LEÇONS DE LA CLASSE DE MATHEMATIQUES

Jérôme Proulx

Laboratoire Épistémologie et Activité Mathématique, Université du Québec à Montréal

En tant que didacticien des mathématiques, je suis amené par mes travaux de recherche à être en classe et à travailler avec des élèves du primaire, du secondaire ainsi que de l'université. Dans ces visites et travaux, les élèves m'offrent souvent ce que j'appelle des « perles mathématiques », à travers divers raisonnements, erreurs, questions, stratégies et solutions. C'est à partir de ces productions mathématiques que je propose de tirer des réflexions, voire quelques leçons, autant mathématiques que didactiques, dans le but de comprendre ce que les élèves parfois nous enseignent par leurs activités mathématiques…

LES TABLES DE MULTIPLICATION

Les tables de multiplication ont toujours joué un rôle important dans l'enseignement des mathématiques, et ce, à tous les niveaux scolaires. Dans cette leçon, j'offre une réflexion sur celles-ci à partir d'événements de classe, voire d'anecdotes, dans l'intention de soulever des questionnements et de sensibiliser à certains enjeux concernant leur utilisation par les élèves.

Ma première anecdote s'est produite dans une classe de 5^e année du primaire (10-11 ans), alors que le problème suivant (issu d'un examen ministériel de 2012 pour le 3^e cycle du primaire) était à résoudre :

> Si l'aire d'un rectangle est de 32 cm^2, quel est son périmètre si un côté mesure le double de l'autre côté ?

Lors de la résolution de ce problème, une majorité d'élèves ont rapidement dessiné dans leur cahier un rectangle de 8x4. Surpris, curieux, j'étais toutefois très impressionné par cette rapidité d'exécution des élèves. Autant des essais infructueux avec d'autres nombres étaient peu présents (3x6, 8x10, etc.), autant d'autres rectangles de même famille d'aire de 32cm^2 n'étaient pas proposés (rectangles de 32x1, 16x2, ou encore des nombres décimaux : 5x6,4 par exemple).

Alors que les élèves partageaient leurs solutions pour résoudre le problème en entier, je les questionnais afin de savoir comment ils avaient trouvé 8 et 4 comme mesures de côtés du rectangle. Je recevais majoritairement un « silence radio », où aucun élève n'était capable de me donner la provenance de ce résultat, sinon une expression de surprise suivie par une explication d'évidence telle que « c'est parce que ça marche ! ». Bien que ceci leur semblait évident, pour ma part je ne comprenais pas plus d'où cette réponse leur était venue. Tout ça jusqu'à ce qu'une élève, Marie, vienne au tableau pour offrir sa solution et réponde très clairement à ma question :

Jérôme : Et comment tu es arrivée à penser à 8 et 4 ?

Marie : Au début, je me suis dit, j'ai compté sur mes doigts, je savais qu'il y avait un chiffre dans ma table de 4 qui va me donner 32. Donc, j'ai fait [comptant sur ses doigts, chacun des doigts représentant un bond de 4] 1,2,3,4 et 5,6,7,8 et 9,10,11,12 et 13,14,15,16 et jusqu'à temps que ça finalement tombe sur mon doigt 8 et que ça fasse 32. Donc ça faisait 8 fois 4.

Alors que Marie continuait sur sa résolution du problème – en établissant la relation 1 pour 2 entre 4 et 8 – j'étais intrigué par son commentaire sur sa table de multiplication. Il est évident que Marie connait bien ses tables de multiplication. Cela dit, il semble y avoir quelque chose de différent dans la stratégie de Marie, soit quelque chose que je n'avais personnellement jamais encore rencontré. Marie semblait connaître les résultats des tables de multiplication par cœur, mais surtout savoir dans « quelle » table, ici celle des 4, le nombre recherché pouvait se retrouver.

Essayons sa stratégie avec un autre exemple : Je cherche ce qui me donne 49. Je sais que la table des 7 possède un 49 alors je cherche, comme Marie l'a fait, combien de fois le 7 me donnera 49, et ce processus me donnera l'autre facteur de la multiplication. Bien contrôlé, le tout donne le bon résultat. Mais, si Marie était tombée, par inadvertance, sur son septième doigt, alors elle aurait obtenu 7 fois 4 vaut 32 et sa résolution du problème aurait été tout autre…

D'un certain point de vue, la façon de faire de Marie représente un autre niveau d'apprentissage par cœur des tables qui n'est pas nécessairement relié à une idée d'efficacité : Marie a pris beaucoup de temps à se rendre à son 8e doigt par bonds de quatre. Et, plusieurs autres élèves avaient aussi la même stratégie que Marie pour établir que le 8 et le 4 se multiplient ensemble pour trouver 32 : pour eux, tout simplement, le nombre 32 « appartient » à la table de 4…

Ce type de par cœur ne me semblait pas aligné avec les raisons alléguées habituellement pour faire apprendre les tables de multiplication : aisance de calcul, rapidité d'exécution, alléger la lourdeur des autres calculs nécessaires, être flexible pour passer d'une multiplication à une autre, avoir des repères numériques pour permettre de faire d'autres calculs plus aisément, etc. Rien de tout cela n'était apparemment présent dans la façon de faire de Marie. J'étais autant surpris que perplexe, me demandant : « Et si l'aire du rectangle avait été de 30 cm^2, qu'auraient-ils fait ? La table des 3 ? Et pour 38 cm^2 ? Auraient-ils été bloqués ? Auraient-ils pu faire autre chose ? »

Mes questionnements ont reçu une réponse des plus claires la semaine suivante, avec les mêmes élèves de 5e, alors que nous nous sommes retrouvés à diviser 30 sandwichs en 4 paquets. J'avais alors complètement oublié cette première anecdote avec Marie et la table des 4. Pour diviser les 30 sandwichs en 4, quatre cercles avaient été dessinés au tableau par une élève (voir Fig. 1) et dans un premier temps 15 avait été proposé pour chacun des cercles.

Fig. 1 : Proposition initiale dessinée au tableau pour partager 30 sandwichs en 4 paquets

D'autres élèves ont par la suite affirmé que c'était trop, que tout ceci donnait au total 60 sandwichs. Par contre, lorsque je leur demandais quel nombre devait alors se retrouver dans chacun des cercles-paquets, ils n'avaient pas de réponse. Plusieurs demeuraient bloqués, voire hésitants. Marie a alors proposé de donner plutôt 15 à deux paquets et 15 aux deux autres paquets. Ceci l'a menée par la suite à dire que 7,5 se retrouverait dans chacun des paquets. Voici ce qui était dessiné au tableau (Fig. 2) :

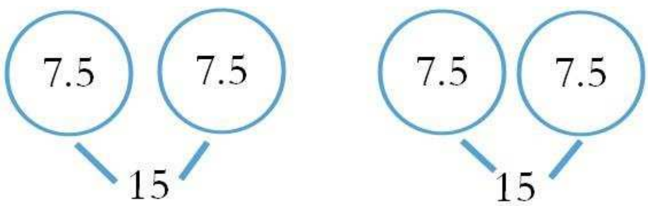

Fig. 2 : Deuxième proposition dessinée au tableau pour partager 30 sandwichs en 4 paquets

Avec ce dessin en gros plan au tableau, certains élèves semblaient assez en accord avec le résultat proposé par Marie et hochaient la tête, alors que d'autres semblaient se questionner profondément. Soudainement, Marco a levé la main en me disant que tout ça n'était pas bon.

Jérôme : Donc, les quatre, tout ça vaut 30 sandwichs.

Marco : Non.

Jérôme : Ce n'est pas ça ? Ok, alors vas-y, pourquoi tu dis non ?

Marco : Bien parce que, il n'y a rien dans les tables qui égale 30 avec 4.

La réponse de Marco en dit beaucoup. Les inquiétudes que j'avais se sont avérées fondées : Marco a eu un blocage face à un nombre absent de ses tables de multiplication. Le 30 étant dans la table de 3, il ne pouvait fonctionner.

Ces deux anecdotes offrent matière à réflexion sur l'apprentissage des tables de multiplication. Autant elles permettent de réfléchir au niveau de par cœur exprimé par Marie, qui apprend les résultats des multiplications et les associe à une partie de la table, autant le blocage de Marco fait réfléchir aux limites de cette demande de par cœur. Marco souligne que ce n'est pas uniquement la recherche du nombre (de la réponse) dans les tables qui oriente son travail de multiplication. C'est aussi ce qui le bloque, car si le nombre ne se retrouve pas dans les tables de multiplication, alors il n'y a pas de multiplication possible. Cette approche des tables fait en sorte que la multiplication *devient* les tables de multiplication : savoir multiplier revient à connaître ses tables.

Mais il y a plus, car les élèves en viennent à concevoir que les seules multiplications qui existent sont celles présentes dans les tables de multiplication. Ceci mène à se questionner sur l'utilité, l'importance et l'impact du travail des tables à l'école, sur *la perception mathématique* des élèves, sur leur rapport au savoir. Tout comme la division ne se réduit pas à son algorithme de division, la multiplication ne se réduit pas aux tables ! Savoir multiplier fait aussi intervenir des notions telles que : les relations entre les nombres (8x2=16 montre que 16 est 2 fois plus grand que 8), le travail d'ordre de grandeur et d'estimation (1462x4 donne autour de 6000, car 1462 est proche de 1500 et 6000 est quatre fois plus grand), les propriétés de commutativité (3x6=6x3), les conservations de transformations (7x6=42, et si je double mon 7 ma réponse sera doublée, ou conservée si mon 6 est aussi divisé par 2), l'établissement d'équivalences (9x12=3x36), et la liste continue.

Personne n'est surpris qu'une demande soit faite aux élèves d'apprendre leurs tables de multiplication par cœur. L'effet que ceci peut avoir sur certains élèves est peut-être moins connu. Ces deux anecdotes mènent à des réflexions importantes. Comme Marie et Marco, certains élèves ne se contentent pas de mémoriser les multiplications pour arriver à « maîtriser », « contrôler » ou « savoir » leurs tables : ils apprennent autre chose… et cette chose n'est pas nécessairement porteuse de compréhension. Ce que Marco et Marie nous enseignent est que cette demande d'apprendre les tables de multiplication peut avoir des conséquences importantes sur les compréhensions mathématiques des élèves, des conséquences parfois éloignées des intentions initiales que nous avons lorsque nous leur présentons les tables de multiplication.

Quelle belle leçon ! Merci Marie. Merci Marco.

Note

Je ne peux m'empêcher, dans toutes ces réflexions sur l'apprentissage des tables de multiplication, d'offrir ici le dialogue fictif extrait d'un article de Chevallard (2012, p. 10) touchant cette dimension. En particulier, ce dialogue semble soulever la différence entre savoir ses tables de multiplication et savoir multiplier, tel que discuté dans cette leçon. Ce dialogue se fait entre β un interviewer et ξ un interviewé :

β : 7 fois 9 ?

ξ : 7 fois 9 ? Mince, ça je ne sais plus ! Eh bien 7 fois 10, c'est 70…

β : Non, non ! Répondez tout de suite !

ξ : Permettez… Donc 7 fois 9, cela fait 70 moins 7, soit 63.

β : C'est ça ?

ξ : Ou encore c'est 7 fois 3 fois 3 (parce que 3 fois 3, 9), c'est-à-dire 21 fois 3, ce qui fait 63. Ou bien, puisque je crois me rappeler que 7 fois 8, c'est 56, 7 fois 9 c'est 56 plus 7, c'est-à-dire 56 plus 6, 62, plus un, 63. Ou aussi, c'est égal encore à $(8 - 1)(8 + 1)$, soit $8^2 - 1$ (vous vous souvenez, , « l'identité remarquable »…), ou 64 moins 1, donc 63. Ou… Bon. C'est aussi 9 fois 9, soit 81, moins deux fois 9, soit 18, c'est donc 81 moins 20 plus 2, soit 61 plus 2, donc 63. Oui, voilà ma réponse : 63. Enfin je crois !

β : C'est bien ça !

ξ : Mais vous, comment le savez-vous ?

β : Je le sais ; 7 fois 9, 63.

ξ : En êtes-vous sûr ? Est-ce que vous ne confondez pas, comme l'ont fait certains de vos interlocuteurs ? Est-ce que nous ne sommes pas en train de nous tromper tous les deux ? Quand j'étais enfant, j'aimais bien compter en base 3.

β : ?

ξ : Voyons, recomptons en base 3, mon cher ! En base 3, le nombre 7 s'écrit… 21 et 9 s'écrit… 100. Leur produit vaut donc 2100, c'est-à-dire $0 + 0 + 3^2 + 2x3^3$, soit 9 plus deux fois 27, ou 9 plus 54, soit donc… 63. On n'en sort pas !

β : Dites donc, vous en mettez du temps !

ξ : C'est mieux que de se tromper, non ?

β : Ce n'est pas faux…

ξ : Les mathématiques, mon cher, cela mérite un peu de respect ; et les gens, pareil.

β : Que voulez-vous dire ?

ξ : Eh bien, les gens, cela mérite un peu de respect. En particulier dans leurs rapports avec les mathématiques. Vous ne croyez pas ?

β : Peut-être…

BIBLIOGRAPHIE

Chevallard, Y. (2012). Des programmes, oui. Mais pour quoi faire? Vers une réforme fondamentale de l'enseignement. In *Conférence nationale sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et au collège* (Vol. 1). Repéré à : http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/YC_-_CNEM_-_13-03-2012.pdf