec lesquelles s'est déroulée la phase 2.

Le support que nous avons réalisé et proposé aux trois enseignantes spécialisées est constitué de cartes plastifiées dotées d'un système de classement et d'un livret d'évaluation de chaque élève.

[3] Le cycle 2 correspond aux trois années de scolarisation d'élèves de 6 à 9 ans dans l'enseignement français.

Fig. 1 : Cartes dans les boîtes de rangement

Fig. 2 : Livret d'évaluation d'un élève

Les cartes (voir un exemple en figure 3) contiennent au recto cinq questions mathématiques du même type et au verso les cinq réponses correspondantes. Le domaine (numération ou calcul) est indiqué en haut du recto. D'autre part, plusieurs indications renseignent l'enseignant sur la tâche proposée. Un sablier indique qu'il s'agit d'une activité nécessitant un certain temps de réflexion alors qu'un éclair signifie que la réponse doit être rapide car on vise davantage une automatisation. Un code comprenant des chiffres et des lettres (c2C43 dans l'exemple de la figure 3) renvoie au cycle visé (c2 pour cycle 2) et à une sous-compétence (C43 : calculer en utilisant des écritures en ligne additives, soustractives, multiplicatives, mixtes) d'une compétence (C3 : calculer avec des nombres entiers), toutes deux tirées des programmes d'enseignement français (MEN, 2015 p.77-78). Pour faciliter l'utilisation, chaque sous-compétence est associée à une couleur (rouge pour la sous-compétence c2C43). Chaque sous-compétence des programmes est également déclinée en une série de tâches appelées A1, A2, A3, etc. Dans l'exemple de la figure 3, la tâche A1 consiste à faire un « calcul en ligne d'addition ». Lors de la conception du dispositif, notre intention était d'offrir ainsi à l'enseignant un panel d'activités qui pourrait éventuellement enrichir son « répertoire didactique », par extension de la terminologie introduite par Gibel (2006). Enfin, le champ numérique concerné par les questions posées sur la carte est noté en haut du verso et une échelle de 1 à 4 indique le degré de difficulté au sein de l'activité, indépendamment du champ numérique. Pour déterminer cette échelle de difficulté, nous avons joué sur des variables didactiques autres que celle de la taille des nombres (par exemple pour les calculs, le nombre de retenues, la présence ou l'absence de 0 dans l'écriture des nombres, le nombre de chiffres dans l'écriture des deux nombres concernés par le calcul, etc.). Nous avons fait l'hypothèse qu'elles seraient rendues suffisamment « transparentes » pour que l'enseignant utilisant le jeu les identifie facilement. Nous rejoignons ici les conclusions de Jacinthe Giroux et Ste-Marie (2015) pour qui la mise à disposition d'outils didactiques auprès des enseignants spécialisés les conduirait à mieux réguler leurs interventions, en contexte évaluatif notamment.

Fig. 3 : Exemple de carte recto et verso

Le livret d'évaluation-élève, qui permet d'évaluer les compétences de chaque élève, reprend le même système de classement des compétences, sous-compétences et tâches. En particulier, le même code couleur est utilisé pour simplifier l'utilisation, les activités sont décrites succinctement et les degrés de complexité sont également signifiés avec la même échelle que sur les cartes.

Enfin, nous avons donné aux trois enseignantes un modèle de plateau de jeu comportant une piste vierge en leur laissant la charge de compléter le plateau et de créer une règle du jeu avec leurs élèves. Notre intention était d'une part de favoriser l'implication des élèves dans le projet et d'autre part de permettre à chacune des enseignantes de proposer une règle adaptée à son groupe d'élèves.

Fig. 4 : Les trois plateaux

Dans les trois classes, les élèves ont convenu d'utiliser un dé et de fabriquer un plateau comportant des cases ordinaires (il faut répondre à une question posée sur une carte-recto-verso) et des cases spéciales (par exemple, « Recule de trois cases », « Rejoue », « Passe ton tour », etc.). Avant le début du jeu, l'enseignante préparait pour chaque élève un lot de cartes comportant des questions ciblées sur les compétences qu'elle souhaitait évaluer chez cet élève. Pendant les parties, l'enseignante renseignait les livrets d'évaluation individuels des élèves en fonction des réponses qu'ils fournissaient aux questions.

## Pourquoi un jeu ?

Plusieurs raisons ont guidé notre choix de proposer un dispositif d'évaluation sous forme de jeu : d'une part, cela correspond à la volonté émise par les enseignants spécialisés de disposer d'un support d'évaluation en situation. D'autre part, nous avons fait le pari qu'une modalité de type jeu favoriserait l'engagement des élèves et limiterait le facteur stress, ce dernier étant systématiquement évoqué par les enseignants spécialisés dans leurs réponses au questionnaire. Enfin, nous souhaitions que le dispositif puisse conduire à une mise en œuvre en groupe afin de permettre des interactions entre élèves autour des notions mathématiques abordées.

## Éléments d'analyse des trois mises en œuvre

Nous nommerons les trois enseignantes spécialisées qui ont testé le dispositif lors de l'année 2017-2018 Céline, Marie et Élodie : Céline enseigne en ULIS-école (élèves de 6 à 11 ans) et Marie et Élodie en ULIS-collège (élèves de 11 à 15 ans). Au mois de septembre 2018, nous avons mené des entretiens individuels avec chacune d'entre elles lors desquels nous leur avons demandé de faire un bilan de l'expérimentation qu'elles avaient menée l'année précédente.

**Le jeu permet de faire travailler les élèves ensemble malgré l'hétérogénéité du groupe**

Pour favoriser une utilisation selon une modalité de travail collective, nous avons présenté le dispositif aux trois enseignantes spécialisées comme étant un jeu de plateau. Lors des entretiens de septembre 2018, toutes les trois s'accordent d'ailleurs sur l'intérêt du travail de groupe et le rôle des interactions. Élodie, par exemple, explique :

> Je considère que travailler ensemble, c'est essentiel, on apprend beaucoup des autres. […] En ULIS on nous demande de beaucoup individualiser. Néanmoins, déjà il y a la question de l'autonomie et être en situation individuelle, ça ne fonctionne pas tout le temps. Certains élèves, on les met encore plus en difficulté quand on les met tout seuls face à une tâche.

Néanmoins, si notre intention en proposant un plateau de jeu était de favoriser les interactions entre élèves autour de notions mathématiques, le dispositif a surtout donné lieu à des juxtapositions d'activités individuelles déguisées sous forme de jeu collectif sans échanges réels autour des notions mathématiques impliquées dans les cartes du jeu. Ces modalités ne font pas nécessairement perdre l'aspect ludique du jeu aux yeux des enseignantes. Lors de l'entretien mené en septembre 2018, Marie précise notamment :

> Même si chacun fait son parcours et ses questions, quand ils tombent sur les cartes fabriquées qu'ils aiment bien, ça implique ceux qui sont autour de la table donc il y a quand même, c'est un moyen de travailler de manière individualisée mais en groupe. […] Ça ressemble énormément à une fiche individuelle. Mais dans la forme, ça n'y ressemble tellement pas que je pense qu'ils tombent dans le panneau !

Élodie a envisagé un fonctionnement de type coopératif : lorsqu'un joueur est en difficulté sur une question, les autres joueurs lui viennent en aide. Cette modalité s'est révélée difficile à mettre en œuvre car les élèves travaillent sur des compétences parfois très différentes. Mais organiser des parties lors desquelles plusieurs élèves sont en activité autour d'un même objet de savoir est presque impossible en ULIS-collège en raison des contraintes organisationnelles importantes et de la forte hétérogénéité du groupe.

À l'avenir, Céline souhaite tester une modalité individuelle de type « réussite » : chaque élève reçoit un lot de cartes et travaille seul. En revanche, Marie et Élodie restent attachées à la mise en œuvre sous forme de jeu de plateau et insistent sur la présence des cartes spéciales rédigées par les élèves qui permettent à leurs yeux d'impliquer les élèves dans l'activité, de limiter l'angoisse, de dédramatiser.

Finalement, il apparait que les choix faits par les enseignantes dans l'utilisation du jeu sont très dépendants des contraintes d'organisation (plus fortes en ULIS-collège qu'en ULIS-école) et des contraintes liées aux caractéristiques des élèves (hétérogénéité du groupe en mathématiques, âge des élèves, attitude face à l'échec, capacités relationnelles, etc.).

**La dimension auto-évaluative**

Céline envisage spontanément à l'issue de chaque partie un échange avec un élève sur les réussites et les difficultés rencontrées. Elle fait verbaliser les compétences qui ont été travaillées et qui semblent acquises, ainsi que les points qui ont posé problème et devront être repris. Notons qu'en ULIS-école, elle bénéficie d'une organisation plus souple que Marie et Élodie en ULIS-collège (séances plus longues, groupes plus stables).

Élodie utilise une modalité de jeu en deux phases : une première phase lors de laquelle l'élève choisit dans un lot de cartes sélectionnées par l'enseignante celles qu'il souhaite retenir pour la partie, puis une seconde phase de jeu. La phase 1 comporte une dimension auto-évaluative et est censée donner lieu à une phase 2 plus ludique (plus de rythme dans le jeu, moins d'angoisse face à des questions trop difficiles, etc.). Toutefois, elle n'est pas investie par tous les élèves (certains ne perçoivent pas réellement son enjeu, d'autres manquent de temps pour lire toutes les consignes) et conduit à une mise en œuvre qu'Élodie estime a posteriori trop laborieuse.

**Le dispositif aide l'enseignant à envisager des pistes de régulation**

Les trois enseignantes témoignent du fait que le support de jeu leur suggère des activités qu'elles ne proposaient pas d'elles-mêmes. Céline explique :

> Ça fait un listing assez exhaustif de toutes les activités et de toutes les compétences. Surtout ce que j'aime bien, c'est que les compétences sont rentrées par plusieurs biais. Et il y a des choses parfois auxquelles on ne pense pas. Moi je sais qu'il y a des choses auxquelles je ne pense pas des fois, on prend tout le temps les choses dans le même sens, en fait.

Par exemple lors d'une partie observée, Marie repère des cartes proposant des calculs du type « $a+9$ » ou « $a+11$ ». Ces cartes lui permettent d'enrichir son répertoire d'activités car elle ne songeait pas à enseigner ces procédures de calcul réfléchi auparavant.

On peut également noter que le dispositif s'articule facilement avec le parcours personnalisé des élèves : lors d'une partie observée, Élodie réalise qu'une notion qu'elle supposait acquise chez un élève ne l'est pas (nombre pair ou impair). Elle rajoute alors une fiche de travail sur ce thème dans le plan de travail personnalisé de l'élève.

Le dispositif permet enfin de déceler des compétences insoupçonnées chez certains : lors de la phase 1 d'une partie observée, Élodie est surprise par les cartes que sélectionne une élève qu'elle aurait jugée plus en difficulté. En ce sens, le dispositif semble pallier le phénomène d'échec potentiel décrit par Favre (2004).

## Conclusion

Dans ce projet, nous avons cherché à accompagner les enseignants spécialisés dans l'évaluation des compétences mathématiques de leurs élèves en concevant un dispositif d'évaluation sous forme de jeu. Nous souhaitions que ce dispositif permette d'engager les élèves dans l'activité en limitant le stress lié à l'évaluation, qu'il fasse travailler les élèves ensemble malgré l'hétérogénéité du groupe et qu'il intègre une dimension auto-évaluative. Si la mise en œuvre sous forme de jeu a bien permis de satisfaire le premier point, notre bilan est plus mitigé sur les deux autres car nous nous sommes heurtés à des difficultés liées à de fortes contraintes d'organisation et des contraintes associées aux caractéristiques individuelles des élèves.

Nous avions également pour objectif d'aider les enseignants spécialisés à envisager des pistes de régulation en proposant un dispositif conçu de façon à favoriser l'identification des variables didactiques et le jeu sur ces variables, et à générer un enrichissement du répertoire didactique de l'enseignant. Sur ce dernier point, les résultats obtenus semblent positifs. On retrouve ici la proposition de Favre (2008, p.18) pour qui une manière d'adapter sa démarche en mathématiques revient, avec un objectif d'apprentissage donné, à choisir une activité « classique » qui vise cet apprentissage (par exemple tirée d'un manuel), puis à « explorer le milieu constitué par cette activité ». Cette exploration consiste à décliner une série d'activités à partir de ce milieu et à identifier les variables didactiques en présence. C'est par l'inventaire des tâches que l'on peut proposer à partir d'un milieu donné et du jeu sur les variables que l'enseignant spécialisé pourra poursuivre l'objectif d'apprentissage qu'il s'était fixé de manière adaptée à ses élèves. Au-delà de l'évaluation des compétences numériques des élèves, notre dispositif permet de faire percevoir cette démarche aux enseignants spécialisés dans le cadre plus général de l'enseignement des mathématiques à un public spécifique.

## Bibliographie

Allal, L. & Mottier-Lopez, L. (2007). *Régulation des apprentissages en situation scolaire et en formation*. Coll. Perspectives en éducation et formation : De Boeck.

Bednarz, N. (2013). Regarder ensemble autrement : ancrage et développement des recherches collaboratives en éducation au Québec. In N. Bednarz (Ed.) *Recherche collaborative et pratique enseignante : regarder ensemble autrement* (pp. 13-30). Paris : L'Harmattan.

Bloom, B.S., Hasting, J.T. & Madaus, G.F. (1971). *Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*, McGraw-Hill Book Co, New York.

Butlen, D., Peltier, M.L. & Pézard, M. (2002). Nommé(s) en REP, comment font-ils ? Pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques en ZEP : cohérence et contradictions, *Revue Française de Pédagogie, 140,* 41-52.

Favre, J.-M. (2004). Étude des effets de deux contraintes didactiques sur l'enseignement de la multiplication dans une classe d'enseignement spécialisé. In V. Durand-Guerrier & C. Tisseron (Eds.) *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques 2003* (pp.109-125). Paris 7 : IREM.

Favre, J.-M. (2008). Jeu de tâches : un mode d'interactions pour favoriser les explorations et les expériences mathématiques dans l'enseignement spécialisé. *Grand N, 82*, 9-30.

Gibel, P. (2006). Raisonnement et argumentation : Analyse des différentes formes et fonctions des raisonnements des élèves en situation de débat à l'école primaire. In N. Bednarz, C. Mary (Eds.) *Actes du colloque EMF 2006* (Cédérom). Sherbrooke : Éditions du CRP.

Giroux, J. & Ste-Marie, A. (2015). Approche didactique en orthopédagogie des mathématiques dans le cadre d'un partenariat. *La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation, 70-71*, 195-207.

M.E.N. (2015). *Programmes d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux, du cycle de consolidation et du cycle des approfondissements*. BO spécial n.11 du 26-11-2015.

M.E.N. (2017). *Référentiel des compétences caractéristiques d'un enseignant spécialisé.* BO n.7 du 16-2-2017.

Portevin-Serre, G. (2016). *Enseigner à des enfants déficients. Une pratique professionnelle spécifique en IME.* Champ Social Éditions.

Reydy, C. (2015). Former les enseignants spécialisés à évaluer les élèves en mathématiques : un exercice périlleux. *La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation, 72*, 247-262.

Robert, A. (2008). La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques. In F. Vandebrouck (Ed.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 59-68). Toulouse : Octarès Editions.

Robert, A. & Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies, 2*(4), 505-528.

# UN PROBLEME DE PAVAGE : ENTRE JEU ET ACTIVITE MATHEMATIQUE

Mickaël Da Ronch

Institut Fourier, Université Grenoble Alpes

## INTRODUCTION

A l'heure actuelle beaucoup d'institutions culturelles ou associations défendent le fait de vouloir démocratiser les mathématiques pour les rendre accessibles à tous. Certaines se targuent de proposer, le temps d'un moment, de faire de véritables mathématiques, comme pourrait le faire un mathématicien dans son laboratoire. Mais qu'en est-il concrètement ? Est-il réaliste d'envisager de faire des mathématiques dans un contexte d'exposition où la présence de médiateur humain est minimisée ? Grâce à l'étude menée (Da Ronch, 2018), nous tâcherons de répondre à ces questions, en illustrant nos propos par le biais d'une situation élaborée par l'équipe de la fédération de recherche *Maths à modeler* : « le pavage de la cuisine » (Gravier & al., 2008 ; Grenier, 2007 ; Grenier & al., 2017 ; Grenier & Payan, 1998). Cette situation peut être ici considérée comme un jeu car elle est fictive (il ne s'agit pas d'un pavage de cuisine réel) et laisse une part de décision aux élèves. Elle a été proposée lors d'une exposition au sein d'un établissement scolaire français.

## CONTEXTE DE LA RECHERCHE ET ÉLÉMENTS THÉORIQUES

Notre recherche s'effectue dans le cadre de l'équipe Combinatoire et Didactique de l'Institut Fourier et s'inscrit dans le projet en développement du centre culturel la *Grange des Maths*[1]. Pour ce faire, nous avons mis en place au sein d'un établissement scolaire une exposition destinée à des élèves de 11 à 14 ans. Nous avons présenté différentes situations issues de la fédération de recherche *Maths à modeler* et de la *Grange Vadrouille*[2], comme par exemple le classique des « tours de Hanoï », mais aussi « les chemins de dominos » où l'on demande de réaliser un alignement (chemin) ou une boucle (chemin fermé) de dominos par rapport à des instances de dominos bien précises. Nous avons également présenté « les carrés insécables ». Dans cette situation on demande de remplir une grille carrée de longueur entière par des pavés carrés de telle manière qu'il n'existe aucune droite horizontale ou verticale coupant le grand carré dans toute sa longueur, existe-t-il alors toujours une solution ? Ou encore celle que nous analyserons par la suite et qui nous a donné le plus de résultats, « le pavage de la cuisine ». De manière générale, les situations proposées par ces deux structures sont présentées sous forme de « jeux ludiques » favorisant de ce fait l'envie d'entrer dans l'activité. Toutes ces situations nous ont permis de rendre l'exposition proche de celles que l'on peut retrouver dans des musées en les décrivant par des panneaux associés à des objets avec néanmoins quelques différences. D'une part, dans notre contexte, les élèves ne sont pas volontaires puisqu'ils sont venus sur demande et accompagnés de leurs enseignants respectifs et d'autre part, dans les musées ce type d'exposition est souvent présenté sous format d'atelier, orchestré par un médiateur ; or, ici, le médiateur n'est autre que leur professeur. Pour analyser la situation, nous nous inspirons de la Théorie des Situations Didactiques (TSD) de Brousseau (1998) et plus exactement de la notion de situation adidactique d'action. En effet, tout d'abord l'élève est confronté à une situation dans laquelle on lui demande d'agir. Le médiateur endosse ici le rôle d'observateur et n'intervient donc pas *a priori* dans la situation. Dans la typologie des dispositifs de

[1] https://www.la-grange-des-maths.fr/

[2] La Grange Vadrouille est une composante itinérante de la Grange des Maths.

médiation, cette posture est communément appelée médiation directe en position retrait (Belaën & Blet, 2007). En outre, ces actions produites par les élèves permettent le renvoi de rétroactions. Celles-ci sont interprétées sous forme d'informations grâce à l'ensemble des connaissances de l'élève. Néanmoins, ces faits ne garantissent pas un moment de formulation, d'échange ou de validation entre pairs. Il est même possible que l'élève se retrouve seul face au problème. Cette dialectique de l'action nous amène à considérer la notion de double milieu au sens de Sensevy & Mercier (2007). Le milieu est ainsi vu à la fois comme le milieu de la situation faisant référence à l'environnement auquel est confronté l'élève, comprenant le matériel ainsi qu'éventuellement d'autres élèves, mais également vu comme le milieu de l'élève en analogie avec ses propres connaissances. Notre recherche a également montré la forte correspondance qui existe entre la démarche expérimentale (DE) au sens de Giroud (2011) et de Perrin (2007) et la catégorisation de l'activité mathématique (AM) en termes d'action de l'élève (Lepareur & al., 2017). Celle-ci est décrite de manière générale par ces quatre catégories ci-après (Lepareur & al., 2017, p. 106) :

- Expérimenter c'est « choisir des cas particuliers, ni trop simples, ni trop complexes pour comprendre le problème, observer ces exemples au regard du problème, formuler des conjectures concernant ces cas particuliers, valider ou invalider ces conjectures, reconnaître les résultats établis concernant ces cas particuliers. »
- Questionner c'est « dégager un questionnement dans une situation donnée, proposer de nouveaux problèmes ou questions, induits par les actions précédentes. »
- Généraliser c'est « dégager le généralisable du particulier en formulant une conjecture de portée générale, la prouver ou l'invalider par un contre-exemple, définir des objets nouveaux utiles à l'étude. »
- Communiquer c'est « débattre scientifiquement de ses résultats, de ses conjectures, donner (par écrit ou oralement) une preuve acceptable par la communauté à laquelle elle s'adresse, expliciter sa démarche de recherche et sa démarche de preuve, présenter un problème et les résultats obtenus sur celui-ci. »

Cette correspondance nous amène à l'élaboration de critères favorables à l'entrée dans une DE et *a fortiori* à la production d'une AM en termes d'action chez l'élève. Ces critères, notés $C_i$, sont comparables à ceux développés dans les Situations de Recherche (SR) (Grenier & Payan, 2002 ; Grenier, 2012). Une SR se définit comme

> proche d'une question vive de la recherche, la question initiale est facile d'accès, des stratégies initiales existent […] ainsi que des variables didactiques et au moins une variable de recherche, paramètre du problème qui pourrait être une variable didactique, mais qui est laissé à la disposition de l'élève. (Grenier, 2012, pp. 1360-1361)

Dans le tableau suivant (Tab.1), nous présentons de manière laconique les critères qui favorisent l'entrée dans une DE.

| Critère : $C_i$ | Description |
|---|---|
| $C_{enrôlement}$ | La situation suscite l'adhésion et l'envie des élèves d'entrer dans le problème (Bruner, 2015). |
| $C_{dévolution}$ | La situation facilite l'accès au problème, permet l'engagement de l'élève dans le problème via des essais, conjectures ou autres (Brousseau, 1990). |
| $C_{milieu}$ | La situation favorise les actions de l'élève — milieu de la situation — et permet d'interpréter les rétroactions de ce milieu en informations — milieu de l'élève — (Sensevy & Mercier, 2007). |
| $C_{stratégie}$ | La situation permet de mettre en avant une pluralité de stratégies permettant de résoudre — au moins partiellement — le problème. |
| $C_{résolution}$ | La situation ne suggère aucune méthode de résolution. |
| $C_{variable\ de\ recherche}$ | La situation met en jeu au moins une variable de recherche (Godot, 2005). |
| $C_{connaissance\ d'ordre\ I}$ | La situation fait intervenir des connaissances notionnelles, mais celles-ci ne sont pas un frein pour l'avancée dans la résolution du problème chez l'élève (Sackur & al., 2005). |
| $C_{connaissance\ d'ordre\ II}$ | La situation favorise la mise en avant de plusieurs compétences et connaissances transversales et d'une pluralité de raisonnements envisageables, autre que le simple raisonnement par essais-erreurs ou tâtonnements chez l'élève (Sackur & al., 2005). |

Tab.1 : Critères pour l'entrée dans une démarche expérimentale

## PROBLÉMATIQUE ET QUESTIONS DE RECHERCHE

Dans notre travail (Da Ronch, 2018), nous avons choisi plusieurs situations dont l'une correspondant à la situation de « pavages de la cuisine » induit d'une SR. Celle-ci est le plus souvent proposée en format atelier ou exposition en présence de médiateur et permet la production d'une AM chez un sujet (Gandit, 2008 ; Grenier & Payan, 1998 ; Grenier, 2007). Néanmoins, dans notre cas cette situation permet-elle encore d'induire une AM chez les élèves en termes de catégories d'action comme : *expérimenter, questionner, communiquer* ou encore *généraliser* ? Nous nous posons également la question de l'écart constaté entre les connaissances *a priori* visées par la situation et les connaissances perçues *a posteriori* par les élèves, analysées du point de vue du chercheur. En d'autres termes, cet écart pourra être mesuré d'une part, grâce à la littérature déjà abondante sur ce sujet mettant en avant les connaissances mobilisées par cette situation (Gravier al., 2008 ; Grenier, 2007 ; Grenier & al., 2017, Grenier & Payan, 1998) et d'autre part, grâce à l'analyse *a posteriori* qui va nous permettre d'identifier via les stratégies mises en place par les élèves, les différentes connaissances perçues.

## LE PROBLÈME DE « PAVAGE DE LA CUISINE »[3]

***Parviendrez-vous à paver intégralement votre cuisine par des pavés de la forme d'un domino — deux cases adjacentes d'un côté — quelle que soit la case laissée libre pour poser un évier ?***

Afin de pouvoir envisager des premières pistes, le problème cité précédemment est instancié sur des cas particuliers, en considérant une cuisine de taille $5 \times 5$ avec sept configurations différentes concernant le positionnement du trou. Ces sept configurations permettent, à symétries ou rotations près, d'atteindre tous les différents positionnements de la case à ôter. Il est présenté comme suit :

***Peut-on paver intégralement la cuisine de taille*** $5 \times 5$ ***par des dominos, quelle que soit la position de la case laissée libre pour pourvoir poser un évier ?***

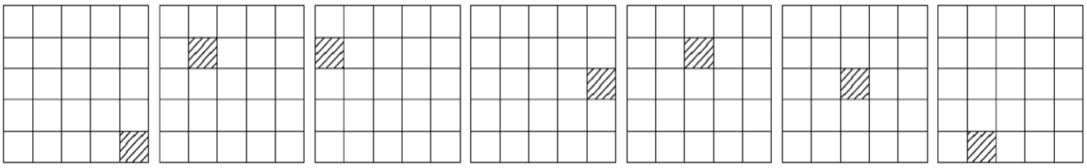


Fig. 1 : Sept positionnements différents du trou

Pour répondre, d'une part au problème instancié sur le cas particulier d'une grille de taille $5 \times 5$ et d'autre part, élaborer des pistes pour la résolution dans le cas général[4] d'une grille de taille $n \times n$, nous disposons d'un ensemble d'artefacts manipulables : un plateau sous forme de grille de taille $5 \times 5$, de dominos $1 \times 2$ et d'un unomino pour représenter la case laissée libre (Fig.2).

Fig. 2 : Ensemble du matériel à disposition des élèves

## ÉLÉMENTS MÉTHODOLOGIQUES DE RECUEIL ET D'ANALYSE DES DONNÉES

Notre expérimentation s'est déroulée durant une semaine dans un centre de documentations et d'informations (CDI) d'un collège grenoblois, aucun réinvestissement n'a eu lieu en dehors de ce contexte (Da Ronch, 2018). Les élèves ont eu accès à la salle accompagnés de leur professeur, durant les heures de cours — entre une et deux heures de visite — comme s'ils étaient en immersion dans une

---

[3] Voir l'annexe 1 pour la présentation du problème donné lors de l'exposition.

[4] Le problème concernant l'étude d'une grille de taille $n \times n$ a déjà été étudié à travers la littérature (Grenier & al., 2017 ; Grenier & Payan, 1998).

salle d'exposition. Comme nous l'avons déjà mentionné en amont, les élèves n'étaient pas volontaires, puisque c'est l'enseignant lui-même qui les avait accompagnés. Cependant, l'accès aux différentes situations n'a pas été influencé par l'enseignant, ni même par l'organisation spatiale. Ceci s'explique par le contrat passé entre l'enseignant et les élèves juste avant l'entrée dans la salle.

- La visite était libre, les élèves avaient la possibilité de se positionner comme ils le voulaient, seuls, par deux ou par trois au maximum.
- Ils pouvaient également utiliser un support « papier crayon » afin de répondre aux questions proposées par les différentes situations (non obligatoire).
- La disposition des différents panneaux et de leurs matériels associés était faite en sorte que chacune des situations proposées pouvait accueillir entre un et trois élèves. Toutes les tables présentaient un panneau décrivant la situation, ainsi qu'un ensemble de matériels manipulables. Le but était en fait de minimiser l'influence d'une situation par rapport à une autre.

Le choix de présenter dans cet article la situation du « pavage de la cuisine » a été orienté principalement du fait des résultats obtenus *a priori* et *a posteriori* de l'expérimentation. En effet, dans Da Ronch (2018) nous avons montré que les critères $C_i$ (Tab.1) favorisant l'entrée dans une DE ont tous été validés en amont grâce à des indicateurs et des données de recherche empiriques recueillies à travers la littérature. Ces données ont permis notamment de mettre en exergue des connaissances de différents ordres, *a priori* évoquées et visées par la situation comme :

- les propriétés élémentaires dans $\mathbb{N}$, la notion de parité, de symétrie (ou rotation), ou encore de conservation des aires qui correspondent à des connaissances d'ordre I. (Gravier & al., 2008 ; Grenier, 2007)

Mais également

- d'expérimenter sur des cas particuliers, de manipuler l'ensemble des artefacts afin de prouver/conjecturer la « pavabilité » ou non de la grille, de manipuler le matériel pour restreindre le nombre de cas à étudier, de modéliser via des registres de représentation schématique de différentes tailles de grilles, de distinguer les conditions nécessaires des conditions suffisantes, ou encore de développer et d'utiliser de nouveaux raisonnements comme la preuve par l'exemple, la partition, l'exhaustivité des cas, le forçage utilisant le raisonnement par l'absurde ou encore la preuve par bicoloration qui correspondent à des connaissances d'ordre II. (Gravier & al., 2008 ; Grenier, 2007)

Par la validation de ces critères et la correspondance établie entre la DE et l'AM de l'élève, il semble que cette situation favorise la production de cette activité. Celle-ci a pu être mesurée d'une part, via le recueil des données réalisé à l'aide d'un dispositif de caméras posées sur trépieds permettant de filmer la progression des élèves et d'autre part, grâce à l'analyse de quelques productions d'élèves. La transcription des vidéos et traces écrites, nous ont permis de faire une analyse fine des interactions élèves/artefacts en élaborant des catégories d'action de l'élève au niveau microscopique. Celles-ci ont pu être directement reliées aux catégories macroscopiques de leur action telles que : *expérimenter* $(E_j)$, *généraliser* $(G_j)$, *questionner* $(QA_j)$[5] et *communiquer* $(C_j)$ (Fig.3) et ont de ce fait permis de reconnaître une AM des élèves.

[5] $QH_j$ correspond à des actions microscopiques hors activité mathématique de l'élève.

| Niveau microscopique des actions de l'élève | Description et indicateurs de validité |
|---|---|
| $E_1$ | E propose une réponse (correcte ou erronée) en faisant des essais par manipulation. — réponse orale, écrite ou avec support visuel en défaisant leur « construction » répondant à une question. |
| $E_2$ | E propose une conjecture locale. — Conjecture formulée à l'écrit ou à l'oral. |
| $E_3$ | E valide ou invalide sa conjecture locale. — Trouve un contre-exemple pour invalider sa conjecture ou la prouve en utilisant un argument valide (oral ou écrit). |
| $E_4$ | E explique comment il a obtenu une conjecture, une idée. — Dialogue entre élève et/ou professeur permettant à l'élève d'expliquer son cheminement. |
| $E_5$ | E propose un état mais ne sait pas si celui-ci apporte une réponse[3] à la question. — L'élève fournit une réponse et se pose oralement des questions sur la validité de son résultat. |
| $E_6$ | E propose une action en lien avec une stratégie identifiée. — L'élève réalise un geste avec l'artefact qui se rapproche d'une stratégie identifiée dans l'analyse *a priori* |
| $QH_1$ | E questionne P car il n'a pas compris la consigne. — L'élève pose une question oralement au professeur concernant la consigne, les règles du jeu. |
| $QH_2$ | E questionne un autre élève car il n'a pas compris la consigne. — L'élève pose oralement une question à un autre élève concernant la consigne, les règles du jeu. |
| $QA_1$ | E questionne P concernant la question posée. — L'élève pose oralement une question à P concernant la question posée dans la situation. |
| $QA_2$ | E questionne un autre élève concernant la question posée. — L'élève pose oralement une question à un autre élève concernant la question posée dans la situation. |
| $QA_3$ | E se pose des questions sur la résolution de la question dans la situation. — L'élève se pose oralement des questions sur la résolution de la question, soit à lui-même, soit à un autre élève, soit au professeur. |
| $G_1$ | E émet une conjecture de portée générale. — L'élève formule une conjecture de portée générale, soit à l'oral soit par écrit. |
| $G_2$ | E tente une preuve générale. — L'élève essaye de prouver une conjecture générale par écrit ou à l'oral. |
| $C1_{E\to E/P}$ | E exprime/donne son ignorance — Par écrit ou à l'oral. |
| $C2_{E\to E/P}$ | E formule/donne un argument, un résultat local pertinent. — Par écrit ou à l'oral. |
| $C3_{E\to E/P}$ | E formule/donne un argument, un résultat local non pertinent ou faux. — Par écrit ou à l'oral. |
| $C4_{E\to E/P}$ | E formule/donne un argument, un résultat de portée générale pertinent. — Par écrit ou à l'oral. |
| $C5_{E\to E/P}$ | E formule un argument, un résultat de portée générale non pertinent ou faux. — Par écrit ou à l'oral. |

3. Une réponse dans notre contexte correspond à une action favorisant un raisonnement oral, écrit ou artefactuel de l'élève et qui peut être perçue entre les actions de « faire et défaire » sur le milieu de la situation (composante artefactuelle).

Fig. 3 : Niveau microscopique des actions de l'élève (E) et ses interactions possibles avec d'autres élèves ou professeur (P) (Da Ronch, 2018, pp. 24-25)

## LES RÉSULTATS

Il n'a pas été surprenant au vu de notre analyse *a priori* de voir l'influence et l'engagement imminent dans la résolution du problème que propose cette situation. Les élèves ont essayé de paver suivant les positions du trou données sur le panneau (Fig.1). Tous les élèves sont arrivés à prouver l'existence d'un pavage pour certaines positions de la case laissée libre, soit en l'exhibant (Fig.4), soit en effectuant des rotations de la grille déjà pavée afin d'atteindre de nouvelles configurations (Fig.5).

Fig. 4 : Preuve de l'existence d'un pavage pour ce positionnement du trou

Fig. 5 : Preuve de l'existence d'un pavage en utilisant des considérations géométriques (rotations)

Concernant les cases où il était impossible d'exhiber un pavage nous avons vu deux postures d'élève différentes. La première, l'élève accepte le fait qu'il n'existe pas de solution et sait qu'il ne l'a pas prouvé. Dans la deuxième posture, l'élève refuse la situation d'impossibilité et n'envisage à aucun moment l'inexistence d'un tel pavage. Nous constatons ci-après que l'élève est en train de (re)déplacer des dominos pour essayer d'exhiber absolument un pavage de cette région (Fig.6).

Fig. 6 : L'élève essaye absolument de paver pour cette configuration sans y parvenir

Le résultat du rejet de cette impossibilité peut s'expliquer par la transposition du contrat didactique, qui, malgré un contexte hors cadre de la classe, continue encore à perdurer. Une première raison vient du fait que l'élève est dans l'Institution scolaire, il est donc tenu de respecter un certain nombre de règles liées au contrat pédagogique et donc *a fortiori* de donner une réponse aux questions qu'on lui pose. Une seconde raison qui est que le médiateur en position d'observateur n'est autre que l'enseignant de mathématiques, ceci induit que le contrat didactique relatif à la preuve est toujours en vigueur comme en classe. Ce rejet peut donc en partie s'expliquer par le fait qu'en mathématiques — pour cette même classe d'âge — il y a souvent une et une seule réponse possible et, qui plus est, que nous pouvons « quantifier » au sens numérique. Il a donc fallu à un certain moment changer la posture du médiateur, en passant d'une position de retrait à une position de réacteur. En effet, ceci tout d'abord pour maintenir l'orientation de l'élève quand celui-ci est confronté à l'impossible et en outre, pour permettre à l'élève de faire la distinction entre le fait de ne pas arriver à exhiber une solution et affirmer que cela est impossible (Gravier & al., 2008).

D'autres stratégies utilisant un raisonnement par conditions nécessaires (forçage) ont également émergé de l'analyse vidéo. Cependant, la plupart étaient incomplètes et ne permettaient pas tout à fait de conclure sur la « non pavabilité » de la grille (Fig.7).

Fig. 7 : Début d'un raisonnement de type forçage (absurde) non abouti

Nous distinguons à travers ces photos que l'élève raisonne par conditions nécessaires. Sur la photo de gauche (Fig.7), l'élève place d'abord le domino de droite nécessairement de cette manière, puisqu'il y a qu'une seule possibilité, puis fait un choix arbitraire sur le positionnement du deuxième domino à gauche (l'élève aurait pu le positionner le long de la grille). Cette disjonction de cas n'a cependant pas été mise en avant. Les autres photos nous montrent ensuite la continuité du raisonnement par conditions nécessaires. L'élève construit ainsi un pavage partiel de la région considérée. Malheureusement, il ne termine pas la preuve car l'argument sur le fait qu'il doit rester indéniablement deux cases isolées à la fin du pavage partiel n'apparaît pas. Cela ne permet donc pas de conclure quant à l'impossibilité.

Un duo d'élèves a émis une conjecture sur la (non) pavabilité de la grille en utilisant une remarque sur la bicoloration (Fig.8). Nous n'avons pas mentionné en amont le fait d'avoir bicolorié la grille au dos du plateau. Ce choix se justifie d'abord, parce que cette coloration était située au dos du plateau et donc non visible par les élèves et ensuite, qu'elle n'est à notre sens pas un indicateur de solution dès lors que l'argument sur la bicoloration n'est *a priori* pas un savoir déjà institué dans le curriculum de l'élève (Grenier, 2007).

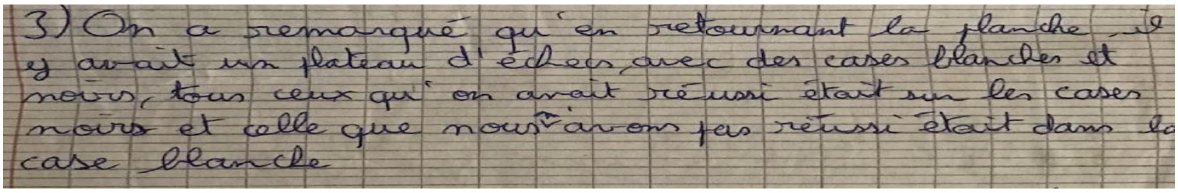

3) On a remarqué qu'en retournant la planche il y avait un plateau d'échecs avec des cases blanches et noirs, tous ceux qu'on avait réussi était sur les cases noirs et celle que nous avons pas réussi était dans la case blanche

Fig. 8 : Début d'un argument sur la bicoloration non abouti

Dans cet extrait, il manque l'argument le plus important qui est le recouvrement d'une case noire et blanche par un domino et donc la nécessité d'avoir autant de cases noires que blanches dans une bicoloration en damier.

Le tableau des actions des élèves (Fig.3) nous a permis d'une part, d'identifier les actions microscopiques produites par les élèves en relation avec des stratégies établies en amont grâce à la littérature déjà abondante à ce sujet et d'autre part, d'induire des actions des élèves au niveau macroscopique qui sont caractéristiques de l'AM (Da Ronch, 2018, p. 56) telles que :

- **Expérimenter** : Ils exhibent des solutions sur des cas particuliers, formulent des conjectures locales.
- **Questionner** : Ils se questionnent sur l'impossibilité de paver ou sur la solution trouvée.
- **Communiquer** : Ils communiquent en donnant des arguments locaux pertinents ou erronés.

Les connaissances d'ordre II *a priori* mobilisées par la situation se retrouvent pour la plupart *a posteriori,* en voici les principales :

- Chercher et exhiber une solution dans un cas particulier.
- Utiliser la preuve par forçage, exhaustivité des cas, ou la bicoloration même si elles sont toutes incomplètes dans notre contexte.
- Émettre des conjectures locales.
- Manipuler le matériel en effectuant une rotation de la grille pour restreindre le nombre de trous à étudier.

## CONCLUSION ET PERSPECTIVES DE RECHERCHE

Nous avons essayé de montrer par ce texte qu'il est envisageable de faire des mathématiques dans un contexte d'exposition moyennant certaines conditions. En effet, la situation du « pavage de la cuisine » a favorisé l'émergence d'actions de l'élève propres à l'activité mathématique comme *expérimenter*, *communiquer* ou encore *questionner*. Néanmoins, nous avons constaté, lorsque le médiateur est en retrait, qu'il est difficile pour les élèves d'accepter le fait qu'une configuration pavable soit impossible à exhiber. Ce rejet de l'impossible a conduit des élèves à l'abandon et à la frustration. Ce refus peut s'expliquer par la transposition du contrat didactique hors classe mais également par la conception que l'élève a de l'impossible. Ces faits nous ont donc amenés à modifier la posture du médiateur passant d'une position de retrait à une position de réacteur. Ceci afin de faire réfléchir les élèves sur cette notion d'« impossibilité » en mathématiques qui peut être vue comme un obstacle épistémologique, ontogénique et didactique (Brousseau, 1998). Ce changement, si minime soit-il, a favorisé d'autres actions de l'élève conduisant notamment à expérimenter et à se questionner sur de nouvelles démarches à adopter afin d'essayer de montrer l'inexistence de solution. Ce vacillement nous amène à admettre que cette situation ne peut pas être présentée telle quelle en l'absence totale de médiateur. Dans ce contexte, il est alors nécessaire d'élaborer une nouvelle caractérisation ayant pour but de favoriser via des SR, l'activité mathématique du sujet. Cette volonté tient d'une première hypothèse qu'à l'heure actuelle les situations proposées dans les institutions culturelles, sans médiateur, ne semblent pas dépasser les simples faits d'observations ou de jeux d'essais-erreurs au détriment d'une véritable activité mathématique. Cette caractérisation permettrait donc d'élaborer de nouvelles situations de recherche hors classe, dans le but de les inclure au niveau d'institutions culturelles ou scolaires, ayant pour intention principale de favoriser l'activité mathématique d'un sujet.

## BIBLIOGRAPHIE


Belaën, F. & Blet, M. (2007). La médiation présentielle dans un musée des sciences. *La Lettre de l'OCIM. Musées, Patrimoine et Culture scientifiques et techniques, 114*, 30–38.

Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en didactique des mathématiques, 9*(3), 309–336.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des Situations Didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Bruner, J. (2015). *Le développement de l'enfant : savoir-faire, savoir dire*. Presses universitaires de France.

Da Ronch, M. (2018). *Activité mathématique dans un contexte d'exposition avec manipulations d'objets : utopie ou réalité ?* (Mémoire de master 2, Didactique des Sciences et Numérique). Université Grenoble Alpes.

Gandit, M. (2008). *Étude épistémologique et didactique de la preuve en mathématiques et de son enseignement : une ingénierie en formation*. Thèse de doctorat. Université, Joseph-Fourier-Grenoble I.

Giroud, N. (2011). *Étude de la démarche expérimentale dans les situations de recherche pour la classe*. Thèse de doctorat, Université de Grenoble.

Godot, K. (2005). *Situations recherche et jeux mathématiques pour la formation et la vulgarisation. Exemple de la roue aux couleurs*. Thèse de doctorat, Université Joseph-Fourier-Grenoble I.

Gravier, S., Payan, C. & Colliard, M. (2008). Maths à modeler. Pavages par des dominos. *Grand N, 82*, 53-68.

Grenier, D. (2007). *Des situations de recherche en mathématiques pour une formation à la démarche scientifique.*

Grenier, D., Barbe, H., Beffara, E., Bicaïs, Y., Charlot, G., Decauwert, M., … Mouton, F. (2017). Expérimenter, conjecturer, raisonner et prouver en Mathématiques.

Grenier, D. & Payan, C. (1998). Spécificités de la preuve et de la modélisation en mathématiques discrètes. *Recherches en didactique des mathématiques, 18*(1), 59–100.

Grenier, D. & Payan, C. (2002). Situation de recherche en classe : essai de caractérisation et proposition de modélisation, In V. Durand-Guerrier & C. Tisseron (Eds.), *Actes du séminaire national de recherche en didactique des mathématiques* (pp. 189-204). *Paris.*

Grenier, D. (2012). La démarche d'investigation dans les situations de recherche pour la classe (SiRC). In J.-L. Dorier & S. Coutat (Eds.) Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012 (GT7, pp. 1354–1364). http://www.emf.unige.ch/actes-emf-2012/.

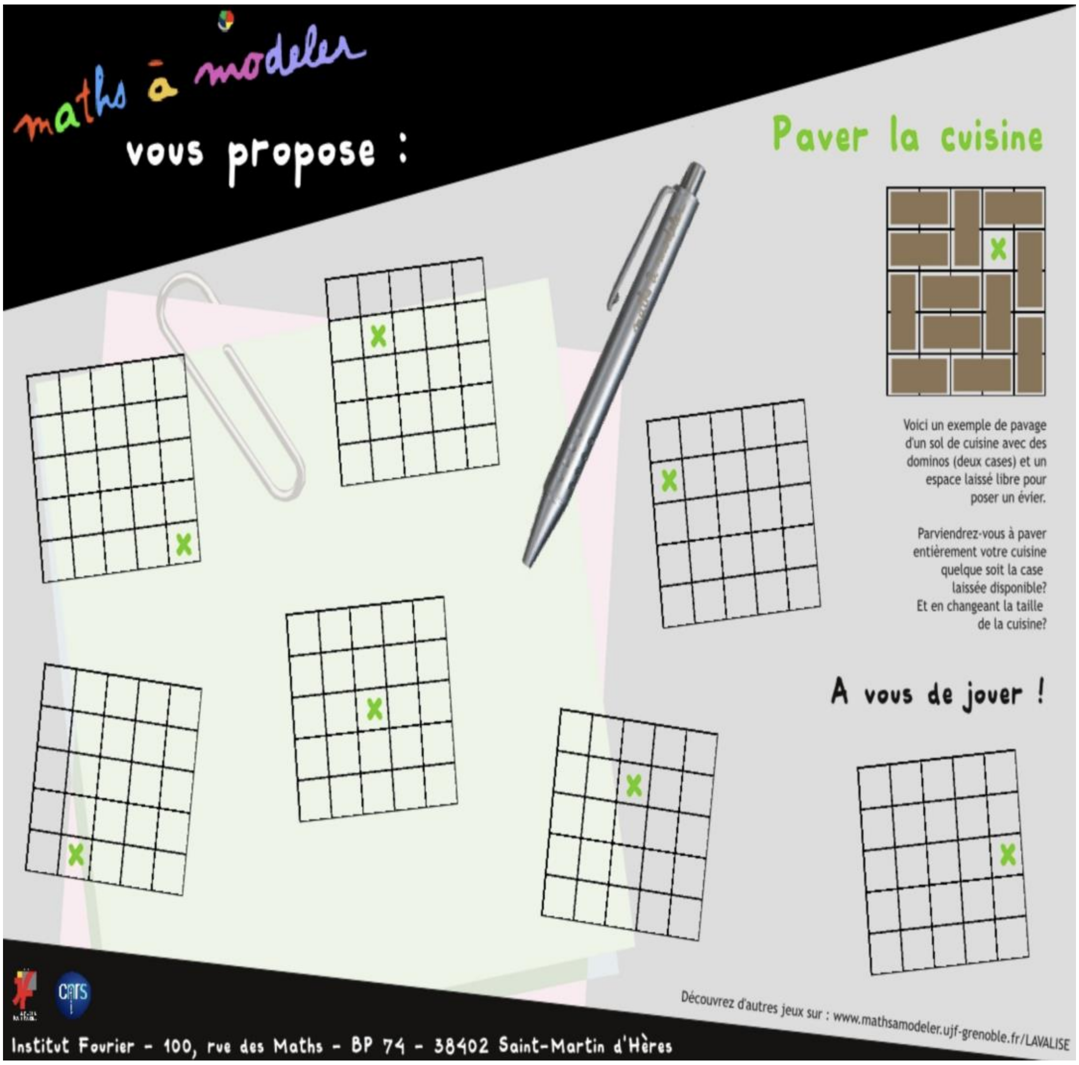
Lepareur, C., Gandit, M. & Grangeat, M. (2017). Évaluation formative et démarche d'investigation en mathématiques : une étude de cas. *Education et didactique, 11*(3), 101–120.

Perrin, D. (2007). L'expérimentation en mathématiques. *Petit x, 73*, 6-34.

Sackur, C., Drouhard, J.-P., Assude, T., Paquelier, Y. & Maurel, M. (2005). L'expérience de la nécessité épistémique. *Recherches en didactique des mathématiques, 25*(1), 57–90.

Sensevy, G. & Mercier, A. (2007). *Agir ensemble : l'action didactique conjointe du professeur et des élèves*. Presses universitaires de Rennes.

# Annexe 1


maths à modeler
vous propose :
Paver la cuisine
Voici un exemple de pavage d'un sol de cuisine avec des dominos (deux cases) et un espace laissé libre pour poser un évier.
Parviendrez-vous à paver entièrement votre cuisine quelque soit la case laissée disponible? Et en changeant la taille de la cuisine?
A vous de jouer !
Découvrez d'autres jeux sur : www.mathsamodeler.ujf-grenoble.fr/LAVALISE
Institut Fourier - 100, rue des Maths - BP 74 - 38402 Saint-Martin d'Hères

# LE JEU DU TAQUIN

Pierre-Alain Cherix

Section de mathématiques de l'Université de Genève

## CE QUI NOUS A MOTIVÉS.

Le jeu comme outil d'apprentissage, l'idée n'est pas nouvelle et nous avons pu le constater en maintes occasions. Dans cet article nous allons décrire une expérience faite sur une durée d'une année avec des lycéens de première et de terminale (16-18 ans), dans le cadre du programme "MATH.en.JEANS" dans un lycée de Haute-Savoie auquel mon collègue, Martin Gander, et moi-même participons en tant que chercheurs depuis quelques années déjà. Parmi les questions mathématiques diverses que nous avons été amenés à poser, nous avons réalisé que les mathématiques discrètes, en particulier les mathématiques énumératives[1] avaient un certain succès, surtout s'il était possible, pour les élèves, de conjecturer certains résultats en utilisant des approches informatiques qui permettent de simuler certaines situations.

Dans le cas d'un puzzle, la recherche d'une solution via un programme permet de mettre en œuvre des stratégies plus ou moins efficaces. Cet article contient quelques réflexions sur un puzzle très connu, le taquin.

## UN PEU D'HISTOIRE.

Dans notre enfance nous avons certainement tous eu un jour dans les mains l'objet suivant sur lequel nous avons passé plus ou moins de temps suivant notre patience.


Fig. 1 : Le taquin de notre enfance

Le taquin consiste en un cadre dont le côté est un peu plus grand que 3 unités (respectivement 4) dans lequel coulissent huit pavés carrés de côté un numérotés de 1 à 8 (respectivement 15 carrés numérotés de 1 à 15). Le dernier espace est vide et permet de faire glisser les pièces sur le jeu. L'image précédente montre un taquin quatre fois quatre, mais pour ce travail, nous nous concentrerons sur un taquin trois fois trois. À partir de maintenant nous considérerons donc des taquins trois fois trois. Un taquin se présente donc comme cela :

---

[1] Face à une situation ne comportant qu'un nombre fini, éventuellement très grand, de cas, il est possible de faire une recherche exhaustive, parmi tous ces cas, de ceux comportant certaines caractéristiques. Les mathématiques énumératives développent des méthodes permettant de trouver de manière plus systématique tous les cas pouvant apparaître dans une certaine situation ou tout au moins de compter ou d'estimer le nombre de tels cas. L'archétype de ce type de mathématiques est l'analyse combinatoire, mais les maths discrètes avec des techniques comme les fonctions génératrices ou la théorie des graphes peuvent aussi entrer dans cette dénomination.

| | | |
|---|---|---|
| 3 | 5 | |
| 4 | 1 | 2 |
| 8 | 7 | 6 |

Fig. 2 : Exemple de taquin 3 fois 3

En faisant coulisser les pièces, mais sans les sortir du plateau, il s'agit de ranger le taquin, en réordonnant les nombres. Le taquin rangé se présente donc comme suit.

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | |

Fig. 3 : Le taquin rangé

L'inventeur de ce jeu, à la fin du XIX siècle, Sam Loyd fut l'un des inventeurs de jeux et de casse-têtes mathématiques et logiques les plus prolifiques. On lui doit autant des puzzles logiques que des illusions d'optiques tel le fameux "Get of the earth" (Loyd, 2019), des questions calculatoires ou des problèmes énumératifs comme le taquin.

En bon commerçant, pour encourager les clients à acheter son puzzle, Sam Loyd offrait même un dollar aux personnes qui, après avoir acheté son casse-tête 30 cents arrangé comme ci-dessous, auraient réussi à le ramener sur le taquin rangé.

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 8 | 7 | |

Position initiale

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | |

Position finale

Fig. 4 : Positions initiale et finale du taquin

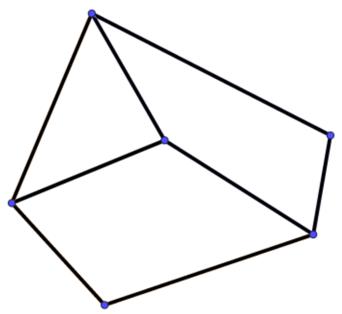
Sam Loyd n'eut jamais à débourser son dollar. Il savait certainement qu'il n'aurait pas à le faire. Mais les acheteurs pouvaient changer la configuration initiale du taquin. En effet, contrairement au modèle de notre enfance où les pièces ne pouvaient être sorties sans l'utilisation d'un levier, les premiers taquins avaient des carrés numérotés posés librement sur un plateau qui pouvaient être retirés sans autre du plateau.

Imaginons donc la situation suivante : vous renversez votre taquin, les pièces tombent et vous remettez les pièces au hasard. Quelle chance avez-vous, partant de cette configuration, de parvenir à un taquin rangé en utilisant uniquement les mouvements autorisés dans le jeu ? Pour répondre de manière empirique à cette question, une approche informatique est possible. Si on arrive à résoudre efficacement un taquin par ordinateur, il est possible d'estimer quelle est la chance d'obtenir un taquin rangé si on tire au hasard la configuration initiale.

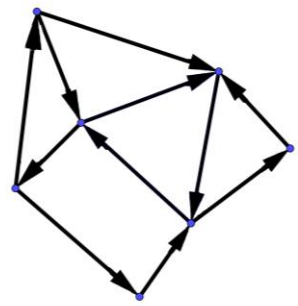
Il existe une réponse théorique à cette question, mais le but de travail fait dans le cadre de MATHS.en.JEANS est de développer une technique rapide de résolution permettant de faire des essais statistiques. Dans l'approche algorithmique choisie, nous allons utiliser le langage de la théorie des graphes. Nous allons donc rapidement définir les notions de graphes (orientés ou non) et d'arbres de manière informelle de telle sorte que les explications qui suivent puissent se comprendre aisément.

## Un peu de terminologie de graphes.

Un graphe est un ensemble de points reliés par des traits, appelées des arêtes (dans notre cas nous n'accepterons qu'une arête entre deux sommets donnés et les boucles, c'est-à-dire une arête reliant un sommet à lui-même, ne seront pas considérées). Dans le cas d'un graphe orienté, les arêtes ne sont pas de simples segments, mais des flèches possédant chacune un point de départ et un point d'arrivée. Nous n'allons pas définir plus précisément ces notions, mais les exemples de figures suivantes devraient permettre d'en comprendre l'idée.



Graphe non orienté



Graphe orienté

Fig. 5 : Graphe non orienté et orienté

Un chemin est une suite d'arêtes (orientées ou non suivant le contexte) partant d'un sommet et tel que deux arêtes successives dans la suite se rejoignent en un sommet.


Fig. 6 : Chemin et circuit

Un circuit est un chemin dont le sommet initial est le même que le sommet final. Par définition, un arbre est graphe sans circuit. Un arbre peut être un graphe simple ou un graphe orienté. Un arbre enraciné est un arbre orienté et satisfaisant les conditions suivantes :

- Il existe un seul point dont les arêtes qui le touchent partent de celui-ci, ce sommet s'appelle la racine de l'arbre.
- Tout autre sommet S, autre que la racine n'a qu'un prédécesseur P, c'est-à-dire qu'il n'existe qu'un seul sommet P et une seule arête orientée dont le sommet final est S et le sommet initial est P. S s'appelle le successeur de P.

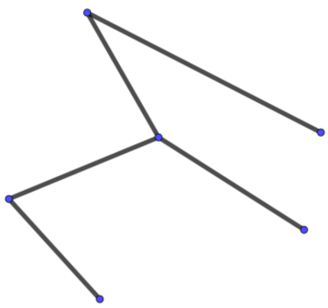
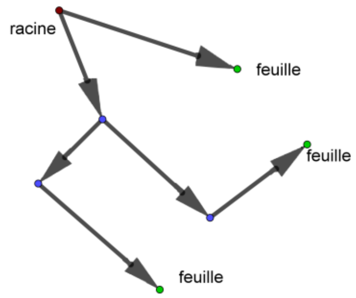


Fig. 7 : Arbre




Arbre enraciné

Dans un arbre enraciné, un sommet n'ayant pas de successeur s'appelle une feuille.

Avec ces outils, nous allons essayer d'expliquer brièvement comment un jeu n'ayant qu'un nombre fini de positions peut être résolu. Nous allons l'expliquer directement sur le taquin, mais cette démarche est possible pour la plupart des jeux.

## RÉSOUDRE UN JEU AVEC UN GRAPHE.

Une manière théorique de modéliser un puzzle ou un jeu ayant un nombre d'états fini consiste à donner la liste de tous les états possibles, à relier les paires d'états différant d'un coup de jeu, à repérer parmi eux d'une part ceux correspondant à un début de partie, de l'autre ceux correspondant à une fin de partie. L'objet obtenu est un arbre.

Le taquin n'a qu'un nombre fini de positions initiales, en fait $9! = 9*8*7*6*5*4*3*2 = 362880$. Il semble donc facile de résoudre un tel problème informatiquement, vu sa relative petite taille. Mais la difficulté réside dans le fait que les mouvements de base pour changer de configuration sont peu nombreux. Il n'est donc pas évident de construire une stratégie. En effet pour permuter les nombres de certaines cases, il faut déplacer un nombre souvent bien plus important de pièces.

Pour construire une résolution d'un puzzle ou pour étudier une stratégie gagnante pour un jeu, il faut construire, comme expliqué précédemment l'arbre de possibilités de celui-ci en reliant un état initial par une arête orientée à tous les états qu'on peut obtenir par un coup unique et répéter cette construction à partir des nouveaux états obtenus. Pour une explication plus complète de la modélisation d'un jeu ou d'un puzzle, se référer à Webb (2007).

Dans le cas du taquin, cette stratégie consiste, partant de la configuration $T_0$, à construire l'arbre orienté des possibles de la manière suivante. $T_0$ est appelé la racine et on construit récursivement l'arbre en créant toutes les configurations obtenues ($T_1$, $T_2$, ...) par un seul mouvement de la place libre et en les reliant à la racine.

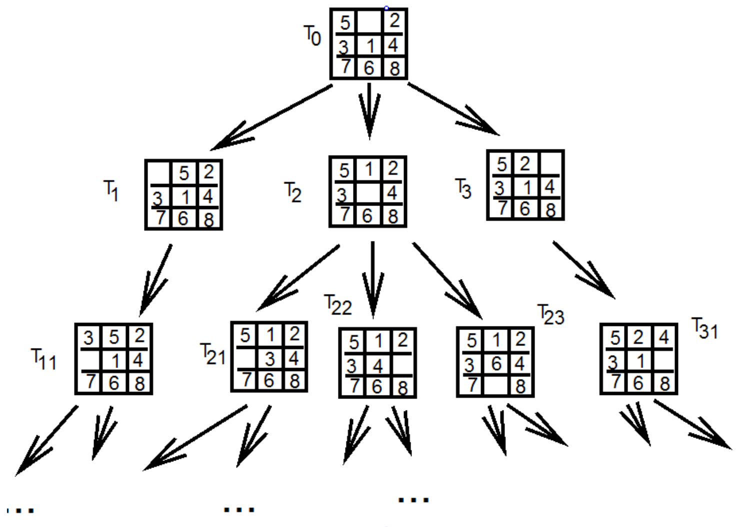



Fig. 8 : Début de l'arbre des états du taquin partant d'une configuration initiale

Et en continuant ainsi de suite pour tous les $T_i$, on construit les niveaux successifs : en dessous de $T_1$, on trouve $T_{11}$, $T_{12}$, ..., en dessous de $T_2$, on trouve $T_{21}$, $T_{22}$, ..., en évitant de mettre plusieurs fois la même configuration.

Chaque $T_i$, à l'exception de $T_0$, a un prédécesseur et éventuellement, mais pas nécessairement, des successeurs. Les configurations sans successeur sont appelées les feuilles.

Une fois l'arbre terminé, il suffit de rechercher s'il existe une feuille correspondant à un taquin rangé. Si c'est le cas, la résolution consiste, partant de cette feuille de remonter successivement vers l'unique prédécesseur possible jusqu'à revenir à la configuration de laquelle on était parti.

En pratique, dans les problèmes et jeux intéressants, l'arbre complet est en général bien trop imposant pour être construit complètement. Il faut alors ruser. Le but est de construire un arbre plus petit en ne construisant que certaines branches plus « prometteuses » que d'autres. Comment faire cela ? Il existe bien des manières d'attaquer un tel problème, mais nous allons décrire une démarche assez générale pour être utilisée dans un nombre important de situations, à savoir l'algorithme "Branch and Bound".

## L'ALGORITHME "BRANCH AND BOUND"

Comme nous venons de le dire, construire l'arbre contenant toutes les configurations partant de $T_0$ est trop long, la stratégie proposée consiste à ne construire qu'un sous-arbre. Celui-ci dépend d'une fonction "Score" permettant d'évaluer la qualité, la valeur d'une configuration. Nous décrivons plus loin dans le texte la fonction que nous avons choisie et la manière dont elle est calculée, mais celle-ci n'est pas unique. Cette démarche est nommée l'algorithme "Branch and Bound". La configuration voulue, dans notre cas le taquin rangé, aura la valeur maximale. Ainsi, si on cherche les directions dans lesquelles la valeur de la fonction Score augmente, on espère que l'on atteindra rapidement le maximum. Pratiquement, partant d'une configuration $T_0$, on évalue tout d'abord Score($T_0$). On construit ensuite l'ensemble des descendants directs ($T_1$, $T_2$, ...) de $T_0$ et on calcule pour chacun d'eux la valeur de la fonction Score, etc. (nommés score($T_i$) dans Fig. 9 et Fig. 10).

On choisit alors la feuille ayant le meilleur Score. Ce n'est que pour cette feuille que l'on va créer les descendants. On reprend alors toutes les feuilles, et pas seulement les dernières construites et on choisit à nouveau la meilleure feuille relativement à la fonction Score, pour en prendre ses descendants, puis on réitère le processus. Attention, selon la terminologie définie précédemment une feuille dont on a créé les descendants n'est plus une feuille.

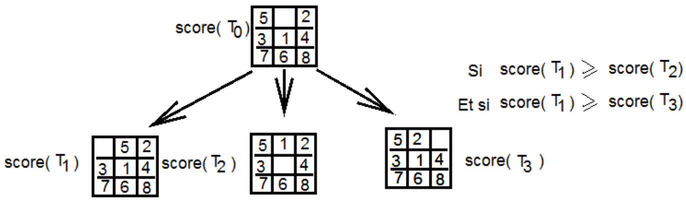



Fig. 9 : Premier pas de l'algorithme Branch and Bound

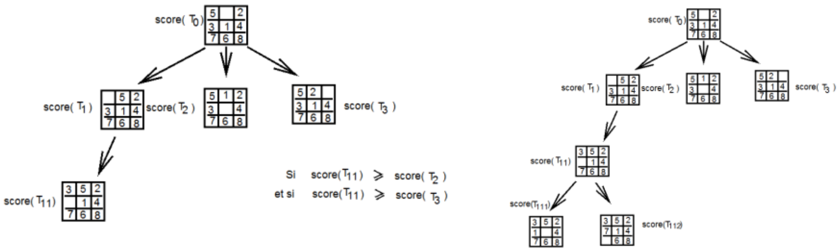



Fig. 10 : Deuxième et troisième pas de l'algorithme Branch and Bound

Ainsi on ne construit l'arbre enraciné que dans les directions où l'on détecte le meilleur Score. En pratique on finit par arriver à des extrema locaux. Si le principe de l'algorithme est simple, le codage est plus délicat. En effet, il s'agit de stocker d'une manière ou d'une autre une telle structure d'arbre enraciné et étant capable de dire si tel ou tel sommet est une feuille ou non. De plus dans la construction des étapes successives du graphe, la feuille ayant le meilleur Score perd son statut de feuille puisqu'on ajoute à l'arbre les successeurs de celle-ci. Si conceptuellement, cette idée n'est pas difficile, les détails techniques peuvent s'avérer pénibles, nous ne nous y attarderons donc pas trop. Les personnes intéressées peuvent aller voir les codes sources écrits en Scilab sur le site de RMé. Faisons néanmoins quelques remarques concernant ce programme, celles-ci ont chacune un intérêt plus général sur ce qui est important en informatique.

## QUELQUES REMARQUES À PROPOS DU PROGRAMME

La première s'intéresse à la manière de coder un taquin. L'informatique est la science du codage et de la manipulation automatique d'informations. La manière dont sont stockées les données a donc une importance capitale. Un point important pour la performance de cet algorithme est de pouvoir évaluer le Score d'une configuration assez rapidement, ce qui dépend de la manière dont l'information est stockée. Un taquin peut être codé de plusieurs manières. Regardons-en trois. Notons au lieu du vide la valeur 9. Ce choix de 9, plutôt que 0, est utile pour la construction de la fonction Score et sera expliqué plus loin. Il est clair qu'il n'y pas qu'une seule manière de coder un tel type d'information, mais il faut absolument être cohérent avec ses propres choix.

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 3 |
| 6 | 1 | 7 |
| 2 | 8 | 5 |

Fig. 11 : Exemple de taquin

Le taquin ci-dessus ressemble à une matrice 3 fois 3, il peut donc se coder par une matrice, mais peut tout aussi bien se coder comme le vecteur ligne à 9 composantes (4;9;3;6;1;7;2;8;5), ou plus simplement encore par le nombre 493617285. Bien que les deux dernières écritures semblent être identiques, la manipulation informatique d'un nombre ou d'une suite de nombres n'est pas identique. Ces trois méthodes (matricielle, vectorielle ou numérique) ont chacune des avantages et des inconvénients. Il est donc bon d'utiliser l'une ou l'autre suivant ses besoins. En outre, il est possible de construire de manière performante des fonctions NtoV, VtoM, MtoV et VtoN passant d'une forme à l'autre, dont les noms explicitent le rôle. On peut donc choisir de changer de codage en fonction de la tâche à effectuer sans que cela ne coûte trop en termes de temps de calcul. Bien sûr, choisir comme codage de base celui dans lequel les opérations sont les plus nombreuses optimalise le code en termes de performance de calcul et permet ainsi de gagner un peu de temps. La composition de ces fonctions permet ensuite de passer de n'importe quelle forme de codage d'un taquin à n'importe quelle autre. L'avantage du codage par le nombre est la facilité et la rapidité de comparaison et de manipulation. Le codage vectoriel est utile pour construire la fonction Score décrite plus loin dans le texte. Le codage matriciel est celui qui permet le mieux une visualisation proche du taquin.

On pourrait penser que compter le nombre de pièces en bonne position est une bonne fonction Score. Cependant, la configuration 123459786 est beaucoup plus désirable que 213456789, car on ne sait pas si cette dernière peut ou non être réordonnée, alors qu'il est évident que la configuration 123459786 peut l'être.

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | |
| 7 | 8 | 6 |

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 1 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | |

Fig. 12 : 123459786 213456789

Or ces deux configurations ont le même nombre de nombres bien placés, si on considère le vide comme la case à placer en bas à droite. Il semble donc que la configuration avec les nombres bien placés en haut à gauche du tableau soit plus désirable que celle en bas à droite. On choisit donc une fonction

Score: $(v_1; v_2; v_3; \dots; v_9) \to \sum_{i=1}^{9} \delta(i, v_i) 10^{9-i}$ où $(i, v_i) = \begin{cases} 1 \; si \; i = v_i \\ 0 \; sinon \end{cases}$.

L'intérêt de cette fonction Score est qu'elle pondère davantage les nombres bien placés dans le haut gauche du taquin que ceux bien placés en bas à droite. La valeur de la fonction Score correspondant à un taquin rangé est donc 111111111, mais si on choisit cette valeur comme condition d'arrêt, on se rend compte que parfois le programme ne semble pas pouvoir l'atteindre. Par contre si on choisit une condition d'arrêt égale à 111111000, on constate empiriquement que l'algorithme se termine toujours. Ceci donne une bonne condition d'arrêt laissant juste les nombres 7 et 8 et la case vide sur la dernière ligne. Et on remarque que parmi les 6 configurations correspondantes 789, 798, 879, 897, 978 et 987, comme le nombre 9 correspond à la case vide, il est toujours possible de le ramener à la fin de la dernière ligne, laissant deux seules possibilités pour cette dernière qui sont

| | | |
|---|---|---|
| 7 | 8 | 9 |

ou

| | | |
|---|---|---|
| 8 | 7 | 9 |

La première correspond au taquin rangé et il a été montré empiriquement et théoriquement, que la seconde ne peut pas aboutir à un taquin rangé. C'est sans doute ce qu'avait constaté Sam Loyd, qui lui permettait d'offrir un dollar à la personne qui aurait su ranger un taquin aboutissant à cette configuration.

Il est clair que le choix de la fonction n'est pas unique et peut avoir un impact sur l'efficacité de l'algorithme, elle doit donc être choisie avec soin. En effet, dans ce genre de démarche, c'est la construction d'une fonction Score efficace qui est le cœur de l'algorithme, mais en est aussi la partie difficile. Coder un jeu ou la résolution d'un puzzle comme le taquin via un graphe amène à devoir trouver un chemin permettant de passer d'un sommet à un autre. Dans un graphe, ceci n'est pas toujours simple, mais dans un arbre orienté ayant une racine c'est plus facile. Il suffit de garder la trace de l'unique prédécesseur (le père) de chaque configuration.

On peut donc essayer de répondre à notre interrogation initiale : si on tire au hasard les nombres dans un taquin, est-il toujours possible de les ramener sur le taquin rempli correctement, c'est-à-dire d'arriver sur la configuration d'un taquin rangé ? C'est la question à laquelle se sont attaqués les lycéens.

## QU'ONT FAIT LES LYCÉENS ?

Un travail MATH.en.JEANS se déroule en général comme suit : un chercheur propose à des lycéens une question ouverte à leur niveau. En petit groupe et sous la supervision d'enseignants de leur établissement, ces derniers mettent alors librement en place des stratégies pour résoudre la question posée. Ce travail peut durer un peu moins d'une année scolaire, les lycéens se retrouvent de manière hebdomadaire avec leurs enseignants et rencontrent le chercheur entre deux et trois fois dans l'année. Ils doivent ensuite rédiger un article qui sera présenté à un congrès MATH.en.JEANS annuel en face d'autres groupes de lycéens. C'est dans ce cadre que nous avons proposé cette question.

Dans notre rôle de chercheurs, nous avons rencontré pour la première fois les lycéens dans leur établissement en automne 2016, c'est à ce moment que nous leur avons proposé des sujets de recherche. Les lycéens travaillaient par groupe de deux ou trois sur divers sujets, le taquin avait été choisi par deux des groupes. Les enseignants du lycée avaient un contact hebdomadaire avec les élèves, l'interaction entre les chercheurs et les lycéens s'est plutôt construite via des échanges email. Les chercheurs ont néanmoins rencontré le groupe à deux autres reprises et l'un des chercheurs s'est rendu au congrès MATHS.en.JEANS au printemps suivant. Ce projet a donc duré 6 mois. Durant les deux premiers mois, les lycéens ont mis au point des stratégies de résolutions du taquin, mais celles-ci étaient trop lentes au niveau de l'exécution pour permettre des résultats statistiques, nous avons donc rediscuté avec eux d'un algorithme de résolution optimisé du type Branch and Bound qu'ils ont implémenté suivant nos conseils. Ils ont ainsi pu faire un grand nombre de résolutions de taquins.

En tirant au hasard une configuration initiale du taquin et en essayant de la résoudre, les lycéens ont remarqué que la résolution était possible environ une fois sur deux et semblait impossible dans le reste des cas. Ils en ont déduit qu'il devait être possible de séparer les configurations initiales en deux parties de même taille, l'une contenant les configurations dont la résolution est possible, l'autre celles amenant à une impossibilité. À ce stade, ceci était une conjecture et non une preuve. En se renseignant sur le sujet, les élèves ont réalisé qu'il était possible de démontrer cette conjecture par des moyens théoriques. Toutefois faire développer une telle preuve par les élèves n'était pas le but initial du travail proposé, mais cela aurait pu être une démarche dans un deuxième temps. Malheureusement le temps manquait. Notre but dans ce cadre était de donner aux lycéens des outils de prospectives statistiques pour se faire une idée de la réponse à la question posée par Sam Loyd, à savoir s'il est possible de passer de la configuration 123456879 à la configuration 123456789. La réponse semblait être négative et les lycéens en ont eu confirmation en trouvant des arguments théoriques expliquant cette impossibilité.

Pour les personnes intéressées à voir comment ce résultat se démontre, voir Coste (2011).

Les dates indiquées montrent que ce travail a été entrepris il y a quelques années et n'était pas conçu en vue d'une publication. Ainsi nous n'avons récolté que peu d'informations concernant la pratique des élèves et nous n'avons pas consigné les interactions entre les groupes de lycéens, ni entre les groupes de lycéens et les chercheurs. Cela explique pourquoi la description du travail en classe est si succincte. Nous n'avons simplement pas récolté de données à ce niveau, car cela n'était pas notre propos. L'idée de cet article est venue plus tard quand nous avons appris la parution de ce numéro spécial de RMé s'intéressant aux jeux.

## Conclusion

Ainsi le taquin n'est pas toujours résoluble. La preuve classique utilisant la théorie des groupes fut pendant longtemps l'idée-même de ce que voulait dire "faire des mathématiques", mais la puissance calculatoire toujours plus grande des ordinateurs a un peu changé la donne, alors qu'il y a encore quelques décennies, une preuve d'existence abstraite de solutions se suffisait souvent à elle-même. Actuellement des résultats constructifs sont recherchés bien plus activement, puisque qu'avec une puissance de calcul de plus en plus importante, une méthode constructive, même gourmande en calcul et inapplicable manuellement devient efficace pour obtenir, ou au moins approximer, la solution cherchée. Mais revenons au taquin : Sam Loyd pouvait sans risque proposer un dollar, somme importante à son époque, pour toute personne réussissant son défi, puisque ce dernier était impossible. Mais de telles questions piquent notre curiosité et celle-ci nous emmène souvent dans des mondes insoupçonnés. En ce sens, Sam Loyd nous a offert, avec ses puzzles, des heures de défis qui valent bien sa renommée.

S'il est vrai que les jeux mathématiques sont un plaisir en soi, nous sommes convaincus que ce plaisir peut se trouver à plusieurs niveaux. Bien évidemment, la joie de réussir le défi est le premier de ces niveaux, mais réussir à construire un programme informatique permettant de le faire directement, apporte une énorme satisfaction aux élèves. La joie de la réussite est d'autant plus grande que l'algorithmique, et surtout le codage, peut être parfois frustrante pour l'élève qui débute. Offrir à des lycéens la possibilité de chercher, de conjecturer et de parfois démontrer la véracité d'un résultat donne à ceux-ci le goût pour ce type d'activité.

## Bibliographie


De Vos, M. &. Kent, D. A. (2016). Game Theory, a playful introduction. *Student Mathematical Library Vol 20*, AMS.

Webb, J. N. (2007). *Game Theory, Decisions, Interaction and evolution*. Springer Undegraduate Mathematics Series, Springer.

Coste, M. (2011). *Le jeu de taquin, du côté de chez Galois*. 4 novembre 2011. http://images.math.cnrs.fr/Le-jeu-de-taquin-du-cote-de-chez-Galois.html.

Loyd, S. (1898). *Get of the earth*. http://www.murderousmaths.co.uk/games/getofftheearth.htm. (consulté janvier 2019).

# LABO-MATHS – QUEM'S DES FRACTIONS

Jimmy Serment

Établissement primaire de Pully, HEP Vaud

## CONTEXTE

Le labo-maths que nous vous proposons est issu d'une expérience conduite avec des élèves de 7H (11 ans) dans l'Établissement primaire de Pully-Paudex-Belmont. Le jeu a été utilisé plutôt en fin de séquence d'apprentissage sur les nombres rationnels dans le but de faire réfléchir les élèves sur les différentes représentations et écritures d'un même nombre rationnel. Il s'agissait d'expérimenter une démarche plus ludique que les fiches ou exercices des moyens officiels souvent peu adaptés aux élèves de l'enseignement spécialisé. Les fractions et les nombres non entiers écrits sous forme décimale étaient abordés pour la première fois par les élèves de 7H, ce thème était donc nouveau pour tous.

Nous vous proposons donc ce jeu comme une situation du labo et non pas une recherche à proprement parler pour ce numéro. Cependant, vous constaterez que les différentes adaptations matérielles et didactiques sont susceptibles de provoquer des recherches relativement ouvertes et parfois même des débats entre les élèves.

## LE JEU

Le Quem's (ou Kem's) est un jeu d'équipe, dont l'origine est inconnue, qui se joue à deux contre deux autour d'une table, si possible carrée. Le jeu comprend six familles de quatre cartes représentant le même nombre rationnel : sous forme d'écriture fractionnaire, d'écriture décimale et sous forme de deux représentations géométriques différentes (équivalentes à des fractions d'aire).

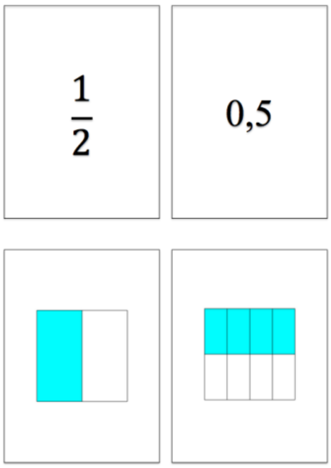



Fig. 1 : une famille de cartes représentant un même nombre

Le but du jeu est de trouver et d'avoir en main les quatre cartes de la même famille.

Pour le déroulement, les deux joueurs d'une même équipe doivent se réunir au préalable pour trouver un signal secret et discret afin de l'utiliser en fin de partie. Une fois le code compris, les deux joueurs d'une même équipe se placent l'un en face de l'autre. Un des participants mélange les cartes, en distribue quatre par personne (face cachée) et place au centre de la table les huit cartes restantes (face visible). Les cartes d'un joueur sont personnelles et visibles uniquement par le joueur alors que les cartes restantes sont visibles par tous. Une fois les cartes distribuées, chaque joueur retourne et regarde ses quatre cartes personnelles et peut en déposer une face visible au milieu du tas des cartes restantes, il peut ensuite en prendre une, pour la remplacer, provenant de ce tas des cartes restantes au milieu de la table. Tous les joueurs font ces changements de cartes en même temps, la rapidité est donc un des facteurs pour réussir à obtenir les quatre cartes de la même famille.

Une fois toute la famille réunie, pour marquer 1 point, il faut que le coéquipier dise à haute voix « Quem's ». Pour ce faire, le joueur qui a réuni toute la famille doit le faire comprendre discrètement à son coéquipier grâce au signal secret. Si Quem's est prononcé, alors on dévoile les cartes du coéquipier. Si c'est juste, un point est attribué à l'équipe et on recommence, si c'est faux, le point est donné à l'équipe adverse et on recommence.

Par contre, si l'équipe adverse se doute que l'autre équipe a réussi à réunir une famille, elle peut aussi dire à n'importe quel moment « contre Quem's ». Dans ce cas, on dévoile les cartes des adversaires. S'il y a bien la famille de cartes réunie, le « contre Quem's » rapporte 1 point, dans le cas contraire c'est l'autre équipe qui gagne le point.

La première équipe qui a 5 points gagne la partie.

Vous pouvez par exemple réunir les cartes en trois niveaux de difficulté. Le premier niveau, le plus facile, représente des fractions unitaires uniquement (1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/10, 1/100). Le deuxième, de niveau moyen, est basé sur des fractions multiples des unitaires ou comprenant l'unité (3/4, 1, 4/5, 2/5, 2/3, 6/10). Le dernier est celui qui comporte des fractions diverses et dont certaines dépassent l'unité (22/100, 3/2, 5/4, 5/3, 84/100, 16/10). Vous pouvez composer des jeux différemment, et notamment de façon plus homogène. Recourir à des niveaux de jeu semblables permet aux élèves ayant des connaissances plus avancées de jouer avec les cartes « difficiles » et aux élèves ayant des difficultés de jouer avec les cartes « faciles ».

Pour que vos élèves s'habituent à ce jeu, nous vous conseillons d'introduire le Quem's de manière collective pour une bonne explication des règles. Ce dispositif collectif peut être conduit par exemple sur une période (et pour tous les élèves). Par la suite d'autres dispositifs peuvent être utilisés en différenciant notamment les moments de classe et les groupes d'élèves. Ils peuvent jouer en autonomie à la fin de leurs activités de classe en choisissant le niveau qu'ils préfèrent.

Lorsque les règles principales sont bien maîtrisées, il est possible (mais pas indispensable) de compléter les règles avec « double Quem's » et « double contre Quem's ». Si deux joueurs de la même équipe ont réussi à réunir chacun une famille et qu'ils le remarquent, ils peuvent annoncer « double Quem's », ce qui peut rapporter deux points (ou coûter en cas d'erreur). Au contraire, si des joueurs remarquent que les deux adversaires ont réussi à réunir chacun une famille, ils peuvent dire « double contre Quem's ». Cela peut leur rapporter deux points (ou coûter en cas d'erreur).

### Autres jeux possibles

Avec le matériel de ce jeu du Quem's, vous pouvez proposer un jeu comme le Memory (plus adapté dans une situation scolaire où vous souhaitez des activités qui sont moins bruyantes). Comme le Quem's est composé de 18 familles, il est possible de prendre deux cartes de chaque famille, de les mélanger et les placer face cachée en un « carré » de 6x6 cartes afin de composer un plateau de jeu du type Memory.

Les élèves peuvent ensuite jouer par 2, 3 ou 4 autour de la table. A tour de rôle, chaque élève retourne deux cartes. Si elles sont de la même famille, l'élève les garde et rejoue, sinon il remet les cartes à leur place et passe son tour. En fin de partie, l'élève ayant récolté le plus de cartes gagne.

Plusieurs variables didactiques sont envisageables quant au choix des cartes. Il y a plusieurs possibilités de travailler des équivalences de représentations, en choisissant :

- les cartes fraction et écriture décimale ;
- les cartes fraction et représentation géométrique ;
- les cartes écriture décimale et représentation géométrique ;
- deux cartes représentation géométrique ;

- un mélange de tout.

Plusieurs options de jeu sont possibles, notamment pour éviter trop d'erreurs de mémorisation. La première possibilité est de limiter le nombre total de cartes. La deuxième possibilité est de laisser les cartes faces visibles, une fois qu'elles sont retournées. Ces deux options vont limiter le travail de mémorisation pour se focaliser plus sur le travail de comparaison des représentations, car il pourrait y avoir surcharge pour certains élèves s'ils doivent à la fois comparer deux représentations et retenir l'emplacement de cartes. Je préconise donc dans un premier temps de privilégier ces options en limitant l'aspect de mémorisation, puis dans un second temps, quand les élèves se sont bien appropriés les passages d'une représentation à une autre, de jouer au « vrai » Memory des fractions.

## Adaptations didactiques et aménagements matériels

Ce jeu a aussi été testé dans une classe de l'enseignement spécialisé au cycle de transition. Les règles ont été adaptées et un jeu de collaboration par deux a été proposé. Il s'agissait simplement de retrouver les six familles de quatre cartes. Avec cette règle du jeu, la mémorisation était neutralisée. Le stress et la rapidité du Quem's n'étaient plus présents et les élèves pouvaient se concentrer uniquement sur les différentes représentations d'un nombre rationnel. De plus, les élèves avaient le droit d'utiliser leur calculatrice, ce qui représentait une aide pertinente pour associer l'écriture fractionnaire et sa forme décimale correspondante. La difficulté restante concernait l'association des représentations géométriques aux écritures décimales. Lors de cette expérimentation pédagogique, les élèves ont finalement réussi les jeux de niveaux « facile » et « moyen ». En revanche, les fractions plus grandes que l'unité étant trop complexes à appréhender, le jeu de niveau « difficile » n'a pas été réussi sans l'apport d'une aide supplémentaire.

Il est possible de remplacer une des représentations géométriques par un calcul avec division, par exemple pour ½ on pourrait créer la carte « 1 : 2 ». L'avantage des deux représentations géométriques est de montrer une équivalence de surface coloriée par rapport à une même surface totale. Il serait également possible de mettre deux représentations géométriques différentes, une de forme circulaire et l'autre carrée. Il est tout de même conseillé de porter son choix sur les deux représentations carrées en raison de l'écriture des centièmes. Il serait en effet plus difficile pour un élève de « compter » ou reconnaître des centièmes sur un disque. Bien entendu, en se limitant à des fractions au dixième, le choix des représentations circulaires est alors pertinent.

Vous pouvez également choisir les nombres rationnels sur d'autres critères en privilégiant par exemple ceux qui font partie des plus familiers, ou au contraire en privilégiant les fractions décimales ou celles qui sont supérieures à l'unité. Ces choix mathématiques permettent de prolonger l'utilisation du jeu et de renforcer les apprentissages.

Au niveau de l'impression du matériel, nous vous conseillons d'imprimer les cartes sur des feuilles à dessin (grammage 120 $g/m^2$ au moins) puis de les plastifier afin de pérenniser votre matériel. Pour produire les représentations géométriques des fractions, un site internet générateur de fractions, sur lequel il est possible de paramétrer les fractions voulues puis de télécharger les images, est disponible à l'adresse suivante : https://micetf.fr/Fractions/generateur/#quadrillage

## Pilotage de la classe

Pour le Quem's des fractions, vous pouvez regrouper les élèves de niveau plus ou moins homogène par groupes de quatre. Dans chaque groupe, les élèves constituent ensuite deux équipes de deux, se concertent pour le signe secret, puis s'installent l'un en face de l'autre. Distribuez ensuite des jeux en fonctions des niveaux des élèves et la partie peut commencer.

Une fois plusieurs parties effectuées, vous pouvez déplacer des groupes de deux pour faire varier les adversaires ou les niveaux de jeux en fonctions de vos observations.

N'hésitez pas à organiser des moments de mise en commun et d'échanges oraux à la fin de chaque partie pour permettre aux élèves de présenter leurs stratégies et de découvrir celles des autres.

## Où sont les maths

Les notions mathématiques concernées par le jeu du Quem's sont celles des nombres rationnels et plus spécifiquement d'une de leurs écritures possibles : celle des fractions. Le jeu permet aux élèves d'associer plusieurs types de représentations pour désigner un même nombre. On sait en effet que l'écriture fractionnaire pose deux problèmes sémiotiques importants :

- c'est une écriture qui utilise deux nombres (entiers) pour ne désigner qu'un seul nombre (rationnel) ;
- la barre de fraction peut faire référence à l'opérateur de la division ce qui entraîne souvent les élèves à effectuer le calcul avant tout raisonnement sur les nombres qui composent la fraction.

L'écriture fractionnaire est souvent associée au résultat de la division qui lui correspond ce qui représente un obstacle didactique majeur : la confusion entre nombre et opération.

Dans le plan d'études romand (PER), les nombres rationnels sont au programme dès le cycle 2 en 7$^{\text{ème}}$ année (MSN-22). L'un des objectifs d'apprentissage concerne la représentation des nombres rationnels : « reconnaissance d'un nombre sous diverses écritures et établissement de quelques égalités » ainsi que l' « expression de la quantité correspondant à la moitié, au tiers, au quart, au dixième ... d'une quantité donnée ».

Le jeu doit donc pouvoir entraîner ces deux éléments du plan d'études. Les élèves seront confrontés à diverses représentations, de niveaux différents, tout en étant dans un jeu de collaboration.

## Partagez vos expériences

Savoir comment vos élèves apprécieront ce jeu du Quem's et surtout comment vous l'avez mis en œuvre dans votre classe nous intéresse beaucoup. Nous sommes également curieux de connaître les explications, les justifications et les raisonnements qu'auront fait vos élèves lors des phases de mise ne commun ou de discussion après une partie.

Vous pouvez ajouter à votre envoi toutes les informations concernant la manière (ou les manières) dont vous avez choisi d'utiliser le jeu, des traces des activités de vos élèves et même des photos montrant vos petits chercheurs en action. Envoyez vos propositions en indiquant votre nom, le niveau de votre classe, ainsi que les coordonnées de votre établissement à l'adresse suivante : revue.mathematiques@gmail.com

Avec votre accord, quelques-uns de vos envois seront publiés dans un numéro ultérieur de la Revue de mathématiques pour l'école (RMé). Vos noms et coordonnées d'établissement ne seront indiqués dans l'article correspondant que si souhaité.

## Bilbiographie

Conférence intercantonale de l'instruction publique. (2010). MSN 22–Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres rationnels...[PDF]. In *Plan d'études romand*. Neuchâtel: CIIP. Repéré à https://www.plandetudes.ch/web/guest/MSN_22/

# LISTE DES ARTICLES DE RME - MATH-ECOLE CONCERNANT LE JEU ENTRE 2002 (NUMERO 201) ET 2016 (NUMERO 226)

Laura Weiss

Pour le comité éditorial

Nous proposons ci-dessous à nos lecteurs une bibliographie des articles de RMé (précédemment Math-école) de ces dernières quinze années, sur le jeu ou les jeux mathématiques. Ces articles consultables en ligne (soit par article, soit pour les plus anciens par numéro) montrent la variété de ce qu'on dénomme « jeu » dans la littérature de didactique des mathématiques. On peut d'ailleurs s'interroger si pratiquement toute activité mathématique n'est pas un jeu, dans la mesure où la résoudre, seul ou à plusieurs, correspond à gagner au jeu ! C'est ce qu'éprouvent souvent nos élèves qui aiment les mathématiques, ils considèrent que c'est comme un jeu.

Différents didacticiens des mathématiques se sont intéressés au jeu mathématique. On trouvera ainsi des définitions du « jeu mathématique » dans http://www.univ-irem.fr/IMG/pdf/DefJeu.pdf et dans la thèse de Nicolas Pelay (https://halshs.archives-ouvertes.fr/tel-00665076), auteur qui contribue à ce numéro.

## Numéro 226 : Spécial technologies

- Stéphane Cyr, Patrick Charland et Martin Riopel. Un jeu vidéo pour l'apprentissage des fractions au primaire.
- Arnaud Simard et Thierry Blondeau. LEARN-O, faire des mathématiques en courant

## Numéro 224

- Lionel Fontana et Anouchka Haifi-Blandin Analyse de l'activité "Tours de perles"

## Numéro 223

- Sylvia Coutat et Céline Vendeira Des pointes, des pics et des arrondis en 1P-2P

## Numéro 222 - Spécial GEOMETRIE

- Shaula Fiorelli-Vilmart et Pierre-Alain Chérix Le Mathscope ouvre ses portes en février 2015 !

## Numéro 220

- Valentina Celi Le Kasan Kurosu ou le jeu des sommes croisées (Partie 2)

## Numéro 219

- Valentina Celi Le Kasan Kurosu ou le jeu des sommes croisées (partie 1)
- Shaula Fiorelli Vilmart et Pierre-Alain Chérix « Les jeux sont faits ! Hasard et probabilités » : une exposition étonnante

## Numéro 216

- Manoelle. Calame Les jeux mathématiques en 4e année primaire

## Numéro 215

- Revue des revues : tangente, jeux et stratégie

## Numéro 213

- Denis Odiet L'année dernière à Marienbad.

## Numéro 210

- Notes de lecture ici
- Association pour l'approche des mathématiques par l'art et le jeu ici

## Numéro 209

- Eric Trouillot Plaidoyer pour la pratique de jeux mathématiques en classe et présentation de Mathador et Matador Junior.
- Martine Simonet L'Or des fous, un jeu de stratégie.
- Information "Jeux"
- Valentina Celi Le tangram, un jeu à facettes.

## Numéro 208

- Information "jeux"
- Valentina Celi Le Tangram: un jeu à facettes.

## Numéro 207

- Alain Pierrard Des projets pour apprendre des mathématiques à l'école maternelle : les habits de carnaval.
- François Jaquet 4e salon des jeux et de la culture mathématique.

## Numéro 206

- Martine Simonet Veleno (Venin), un jeu de stratégie.
- Rush Hour
- Martine Simonet Sortilège à 3 côtés ou comment faire des calculs de manière ludique.

## Numéro 205

- Martine Simonet Torticolis.

## Numéro 204

- Jean-Paul Dumas Magix 34.

## Numéro 203

- Martine Simonet Le Cameroun contré.

## Numéro 202

- Martine Simonet Jeu de dés.
- Michèle Vernex "A vos baguettes", un simple jeu ?

## Numéro 201

- Martine Simonet Rapidix, un jeu de rapidité (et de multiplication!).

Bonne lecture.

## RMÉ POUR CELLES EST CEUX QUI S'INTÉRESSENT À L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES !

Vous êtes invité à proposer des contributions en rapport avec l'enseignement des mathématiques ou des sciences (articles, narrations, expériences, comptes rendus, réflexions).

Les articles doivent parvenir en version électronique à la rédaction (voir www.revue-mathematiques.ch, consignes aux auteurs). Chaque article est examiné par le rédacteur responsable et envoyé anonymisé à deux relecteurs pour avis.

Les auteurs sont informés des décisions de la rédaction à propos de leurs contributions, qui peut les accepter avec ou sans demande(s) de modifications ou les refuser.

Tous les numéros sont consultables en ligne à partir du n° 1 depuis la rubrique *Consultation*.

**Contact :** revue.mathematiques@gmail.com

**Site internet :** www.revue-mathematiques.ch