

RMé 233

233

RMé

REVUE DE MATHÉMATIQUES
POUR L'ÉCOLE

JUIN 2020

ISSN : 2571-516X

LESSON STUDY, ENSEIGNEMENT PAR LA RESOLUTION DE PROBLEMES ET NERPAGE : REFLEXIONS AUTOUR DE L'OBSERVATION D'UNE LEÇON DE MATHEMATIQUES.....	6
Stéphane Clivaz, Akihiko Takahashi	6
LE JEU DE ROLES POUR FORMER A ENSEIGNER LES MATHEMATIQUES : POTENTIALITES ET LIMITES SELON DIFFERENTS POINTS DE VUE	16
Caroline Lajoie.....	16
QUELLES CONDITIONS POUR UNE FORMATION INITIALE DES ENSEIGNANTS DU 1 ^{ER} DEGRE EN DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES PAR LE TRAVAIL SUR LE MEMOIRE ?.....	28
Sylvie Grau.....	28
COMMENT ENGAGER LES PROFESSEURS DES ECOLES DANS UN TRAVAIL AUTOUR DE LA DEVOLUTION D'UN PROBLEME NUMERIQUE COMPLEXE ?.....	39
Patricia Felici-Richard.....	39
DES DOCUMENTS ET DES MODALITES DE FORMATION POUR FAVORISER LA MISE EN ŒUVRE DE SITUATIONS DE RECHERCHE ET DE PREUVE ENTRE PAIRS DANS DES CLASSES DE L'ECOLE PRIMAIRE	50
Jean-Philippe Georget, Cécile Dufy	50
DROITES PERPENDICULAIRES	60
Francine Athias, Philippe Le Borgne.....	60
ENSEIGNER LA RESOLUTION DE PROBLEMES AUX ELEVES DE 6-9 ANS VIA DES PROBLEMES « NON APPLICATIFS » : ANALYSE DE DISPOSITIFS DE FORMATION FONDES SUR UNE APPROCHE CONSTRUCTIVISTE OU INTEGRATIVE	70
Catherine Rivier, Édouard Gentaz	70
CONSTRUCTION D'UNE BATTERIE DE TACHES SPATIALES EN 3D POUR FAVORISER L'EXPRESSION GESTUELLE DES ELEVES AYANT UNE DEFICIENCE INTELLECTUELLE.....	81
Noémie Lacombe, Thierry Dias, Geneviève Petitpierre.....	81
DEVELOPPER UN TRAVAIL GEOMETRIQUE COMPLET ET CONFORME CHEZ LES ETUDIANTS DE PREMIERE ANNEE DE MASTER ENSEIGNEMENT EN FRANCE	93
Alain Kuzniak, Assia Nechache	93
ENVIRONNEMENTS VIRTUELS POUR LE DÉVELOPPEMENT DE CONNAISSANCES SPATIALES.....	105
Sylvia Coutat.....	105

RMé 233

UNE CARTE DES CONNAISSANCES POUR LA CONSTRUCTION DU NOMBRE EN MATERNELLE	117
Marie-Caroline Croset, Marie-Line Gardes	117
CONCEPTIONS DES ELEVES DE PRIMAIRE SUR LA NUMERATION DECIMALE DE POSITION	128
Sophie Soury-Lavergne, Stéphanie Croquelois, Jean-Luc Martinez, Jean-Pierre Rabatel	128
DISPOSITIF DE FORMATION UTILISANT LE JEU DE GO POUR ENSEIGNER LES MATHEMATIQUES A L'ECOLE PRIMAIRE.....	144
Antoine Fenech, Richard Cabassut.....	144
MISE EN ABYME D'UN JEU DE ROLES POUR LA FORMATION DE FORMATEURS	151
Claire Guille-Biel Winder, Caroline Lajoie, Christine Mangiante-Orsola, Pascale Masselot, Frédéric Tempier	151
USAGES D'OUTILS DE QUESTIONNEMENT EN FORMATION MATHEMATIQUE DE FUTURS ENSEIGNANTS DU PREMIER DEGRE	163
Jean-François Bergeaut, Christophe Billy, Pierre Danos, Cédric Fruchon.....	163
FORMER DES ENSEIGNANTS PAR UN SIMULATEUR INFORMATIQUE D'INTERACTIONS HUMAINES : L'EXEMPLE DU LOGICIEL VTS	180
Fabien Emprin, Hussein Sabra, Patrick Gadat	180
QUEL BILAN D'UNE ACTION DE FORMATION CONTINUE SUR LES FRACTIONS POUR LES ENSEIGNANTS DE L'ECOLE ELEMENTAIRE ?	192
Eric Mounier, Nicolas Pelay	192
UN DISPOSITIF DE FORMATION CONTINUE EN GEOMETRIE POUR LES ENSEIGNANTS DU PRIMAIRE	202
Jimmy Serment, Thierry Dias	202

Chères lectrices, chers lecteurs,

En cette fin de période de crise sanitaire, permettez-nous tout d'abord de vous souhaiter une très bonne santé. Nous espérons que les lectures que nous vous proposons sauront vous accompagner agréablement en cette fin d'année scolaire et universitaire.

Ce numéro 233 de la Revue de Mathématiques pour l'école est beaucoup plus volumineux que les autres comme vous le constaterez à la lecture de ces 200 pages. Nous avons en effet fait le choix de publier 18 contributions issues du colloque de la COPIRELEM 2019 s'étant déroulé à Lausanne du 5 au 7 juin 2019. Ce numéro 233 ne constitue pas à proprement parler des actes de cette rencontre scientifique, mais propose un choix des différentes contributions : conférences, communications et ateliers.

Ce 46^{ème} colloque international sur la formation en mathématiques des professeurs des écoles avait pour intitulé : Dispositifs de formation à l'enseignement des mathématiques au 21^{ème} siècle, un regard international sur les connaissances, les continuités, les innovations et les difficultés. Sa finalité étant d'interroger la thématique des dispositifs de formation, ce colloque vise principalement, au-delà de la recherche de liens entre la formation des enseignants et la réussite des élèves, à explorer des potentiels d'ingénierie de formation pouvant garantir la qualité d'une profession à travers ses stratégies de développement professionnel.

La formation à l'enseignement des mathématiques pour l'école primaire est une problématique d'actualité (ou récurrente). En France, le rapport¹ de la « mission-maths » (Villani & Torossian, 2018) insiste fortement sur des mesures nécessaires dans ce domaine en mettant en avant :

- la restructuration de deux dimensions essentielles que sont la formation initiale (mesure 1) et la formation continue (mesures 14, 15 et 16);
- l'importance de l'innovation (mesures ...).

L'étude ICMI 15 (Even & Ball, 2009) avait posé les bases d'une réflexion nécessaire sur la formation des enseignants. Les travaux menés lors du colloque de la COPIRELEM 2019 à la HEP Vaud de Lausanne se sont situés dans ces perspectives et plus précisément selon trois axes de réflexion.

1. Quel type de formation initiale pour enseigner les mathématiques à l'école primaire ?

Lors de ce colloque international, les regards croisés ont permis de conduire une investigation concernant tous les éléments de la formation initiale. On s'est intéressé aux paramètres de durée de la formation, d'ancrage universitaire, de connaissances disciplinaires fondamentales nécessaires, de ressources et de personnalisation des parcours en fonction des contextes professionnels.

¹ <http://www.education.gouv.fr/cid126423/21-mesures-pour-l-enseignement-des-mathematiques.html>

2. La formation continue : des mutations nécessaires

Les modalités de la formation dite « continue » en France doivent subir des mutations structurelles importantes à la lumière des apports des autres institutions éducatives internationales. Ainsi peuvent être légitimement interrogés les aspects collaboratifs des dispositifs de formation par les pairs utilisés dans le cadre des *lesson studies* ou études collectives de leçons (Clivaz, 2015 ; Miyakawa & Winsløw, 2009) par exemple. Les différentes contributions se sont donc également intéressées à la terminologie plus globalement utilisée à l'international de « développement professionnel » (au lieu de formation continue) dans ce qu'elle peut apporter en termes de changements de point de vue dans le cadre de la formation à l'enseignement des mathématiques.

3. Dispositifs et innovation dans la formation des enseignants

Enfin, ont également été privilégié le partage des informations concernant les dispositifs de formation existants, que ceux-ci soient éprouvés ou innovants. Ont été ainsi interrogées les modalités de ressources de formation (MOOC, FLOT, etc.), les techniques d'analyse des situations professionnelles (vidéo) ainsi que les modalités mêmes des dispositifs : présentiels, distants (*e-learning*), *peer-learning*. La pertinence, l'efficacité et la réussite de ces dispositifs en termes de formation se devaient d'être analysées dans le cadre spécifique de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire, tant du point de vue du profil de ses acteurs que de ses contenus.

Ce sont *in fine* 18 auteur·e·s ou équipes d'auteur·e·s qui nous ont confié les actes de leurs interventions dans le cadre de ce colloque. Dans ce numéro 233 de votre revue, vous pourrez lire :

- 2 textes se rapportant à des conférences : Clivaz et Takahashi pour le premier et Lajoie pour le deuxième ;
- 10 textes correspondant à des communications d'une heure environ ;
- et 6 textes présentant des comptes-rendus d'ateliers, dispositif cher à la COPIRELEM se déroulant sur 2h30 et centré sur la formation par l'expérimentation de ses participants.

Compte tenu du nombre important des textes que nous vous proposons dans ce numéro spécial de RMé, nous ne profiterons pas de cet éditorial pour vous présenter chacun des articles. Nous vous invitons à les lire dans l'ordre qui vous conviendra et selon les centres de recherche et d'intérêt qui sont les vôtres.

Chères lectrices, chers lecteurs, nous vous rappelons que la revue RMé accueille très volontiers vos propositions de textes pour le prochain numéro 234 dont la sortie est prévue en automne 2020. Nous vous renvoyons à notre site pour y trouver toutes les informations nécessaires, mais veuillez noter que le délai de soumission de vos travaux pour ce numéro a été fixé au 2 juillet 2020.

Bonnes lectures à toutes et tous,

Pour le comité RMé,

Thierry Dias

LESSON STUDY, ENSEIGNEMENT PAR LA RESOLUTION DE PROBLEMES ET NERPAGE : REFLEXIONS AUTOUR DE L'OBSERVATION D'UNE LEÇON DE MATHÉMATIQUES

Stéphane Clivaz, Akihiko Takahashi

HEP Vaud, Lausanne, Suisse et DePaul University, Chicago, USA

INTRODUCTION

Le colloque de la COPIRELEM (Commission Permanente des IREM sur l'Enseignement Élémentaire) a réuni en juin 2019 plus d'une centaine de formateurs francophones à l'enseignement des mathématiques au primaire. Adossée à la COPIRELEM, une demi-journée de formation continue a réuni plus de 70 enseignants vaudois en plus des participants au colloque. L'après-midi s'est articulée autour de l'observation d'une leçon, donnée en public, à des élèves de 6H¹. Lors de discussions détaillées précédant et suivant la leçon, plusieurs questions liées à l'enseignement par la résolution de problèmes en mathématiques ont été abordées par l'ensemble des participants, en particulier celles liées à la mise en commun. Ces discussions se sont appuyées fortement sur l'observation de la leçon par les participants. Cet article met en évidence les éléments saillants des présentations précédant et suivant la leçon en insistant sur les éléments liés à la mise en commun, de la leçon elle-même, ainsi que des observations et des discussions suscitées par l'observation de cette leçon. Les deux auteurs de cet article ont animé cet après-midi, le premier auteur en tant qu'enseignant de la leçon (désigné comme « l'enseignant »), le second comme observateur et les deux auteurs comme conférenciers.

LESSON STUDY ET LEÇON DE DÉMONSTRATION, AU JAPON ET EN SUISSE ROMANDE

Les lesson study (LS) sont une activité de développement professionnel systématique qui utilise la classe en direct. En examinant la pratique réelle de la classe, les enseignants peuvent développer une compréhension et une image communes de ce qu'implique une pratique d'enseignement favorisant l'apprentissage des élèves.

Comme décrit par Clivaz (2015), les *jugyo kenkyu*, littéralement études de leçons, sont nées au Japon dans les années 1890. À l'occasion d'une réforme scolaire, les enseignants ont commencé à se réunir afin d'observer des leçons, en particulier de mathématiques, et de les examiner de manière critique. Ces études de leçons se sont ensuite généralisées dans l'ensemble du Japon. Dans les années 1990, à la suite des études internationales montrant les bonnes performances des élèves japonais en mathématiques, de l'étude TIMSS video² qui a comparé en détail les leçons de mathématiques de 8ème année³ (10H) et de l'ouvrage *The teaching gap* (Stigler & Hiebert, 1999) qui a montré que les enseignants japonais avaient un enseignement des mathématiques à la fois efficace et essentiellement axé sur la compréhension des mathématiques et la résolution de problèmes grâce aux *jugyo kenkyu*, les LS se sont répandues aux USA et dans le reste du monde.

¹ Elèves de 9-10 ans. Le degré 6H correspond au grade 4 ou encore au CM1 en France.

² Voir <http://www.timssvideo.com>

³ Elèves de 13-14 ans, 10H en Suisse ou encore 4^{ème} en France.

Les LS partent d'une difficulté à propos d'un sujet d'enseignement, relevée par un groupe d'enseignants. Les enseignants analysent l'apprentissage visé, étudient la notion mathématique, consultent les divers moyens d'enseignement, étudient des articles de revues professionnelles... Cette étude leur permet de planifier une leçon. Cette leçon est mise en œuvre dans la classe d'un des membres du groupe. Les autres enseignants observent la leçon en direct et analysent son impact sur les apprentissages des élèves. Le groupe peut décider de planifier une version améliorée de la leçon qui sera donnée dans la classe d'un·e autre enseignant·e. Le résultat du travail est diffusé, à la fois sous la forme d'un plan de leçon détaillé utilisable par d'autres enseignants et d'articles dans des revues professionnelles.

Plusieurs représentations graphiques des LS existent (voir par exemple Clivaz, 2015 dans cette revue) et mettent l'accent sur divers aspects du processus. Celle proposée par Akihiko Takahashi (Fig. 1) insiste sur la présence de *knowledgeable others*, des experts externes permettant de guider l'étude du sujet et d'approfondir les conclusions tirées de l'observation de la leçon.



Fig. 1 : Le cycle LS (d'après Takahashi & McDougal, 2016)

Les LS sont pratiquées très régulièrement par la quasi-totalité des enseignants primaires au Japon, dans toutes les disciplines et particulièrement en mathématiques. Elles ont toutes un objectif de recherche par les enseignants et peuvent avoir lieu à l'échelle de l'école, du district ou de la région. Un autre type de leçons est lui destiné à la diffusion de pratiques exemplaires, les leçons de démonstration. La leçon est alors donnée par un enseignant·e expérimenté·e qui ne connaît pas les élèves, mais qui a généralement enseigné cette même leçon de multiples fois. La leçon s'appuie souvent sur une pratique de LS préalable.

Hors du Japon, et c'est le cas des LS pratiquées à Lausanne au sein du Laboratoire Lausannois Lesson Study⁴, ce sont surtout des LS dans les écoles qui sont pratiquées. Les résultats de ces LS sont diffusés à la fois sous forme d'articles dans des revues scientifiques (voir la liste disponible sur le site 3LS), par des articles dans des revues professionnelles (par exemple Azpilicueta *et al.*, 2011; Baetschmann *et al.*, 2015 ; Clivaz, 2015) ou par les plans de leçon (eux aussi disponibles sur le site du 3LS). La leçon publique présentée ici est une version un peu hybride par rapport aux habitudes japonaises.

⁴ 3LS, voir www.hepl.ch/3LS

NERIAGE : LE CŒUR DE LA LEÇON DE MATHÉMATIQUE JAPONAISE

Les observations de leçons de mathématiques japonaises, analysées notamment par Stigler et Hiebert (1999) indiquent que le professeur présente un problème aux élèves sans leur montrer comment le résoudre et que cette pratique contraste avec celle observée aux USA. En particulier, dès le début des années 1990, les manuels de mathématiques japonais, notamment pour les élèves du primaire, utilisaient une approche fondée sur la résolution de problèmes. Les recherches ont également mis en évidence une structure particulière de ces leçons (pour une description détaillée en français, voir par exemple Batteau & Miyakawa, sous presse). Cette structure est souvent présentée en quatre phases :

- *Hatsumon* (question). L'enseignant·e introduit un problème ouvert, une question qui suscite l'intérêt des élèves.
- *Kikan-shido* (enseignement à la table). Cette phase comprend une analyse ciblée par l'enseignant·e des processus de résolution de problèmes individuels de l'élève. Pendant que l'enseignant·e se déplace dans la classe, surveillant silencieusement les activités des élèves, il/elle effectue deux activités importantes qui sont étroitement liées à la discussion en classe qui suivra le travail individuel. Tout d'abord, l'enseignant·e évalue les progrès des élèves en matière de résolution de problèmes. Deuxièmement, il/elle prend des notes sur les élèves qui ont utilisé les approches attendues et ceux qui ont utilisé des approches différentes pour résoudre le problème. Il/elle se pose des questions telles que : "Quelles méthodes de résolution les élèves doivent-ils présenter en premier ?" ou "Comment puis-je orienter la discussion pour intégrer les diverses idées des élèves ?". Certaines des réponses à ces questions ont peut-être été préparées durant la planification de la leçon, mais d'autres ne le sont pas (Shimizu, 1999).
- *Neriage* (prononcer nériagué). C'est la discussion collective et collaborative durant la leçon. Le terme signifie « lustrer, peaufiner » et « élever », telle une métaphore du processus de finalisation des idées des élèves et du développement de connaissances mathématiques par l'intégration de ces idées lors d'une discussion avec toute la classe.
- *Matome* (résumé): Discours public de l'enseignant·e à toute la classe. Il/elle passe explicitement en revue les discussions du *neriage* et ce que les élèves ont appris et ce qui constituait l'essentiel de la leçon au sens mathématique, parfois en indiquant ou même en reformulant les méthodes les meilleures ou les plus innovantes. Selon Shimizu (2006, p.142), cette phase offre beaucoup de points communs avec l'institutionnalisation au sens utilisé en didactique des mathématiques francophone, car elle constitue une situation de passage d'une connaissance de son rôle de moyen de résolution à celui de référence pour de futurs usages personnels ou collectifs.

La phase de *neriage* constitue le cœur de la leçon. C'est principalement durant cette phase que les élèves vont « faire des mathématiques » grâce à la comparaison et à la justification des démarches écrites au tableau. En fait, du point de vue des enseignants japonais, la résolution individuelle ou en groupe du problème est la préparation au *neriage*. C'est pourquoi il est important que les élèves « luttent » avec le problème et trouvent leur propre solution, car cette expérience leur permettra de faire le lien entre leur apprentissage précédent et le contenu qu'ils vont apprendre grâce au *neriage*. Pour préparer cette phase, les enseignants observent les élèves durant le *kikan-shido* et notent, souvent sur un plan de la classe, les approches de chaque groupe et planifient la manière de conduire la discussion.

Durant les *neriage*, les enseignants notent soigneusement les solutions au tableau pour permettre aux élèves de voir toutes les procédures différentes, correctes ou erronées, de leurs camarades et pour les aider à comprendre chaque méthode. Une fois que les idées sont écrites au tableau, elles sont comparées et contrastées oralement. L'enseignant·e demande aux élèves de voir s'il existe des idées ou des approches communes parmi les méthodes de résolution ou des différences, amène les élèves à voir si chaque approche présente des avantages et des inconvénients, dirige la discussion de manière à rassembler toutes les approches et idées afin de voir le lien entre elles. Le rôle de l'enseignant·e n'est pas de pointer la meilleure solution, mais de guider la discussion vers une idée intégrée, d'orchestrer les différentes idées en vue d'apprendre des connaissances mathématiques.

La façon de noter les solutions au tableau durant le *neriage* est un véritable art, le *bansho* (Tan *et al.*, 2018). Les enseignants notent et organisent les différents éléments de la leçon au tableau. Par l'usage notamment de couleurs ou de plaques magnétiques avec des figures géométriques, ils mettent en évidence les éléments essentiels. Ils indiquent systématiquement, souvent à l'aide d'une plaque magnétique, le nom de l'élève ou le numéro du groupe d'élèves à côté de chaque procédure afin de pouvoir s'y référer dans la discussion. De plus, ils essaient de garder tout ce qui est écrit pendant la leçon sur le tableau noir sans l'effacer. Du point de vue de l'élève, il est plus facile de comparer plusieurs solutions si elles apparaissent simultanément sur le tableau. De plus, le tableau est un compte rendu écrit de toute la leçon, ce qui donne aux élèves et à l'enseignant·e une vue d'ensemble de ce qui s'est passé dans la classe à la fin de chaque leçon (Shimizu, 2006). « Le tableau noir a une fonction de mémoire et d'affichage, une fonction de partage d'idées et permet une construction collective des connaissances » (Batteau & Miyakawa, sous presse). Toutes les classes sont équipées d'un grand tableau noir (360 cm × 120 cm), souvent doublé d'un projecteur vidéo couplé à une visionneuse, voire d'un tableau interactif. Lors de la préparation de la plupart de leurs leçons, les enseignants japonais planifient leur *bansho*. Cette planification du tableau est d'ailleurs un des éléments importants des plans de leçons diffusés à la suite des LS.

La qualité du *neriage* dépend en grande partie de la qualité de la planification de la leçon. C'est le lieu où les enseignants doivent utiliser toutes leurs connaissances mathématiques, leurs connaissances en matière d'enseignement des mathématiques, leurs connaissances des élèves et leurs compétences pour faciliter la discussion en classe entière. Le *neriage* est le lieu privilégié de l'expression des connaissances et des compétences des enseignants.

Si on constate des ressemblances entre le *neriage* japonais et la mise en commun telle que prônée ou pratiquée dans les classes de Suisse romande, on constate aussi plusieurs différences. La première est le rôle central du *neriage* qui est le cœur de la leçon, le moment principal de la construction des connaissances. Du point de vue japonais, le travail de recherche individuel ou en groupe sert de préparation au *neriage*. À l'opposé, en Suisse romande, la mise en commun conclut le moment de recherche qui est le cœur de la leçon. « La mise en commun permet de mettre en évidence les connaissances construites ou utilisées lors de l'activité et d'en préciser certaines particularités » (Danalet *et al.*, 1999, livre du maître, p. 20). Cette différence de conception trouve son origine dans plusieurs éléments de la culture scolaire et de la culture en général. Ces origines constituent une piste de recherche actuelle (voir par exemple Miyakawa & Clivaz, 2018). Au Japon, cette caractéristique a pour conséquence immédiate une durée plus importante du *neriage*, et surtout une présence effective dans les leçons réalisées dans les classes alors que, souvent, les leçons de mathématiques réalisées en Suisse romande réduisent à la part congrue, voire omettent complètement, la phase de mise en commun, souvent faute de temps en fin de leçon. Une autre conséquence est le soin particulier que mettent les enseignants japonais dans la préparation de ce moment, avant la leçon, mais aussi pendant celle-ci (durant la phase de recherche) et une réalisation très soignée, notamment par l'art du tableau noir. Ce rôle central a également une conséquence pour les élèves, habitués à consacrer une part importante de leur travail mathématique non seulement à trouver la solution du problème, mais à considérer d'autres stratégies, à comparer les stratégies entre elles et à construire des connaissances mathématiques à partir de cette comparaison.

Réaliser des leçons basées sur la résolution de problèmes est très développé, au Japon comme en Suisse. Pour résoudre des problèmes, la pratique du *neriage*/ mise en commun est très développée au Japon et souvent laissée de côté en Suisse romande. Il nous a paru intéressant de comparer cette pratique dans un processus issu des LS et ouvert aux participants de la COPIRELEM et aux enseignants vaudois, sous forme d'observation.

LA CLASSE ET LE TRAVAIL RÉALISÉ AVANT LA LEÇON OBSERVÉE

La classe participant à la leçon est une classe de la région lausannoise comptant 22 élèves. Avant la leçon publique, et en collaboration avec l'enseignante de la classe, l'enseignant du jour a conduit quatre leçons de 90 minutes dans la salle de classe habituelle. Les trois premières leçons portaient sur de la résolution de

problèmes travaillés lors de LS japonaises (détermination de l'aire d'une forme en L par décomposition-recomposition) ou lausannoises (travail autour d'un carré magique 3×3 , problèmes additifs). Ces leçons avaient pour objectif de sensibiliser les élèves au fait qu'un problème peut se résoudre de plusieurs manières, que la manière de noter les calculs permet de décrire la manière de résoudre le problème et que la comparaison des méthodes permet de vérifier la solution, mais aussi de comprendre la structure du problème et de développer des connaissances mathématiques. Plusieurs mises en commun de type *neriage* ont eu lieu durant ces leçons.

La quatrième leçon, réalisée la veille de la leçon publique et déjà observée par Akihiko Takahashi, était basée sur le travail d'un groupe LS et sur le plan de leçon réalisé par ce groupe en 2015⁵ autour du problème *Les 99 carrés*, tiré du manuel officiel romand de 6H (Danalet *et al.*, 1999).

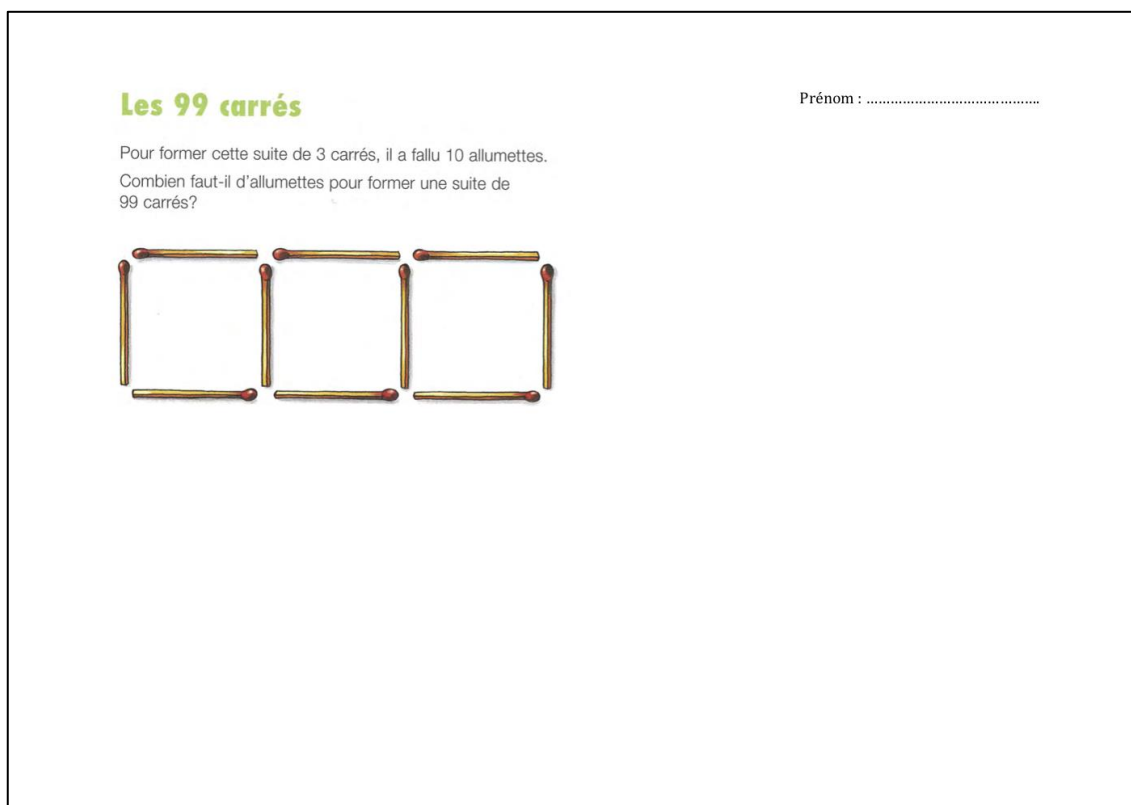


Fig. 2 : Le problème Les 99 carrés. Feuille distribuée aux élèves

Lors de la leçon, et conformément au plan de leçon, les élèves ont résolu le problème par groupes de deux et ont noté leurs stratégies sur une feuille A4 en format paysage (voir Fig. 2). Les aides suggérées par le plan de leçon ont été apportées et un certain nombre de procédures différentes sont apparues. Celles-ci ont été reprises lors de la mise en commun réalisée lors de la leçon publique que nous allons décrire maintenant.

LA LEÇON PUBLIQUE

Pour la leçon publique, les élèves étaient placés sur la scène de l'amphithéâtre de la HEP dans une disposition répliquant celle de la salle de classe. Le tableau noir était remplacé par un tableau interactif permettant à la fois d'écrire, de projeter des productions d'élèves préalablement photographiées ou

⁵ Plan de leçon disponible sur le site 3LS, ou directement via l'url <https://tinyurl.com/PL99carres> ou via le QRcode



directement projetées depuis une visionneuse. Plus de 180 participants à la formation continue et au colloque de la COPIRELEM étaient dans la salle. Ils pouvaient observer le déroulement de la leçon en direct, via les deux écrans de l'amphithéâtre, le premier reprenant le contenu du tableau interactif, le second donnant la vidéo en direct avec zoom sur les groupes d'élèves. L'enseignant disposait d'un micro-cravate et les élèves de plusieurs micros mobiles ou fixes.

Une fois les élèves installés sur la scène, l'enseignant a rappelé que toutes les personnes dans la salle, que tous les participants, élèves, enseignants, observateurs étaient là pour apprendre les uns des autres. La leçon a alors débuté par un bref moment durant lequel les élèves ont pu se remettre dans le bain de leur recherche dans le but de présenter leurs résultats et leurs stratégies à la classe. En plus de l'enseignant, quatre observateurs (qui allaient être appelés à commenter la leçon, voir ci-dessous) étaient en bordure de scène ou sur scène pour observer plus en détail le travail des élèves ou pour faciliter le passage des micros.

La phase de mise en commun / *neriage* a alors duré environ 21 minutes et celle de synthèse / *matome* environ 14 minutes. Durant le *neriage*, quatre types de procédures ont été présentées :

- a. comptage une à une des allumettes (2 groupes, conduisant chaque groupe vers un comptage systématique de type c. ou d. ci-dessous)
- b. répétition de motifs élémentaires de 3 carrés, ou de 10 carrés, en corrigeant, dans un second temps, l'allumette « en trop » au moment de grouper ces « wagons » (5 groupes)
- c. comptage des 99 (autant que de carrés) allumettes du haut, puis des 99 bas, puis des 100 (1 de plus que de carrés) allumettes verticales
- d. comptage de 3 allumettes par carré, plus une pour fermer conduisant à multiplier par 3 le nombre de carrés et à ajouter 1 (2 groupes)

L'enseignant avait placé toutes les photographies des productions des groupes au tableau interactif (partie gauche du tableau de la Fig. 3) regroupées par type de procédure. Il en choisissait une, l'agrandissait (au centre du tableau de la Fig. 3) et appelait un des élèves ayant réalisé cette procédure pour la présenter en montrant sa feuille à la classe via la visionneuse. Une discussion s'en suivait alors à partir de la question de l'enseignant : quels sont les avantages et les désavantages de cette méthode ? La discussion portait également sur les ressemblances et les différences entre les méthodes. Durant la phase de synthèse, l'enseignant a indiqué que trois constats pouvaient être tirés et les a notés au tableau (partie supérieure droite de la Fig. 3). Les élèves ont recopié ces constats sur la partie gauche d'une feuille A4 distribuée. Grâce aux fonctions du logiciel du tableau interactif⁶, l'enseignant a ensuite réduit l'écriture des trois constats pour libérer de l'espace afin de donner des exemples. Chaque exemple associait une stratégie pour 6 carrés à une production d'élève discutée durant le *neriage*. Cette partie, réalisée au centre du tableau (Fig. 3), s'est déroulée en dialogue avec les élèves qui ne copiaient pas cette partie.

⁶ Le logiciel Kinaps. Voir <http://www.kinaps.co>

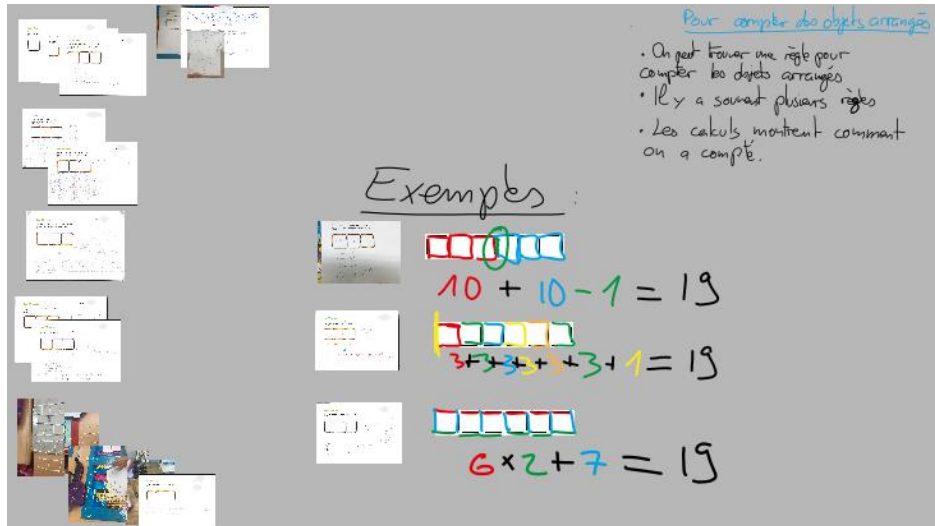


Fig. 3 : Le tableau à la fin de la leçon

L'enseignant a alors indiqué aux élèves qu'ils pouvaient recopier deux des exemples sur la droite de leur feuille qui comportait déjà 6 carrés dessinés comme au tableau, déjà intitulées respectivement « Ma manière de compter les allumettes » et « La manière de..... », en choisissant la méthode qui correspondait à la leur et une autre méthode qu'ils trouvaient intéressante. Durant les 3 minutes de ce moment, l'enseignant est passé vers chaque groupe pour vérifier qu'ils parvenaient à faire le lien entre leur méthode et une des méthodes notées au tableau. La leçon s'est conclue sur l'annonce que ces méthodes seraient reprises lors de la leçon suivante, en classe, pour résoudre d'autres problèmes.

DISCUSSION ET ANALYSE DE LA LEÇON

La discussion suivant la leçon a permis successivement à l'enseignant du jour et à cinq observateurs⁷ d'apporter un bref commentaire sur des éléments de la leçon. Les autres observateurs ont pu discuter de la leçon durant la pause et apporter environ 60 commentaires via leur téléphone portable. Ces commentaires reflétaient une grande variété de sujets pratiques, didactiques ou liés à la recherche en didactique. Certains de ces commentaires ont été également discutés par les cinq observateurs.

Le déroulement de la leçon

Concernant le déroulement de la leçon, l'enseignant et les observateurs ont pointé l'intérêt d'observer une leçon « réelle » qui ne se déroule pas sans accrocs et qui permet de pointer des éléments d'amélioration utiles pour d'autres leçons. Ils ont particulièrement pointé des difficultés liées à l'espace disponible sur scène, à l'utilisation et à la gestion du tableau interactif ne permettant pas de garder des traces du flot de la leçon, contrairement à un grand tableau noir, ou liées à une certaine tension de l'enseignant qui, par moment, enseignait plus pour le public que pour les élèves. En revanche, si l'enseignant n'a pas réussi à faire abstraction du public, les élèves ont oublié la présence d'observateurs durant une bonne partie de la leçon. Un autre élément de tension résidait dans la gestion du temps, car tout prenait un peu plus de temps sur scène que lors d'une leçon ordinaire, et dans le souhait de l'enseignant de parvenir à la partie des prolongements de la leçon, prolongements constitués du problème inversé et permettant de développer une forme de préalgèbre.

⁷ Martine Balegno, enseignante de la classe et participante au groupe LS ayant travaillé sur la leçon *les 99 carrés*, Anne Clerc-Georgy, HEP Vaud et co-facilitatrice du groupe LS, Marie-Line Gardes, ESPÉ Lyon et CRNL, Thierry Dias, HEP Vaud et Akihiko Takahashi. La traduction entre français et anglais était assurée par Sara Presutti, HEP Vaud.

Les groupes et les stratégies

Plusieurs groupes et méthodes ont fait l'objet de l'attention et des commentaires des observateurs, en particulier lors de la leçon de la veille, telle que reflétée partiellement lors de la mise en commun. Ces commentaires ont permis de mettre en évidence le fait que plusieurs groupes avaient déjà utilisé et comparé plusieurs méthodes, soit afin de vérifier ou de justifier leur résultat, soient afin de le généraliser au moment de la demande supplémentaire de déterminer le nombre d'allumettes nécessaires pour construire 427 carrés. Toutefois le fait que beaucoup de groupes aient utilisé le motif de base de 3 carrés – 10 allumettes, ce qui était prévu par le plan de leçon, mais dont l'enseignant ne pensait pas que cette stratégie serait prédominante, a été un frein à l'apparition des stratégies plus efficaces. Enfin un groupe n'avait pas vraiment résolu le problème et, lorsque l'enseignant est passé vers eux à la fin du moment de mise en commun, ils ont déclaré qu'ils avaient utilisé la méthode des 3 allumettes par carrés. La question demeure de ce qu'il est possible ou souhaitable de faire dans ce cas, mais aussi de savoir ce que les élèves de ce groupe ont réellement appris durant la leçon.

Le *neriage* et le *matome*

Les moments de *neriage* / mise en commun et de *matome* / institutionnalisation ont été particulièrement commentés. Tout d'abord, le fait que la temporalité ait été contrainte par les 60 minutes de la leçon publique a été mentionné. Les différences entre les conceptions japonaise et romande ont été pointées et les conditions et contraintes de réalisation d'une telle phase lors de la leçon observée ont été discutées : tension entre les contraintes temporelles et la volonté des élèves de présenter leur solution, difficulté pour des élèves peu habitués à entrer dans une méthode de résolution différente de la leur, nécessité d'un affichage efficace, absence de formulation explicite des critères permettant de comparer les méthodes, compétences mathématiques et didactiques nécessaires, tendance de l'enseignant à formuler lui-même les constats... La question de savoir quelles mathématiques avaient été réellement pratiquées et par quels élèves durant cette phase a également été débattue. Toutefois, l'intérêt de cette modalité de travail a été souligné comme permettant de tenir compte de l'hétérogénéité et comme la plus propice pour permettre à tous les élèves d'apprendre grâce à l'explicitation des stratégies et à la verbalisation des prises de conscience.

Leçon publique et lesson study

Si la leçon publique était basée sur le travail antérieur d'un groupe LS, elle n'était pas vraiment une lesson study telle que pratiquée au sein du laboratoire 3LS, car le groupe n'avait pas préparé cette partie de la leçon et ne l'avait pas fait dans un passé récent, car l'enseignant n'était pas un enseignant du groupe, mais son facilitateur, car les observateurs n'avaient pas participé à la préparation de la leçon. Ce dernier point explique un effet de personnalisation généralement absent des LS : « en tant qu'observatrice, j'ai observé la prestation de l'enseignant, alors que, quand je suis dans un groupe LS et que je participe à la préparation de la leçon, j'oublie de regarder celui qui enseigne et je vais regarder l'effet de notre choix collectif sur l'apprentissage des élèves⁸ ».

Résolution de problèmes

L'enseignante de la classe a mis en perspective la leçon observée avec le travail réalisé avec sa classe durant deux ans en matière de résolution de problèmes. Elle a en particulier mis en évidence le fait que tous les élèves osent entrer dans le processus, que même les élèves en difficulté trouvent des solutions et les partagent, comme durant la leçon observée.

⁸ Commentaire apporté par Anne Clerc-Georgy.

Manuels et lesson study

De la même manière que dans les discussions post-leçon des LS japonaises, un commentaire plus développé a été apporté par un expert externe (voir Fig. 1), en l'occurrence Akihiko Takahashi. Le premier commentaire de cet observateur externe concernait un véritable choc, lors de la première partie de la leçon réalisée en classe. Ce choc concernait la page du classeur du maître consacrée à la tâche. L'absence d'objectif d'enseignement indiqué, le peu de commentaires et l'absence de justification des choix (par exemple, la calculatrice n'est pas à disposition pendant la recherche, mais pour quelle raison ?) ont été contrastés avec le contenu sur une tâche quasi identique d'un manuel japonais traduit en anglais. Cette comparaison a permis d'illustrer en quoi le travail des enseignants utilisant un tel manuel est facilité, mais aussi plus détaillé, car pouvant être plus approfondi grâce à l'appui sur des objectifs clairs et sur des choix didactiques argumentés. La comparaison a aussi permis d'explicitier le lien d'une part entre les LS réalisées à partir de tâches des manuels, largement observées et commentées et d'autre part la conception évolutive des manuels japonais qui sont à la fois riches et concis, approuvés par les chercheurs et plébiscités par les enseignants. Ce processus qui se déroule depuis plus d'un siècle au Japon est assez unique, mais il commence à inspirer de nombreux pays depuis les années 2000. Le choix des variables didactiques (99 carrés pour le manuel helvétique, 30 pour le manuel nippon, présence ou non d'allumettes, distribution ou non d'une fiche avec le schéma des 3 carrés, ...) a également été discuté. Cette discussion pourrait à elle seule faire l'objet d'un article et nous ne pouvons la développer ici.

Il nous est également impossible faute de place de reprendre les observations détaillées réalisées et partagées par Akihiko Takahashi au moyen de l'application gratuite Lesson Note⁹, ces observations reprenant et illustrant largement les points évoqués ci-dessus.

CONCLUSION

L'observation d'une leçon de recherche est un moment essentiel d'un processus de LS. Il est le cœur de ce processus de développement professionnel. Si l'observation et la discussion d'une leçon publique comme celle du colloque de la COPIRELEM 2019 ne permettent pas toute la richesse de l'ensemble d'un processus LS, elles permettent toutefois de mettre en lumière bon nombre de questions susceptibles de générer un développement professionnel. Beaucoup de sujets ont été évoqués ici. Ces thèmes, autour du processus LS et de son lien avec la conception de manuel, autour des phases de mise en commun et d'institutionnalisation ou autour de l'utilisation de moyens, classiques ou électroniques, permettant de rendre visible les stratégies de résolution et les connaissances en construction, sont des questions ouvertes, pour la recherche en didactique des mathématiques, pour la formation initiale et continue des enseignants et pour la pratique quotidienne de l'enseignement des mathématiques. Nous sommes convaincus que la posture de recherche de tous les acteurs de cet après-midi, élèves, enseignants, formateurs, chercheurs ou autorités scolaires a permis à tous ces acteurs d'apprendre beaucoup. Merci très sincèrement à eux tous !

BIBLIOGRAPHIE

- Azpilicueta, N., Correvon, F., Giauque, I. & Vessaz, M. (2011). Les learning studies: une première en Suisse. Expérience dans l'établissement primaire de Payerne. *Educateur*, 18-19.
- Baetschmann, K., Balegno, M., Baud, E., Chevalley, M., Clerc-Georgy, A., Clivaz, S. *et al.* (2015). Une expérience de Lesson Study en mathématiques en 5-6 Harmos. *L'Éducateur*, 11, 32-34. Repéré à https://www.hepl.ch/files/live/sites/systemsite/files/laboratoire_3ls/EducateurLessonStudy11_2015.pdf

⁹ Voir www.lsalliance.org/lessonnote/

- Batteau, V. & Miyakawa, T. (sous presse). Des spécificités de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire au Japon : une étude des pratiques d'un enseignant. *Annales de didactique des mathématiques et de sciences cognitives*.
- Clivaz, S. (2015). Les Lesson Study ? Kesako ? *Math-Ecole*, 224, 23-26. Repéré à http://www.revue-mathematiques.ch/files/2614/6288/8786/ME224_Clivaz.pdf
- Danalet, C., Dumas, J.-P., Studer, C. & Villars-Kneubühler, F. (1999). *Mathématiques 4^{ème} année : Livre du maître, livre de l'élève et fichier de l'élève*. Neuchâtel : COROME.
- Miyakawa, T. & Clivaz, S. (2018). *Le partage du carré : deux « mêmes » leçons en Suisse et au Japon*. Texte présenté au congrès Diversité des Lesson Studies : conceptions, pratiques et impacts, Lausanne. Vidéo disponible, dans <https://vimeo.com/275770527>
- Shimizu, Y. (1999). Aspects of mathematics teacher education in Japan: Focusing on teachers' roles. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2(1), 107-116.
- Shimizu, Y. (2006). How Do You Conclude Today's Lesson?: The Form and Functions of "Matome" in Mathematics Lessons. Dans D. Clarke, J. Emanuelsson, E. Jablonka & I. A. C. Mok (dir.), *Making connections: Comparing mathematics classrooms around the world*. Rotterdam: Sense.
- Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap. Best ideas from the worlds teachers for improving education in the classroom*. New York: The Free Press.
- Takahashi, A. & McDougal, T. (2016). Collaborative lesson research: maximizing the impact of lesson study. *ZDM*, 48(4), 1-14. Repéré à <http://dx.doi.org/10.1007/s11858-015-0752-x>
- Tan, S., Fukaya, K. & Nozaki, S. (2018). Development of bansho (board writing) analysis as a research method to improve observation and analysis of instruction in lesson study. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 7(3), 230 - 247. Repéré à <https://www.emerald.com/insight/content/doi/10.1108/IJLLS-02-2018-0011/full/html>

LE JEU DE ROLES POUR FORMER A ENSEIGNER LES MATHEMATIQUES : POTENTIALITES ET LIMITES SELON DIFFERENTS POINTS DE VUE

Caroline Lajoie

GREFEM (Groupe de recherche sur la formation à l'enseignement des mathématiques), Département de mathématiques, Faculté des sciences, Université du Québec à Montréal (UQAM), Québec, Canada

Au milieu des années 1990, une approche par jeu de rôles a été développée à l'UQAM (Université du Québec à Montréal) par une équipe de didacticiens des mathématiques pour un cours de didactique de l'arithmétique dispensé en formation initiale des maîtres du primaire (5-12 ans). Au départ, les jeux de rôles devaient satisfaire la curiosité des formateurs, qui souhaitaient voir leurs étudiants enseigner. Ils devaient aussi répondre à une critique des étudiants à l'effet que la formation dans les murs de l'université était trop éloignée de l'exercice du métier d'enseignant. Au fil du temps, l'idée de rapprocher la formation de la pratique est devenue de plus en plus forte, les intentions des formateurs se sont précisées, et les jeux de rôles ont pris de plus en plus de place dans le cours.

Depuis leur implantation à l'UQAM, les jeux de rôles ont fait l'objet d'études ponctuelles. Aussi, ils ont attiré l'attention de formateurs-chercheurs ailleurs au Québec, et en France. L'exportation des jeux de rôles dans des contextes de formation autres que celui dans lequel ils ont été conçus a non seulement donné lieu à des adaptations documentées du dispositif, mais elle a aussi permis de mieux saisir le potentiel et les limites de ce dispositif.

Dans ce texte, je présente le dispositif développé à l'UQAM en m'appuyant sur des exemples tirés du cours *Didactique de l'arithmétique au primaire*. Ensuite, en m'appuyant sur ma propre expérience de formatrice et de conceptrice, mais surtout sur les recherches et les écrits auxquels j'ai participé au cours des vingt dernières années, je propose un éclairage sur le potentiel et les limites de ce dispositif pour la formation à l'enseignement des mathématiques.

LA FORMATION DES MAÎTRES AU QUÉBEC : QUELQUES ÉLÉMENTS DE CONTEXTE

Jusqu'au début des années 1970, la formation à l'enseignement au Québec relève de la responsabilité des Écoles Normales. Au cours des années 1960, on assiste au Québec à une vaste réforme de tout le système d'éducation québécois, du primaire (6-12 ans) à l'université (à partir de 19 ans), et à la transformation du système de formation des maîtres. À partir des années 1970, la formation des maîtres relève alors de la responsabilité des Universités, totalisant au minimum seize ans de scolarisation (si on compte toutes les années de scolarisation à partir de la première année du primaire jusqu'à l'obtention du diplôme universitaire).

Vingt ans plus tard, la formation des enseignants subit une fois de plus d'importantes transformations. En particulier, la durée des programmes de formation à l'enseignement au préscolaire et au primaire dans les Universités passe de trois à quatre ans et les jeunes adultes souhaitant devenir enseignants, que ce soit au primaire ou au secondaire, doivent s'inscrire dès leur première année universitaire dans un programme de formation à l'enseignement.

Les Universités québécoises peuvent faire preuve d'une certaine souplesse dans leurs programmes de formation à l'enseignement. Elles doivent toutefois se plier à certaines exigences du ministère de l'éducation québécois (aujourd'hui nommé Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement Supérieur - MÉES). Ainsi, par exemple, elles doivent prévoir dans leurs programmes de formation à l'enseignement l'équivalent d'une année de formation pratique dans les écoles.

LA FORMATION À L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES AU PRIMAIRE : LE CAS DE L'UQAM

À l'UQAM (Université du Québec à Montréal), les étudiants du baccalauréat en éducation préscolaire et en enseignement primaire doivent suivre à chacune des trois premières années de leur programme un cours théorique obligatoire de 45 heures offert par le Département de mathématiques de la Faculté des sciences : *L'activité mathématique* en 1^{ère} année, *Didactique de l'arithmétique* en 2^e année et *Didactique de la mesure et de la géométrie* en 3^e année. Par la suite, alors qu'ils sont en 4^e et dernière année de leur baccalauréat, ils doivent suivre le cours *Difficultés d'apprentissage en mathématiques en classe ordinaire* offert par le Département d'éducation et de formation spécialisées de la Faculté des sciences de l'éducation.

En ce qui concerne leur formation pratique en salle de classe, les futurs enseignants du primaire à l'UQAM réalisent à chaque année de formation un stage d'une durée de quatre à huit semaines consécutives selon l'avancement dans le baccalauréat. Au terme de leur formation, les futurs enseignants du primaire auront passé cent quarante-quatre jours en stage. Les stages sont offerts en alternance avec les cours théoriques. Ainsi, lorsque les étudiants suivent l'un ou l'autre des cours mentionnés précédemment, ils n'ont pas accès à une classe. Aussi, il est à noter que les didacticiens du Département de mathématiques ne sont pas impliqués dans les stages (ce qui s'explique en partie par le fait que les stagiaires sont appelés à enseigner d'autres matières que les mathématiques, comme par exemple le français, la géographie, les arts plastiques, etc.)

INTRODUCTION DES JEUX DE RÔLES DANS LE COURS *DIDACTIQUE DE L'ARITHMÉTIQUE* À L'UQAM

Premier temps de l'introduction

Au milieu des années 1990 sont introduits dans le cours *Didactique de l'arithmétique* cinq jeux de rôles :

1. Retour sur des solutions à des problèmes mathématiques
2. Des questions comme réponses à des questions mathématiques
3. L'intervention face à des erreurs produites par des élèves
4. Les mises en situations pour introduire une nouvelle notion
5. L'organisation et l'animation du travail en équipe

Par ces jeux de rôles, l'intention des formateurs à l'égard des futurs maîtres est triple : les faire exercer à enseigner les mathématiques, les voir en action et leur offrir une rétroaction.

Les jeux de rôles sont alors présentés comme une activité de mise en pratique d'habiletés en enseignement des mathématiques, complémentaire au cours, c'est-à-dire sans lien très fort avec les autres activités. Les formés s'y prêtent sans trop de résistance, mais les formateurs sentent un faible engagement de leur part. Les formés semblent en effet les concevoir comme une occasion de détente plutôt que comme une occasion d'apprentissage et de développement professionnel.

Deuxième temps de l'introduction

Au début des années 2000, les programmes de formation des maîtres dans les universités québécoises vivent à nouveau des transformations importantes, qui tiennent compte de transformations en cours dans tout le système scolaire québécois. Un des changements importants auquel les universités doivent s'ajuster est l'introduction dans la formation des maîtres d'une approche favorisant le développement de *compétences professionnelles*.

On parle ainsi de la nécessité, pour l'enseignement, d'un « savoir-agir » en contexte qui permette de réaliser des interventions appropriées au développement de l'élève. Cette compétence professionnelle déployée en contexte réel « se manifeste par un savoir-agir réussi, efficace, efficient et récurrent » et « exige que, dans

le vif de l'action, la personne compétente sache interpréter les exigences et les contraintes de la situation, sache identifier les ressources disponibles et sache faire une action en intégrant, en combinant, en orchestrant ces ressources de manière pertinente et efficace par rapport à la situation donnée » (Ministère de l'Éducation du Québec, 2001, p. 45-52). Cette compétence professionnelle, de plus, n'est pas de l'ordre de *l'application*, mais plutôt de celui de la *construction* :

Cette décision d'action sur le vif exige du jugement, un sens de l'à-propos et de la sagacité. L'enseignante ou l'enseignant peut alors être vu comme un interprète au sens où il lit la situation d'une certaine manière, lui donne une signification, et, au besoin, s'adapte, invente ou improvise pour y faire face (Ministère de l'Éducation du Québec, 2001, p. 52).

Les universités québécoises sont alors tenues — elles le sont d'ailleurs toujours — de développer chez les futurs enseignants douze compétences professionnelles, treize pour l'UQAM et les autres universités montréalaises (voir Fig. 1 pour la liste des treize compétences).

LES COMPÉTENCES PROFESSIONNELLES LIÉES À LA PRATIQUE ENSEIGNANTE		
		Pages
1	Agir en tant que professionnelle ou professionnel héritier, critique et interprète d'objets de savoirs ou de culture dans l'exercice de ses fonctions.	6
2	Communiquer clairement et correctement dans la langue d'enseignement, à l'oral et à l'écrit, dans les divers contextes liés à la profession enseignante.	5
3	Concevoir des situations d'enseignement apprentissage pour les contenus à faire apprendre, et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation.	7
4	Piloter des situations d'enseignement apprentissage pour les contenus à faire apprendre, et ce, en fonction des élèves concernés et du développement des compétences visées dans le programme de formation.	8
5	Évaluer la progression des apprentissages et le degré d'acquisition des compétences des élèves pour les contenus à faire apprendre.	8
6	Planifier, organiser et superviser le mode de fonctionnement du groupe-classe en vue de favoriser l'apprentissage et la socialisation des élèves.	9
7	Adapter ses interventions aux besoins et aux caractéristiques des élèves présentant des difficultés d'apprentissage, d'adaptation ou un handicap.	9
8	Intégrer les technologies de l'information et des communications aux fins de préparation et de pilotage d'activités d'enseignement apprentissage, de gestion de l'enseignement et de développement professionnel.	NE
9	Coopérer avec l'équipe-école, les parents, les différents partenaires sociaux et les élèves en vue de l'atteinte des objectifs éducatifs de l'école.	6
10	Travailler de concert avec les membres de l'équipe pédagogique à la réalisation des tâches permettant le développement et l'évaluation des compétences visées dans le programme de formation, et ce, en fonction des élèves concernés.	NE
11	S'engager dans une démarche individuelle et collective de développement professionnel.	5
12	Agir de façon éthique et responsable dans l'exercice de ses fonctions.	6
13	S'approprier la réalité pluriethnique de la société québécoise et de l'école montréalaise, se sentir réellement concerné dans ses actions pédagogiques, développer les compétences de l'éducation interculturelle (propre à l'UQAM).	7

Fig. 1 : Les treize compétences professionnelles¹ (Ministère de l'Éducation du Québec, 2001)

Il va sans dire qu'une telle visée de professionnalisation représente un défi important aux formateurs universitaires. En effet, ces derniers ne sont pas sans savoir que leurs approches en classe paraissent souvent décontextualisées, donnant l'impression d'un écart entre théorie et pratique (Boucher & Vachon, 1995) qui conduit les étudiants à dévaloriser les apprentissages autres que ceux réalisés en stage (Perrenoud *et al.*, 2008 ; Miklos & Greene, 1987).

¹ Il est à noter qu'au moment d'écrire cet article, le Ministère de l'éducation et de l'enseignement supérieur procède à une révision des compétences professionnelles pour l'enseignement.

Cette visée de professionnalisation amène donc notre équipe de formateurs à se demander comment elle pourrait contribuer, dans le cadre d'un cours théorique en didactique de l'arithmétique, au développement des compétences professionnelles des étudiants. L'enjeu est de taille : on nous demande de contribuer au développement de compétences en contexte « réel » alors que, d'une part, nous n'intervenons pas dans les stages et que, d'autre part, la structure du programme d'éducation préscolaire et d'enseignement primaire à l'UQAM ne nous permet pas, dans nos cours de didactique des mathématiques, de tirer directement profit des expériences vécues par nos étudiants en classes de stage (puisque les cours de didactique et les stages ne se déroulent pas en même temps). Nous décidons alors d'exploiter les jeux de rôles comme contextes réalistes dans lesquels plonger nos étudiants de manière à y développer leurs compétences professionnelles et nous allons jusqu'à en faire l'approche principale du cours.

LE JEU DE RÔLES : UNE APPROCHE UTILISÉE À PLUSIEURS FINS

D'un point de vue général, le jeu de rôles est la mise en scène d'une situation problématique impliquant des personnages ayant un rôle donné. Il peut être utilisé à des fins thérapeutiques, de formation personnelle, de formation professionnelle, ou encore comme méthode pédagogique (Mucchielli, 1983, p. 3). L'idée derrière le jeu de rôles est que des personnes doivent se glisser dans la peau de personnages plongés dans une situation donnée et agir exactement comme ils croient que ces personnages pourraient agir. L'objectif du jeu de rôles, lorsqu'il est utilisé dans l'enseignement, est d'amener les étudiants-acteurs, de même que tout le reste de la classe, à apprendre quelque chose à propos des personnages eux-mêmes et/ou de la situation (Van Ments, 1989, p. 16).

En contexte de formation à l'enseignement, le jeu de rôles peut être vu comme un moyen de faire émerger les idées personnelles des formés, de faire évoluer leur compréhension et de les entraîner à un rôle, en l'occurrence celui de l'enseignant :

In considering role-play in teacher education, Van Ments (1983) described it as experiencing a problem under unfamiliar constraints, as a result of which one's own ideas emerge and one's understanding increases. In this sense, role-playing can also be seen as role-training. It is aimed at increasing teachers' awareness of various aspects of their actual work (Zazkis, 2018, p. 751).

Comme je l'ai expliqué ailleurs (Lajoie, 2018), en contexte de formation à l'enseignement des mathématiques, le jeu de rôles s'insère dans la grande catégorie d'approches d'approximation de la pratique (une expression de Grossman *et al.* 2009), au même titre que le « rehearsal » (Lampert & Graziani, 2009) et le « script writing » (Zazkis, 2018), par exemple.

LE DISPOSITIF DE JEU DE RÔLES DÉVELOPPÉ À L'UQAM

Intentions de formation déclarées à l'origine de la deuxième mouture des jeux de rôles

Les intentions des formateurs à l'origine de la deuxième mouture des jeux de rôles dans le cours *Didactique de l'arithmétique* sont multiples. Dorénavant au centre du cours, les jeux de rôles doivent non seulement contribuer au développement des compétences professionnelles des étudiants, mais ils doivent aussi amener ces derniers à :

réfléchir aux contenus arithmétiques à être enseignés au primaire et aux compétences à être développées chez les élèves ; réfléchir sur leur propre compréhension des concepts mathématiques et à leur propre maîtrise de certaines compétences ; analyser des raisonnements à partir de productions d'élèves et élaborer des stratégies d'intervention visant à amener les élèves à raffiner leur compréhension ; juger de la pertinence d'une situation d'enseignement-apprentissage face au développement d'une compétence (transversale ou disciplinaire) donnée et/ou à l'enseignement d'un sujet mathématique donné et proposer des améliorations s'il y a lieu ; juger de la pertinence de certaines approches pédagogiques et de certains matériels didactiques face au développement d'une compétence (transversale ou disciplinaire) donnée et/ou à l'enseignement d'un sujet mathématique donné et proposer des

améliorations s'il y a lieu; anticiper des réactions d'élèves dans une situation donnée et intervenir en respectant ces réactions, etc. (Lajoie & Pallascio, 2001, p. 124)

Les formateurs souhaitent aussi, par les jeux de rôles, permettre aux étudiants de travailler en coopération, de prendre des décisions sur-le-champ, de développer leur autonomie, de défendre leurs idées (dans leurs équipes et devant toute la classe), de communiquer mathématiquement, de faire face à l'imprévu, etc. (Lajoie & Pallascio, 2001, p. 124).

Une approche en quatre temps

D'un commun accord, notre équipe procède à une réécriture du cours *Didactique de l'arithmétique* visant à faire des jeux de rôles le principal dispositif utilisé. Une douzaine de jeux de rôles sont ainsi élaborés. Chacun de ces jeux est conçu pour se dérouler en quatre temps.

TEMPS 1

Une mise en situation impliquant un enseignant et un ou des élève(s) est présentée aux étudiants. Deux exemples de mises en situation sont présentés aux Fig. 2 et 3. Il est à noter que par souci de concision, un seul exemple d'erreur d'élève accompagne le premier exemple de mise en situation (Fig. 2) alors qu'en temps normal il y en aurait plusieurs.

TEMPS 2 (ENVIRON UNE HEURE POUR PRÉPARER TROIS MISES EN SCÈNE)

Les étudiants (ils sont au total une quarantaine) se préparent en équipes (de quatre), qui demeurent les mêmes au fil des quarante-cinq heures de cours. Ils anticipent alors différents scénarios d'interactions possibles entre l'enseignant et l'élève (ou les élèves) impliqués dans la mise en situation. Pour ce faire, ils ont à leur disposition des ressources externes (notes de cours, articles, matériel, manuels scolaires, etc.), mais ils peuvent aussi s'appuyer sur ce qu'ils connaissent déjà des concepts (mathématiques et didactiques) en jeu, de l'enseignement et de l'apprentissage.

TEMPS 3 (ENVIRON UNE DEMI-HEURE POUR TROIS MISES EN SCÈNE)

Des étudiants (choisis par le formateur) provenant d'équipes différentes (de manière à ce qu'ils ne se soient pas préparés ensemble) jouent, de manière à éviter que le jeu devienne un sketch où tous les acteurs seraient arrangés entre eux, ce qui ne reflèterait aucunement ce qui se passe sur le terrain avec des élèves du primaire. Le formateur et les autres étudiants sont alors des observateurs.

TEMPS 4 (ENVIRON UNE HEURE POUR REVENIR SUR LES TROIS MISES EN SCÈNE)

Un retour centré principalement sur des aspects didactiques a lieu. On y traite les bons coups et les moins bons coups. On envisage aussi d'autres alternatives qui ont été ou qui auraient pu être envisagées. Le formateur et les étudiants (incluant acteurs et observateurs) y participent. Ce temps est parfois séparé en trois parties (une partie à la suite de chacune des trois mises en scène), parfois réalisé en un seul bloc à la suite des trois mises en scène.

Une approche ayant fait l'objet de plusieurs adaptations

Il est à noter que l'approche décrite dans cet article correspond à l'approche développée au début des années 2000 par l'équipe de l'UQAM. Cette approche est grosso modo celle que j'adopte lorsque j'enseigne le cours *Didactique de l'arithmétique*. Selon les équipes qui ont la responsabilité de ce cours, différents choix sont faits relativement aux jeux de rôles, différentes adaptations peuvent être apportées. Il arrive même que les jeux de rôles ne soient pas utilisés par l'équipe, au profit d'autres approches.

Le dispositif du jeu de rôles élaboré à l'UQAM a inspiré des formateurs à l'extérieur de l'UQAM, qui l'ont soit repris tel quel, soit adapté selon leurs intentions de formation. À ma connaissance, deux de ces adaptations sont documentées : celle d'une équipe de formateurs intervenant dans le baccalauréat en adaptation scolaire et sociale à l'Université de Sherbrooke (Marchand *et al.*, 2012 ; Lajoie *et al.*, 2012) et

celle d'une équipe de formateurs des Professeurs des Écoles en France (Lajoie *et al.*, 2019a ; COPIRELEM, 2019).

Quelques choix de conception et de pilotage des jeux de rôles

POUR LA MISE EN SITUATION (TEMPS 1)

Au départ d'un jeu de rôles, une mise en situation reflétant le travail quotidien de l'enseignant du primaire en classe et impliquant des interactions entre un enseignant et un ou des élève(s) est présentée aux futurs enseignants. Cette mise en situation peut impliquer différentes tâches d'enseignement, par exemple l'introduction d'une nouvelle notion ou d'un nouvel algorithme, l'aide à un ou des élève(s) qui rencontre(nt) une difficulté, la gestion d'un retour (mise en commun) suite à la résolution d'un problème ou à la réalisation d'une tâche, l'organisation et l'animation d'un travail en équipes, etc.

La mise en situation est souvent teintée d'attentes explicites de la part du formateur. Celles qui reviennent le plus souvent sont : l'appui, au moment de l'intervention, sur des supports variés (matériel concret, calculatrices, ...) ; le questionnement des élèves pour les faire progresser, les aider à cheminer, exploiter leurs raisonnements et leurs erreurs, verbaliser, donner du sens, faire des liens, ...

Vos élèves de 3e cycle (10-12 ans) ont travaillé à réaliser différentes tâches impliquant des nombres rationnels, et ils font maintenant une mise en commun de leurs résultats. Vous observez quelques erreurs. Vous souhaitez aider vos élèves à ne plus commettre ces erreurs et vous êtes soucieuses et soucieux de ne pas régler les problèmes en surface seulement, mais plutôt en profondeur.

Chaque *enseignant·e* désigné·e aura quelques minutes pour amener un *élève* à réaliser correctement la tâche (choisie par le formateur) tout en partant de la démarche de l'élève (et non en repartant à zéro).

Une des tâches mathématiques accompagnée de deux solutions erronées (exemple 1) :

Un élève de la classe a fait une erreur de division. Peux-tu trouver son erreur ?

$$18181 \div 9 = 22,111 \text{ reste } 1$$

Solution de Mia : L'élève a tout faux ! La bonne réponse est 2020 reste 1/18181.

Solution de Félix : L'élève a tout faux ! La bonne réponse est 2020 reste 0,111.

Fig. 2 : Exemple 1 d'une mise en situation (tiré de Lajoie & Maheux, 2013 ; GREFEM, 2018)

Vos élèves de 3e cycle explorent avec l'aide de leur calculatrice personnelle quelques exercices et problèmes mathématiques. Ils n'arrivent pas tous aux mêmes réponses, ce qui semble les choquer². Après tout, ils n'ont pas pu se tromper puisqu'ils ont effectué les divers calculs à l'aide de leur calculatrice ! Que se passe-t-il ? Vous souhaitez amener vos élèves à répondre eux-mêmes à cette question, et aux autres questions qu'ils pourraient avoir relativement aux exercices et problèmes initiaux !

Chaque *enseignant·e* désigné·e aura quelques minutes pour amorcer le retour (la mise en commun) avec toute la classe. Attention d'explorer différentes calculatrices, pour tirer profit des différents résultats, et d'amener les élèves à répondre à leurs propres questions.

Tâches mathématiques à réaliser avec la calculatrice (exemple 2)

- 1) $2 \times 12 + 3 \times 10 = ?$
- 2) $123\,456 \times 456\,789 = ?$
- 3) $(4 \div 3) \times 3 = ?$
- 4) $500 - 8\% = ?$
- 5) $5\% + 2\% = ?$

Fig. 3 : Exemple 2 d'une mise en situation (tiré de Lajoie, 2009 ; 2018)

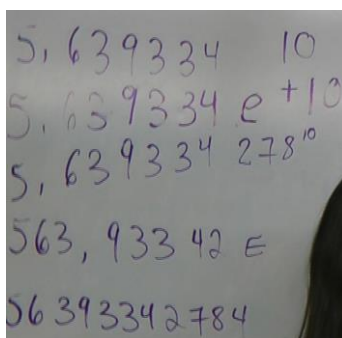


Fig. 4 : Exemples de réponses données par les calculatrices des formés (tâche 2 de la Fig. 3)

POUR LA PRÉPARATION (TEMPS 2)

Au moment de la préparation, les équipes de quatre sont invitées à : examiner la ou les tâche(s) mathématique(s) en jeu ; anticiper des questions, solutions et raisonnements d'élève et se préparer à les défendre comme le ferait un élève ; anticiper les réponses, explications, questions et relances de l'enseignant.

Diverses ressources peuvent être mises à profit par les futurs enseignants pour soutenir leur préparation, par exemple : leurs connaissances et expériences ; des rappels mathématiques (donnés à l'oral ou à l'écrit) ; des consignes didactiques (données à l'oral ou à l'écrit) ; des articles (à lire à la maison avant séance) tirés principalement de revues professionnelles et portant sur les concepts en jeu, sur des erreurs fréquentes, sur des approches d'enseignements, etc. ; des supports divers par exemple des manuels scolaires, des calculatrices, du matériel concret, ... La Fig. 5 présente de manière schématique les ressources fournies pour la préparation du jeu de rôles dont la mise en situation est présentée à la Fig. 2.

² Voir Fig. 4 pour quelques exemples de réponses données à un même calcul réalisé par différentes calculatrices.

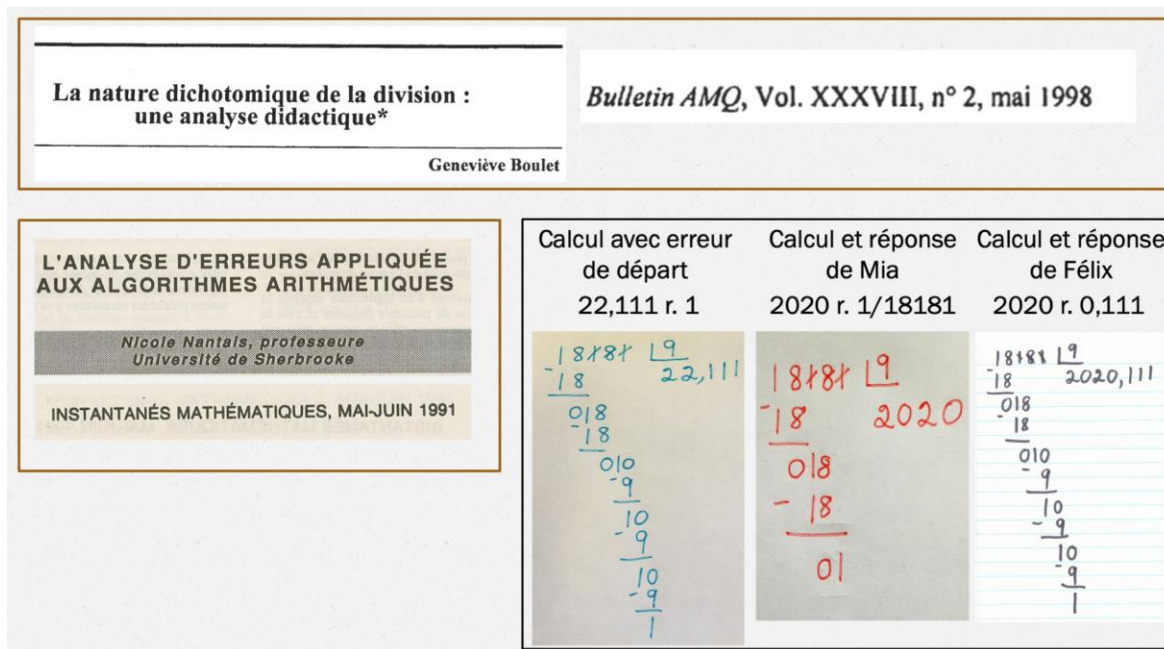


Fig. 5 : Exemple de ressources mises à la disposition des formés pour la préparation (en lien avec la mise en situation présentée à la Fig. 1)

Enfin, il est à noter que toutes les équipes se préparent à l'éventualité d'être choisies pour qu'un de leurs membres joue le rôle d'un enseignant ou celui d'un élève. Elles préparent donc les deux rôles en simultané. Aussi, le choix des acteurs se fait le jour même par le formateur, pendant le temps de préparation, et les acteurs choisis pour la mise en scène proviennent nécessairement d'équipes différentes (pour éviter une trop grande connivence entre les acteurs).

POUR LA MISE EN SCÈNE (TEMPS 3) ET LE RETOUR (TEMPS 4)

La mise en scène se déroule devant toute la classe pour que tous, incluant le formateur, aient la possibilité de *voir* les mêmes choses et donc d'avoir une base commune d'observations au moment du retour. Les pauses et les arrêts sur l'image sont exceptionnels, question de laisser s'exprimer les connaissances et pratiques émergentes des formés. L'observation n'est pas explicitement guidée, mais implicitement, une liste de critères se construit au fil des différentes mises en scène. Le retour est animé par le formateur.

POTENTIELS ET LIMITES DU DISPOSITIF DE JEU DE RÔLES : DIFFÉRENTS POINTS DE VUE

Le point de vue de la formatrice

Au fil des ans, j'ai été amenée en tant que formatrice-utilisatrice des jeux de rôles à percevoir un certain nombre de potentialités de ce dispositif. Ainsi, il m'apparaît que les jeux de rôles me permettent entre autres choses de :

- voir les étudiants se préparer et anticiper ce que pourraient dire ou faire élève(s) et enseignant ;
- les voir s'approprier les ressources pour l'action puis exploiter ces ressources dans l'action et lors du retour ;
- les voir en action dans le rôle de l'élève et dans celui de l'enseignant ;
- les voir en interaction, voir comment l'un et l'autre s'écoutent et se répondent ;
- voir comment ils interprètent la théorie dans l'action ;
- avoir accès à ce qui attire l'attention des observateurs ;
- avoir accès à diverses idées, connaissances, conceptions des étudiants à propos des mathématiques, de leur apprentissage et de leur enseignement ;
- sentir la légitimité de mes interventions ;

- disposer d'une marge de manœuvre dans mes interventions.

En tant que formatrice, je n'ai toutefois aucune difficulté à reconnaître que les jeux de rôles viennent avec leur lot de défis, difficultés et limites. Je trouve particulièrement difficile de vivre avec les inconforts des formés (avant, pendant et après chacun des jeux de rôles), de ne pas pouvoir tout voir et entendre pendant la préparation dans les équipes, d'accepter de ne pas pouvoir rebondir sur tout ce que j'observe ou sur tout ce qui est rapporté par les observateurs et d'accepter que pour certains étudiants les jeux de rôles semblent peu pertinents pour leur formation.

Le point de vue de la (co-)conceptrice

En tant que (co-)conceptrice des jeux de rôles, j'en suis venue à apprécier la souplesse du dispositif. En effet, ce dispositif peut facilement être adapté selon le contexte dans lequel le formateur intervient, ses intentions, ses pratiques de formation, etc. Ces adaptations peuvent toucher tant les tâches d'enseignement et les tâches mathématiques imbriquées dans la mise en situation que le pilotage du jeu de rôles par le formateur. Le lecteur intéressé à en savoir plus relativement à des adaptations possibles pourra consulter Lajoie *et al.* (2012), Marchand *et al.* (2012) et Lajoie *et al.* (2019a).

La complexité de ce dispositif et la place qu'il laisse à l'imprévu font toutefois en sorte qu'il peut être difficile d'en faire un dispositif *clé en main* pour d'autres formateurs. Il n'est pas simple en effet de communiquer le rationnel derrière les choix du concepteur à un formateur n'ayant pas participé à la conception. Il en va de même pour :

- les adaptations possibles selon les intentions du formateur ou le contexte dans lequel il intervient ;
- l'anticipation de ce qui pourrait être observé au moment de la mise en scène ;
- l'anticipation de différentes directions que pourrait prendre la discussion avec les formés lors du retour ;
- l'anticipation de relances possibles par le formateur lors du retour ;
- etc.

Il existe toutefois des tentatives en ce sens qui m'apparaissent prometteuses, en particulier celle proposée dans COPIRELEM (2019), qui consiste en la présentation d'un scénario de formation s'appuyant sur un jeu de rôles, et celle évoquée par Winder Guille-Biel, Lajoie, Mangiante-Orsola, Masselot et Tempier dans ce volume, soit une mise en abyme du jeu de rôles sous forme d'atelier proposant aux formateurs de jouer un jeu de rôles mettant en scène une séance de formation s'appuyant elle-même sur un jeu de rôles ...

LE POINT DE VUE DES ÉTUDIANTS

Au début des années 2010, l'équipe en place a souhaité donner la parole à nos étudiants. Nous voulions savoir comment ils vivaient l'expérience des jeux de rôles. Nous leur avons posé plusieurs questions, dont une visait à savoir quelles étaient selon eux les principales forces et principales faiblesses des jeux de rôles. Leurs réponses ont été recueillies grâce à des questionnaires remis à deux occasions et elles ont été analysées (Lajoie & Maheux, 2011).

Plusieurs potentialités ont été relevées par les étudiants. Ceux-ci disent apprécier le fait que les jeux de rôles : permettent de revenir en profondeur sur certains concepts mathématiques ; permettent de partager plusieurs points de vue (comme élève ou enseignant) ; donnent à voir différentes façons d'expliquer, de questionner, etc. ; développent la verbalisation, l'écoute et l'observation ; développent le sens critique. Il est à noter que les éléments de réponse qui semblaient moins liés à l'approche des jeux de rôles elle-même, comme le fait que les tâches étaient variées, que le travail avec le matériel était aidant, etc., ont été laissés de côté.

L'analyse des réponses des étudiants révèle aussi qu'ils perçoivent toutefois un certain nombre de limites. Les étudiants soulèvent entre autres choses que : il est stressant, voire pénible, de ne pas savoir à l'avance qui jouera quoi ; il est insécurisant d'enseigner devant des adultes ; il faudrait présenter davantage de « théorie » au moment de la préparation ou même préalablement à la préparation ; les retours sont trop

brefs et il est parfois difficile de savoir ce qu'il faut retenir ; il est frustrant de terminer sans savoir quelle aurait été LA bonne façon de faire.

Le point de vue de la recherche

Le dispositif de jeux de rôles présenté précédemment et certaines de ses adaptations ont fait l'objet de travaux de recherche récents. Je présente ces travaux très brièvement en faisant ressortir au passage les principales potentialités du dispositif de jeu de rôles que ces travaux mettent en évidence, de même que certaines limites qu'ils laissent entrevoir, que ce soit du côté du formateur ou de celui du formé.

Dans une recherche menée sur la contextualisation dans l'enseignement des mathématiques, le GREFEM (Groupe de recherche sur la formation à l'enseignement des mathématiques) se penche sur trois cas de pratiques ciblant la division (GREFEM, 2018). Un de ces cas met en scène le jeu de rôles présenté à la Fig. 2. L'analyse des interactions entre l'enseignant-formé et l'élève-formé (les acteurs de la mise en scène) permet de dégager le sens que peut prendre dans l'action une contextualisation improvisée, la fonction qui peut lui être attribuée, et les difficultés qui peuvent en résulter, tant pour l'enseignant que pour l'élève.

Certains des travaux de recherche dans lesquels j'ai été impliquée apportent un éclairage sur le type de connaissances susceptibles d'être sollicitées et développées à travers les jeux de rôles. L'un d'entre eux illustre (du moins partiellement), à travers l'analyse d'une mise en scène du jeu de rôles présenté à la Fig. 2, ce qu'est, en mathématiques, le *savoir intervenir sur-le-champ* (un concept emprunté à Mason et Spence, 1999), et de quelles manières ce savoir peut (ou non) se manifester dans l'action (Lajoie & Maheux, 2013). Un autre, à travers cette fois l'analyse de mises en scène du jeu de rôles présenté à la Fig. 3 et des retours suivant ces mises en scène, fait ressortir différentes occasions d'apprentissage qui se présentent aux formés, en particulier des occasions d'apprentissage du *savoir remarquer sur-le-champ* (en anglais *noticing in-the-moment*) et du *savoir intervenir sur-le-champ* (en anglais *knowing to act-in-the-moment*), des concepts empruntés à Mason et Davis (2013) et à Mason et Spence (1999) respectivement (Lajoie, 2018). Il ressort toutefois de ces analyses que certains formés peuvent au final ne pas retirer autant du jeu de rôles que le formateur le souhaiterait, dépendant de la manière dont il s'investit (dans son rôle d'élève, d'enseignant ou d'observateur) pendant la séance.

Dans le cadre d'un travail de recherche mené en collaboration avec des collègues formateurs de professeurs des écoles en France (6 à 11 ans), un scénario de formation basé sur un jeu de rôles a été conçu et mis en œuvre auprès d'étudiants en formation initiale (Lajoie *et al.*, 2019). Ledit jeu de rôles plonge les futurs enseignants dans une situation d'aide à un élève rencontrant une difficulté dans une tâche portant sur les nombres décimaux³. Des analyses préalables du scénario et une analyse *a posteriori* de sa mise en œuvre effective permettent d'anticiper les connaissances (mathématiques, didactiques, professionnelles) et pratiques susceptibles d'émerger dans un tel contexte, de documenter les connaissances et pratiques qui ont effectivement émergé et de dégager des potentialités (du scénario) qui s'offrent au formateur pour faire évoluer ces connaissances et pratiques. Ces analyses mettent au jour aussi un nombre non négligeable de points de vigilance pour le formateur, dont l'importance de prévoir des supports pertinents, la difficulté à obtenir l'adhésion de tous les formés pour la mise en scène, la nécessité de s'adapter et de trier à chaud et le réinvestissement à moyen et à long terme des apprentissages réalisés en contexte de jeux de rôles. Elles mettent aussi au jour des limites du côté des formés. Ainsi, l'attention des formés peut se diriger vers des éléments non pertinents, les formés peuvent retirer des généralités et ils peuvent aussi ne pas s'y investir à fond.

Le travail de recherche décrit précédent met en évidence que pour aller au-delà d'une simple mise en activité des étudiants, un travail exigeant est nécessaire de la part du formateur. C'est à ce travail du formateur que nous avons consacré notre plus récente étude, toujours en cours (Lajoie *et al.*, 2019b).

³ Le scénario peut être trouvé dans Lajoie *et al.* (2019) mais aussi d'une manière plus détaillée dans COPIRELEM (2019).

L'analyse de la mise en œuvre du scénario évoqué précédemment (celui basé sur un jeu de rôles plongeant les futurs enseignants dans une situation d'aide à un élève rencontrant une difficulté dans une tâche portant sur les nombres décimaux) par deux formateurs n'ayant pas participé à la conception du scénario nous permet déjà d'anticiper une grande variabilité dans les pratiques des formateurs⁴. Nous constatons entre autres choses que les formateurs n'organisent pas la mise en scène de la même manière, qu'ils ne prennent pas en compte de la même manière ce que font les étudiants pendant la mise en scène ni les points qu'ils soulèvent lors du retour, qu'ils ne relèvent pas les mêmes gestes professionnels, qu'ils n'institutionnalisent pas les mêmes savoirs et qu'ils ne légitiment pas les savoirs de la même manière.

CONCLUSION

Globalement, les travaux de recherche décrits précédemment confirment d'importantes potentialités du jeu de rôles. D'abord, le jeu de rôles donne beaucoup à voir, tant aux formés, au formateur qu'au chercheur. En particulier, le jeu de rôles fait émerger chez les formés des connaissances mathématiques et didactiques, des gestes professionnels, des pratiques qui pourraient ne pas émerger dans d'autres contextes. Aussi, le jeu de rôles offre aux formés et au formateur des occasions d'enseignement et d'apprentissage, soit des occasions de faire avancer les connaissances des formés et d'enrichir leurs gestes et pratiques. Enfin, le jeu de rôles présente un intérêt pour la formation des maîtres et pour la recherche sur cette formation. En effet, ce dispositif laisse place à différentes mises en œuvre de la part des formateurs, des mises en œuvre qui laissent quant à elles entrevoir différentes intentions voire même projets de formation que ceux-ci peuvent avoir. En ce sens, le jeu de rôles peut, en tant que contexte de formation, permettre au chercheur ou au formateur de formateurs d'en savoir plus sur le projet de formation du formateur, sur ses pratiques de formation, sur les cadres sur lesquels il s'appuie, etc.

Mes diverses expériences avec les jeux de rôles en tant que formatrice, conceptrice, chercheuse, m'incitent à continuer à utiliser ce dispositif et de poursuivre à profiter de cette fenêtre qu'il m'offre sur les connaissances et pratiques des formés, de même que sur celles des formateurs.

BIBLIOGRAPHIE

- Boucher, L. P., & Vachon, J. C. (1995). Une démarche d'élaboration des savoirs professionnels : fondements et étapes. Dans C. Garant, F. Lacourse & M. Scholer (dir.), *Nouveaux défis pour la formation des maîtres* (pp. 153-161). Sherbrooke : CRP.
- COPIRELEM (2019). *Construire une expertise pour la formation à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire : Situations-Ressources-Analyses, Tome 1*. ARPEME.
- GREFEM (2018). Contextualiser pour enseigner les mathématiques : un enjeu de formation. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 23, 69-105.
- Lajoie, C. & Pallascio, R. (2001). Role-play by pre-service elementary teachers as a means to develop professional competencies in teaching mathematics. *Proceedings of SEMT '01 - International Symposium Elementary Mathematics Teaching*. Prague, République Tchèque Université Charles.
- Lajoie, C. (2010). Les jeux de rôles : une place de choix dans la formation des maîtres du primaire en mathématiques à l'UQAM. Dans J. Proulx & L. Gattuso (dir.), *Formation des enseignants en mathématiques : tendances et perspectives actuelles* (pp. 101–113). Sherbrooke, Canada : Éditions du CRP.
- Lajoie, C., Maheux, J.-F., Marchand, P., Adihou, A. & Bisson, C. (2012). Le jeu de rôles comme approche de formation à l'enseignement des mathématiques. Quels choix ? Pour quelles intentions ? Pour quelle formation ? Dans GDM, *actes du colloque du GDM 2012* (pp. 48-56). Université Laval, Québec.

⁴ Le concept de variabilité des pratiques est ici emprunté à Sayac (2012).

- Lajoie, C. (2018). Learning to act in-the-moment: Prospective Elementary Teachers' roleplaying on numbers. Dans K. Hino & G. J. Stylianides (dir.), *Research Advances in the Mathematical Education of Pre-service Elementary Teachers: An International Perspective* (p. 231–244). ICME-13 Monographs. Springer, Cham.
- Lajoie, C. & Maheux, J.-F. (2013). Richness and complexity of teaching division: prospective elementary teachers' roleplaying on a division with remainder. Dans CERME, *proceedings of the Eight Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8)*. Antalya, Turkey: Manavgat-Side.
- Lajoie, C., Mangiante, C., Masselot, P., Tempier, F. & Winder Gille-Biel, C. (2019a). Former à aider un élève en mathématiques : une étude des potentialités d'un scénario de formation basé sur un jeu de rôles. *Revue canadienne d'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies / Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education (numéro spécial sur les dispositifs de formation à l'enseignement des mathématiques)*, 19(2), 168-188.
- Lajoie, C. Mangiante, C., Masselot, P., Tempier, F. & Winder Guille-Biel, C. (2019b). Pratiques de formateurs lors de la mise en œuvre d'un jeu de rôles, Dans REF, *actes du symposium de didactique des mathématiques, REF 2019 (les seizièmes rencontres du réseau international de recherche en éducation et en formation)*, Université Toulouse Jean Jaurès, Toulouse, 9 et 10 juillet 2019.
- Marchand, P., Adihou, A., Lajoie, C., Maheux, J.-F. & Bisson, C. (2012). Les jeux de rôles en formation initiale : mettre les compétences professionnelles en action dans la formation didactique. Dans Congrès AIPU, *actes du 27e Congrès de l'Association internationale de pédagogie universitaire (AIPU)* (pp. 198-208). UQTR.
- Mason, J. & Spence, M. (1999). Beyond Mere Knowledge of Mathematics: The Importance of Knowing to act in the moment. *Educational Studies in Mathematics*, 38, 135–161.
- Miklos, E. & Greene, M. (1987). Assessments by Teachers of their Preservice Preparation Programs, *Alberta Journal of Educational Research*, 33(3), 191-205.
- Ministère de l'Éducation du Québec (2001). *La formation à l'enseignement. Les orientations. Les compétences professionnelles*. Gouvernement du Québec : Ministère de l'Éducation.
- Perrenoud, P., Altet, M., Lessard, C. & Paquay, L. (Dir.) (2008). *Conflits de savoirs en formation des enseignants*. Bruxelles : De Boeck.
- Sayac, N. (2012). Pratiques de formateurs en mathématiques dans le premier degré. Les savoirs de la formation. *Recherche et formation*, 71, 115-130.
- Zazkis, R. (2018). Dialogues on Numbers: Script-writing as approximation of practice. Dans ICME, *actes du Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education* (p. 749-767). Springer, Cham.

QUELLES CONDITIONS POUR UNE FORMATION INITIALE DES ENSEIGNANTS DU 1^{ER} DEGRE EN DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES PAR LE TRAVAIL SUR LE MEMOIRE ?

Sylvie Grau

Laboratoire du CREN - ESPE Université de Nantes

En France, les stagiaires professeurs des écoles du premier degré (enfants de 2 à 11 ans) ont une lourde charge de travail en deuxième année de Master. Ils sont stagiaires en responsabilité dans une classe à mi-temps après avoir réussi le concours, ils doivent suivre les cours et produire les travaux demandés dans le cadre de leur formation. Une des contraintes souvent mal perçue est la rédaction d'un mémoire pour ceux qui doivent valider leur Master, ou d'un écrit réflexif pour ceux qui ont déjà le niveau d'étude requis mais doivent valider leur année de formation pour espérer une titularisation. Suivant les universités, le suivi de ces travaux peut prendre des formes très différentes. A l'ESPE¹ de Nantes, notre groupe de recherche travaille sous la direction de Sylvain Doussot sur la question de la formation au regard didactique. À partir d'études de cas, nous essayons de repérer les conditions qui permettent aux enseignants stagiaires de dépasser l'obstacle de la dichotomie savoir/pédagogie. L'analyse des échanges lors des séminaires de recherche d'enseignants stagiaires en collège ou lycée a permis de formuler deux éléments : l'analyse didactique doit porter sur la manière de mettre en œuvre une solution théorique d'enseignement et il faut que l'analyse permette une projection dans une séquence à venir. La question se pose un peu différemment pour les enseignants polyvalents du premier degré. Le travail en séminaire de recherche peut-il amener le professeur stagiaire à développer une vigilance didactique ? Nous allons analyser un cas et essayer de tirer de cette analyse quelques conditions favorables pour penser des scénarios de formation au regard didactique en mathématiques.

LA MISE EN PLACE DE LA PROBLÉMATIQUE DES SUJETS D'ÉCRITS RÉFLEXIFS ET DE MÉMOIRES

La différence entre les deux types d'écrits (mémoire et écrit réflexif) est dans le volume attendu, le suivi (le mémoire est prioritairement suivi par des enseignants chercheurs), mais aussi dans la démarche qui est une démarche scientifique pour le mémoire, alors que l'écrit réflexif est plutôt une analyse réflexive et critique d'une situation professionnelle, qu'elle soit rétrospective ou prospective. Le cadrage est donc beaucoup plus théorique pour le mémoire, alors que pour l'écrit réflexif la théorie vient en appui de l'analyse. Dans les deux cas, la question initiale, avant d'être une question de recherche, est le plus souvent une question liée à un problème rencontré professionnellement dans la classe. Tout le travail de la première période, de la rentrée à novembre, est de construire une problématique à partir de cette question de départ. Les professeurs des écoles stagiaires déjà détenteurs d'un master bénéficient d'une formation adaptée spécifique (FAS). Un formateur accompagne le travail de recherche de trois à huit stagiaires FAS, mais il assure aussi les visites en classe, participe au bilan intermédiaire, à l'écriture de l'avis final. Chaque formateur assure aussi des heures de cours autour de la « mise en situation professionnelle » qui regroupe des temps d'analyse de pratique, de travail autour de questions transdisciplinaires comme la gestion de classe, la relation avec les familles, la différenciation, l'évaluation, les styles pédagogiques, etc. Le formateur peut aussi intervenir sur d'autres champs disciplinaires. J'interviens par exemple sur la formation en

¹ École Supérieure du Professorat et de l'Éducation.

mathématiques. L'avantage est que le stagiaire a une personne référente qu'il va rencontrer dans des situations de formation très différentes, ce qui permet de tisser des liens entre théorie et pratique, mais aussi entre les disciplines (didactique disciplinaire, disciplines scolaires, sciences cognitives, psychologie, sociologie...). Nous allons analyser un dispositif mis en place pour un groupe de stagiaires ayant ce profil.

Dès la rentrée, il est demandé aux stagiaires de réfléchir à une question qu'ils souhaitent étudier dans le cadre de leur recherche pour les regrouper par thématiques. Les questions sont alors très souvent tournées autour de la gestion de la classe. Si on reprend les travaux de Charles-Pézarid (2010), les pratiques des professeurs des écoles débutants ont deux dimensions complémentaires, mais qui peuvent parfois entrer en contradiction : installer la paix scolaire et exercer une vigilance didactique. Pour les stagiaires en formation, « tenir sa classe » est la première condition pour pouvoir enseigner, installer son autorité est le premier objectif. D'où vient cette représentation qui semble être la norme ? Beretti (2019) parle d'une dualité :

L'autorité entretient un double rapport à la norme : d'une part l'autorité de l'enseignant, dans sa pratique, est l'objet d'une norme, une norme professionnelle, en même temps que l'autorité vise et se donne les moyens de faire entrer les élèves dans un autre type de norme : une norme sociale. Ainsi, l'autorité enseignante est à la fois normalisée et normative, elle est à la fois objet d'une norme professionnelle et vecteur d'une norme sociale (Beretti, 2019, p.16).

Ainsi la paix scolaire est obtenue lorsque la mise en œuvre de ce que Beretti appelle la « bonne autorité » amène du côté des élèves les « bons comportements ». Du côté des textes officiels, si le référentiel des compétences attendues d'un professeur pour l'exercice de son métier fait référence à une fonction d'autorité, il ne précise pas la manière dont celle-ci doit s'exercer. Pour les élèves, le domaine 3 du socle commun de connaissances, de compétences et de culture, explicite quelques attendus du côté du comportement, mais toujours sous forme de grands principes. En fait les textes ne précisent pas la mise en œuvre de ces grands principes, que les stagiaires vont découvrir au travers du contexte spécifique de leur stage et des interprétations subjectives des professionnels qu'ils vont rencontrer au cours de leur formation. Le risque est que ces premières expériences prennent le statut de norme. Ainsi Beretti identifie des normes partagées sur un certain nombre d'indicateurs censés attester d'une bonne autorité, par exemple « des signes extérieurs de calme, par des démonstrations d'autorité réduites au minimum, par l'absence ou le peu de sanctions posées, de réitération des consignes, etc. [...] les enseignants décrivent l'obéissance des élèves (le comportement attendu et conforme à la norme véhiculée par l'autorité) comme le signe d'une autorité efficace. » (Ibidem, p.19).

La bonne autorité est donc évaluée au travers des comportements des élèves. L'enjeu est la mise en place d'une relation d'autorité qui fait que les élèves ont le comportement attendu sans efforts de l'enseignant. Cette relation d'autorité se joue entre le professeur et son groupe classe. La norme peut donc être très différente d'un enseignant à un autre, d'un groupe à un autre, tout en respectant les grands principes posés par les textes. Quels sont les facteurs qui jouent dans cette interprétation de la norme ? Chaque enseignant a une interprétation personnelle de ce qu'est un « climat de classe propice aux apprentissages » et cette interprétation est fonction de ses propres besoins (l'un aura besoin de calme, l'autre d'une certaine agitation témoignant de l'activité effective des élèves), de ses convictions pédagogiques, de ses compétences, mais aussi du lieu, du moment, du type d'activité, de la discipline travaillée. Certains ajustements peuvent aussi être liés spécifiquement à un groupe ou à certains élèves en particulier.

L'institution ne peut donc pas fournir de normes de mise en œuvre d'une bonne autorité. Cette autorité se construit en contexte au travers de la relation qui s'installe entre l'enseignant et le groupe. Un bon comportement des élèves est signe d'une reconnaissance de l'autorité de l'enseignant. Les stagiaires cherchent donc à établir une relation d'autorité qu'ils évaluent par l'écart entre les comportements qu'ils attendent des élèves, ou du moins qu'ils pensent devoir attendre des élèves, et ceux qu'ils peuvent effectivement observer.

Ainsi les questions qui émergent en début d'année sont liées à des comportements d'élèves qui ne correspondent pas aux attentes des enseignants. Certains propos recueillis auprès des professeurs des

écoles stagiaires témoignent de cet écart entre l'élève idéal et la réalité vécue, comme en témoigne cet exemple :

Si dans l'ensemble mon intégration s'est bien déroulée, j'ai découvert des élèves que j'ai rapidement qualifiés de « dissipés ». Ils ne correspondaient pas à mes souvenirs d'écolier. Le silence semblait impossible à obtenir, les élèves bougeaient dans la classe, montraient une lenteur excessive dans la mise en travail, quand il ne s'agissait pas simplement d'une absence de mise au travail. Les relations entre eux se sont tendues et j'ai passé beaucoup de temps à sermonner, sanctionner. J'ai perçu certains comportements comme une remise en cause de l'autorité de l'enseignant, elle-même difficile à instaurer, le simple statut institutionnel n'étant pas suffisant (BW, 2016).

À travers ces propos, on peut repérer une confusion entre les faits, les interprétations et le ressenti des stagiaires. Parmi les faits on retrouve l'agitation, l'instabilité, les interactions violentes entre les élèves. L'élève fantasmé a différentes caractéristiques. Du point de vue relationnel, il est respectueux, il écoute l'enseignant et ses pairs. Du point de vue de l'autonomie il sait prendre des initiatives, il peut faire seul et sans aide. Du point de vue de son investissement, il est docile, il adhère et respecte le cadre. Du point de vue de son attitude, il est calme et ordonné. Pour amener les élèves à ces comportements, les stagiaires ont différents leviers : l'établissement et la promulgation de règles de vie dans la classe, le soin porté aux consignes, la mise en place de pratiques coopératives, le choix d'activités supposées motivantes, l'attention à l'ergonomie de manière générale. Ces leviers ne prennent cependant pas en compte la phase d'apprentissage nécessaire pour faire évoluer ces comportements. À quel moment les élèves ont-ils les enseignements, les exercices et les évaluations leur permettant de mesurer leurs progrès ? Tout se passe comme si le contexte devait amener de fait la posture attendue ou pire comme si les attentes étaient tacitement partagées, ce qui suppose que les élèves qui ne correspondent pas à ces attentes choisissent volontairement de ne pas y répondre.

Face au comportement des élèves, le ressenti des stagiaires peut aller du malaise à la peur. La sensation de ne pas pouvoir contrôler domine. Même si certains font référence aux enjeux sur l'apprentissage des élèves et déplorent l'impossibilité de se concentrer, d'entendre les consignes, d'organiser l'activité, c'est avant tout le fait de ne pas faire autorité qui pose question. Mais de quelle autorité s'agit-il ?

Notre hypothèse est que le principe fondamental sur lequel doit se fonder la relation d'autorité est que l'enseignant a pour mission d'enseigner et l'élève a pour mission d'apprendre. Ce principe semble aller de soi. Cependant pour beaucoup d'élèves, l'école n'est plus un lieu d'apprentissage. À force d'être jugés sur leur comportement, ils sont nombreux à avoir la conviction que l'école a pour seul objectif de les rendre obéissants. Le projet d'enseignement/apprentissage doit être explicité pour que toute l'activité déployée à l'école aille dans le but de rendre ce projet réalisable. Ceci étant posé, la meilleure façon de construire une relation d'autorité est alors de faire en sorte que l'élève apprenne effectivement et donc de maîtriser les enjeux didactiques des situations d'apprentissage qui lui sont proposées qu'il s'agisse d'apprentissages de compétences disciplinaires ou d'apprentissages de compétences psychosociales.

ÉTUDE DE CAS D'UN SÉMINAIRE RECHERCHE EN MASTER 2 FAS

L'expérimentation a été menée en 2016 au cours d'un séminaire de recherche avec trois stagiaires enseignant en classe de CM1 (enfants de 9-10 ans) dans des contextes très différents. Tous trois (nous les appellerons A, B et C) ont choisi de travailler la question du « climat scolaire ». Derrière cette dénomination se cache en fait un ressenti négatif, la classe ne se comportant pas comme ils le souhaitent.

Le travail du séminaire s'est déroulé en cinq étapes sur l'année scolaire :

Étape 1 : Les différents contextes (octobre - novembre)

Un premier travail a amené les stagiaires à prendre conscience des grands principes, des valeurs, des représentations initiales qu'ils se font de leur métier. L'objectif était de montrer qu'il n'existe pas de normes et qu'ils peuvent avoir des pratiques différentes tout en partageant les mêmes valeurs. Le grand principe partagé, explicitement énoncé dans les textes officiels de 2015, est celui de l'éducabilité. Chaque stagiaire

a ensuite analysé son contexte d'exercice en essayant de s'appuyer sur des critères objectifs. Une fois posé ce principe et identifié les caractéristiques spécifiques de chaque lieu de stage, le projet proposé au groupe a été de concevoir une même situation complexe en mathématiques élaborée collectivement et expérimentée dans chacune des trois classes. L'analyse des écarts entre les trois expérimentations a pour but d'amener des éléments de compréhension sur l'impact du climat de classe sur l'apprentissage des élèves.

Étape 2 : Ouverture de nouveaux possibles, cadre théorique et méthodologique (décembre)

Une seconde étape a consisté à lire, analyser, comprendre certains éléments de didactique des mathématiques pour identifier ce qu'est une situation complexe, faire une analyse *a priori*, repérer les variables didactiques, identifier les enjeux d'apprentissage, anticiper les obstacles, prévoir des étayages, penser la mise en œuvre et le processus d'institutionnalisation. Ces apports doivent amener les stagiaires à penser en termes de compétences mathématiques.

Étape 3 : Expérimentation et création de nouvelles données (janvier)

Le groupe a élaboré une ingénierie didactique que chaque stagiaire a expérimentée dans sa classe. La séance a été filmée, les échanges entre élèves enregistrés, les productions des élèves photographiées, photocopiées ou collectées. Chaque stagiaire devait repérer un moment où il a eu un ressenti positif et un autre où son ressenti était négatif ainsi que les décisions prises à ces moments précis.

Étape 4 : Analyse et mesure des effets sur le comportement et l'apprentissage des élèves (février - mars)

Chaque stagiaire a fait une analyse *a posteriori* de sa séance et une analyse croisée des séances menées par les autres stagiaires. Les écarts entre ce qui avait été prévu et ce qui s'est réellement passé sont analysés au regard du ressenti et des actions engagées par l'enseignant et des traces de l'activité des élèves.

Étape 5 : Analyse de l'évolution des représentations et des compétences professionnelles (avril - mai)

La dernière étape a été l'analyse des effets de l'expérimentation et de la recherche sur les représentations des trois stagiaires.

Nous allons reprendre ce déroulé pour montrer ce qui s'est joué et comment les représentations ont évolué. Ce dispositif a pour objectif d'aider les stagiaires à problématiser la conception de séance. En les amenant à ré-interpréter les situations vécues, le dispositif met au travail les principes qui organisent l'activité de conception de séance des stagiaires, mais il interroge aussi le choix des données qu'ils utilisent (Lebouvier, Ouitre, & Briaud, 2016).

L'enjeu du contrat

Dès la première rencontre, quelques principes essentiels auxquels nous ferons régulièrement référence sont écrits, commentés et éventuellement reformulés :

- L'écoute bienveillante et sans jugement : on part du principe que chacun a une bonne raison de penser et de faire ce qu'il fait. Il s'agit alors de questionner et non de juger.
- Chacun a le droit de se taire.
- Chacun a la nécessité de partager ses expériences avec le groupe.
- Coopérer enrichit le répertoire de chaque membre du séminaire (lectures, expériences, documents, outils...).

Par homologie, ces règles sont celles que les stagiaires ont ensuite cherché à mettre en place dans leur classe. Les échanges autour de ces règles ont amené les professeurs stagiaires à repenser la manière dont ils ont posé le cadre dans leur classe : nécessité d'explicitation, de tenir compte des besoins de chacun, de justifier, de reformuler, de publier et surtout la nécessité de rappels à chaque séance.

Comprendre nos principes d'action

Les stagiaires ont essayé de préciser quels étaient leurs besoins en répondant à différentes questions :

- En tant qu'apprenant, de quoi ai-je besoin pour apprendre ?
- De quoi ai-je besoin pour enseigner ?
- De quoi ai-je besoin pour me sentir bien en tant qu'enseignant dans ma classe ?
- Pour moi, qu'est-ce que faire des mathématiques ?
- Quelle est ma conception de l'acte d'apprendre ?

Ils ont dû analyser leur contexte d'exercice. Pour cela, reprenant le triangle didactique (Brousseau, 1998), il s'agit de caractériser le contexte au niveau de l'enseignant, de l'élève et du savoir aux différents gradins (Étienne & Fumat, 2014) : individu, individu dans le groupe, individu dans l'institution. Dans un premier temps, nous nous sommes focalisés sur l'enseignant et pour cela nous avons utilisé le pédagotest de Connac « quelle conception de l'acte d'apprendre avez-vous ? »². L'avantage de ce test est de prévoir deux réponses : D pour « dire » et F pour « faire ». Il s'agit de prendre conscience qu'on peut avoir un idéal difficile à mettre en place dans sa classe et donc ne pas toujours faire ce que l'on dit. L'analyse proposée par Connac (2012) est basée sur la typologie de Not (1988) avec quatre grandes conceptions de l'apprentissage : l'autostructuration (construction autonome), l'hétérostructuration (savoir transmis), le comportementalisme (apprentissage par petites entités), l'interstructuration (modification de ses représentations et reconstruction du savoir).

Les stagiaires ont compris que leur activité était souvent inspirée de la manière dont eux-mêmes apprennent. Cette étape a amené une prise de conscience : concevoir qu'il existe différents modèles, qu'on peut en changer, que notre vécu d'élève est encore présent dans notre représentation de l'élève « idéal », que notre représentation peut être différente de celle du binôme, du tuteur, de l'Inspecteur de l'Éducation Nationale chargé de les évaluer... et qu'il faut pouvoir justifier ses choix plutôt que de chercher à se justifier. En fait, les stagiaires prennent ici conscience de la variabilité de la norme.

Les stagiaires doivent ensuite décrire l'environnement de leur classe, le milieu dans lequel ils travaillent et vont recueillir les besoins exprimés de leurs élèves à travers des questionnaires. Enfin, ils vont faire un auto-diagnostic du climat de leur classe à partir d'un outil en ligne³. Ils se décentrent donc peu à peu de leur propre pratique.

Les stagiaires formalisent leur problématique ainsi : « l'objectif est de comprendre en quoi notre action est conditionnée par nos représentations et en quoi le jeu des élèves est conditionné par leurs représentations et par nos actions ». La réciprocité n'est cependant pas prise en compte, les stagiaires ne considèrent pas que les actions des élèves peuvent conditionner leurs représentations et leurs propres actions.

Les trois stagiaires ont des profils très différents, un rapport aux mathématiques qui va de l'application à l'invention, des besoins parfois opposés. Lors des analyses comparées il s'avère que A attend des élèves qu'ils soient acteurs, B attend une relation de qualité avec ses élèves et entre ses élèves et C vise la confiance et le respect. Pour chacun il s'agit en fait d'un principe d'action qui guide l'activité, mais aussi l'interprétation des comportements des élèves et la prise d'indice pendant la classe.

² http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2012/12/18122012_SConnac_extrait.aspx

³ https://www.reseau-canope.fr/climatscolaire/fileadmin/user_upload/outils/pdf/OUTIL_D_AUTODIAGNOSTIC_1er_degr%C3%A9.pdf

Penser dans un cadre théorique, penser une méthodologie

L'idée est d'élaborer et d'expérimenter une même séance pour mesurer les différences de mise en œuvre en lien avec le contexte. Pour cela il faut concevoir la situation, avoir un cadre théorique pour analyser la séance et définir une méthodologie pour faire une analyse comparée.

Plusieurs lectures sont conseillées. Comme références nous prenons :

- Debardieux (2012) pour regarder le climat scolaire, il faut le définir et choisir les critères qui seront analysés.
- Connac (2012) pour comprendre l'impact des représentations.
- Charnay (2003) pour concevoir une ingénierie mathématique.
- Schneuwly et Sensevy (2007) pour comprendre ce qui se joue pendant la séance.

Les stagiaires se répartissent les lectures, tous vont lire l'article sur l'action conjointe qui sera le cadre théorique d'analyse. A l'issue des lectures, les stagiaires ont du mal à voir l'articulation. Nous utiliserons alors le triangle de Houssaye (2000). L'élaboration du schéma suivant (voir Fig.1) est un moment clé du séminaire. Il a révélé une conscience de l'aspect systémique.

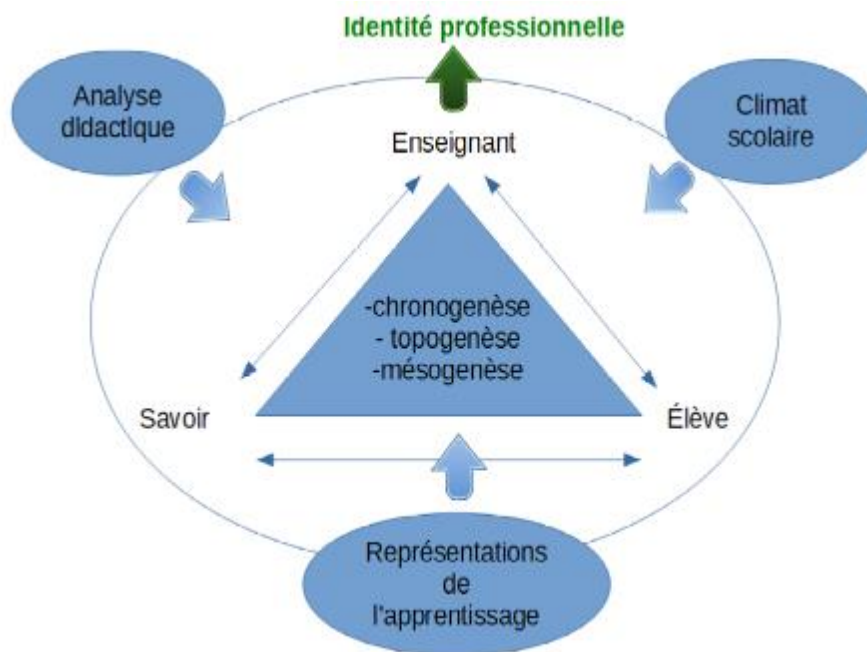


Fig. 1 : Cadre d'analyse

Ce schéma a donné un cadre d'analyse général qui a pu servir ensuite quotidiennement aux stagiaires pour préparer leur classe, mais il a aussi ouvert de nouveaux possibles pour élaborer ou choisir les situations d'enseignement-apprentissage. Au centre apparaissent les notions de mésogenèse (contrôle du milieu, choix des situations, des savoirs qui sont exposés), de chronogenèse (contrôle du temps didactique, du moment où les objets de savoir sont introduits), et de topogenèse (contrôle de la position qu'occupe l'élève à chaque instant et dans chaque milieu). Ce schéma montre que l'identité professionnelle se construit à partir de plusieurs principes liés à l'apprentissage, à l'enseignement et à la relation. S'intéresser au climat scolaire et donc à la relation n'a pas de sens si on ne s'intéresse pas en même temps à l'apprentissage et à l'enseignement. La difficulté est de mesurer l'impact de chaque point de vue sur l'autre et au final sur l'identité professionnelle. Une autre découverte majeure a été de comprendre en quoi chaque point de vue interfère sur l'analyse de l'activité en classe. Lors des visites dans les classes des stagiaires, les retours ont alors systématiquement été menés avec le cadre d'analyse que nous avons défini afin d'identifier chaque élément séparément puis de manière systémique et tenter de comprendre comment interagissent les représentations.

À partir de ce cadre, il fallait définir des observables pour analyser l'évolution du climat de classe. Les stagiaires ont retenu trois critères :

- le ressenti et ce que pense l'enseignant au moment où ce ressenti est le plus fort;
- les écarts entre le prévu et le réalisé et les modifications faites ou souhaitées;
- l'activité de l'élève.

Co-construire une situation d'apprentissage

Le choix de la situation s'est fait à partir de quelques principes décidés collectivement :

- le but est de travailler les compétences modélisées, chercher et représenter ;
- le problème est issu d'une situation de la vie quotidienne ;
- l'objectif pour l'élève est de communiquer sa procédure et d'expliquer sa démarche dans le but de prendre une décision et de la communiquer à une autre classe ;
- le problème doit avoir plusieurs solutions possibles pour nécessiter l'argumentation ;
- le problème doit s'appuyer sur des savoirs enseignés et disponibles (ici les notions de mesure de longueur, aire, périmètre, les opérations sur les nombres entiers).

Définir des objectifs d'apprentissage est un vrai défi lorsqu'il s'agit de le faire à trois. L'élaboration de la situation a permis de comprendre les enjeux d'apprentissage, les objectifs, et donc de mieux organiser le processus d'institutionnalisation. La situation choisie devait amener les élèves à décider si le nombre de rouleaux de tapisserie disponibles en magasin était suffisant pour tapisser un mur. Ils disposent d'un plan de la surface à tapisser et d'une page Internet d'un magasin de bricolage (voir Fig. 2). Les mesures ne sont pas données aux élèves au début de la recherche, mais différentes valeurs sont prévues et distribuées lorsque les élèves réclament ces informations.

L'analyse *a priori* et l'identification des variables didactiques (dimensions, ouvertures, nature des nombres...) ont permis de lister des mises en œuvre possibles et de mesurer les enjeux de chacune. Ce travail a permis aux stagiaires d'apprendre comment adapter des situations trouvées sur Internet ou dans les manuels, comment créer soi-même des situations ou du moins se sentir autorisée à le faire. Plusieurs scénarios ont été pensés par les stagiaires pour prévoir des aménagements lors de l'expérimentation. Une liste des étayages a été élaborée pour répondre aux difficultés que les stagiaires ont anticipées. Cette liste a servi de support à l'analyse *a posteriori* mettant en évidence que certaines difficultés ont été surmontées parce qu'elles avaient été pensées et analysées avant la séance alors que d'autres ont été des obstacles, car elles n'avaient pas été imaginées au moment de l'analyse. En particulier les élèves n'ont pas tous une expérience de tapisserie, certains ne comprennent pas le vocabulaire utilisé. Les stagiaires ont réalisé l'impact de l'habillage d'un problème sur la mobilisation des connaissances mathématiques.

Tom souhaite changer le papier peint du mur de son salon.
Le plan du mur est ci-dessous.



Il doit se rendre chez Leray Merlou samedi.

Il prépare sa visite sur Internet et il voit qu'il reste seulement 3 rouleaux du papier peint qui lui plaît. Les caractéristiques du papier peint sont les suivantes.

Caractéristiques

Largeur (en m)	0m50
Longueur (en m)	10



Est-ce que Tom peut tapisser le mur de son salon avec ce papier peint?

Fig. 2 : Situation proposée aux élèves

L'auto-confrontation et l'analyse croisée dans un collectif

L'expérimentation a été menée en sécurité du fait que la situation a été co-construite. La prise de conscience des écarts entre ce qui était prévu et ce qui s'est passé réellement a mis en évidence de micro-ajustements et l'analyse a montré en quoi ces ajustements peuvent modifier profondément la situation. Par exemple C se focalise sur la résolution des problèmes plus que sur la recherche et sur les procédures. Elle a donc tendance à « tuer » les problèmes en donnant des modèles de résolution plutôt que de laisser les élèves chercher et éventuellement trouver une procédure qu'elle n'avait pas anticipée. Elle écrit :

Mes élèves sont plus à répondre à mes attentes qu'à trouver leurs propres réponses. Il est intéressant de noter que ce sont les représentations que je me fais des mathématiques à savoir tester des procédures pour répondre à un problème et non chercher de nouvelles. Je souhaite travailler cet aspect en les rendant plus autonomes, en leur proposant des situations plus complexes, en privilégiant la pensée divergente (plusieurs solutions à un même problème).

Le retour sur les expériences a permis la mise en relation des adaptations effectuées en fonction des représentations et la mesure de ce que ces modifications apportent d'un point de vue didactique. L'analyse *a posteriori* a mis en évidence la nécessité d'une vigilance didactique. Les difficultés rencontrées n'ont pas été attribuées à des questions de gestion de classe, mais bien à des manques dans l'anticipation des difficultés rencontrées par les élèves. Par exemple B écrit :

L'analyse de cette séance dans le cadre théorique posé me fait prendre conscience d'un déséquilibre dans ma pratique. Je pose la chronogenèse comme principe organisateur de l'enseignement : respect des programmes, programmations, des contenus des séquences et séances, des temps impartis aux situations. C'est pour moi un garde-fou qui me permet de conserver une vision globale de ma pratique. Je me focalise ensuite sur la topogenèse, le rapport entre les élèves et moi, le jeu de chacun des protagonistes. Cette focalisation est excessive, car effectuée au travers du prisme déformant de mes représentations : un élève qui n'écoute pas ne me respecte pas, ne respecte pas les autres, on ne peut pas apprendre sans le silence ... L'énergie et l'attention que je lui consacre m'empêchent de travailler le troisième axe de la mésogenèse, à savoir le milieu que je mets en place pour mes élèves pour construire leur relation au savoir.

Les analyses croisées montrent que les stagiaires n'observent pas tous les mêmes choses du fait que leurs représentations et leurs attentes sont différentes. L'analyse par un pair apporte de nouvelles données qui parfois modifient radicalement le jugement porté sur l'activité des élèves. En conclusion de son écrit réflexif, B écrit :

C'est l'occasion de me comparer à deux autres collègues dans la même position que moi et pourtant très différentes dans leur approche qui s'est révélée extrêmement riche d'enseignement. Tout le monde ne privilégie-t-il pas comme moi le rythme des séances et séquences, les programmes, je ne vois pas comment on peut faire autrement ? Et bien on le peut... Et c'est bien le fait de démonter mes certitudes par l'exemple, ce que je n'aurais sans doute pas accepté sans cela, qui m'a permis d'avancer.

Le séminaire a donc permis l'ouverture de possibles et la prise de conscience de l'enjeu didactique de la préparation des séances. Le regard des stagiaires s'est porté sur les compétences développées par les élèves et les a amenés à une évaluation plus positive de leurs progrès et donc à un ressenti plus positif du climat de classe. La prise en compte des apprentissages des élèves a modifié le ressenti des stagiaires.

La manière de gérer les échanges lors des séminaires a été largement inspirée par les entretiens d'explicitation (Clot, 2001). L'objectif était bien d'avoir des éléments de compréhension et non de demander aux stagiaires de se justifier. La posture du chercheur est alors déterminante pour garantir un cadre sécurisant permettant ces entretiens. Les apports théoriques ont été nécessaires pour permettre aux stagiaires d'avoir un répertoire partagé leur permettant de décrire et analyser leur pratique. Souvent il était nécessaire de revenir aux définitions, de vérifier que chacun avait bien compris la même chose. Peu à peu s'est constituée une petite communauté discursive, c'est-à-dire une manière de penser, parler et agir dans le groupe.

CONCLUSION

Certaines conditions ont été favorables à l'émergence d'une vigilance didactique lors de cette expérimentation :

- L'organisation : la taille du séminaire, le choix de regrouper des stagiaires travaillant sur un même niveau de classe et sur une même thématique, le fait que le formateur soit aussi tuteur, les différents profils des stagiaires et les contextes différents dans lesquels ils exercent, un travail sur un temps long.
- Contraindre les stagiaires à élaborer et expérimenter une ingénierie didactique a permis un accompagnement du séminaire sur des questions didactiques sans perdre de vue l'aspect « climat scolaire » mis en avant par les professeurs au début de l'année. Ils ont eu le sentiment d'avoir été entendus et le séminaire leur a apporté un pouvoir d'agir. Le travail collaboratif favorise des

pratiques argumentatives. La répartition des tâches s'est faite en fonction des compétences de chacun.

- Différents apports théoriques ont permis d'élaborer un cadre d'analyse qui a été mobilisé tout au long de la recherche et a donné un pouvoir d'action. Ils permettent des débats argumentatifs visant à mettre en évidence les conditions permettant de problématiser ces questions professionnelles.
- L'expérimentation doit donner l'occasion de faire différemment pour mieux comprendre ce qui guide l'action et permettre aux principes d'évoluer. Son évaluation doit porter sur les apprentissages et non seulement sur le ressenti ou la relation. Tout l'enjeu est de montrer que le climat de classe est bon dès lors que l'élève apprend et surtout que l'élève est conscient d'avoir appris et l'enseignant conscient d'avoir fait apprendre.
- Faire travailler collectivement les stagiaires est sans doute le meilleur moyen de les amener à comparer leurs représentations et à sortir des idées reçues. La peur du jugement est moindre lorsque ce qui est produit est le résultat d'un collectif. Expérimenter ce travail de conception collaborative en formation initiale peut amener les stagiaires à envisager autrement la coopération dans leur classe et avec leurs collègues.

Ces quelques éléments permettent d'envisager un modèle de formation à et par la recherche que nous nous proposons de tester dans les années qui viennent. Il serait intéressant de pouvoir mesurer l'impact que ce type de séminaire peut avoir sur les enseignants en début de carrière, en particulier la manière dont ils utilisent les apports théoriques une fois titularisés, les pratiques collaboratives qu'ils mettent en œuvre et leur engagement dans des travaux de recherche.

BIBLIOGRAPHIE

- Beretti, M. (2019). L'autorité à l'école : entre enseignants et élèves, une norme relationnelle ? *Recherche en éducation*, 35, 15-26.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Charles-Pézarid, M. (2010). Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 30(2), 197-261.
- Clot, Y. (2001). Clinique du travail et action sur soi. Dans J.-M. Baudouin (dir.), *Théories de l'action et éducation* (pp. 255-277). Louvain-la-Neuve, Belgique : De Boeck Supérieur. Doi 10.3917/dbu.baudo.2001.01.0255.
- Connac, S. (2012). *La personnalisation des apprentissages : agir face à l'hétérogénéité, à l'école et au collège*. Paris : Esf.
- Charnay, R. (2003). L'analyse à priori, un outil pour l'enseignant. *Math-école*, 209, 19-29.
- Debarbieux, E. (2012). *Le « Climat scolaire » : définition, effets et conditions d'amélioration*. Rapport du Comité scientifique de la Direction de l'enseignement scolaire, Ministère de l'éducation nationale. MEN-DGESCO/Observatoire International de la Violence à l'École.
- Étienne, R. & Fumat, Y. (2014). *Comment analyser les pratiques éducatives pour se former et agir ?* Louvain-la-Neuve : De Boeck Supérieur.
- Fabre, M. (2007). La pirogue de Robinson. Dans M. Durand & M. Fabre (dir.), *Les situations de formation, entre savoirs, problèmes et activités*. 60-80. Paris : L'Harmattan.
- Houssaye, J. (2000). *Le triangle pédagogique. Théorie et pratiques de l'éducation scolaire*. Berne : Peter Lang.
- Le Bas, A., Lebouvier, B. & Ouitre, F. (2013). L'évaluation et le développement de compétences didactiques dans la formation des enseignants. *Travail Et Apprentissage*, 11, 65-86.
- Lebouvier, B., Ouitre, F., & Briaud, P. (2016). Aider les enseignants débutants à problématiser la conception de situations d'enseignement-apprentissage. *Recherche en éducation*, Hors série 9, 85-99.

Schneuwly, B. & Sensevy, G. (2007). G. Sensevy & A. Mercier (dir.), Agir ensemble : l'action didactique conjointe du professeur et des élèves. *Recherches en éducation*, 160, 174-177.

COMMENT ENGAGER LES PROFESSEURS DES ECOLES DANS UN TRAVAIL AUTOUR DE LA DEVOLUTION D'UN PROBLEME NUMERIQUE COMPLEXE ?

Patricia Felici-Richard

Université de Cergy-Pontoise, ESPE (École Supérieure du Professorat et de l'Éducation)¹ de Versailles, France

INTRODUCTION

Notre expérience concerne la formation initiale des Professeurs des Écoles en France, pour les étudiants de deuxième année. Ceux-ci sont stagiaires : ils exercent en responsabilité dans une classe à mi-temps, l'autre moitié de leur formation prend la forme de cours à l'ESPE. Comme tout formateur, nous avons en charge le suivi d'une dizaine d'étudiants-stagiaires.

Lorsque nous observons des séances portant sur la résolution d'un problème, nous relevons fréquemment que le stagiaire, désireux d'explicitier ou de faire expliciter le contexte du problème, engage en réalité très vite les élèves dans sa résolution. Il prend en charge une grande partie de la tâche et le problème est alors résolu au tableau sans que de nombreux élèves n'aient pu s'approprier la situation.

Notre préoccupation a été d'une part de bâtir des séances permettant de faire émerger et de partager ces problématiques pendant les cours à l'ESPE, et d'autre part de tenter d'y apporter des réponses.

Nous allons faire part des questions de formation qui se sont posées à nous, avant de présenter la séance conçue cette année et la proposition pédagogique que nous avons suggéré à nos stagiaires d'expérimenter. Notre action s'inscrit dans un temps long de quelques années, notre discours n'est donc nullement chronologique, il essaie de rendre compte de notre cheminement dans la recherche de réponses à nos questions.

LA GENÈSE DU SCÉNARIO

Le cadre du travail

Concernant nos pratiques de formation, ainsi que l'écrit Aline Robert,

Nous admettons l'hypothèse forte suivante, qui n'a rien d'original et qui n'est pas spécifique aux enseignants de mathématiques : il ne s'agit pas seulement de faire acquérir des connaissances exclusivement mathématiques ou exclusivement pédagogiques par exemple, il s'agit de travailler sur et avec les pratiques effectives. Il s'agit d'articuler en formation les apports du terrain et les apports plus théoriques, à la fois comme moyen de formation et comme objectif de formation (Robert, 2005).

C'est ainsi que nos interrogations et tentatives de réponses sont issues de constants allers-retours entre des observations de stagiaires dans leurs classes, des essais de faire partager certaines pratiques et de les analyser en formation, des écrits didactiques aisément accessibles aux étudiants. Nous ne l'évoquerons plus dans la suite de cet article.

¹ Les ESPÉ deviennent les INSPE (Institut National Supérieur du Professorat et de l'Éducation) à partir du 1^{er} septembre 2019.

Pour nos séances de formation, nous avons fait le choix de nous appuyer sur les problèmes complexes, au sens de Houdement (2017). En effet, ce type de problème permet une diversité de démarches de résolution tout en ne faisant appel qu'à des opérations mathématiques élémentaires, ce qui permet de travailler sur la phase de mise en commun sans que des difficultés mathématiques trop importantes ne viennent parasiter la réflexion sur les enjeux de cette phase difficile à mener. Par ailleurs, ce sont des problèmes « où la construction et la connexion des informations, nécessaires pour la résolution, sont à la charge de l'élève » (Houdement, 2017, p 73), ce qui nous a paru pertinent pour travailler la question de la dévolution d'un problème, qui s'est révélée cruciale au fil du travail sur la mise en œuvre des problèmes.

Un jeu de rôle sur la mise en œuvre d'un problème

Notre premier objectif avait été de faire prendre conscience aux étudiants des moments d'une séance de résolution d'un problème qui nécessite une recherche par les élèves : présentation du problème, recherche, mise en commun, synthèse (Douaire & Emprin, 2012). Nous avons proposé un jeu de rôles : les étudiants d'une équipe préparent ensemble les différentes phases, en imaginant des réactions d'élèves possibles, puis l'un d'eux se porte volontaire pour jouer le rôle de l'enseignant lorsque le problème est proposé au groupe d'étudiants entier. L'objectif premier était de faire émerger la possibilité de résoudre le problème de plusieurs manières, et de travailler sur la phase de mise en commun².

Le déroulement a mis en évidence un glissement insidieux de la phase d'explicitation de l'énoncé vers la résolution du problème. Avant de travailler sur les questions de mise en commun se posait donc la question de permettre à des élèves de produire effectivement sinon une solution, au moins une ébauche. Il fallait donc, pour les étudiants, trouver des moyens d'aider leurs élèves à s'approprier une situation, leur ménager un espace d'engagement dans la tâche, sans basculer dans la résolution du problème. Leur permettre de comprendre le problème afin de leur laisser une chance d'en établir un plan de résolution.

Un assortiment de questions

Une tentative de réponse a été la suivante : concevoir une série de questions à poser aux élèves à l'issue de la lecture d'un texte d'énoncé. Les étudiants ont dégagé quelques critères pour bâtir cet assortiment de questions : aucune ne doit avoir comme réponse un calcul ni engager une démarche, les questions doivent être prévues de la plus ouverte à la plus fermée. Elles ne seront posées aux élèves que si le besoin s'en fait sentir, l'objectif étant de se préparer à faire face aux difficultés éventuelles de compréhension des élèves en s'interdisant d'aider à la résolution.

Si cette proposition de travail a été utile à certains étudiants, nous avons jugé cependant l'expérience peu satisfaisante. En effet, la qualité de l'assortiment de questions étant directement liée à celle de l'analyse a priori du problème, cette proposition ne permet pas à tous les étudiants de bâtir un assortiment efficace³. Souvent les questions proposées engageaient vers une démarche sans que l'étudiant ne s'en aperçoive.

Des travaux de chercheurs en français

Nous aurions sans doute persisté dans la voie de l'« assortiment de questions » si nous n'avions pas croisé le chemin de formateurs en français. Les travaux sur la compréhension de texte d'une équipe pluricatégorielle pilotée par Bishop (2018) ont attiré notre attention. Cette équipe a en particulier élaboré

² Une équipe de chercheurs a analysé, dans le cadre de ses travaux d'analyse de situations de formation, un « jeu de rôles » sur la mise en commun de procédures, assez proche de ce que nous avons proposé. (Bueno-Ravel *et al.*, 2017).

³ Nous pensons que, si nos stagiaires menaient une analyse a priori assez approfondie des énoncés de problèmes, ils trouveraient en général au moins deux démarches ; il est probable alors qu'ils n'orienteraient pas leurs élèves vers une solution, et nos propositions n'auraient pas lieu d'être. Cependant, dans l'académie dans laquelle nous travaillons, les stagiaires, pour la plupart, ne mènent pas ce travail d'analyse, et pour beaucoup s'attachent surtout à faire comprendre à leurs élèves la solution qu'ils ont eux-mêmes trouvée.

deux canevas de lecture de textes : le « Pas à pas », qui consiste à faire lire un texte en ménageant des pauses à des endroits bien choisis, pauses consacrées à faire imaginer aux élèves une suite possible à l'histoire, et le « Visibiléo », qui consiste à schématiser les liens entre les personnages de l'histoire, que l'on fait apparaître peu à peu.

Nous avons retenu du « Visibiléo » l'idée de faire apparaître peu à peu, et non tous ensemble, les éléments de la situation ; ceci en effet évoquait pour nous ce que fait chacun en lisant un énoncé de problème : on ne retient à la première lecture que certains éléments, puis peu à peu, au fil de plusieurs lectures, s'agrègent et s'organisent d'autres informations.

L'idée de matérialiser des liens dans une sorte de schématisation nous est apparue en revanche peu pertinente pour notre question, d'une part parce que cette action était présentée comme pilotée surtout par l'enseignant, ce que nous voulions précisément éviter pour réduire chez nos stagiaires le risque de basculer dans la résolution, d'autre part parce qu'on sait que, dans un problème de mathématiques, c'est précisément là, dans l'explicitation des liens « cachés », que se joue le travail d'appropriation de la situation.

Dans le « Pas à pas », nous avons écarté l'idée de respecter la chronologie du texte, puisque justement dans les énoncés de problème les questions de non-congruence entre le déroulement de l'action et le texte de l'énoncé sont à travailler, mais en revanche l'idée de faire imaginer des « possibles » aux élèves nous a semblé intéressante.

Peu à peu s'est dessiné le projet de concevoir une proposition pédagogique qui allierait ces deux aspects : dévoiler des éléments de la situation progressivement, et au fur et à mesure imaginer des liens possibles entre ces éléments. Nous décrivons cette proposition dans la présentation du scénario, partie suivante.

PRÉSENTATION DU SCÉNARIO

Temps 1 : Émergence de la question de la dévolution du problème

INTRODUCTION DU TRAVAIL PAR LE CONCEPT DE « DÉVOLUTION »

Il s'agit d'abord d'établir un contrat très clair avec les étudiants : nous allons nous concentrer sur la phase de « présentation » du problème, sans nous préoccuper des questions de résolution. Cependant nous ne retenons pas le terme de « présentation », qui nous paraît induire un pilotage fort de l'enseignant. Nous voulons œuvrer pour que, au moins, les élèves aient le temps de « comprendre » le problème, nous pourrions dire « comprendre où est le problème », avant que la moindre piste de résolution ne soit exposée. Mais l'expression « phase de compréhension du problème » ne nous satisfait pas non plus, nous craignons la confusion avec « résolution ». Nous savons bien que la résolution du problème est directement liée à la compréhension de la situation, mais notre préoccupation est justement, dans cette phase, de tenter de placer une limite entre les deux, dans la verbalisation. Nous nous sommes appuyées sur le concept de « dévolution »⁴, pour tâcher de faire percevoir aux étudiants les enjeux de cette phase. C'est un concept complexe, le processus de dévolution est directement lié à la question du contrat didactique, nous l'avons utilisé à un niveau très modeste. Mais il nous a paru être le meilleur moyen de faire passer l'idée maîtresse suivante : l'enseignant doit veiller à ne pas donner lui-même les réponses aux questions qu'il pose, mais pour autant il ne doit pas laisser l'élève livré à lui-même devant la situation.

MISE EN SITUATION ET PRÉPARATION DES JEUX DE RÔLES

Un énoncé de problème pour des élèves de CE2 (5H), est ensuite proposé aux étudiants :

⁴ Guy Brousseau, dans *La théorie des situations didactiques*, définit la dévolution comme un « acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage (adidactique) ou d'un problème et accepte lui-même les conséquences de ce transfert » (1998, p 303).

A la cantine, il y a 10 tables de 8, 4 tables de 9 et 1 table de 15.

Dans l'école, il y a 254 élèves. Toutes les places sont occupées au premier service.

Combien d'élèves mangeront au deuxième service ?

Il est demandé aux étudiants d'en préparer la phase de dévolution. Les étudiants exécutent ce travail par équipes de 5 ou 6, et sont avertis qu'ensuite ils devront « jouer » leur préparation devant le groupe. Les membres de l'équipe préparent collectivement le rôle de l'enseignant et des rôles d'élèves.

JEUX DE RÔLES

Dans chaque équipe, un des étudiants se porte volontaire pour jouer le rôle de l'enseignant, il dispose du tableau et peut projeter tout ou partie de l'énoncé, ses élèves fictifs sont installés devant lui, face au groupe de stagiaires.

Les équipes viennent à tour de rôle jouer leur scène devant le groupe. On annonce qu'un temps de débat sera proposé à l'issue de toutes les présentations ; pendant et entre les présentations, il est demandé de ne pas intervenir, sauf pour dire « STOP » si on pense que l'équipe actrice a débordé sur la phase de résolution du problème. Si une équipe s'entend opposer un « STOP », elle peut décider de cesser ou de poursuivre sa présentation.

TEMPS D'ÉCHANGE

Nous faisons le pari, compte tenu de nos observations dans les classes, que de nombreuses équipes vont empiéter sur la phase de résolution. Hormis ce constat, les échanges peuvent porter sur les différentes pratiques mises en œuvre par les équipes.

VISIONNAGE D'UNE SÉANCE EN CLASSE

Après ce temps d'échange, nous proposons aux étudiants une vidéo⁵ qui montre la manière dont une enseignante a présenté le problème de la cantine à sa classe⁶. Les étudiants sont invités à nouveau à dire « STOP » s'ils jugent que l'enseignante engage les élèves dans une démarche de résolution.

Dans le film on observe une pratique très répandue : lecture de l'énoncé par un élève, puis interrogation par l'enseignante sur certains éléments de la situation, choisis par elle (une transcription partielle figure en annexe). On observe que l'enseignante a pointé les difficultés que présente l'énoncé, sans véritablement les traiter. Elle lève l'implicite de la situation : tous les élèves de l'école mangent à la cantine. Elle termine en engageant les élèves dans une démarche précise : calcul du nombre de places occupées au premier service, puis soustraction du résultat au nombre total d'élèves⁷.

BILAN DE LA PREMIÈRE PARTIE DE LA SÉANCE

À ce stade, nous espérons que les étudiants auront pris conscience de la distinction entre les phases de « dévolution » et de « résolution », et du fait que les pratiques les plus habituelles ne semblent pas complètement satisfaisantes. Ainsi devraient-ils être convaincus de la nécessité de mener une réflexion sur la manière d'introduire une séance de résolution de problème.

⁵ <https://www.reseau-canope.fr/mathematiques-stella-baruk/video/les-problemes/choisir-loperation-adaptee>

⁶ La deuxième partie du film est consacrée à une intervention de Stella Baruk auprès d'un élève, qui ne concernait pas notre sujet.

⁷ On pourrait en effet envisager que, par exemple, on retire progressivement du nombre total d'élèves, 254, le nombre d'élèves installés aux 10 tables de 8, soit 80, puis le nombre d'élèves installés aux 4 tables de 9 etc. La vidéo ne donne aucune information sur la phase de résolution, sauf pour l'élève dont s'occupe Stella Baruk.

Temps 2 : Une proposition pédagogique

La seconde partie de la séance vise à aider les étudiants pour parvenir à conduire, dans leur classe, un travail d'élucidation de l'énoncé sans empiéter sur la résolution.

Il fallait donc choisir, comme support du travail, un problème, complexe au sens de Houdement (2017), dont nous pensions que la résolution ne serait pas immédiate pour la majorité des étudiants. Il fallait aussi que le travail qui leur était proposé soit transférable à leur classe, ou tout au moins qu'il les engage vers des pistes concrètes qui leur paraissent abordables, il s'agissait donc d'imaginer un dispositif très simple.

Nous l'avons dit précédemment, ce dispositif devait permettre aux élèves d'imaginer des relations possibles entre différents éléments de la situation, dévoilés progressivement. De fait, cela imposait de ne pas lire ou donner à lire l'énoncé en préalable. Notre proposition bouleverse donc l'ordre habituel des étapes : la lecture de l'énoncé ne se fait pas d'emblée, elle n'est proposée que dans un second temps.

Pour mettre en œuvre ces éléments, nous avons imaginé un « jeu d'étiquettes », le terme « jeu » étant entendu à la fois au sens de « ensemble, assortiment » et au sens de « action de jouer ». Sur ces étiquettes l'enseignant inscrit des mots ou groupes de mots extraits ou inspirés par l'énoncé du problème qu'il proposera ensuite à ses élèves (ce qui correspond à la présentation progressive des personnages de l'histoire dans le canevas « Visibiléo »), en les invitant à imaginer une situation possible à partir de ces éléments (ce qui s'inspire des pauses destinées à imaginer la suite de l'histoire dans le canevas « Pas à pas »), bien entendu dans le contexte d'un problème en mathématiques.

L'EXPÉRIENCE PROPOSÉE : LE PROBLÈME D'ERNESTINE

Nous allons tenter ci-après, bien que l'écrit nous prive de la dimension temporelle de l'activité, de vous faire vivre ce jeu : lisez l'un après l'autre, lentement, les mots et expressions de la liste ci-dessous (vous pouvez utiliser un cache et dévoiler les lignes l'une après l'autre), et dans le même temps essayez d'imaginer une situation possible à propos de laquelle on pourrait employer ce mot ou expression.

deux fois moins

Ernestine

tiroir

trois fois plus

pagaille

cuillers, couteaux, fourchettes

de couteaux que de fourchettes

deux fois plus

108 couverts

de cuillers que de fourchettes

Vous avez peut-être imaginé qu'un enfant possédait deux fois moins de billes qu'un autre, puis peut-être qu'Ernestine était une grand-mère qui avait acheté des billes à ses petits-enfants, ou partagé des bonbons, ou de l'argent, puis pensé qu'elle avait rangé les bonbons ou l'argent dans son tiroir, ou qu'il s'agissait plutôt de chaussettes, etc. Peut-être avez-vous attendu le complément de l'expression « trois fois plus », en vous demandant « de quoi que de quoi ? » ou « de quoi que qui ? », ...

Voici le texte du problème :

Il règne une belle pagaille dans le tiroir d'Ernestine. Elle a mélangé les 108 couverts de son tiroir, les couteaux, les fourchettes et les cuillers !

Ernestine se souvient seulement qu'il y a deux fois moins de couteaux que de fourchettes et trois fois plus de cuillers que de fourchettes.

Alors, pouvez-vous expliquer à Ernestine combien elle a de couteaux, de fourchettes et de cuillers ?

(Rallye MathEsSonne...ça RaiSonne 2008)

Nous supposons que vous avez maintenant des réactions à la fois au sujet de ce que vous aviez « deviné » et au sujet des informations qui vous manquaient. Vous savez maintenant que ce sont les cuillers qui sont trois fois plus nombreuses que les fourchettes, et les fourchettes deux fois plus nombreuses que les couteaux. Quelles qu'aient été vos suppositions antérieurement, la situation vous apparaît clairement.

Bien entendu, nos stagiaires, comme vous, n'auraient pas eu besoin de ce jeu d'étiquettes pour comprendre le texte de l'énoncé. Mais nous l'avons dit, il s'agissait dans le même temps pour nous de leur proposer un dispositif utilisable dans leur classe. Pour des élèves, il nous semble que la préparation à la lecture du texte de l'énoncé par ce jeu va permettre que, lorsque l'enseignant leur donnera à lire l'énoncé du problème, ils s'engagent dans la tâche avec curiosité pour comparer la situation avec celles(s) imaginée(s), et soient en capacité de s'appropriier la situation proposée, certaines difficultés de lecture ayant été anticipées et traitées par le jeu des étiquettes.

NOS OBJECTIFS

Nous avons envisagé notre question sous l'hypothèse que l'étudiant-stagiaire faisait une analyse a priori très superficielle des problèmes, et avons cherché un moyen à la fois de lui éviter de se laisser entraîner à engager la résolution en raison de trop d'explications, et de garantir à l'élève un temps de travail effectif sur l'énoncé, avant tout essai de résolution. Notre « jeu des étiquettes » vise essentiellement à faciliter aux élèves la lecture autonome de l'énoncé par comparaison (différences/similitudes) avec ce que la classe aura imaginé/anticipé dans la phase de travail qui précède. Ainsi nous faisons le pari qu'après la lecture, les élèves auront compris ce qu'ils doivent chercher : s'ils n'ont pas de question à poser à leur enseignant, celui-ci n'aura pas d'explications à donner, ainsi le risque de se laisser entraîner à donner des éléments de résolution se trouve réduit. Par ailleurs, nous pensons que le jeu des étiquettes devrait permettre d'enrôler une grande majorité des élèves. Tout ceci devrait conduire à recueillir dans la classe des productions assez nombreuses et variées pour amener par la suite à travailler les questions de la mise en commun et du processus d'institutionnalisation.

Selon son aptitude à définir ses objectifs et à analyser le problème qu'il propose, chaque étudiant stagiaire fera des choix différents pour l'assortiment d'« indices⁸ » qu'il inscrira sur ses étiquettes, choix que nous jugerions plus ou moins pertinents. Mais nous ne définirons pas un « bon » ou un « mauvais » jeu, le pari étant que, quels que soient les éléments fournis, les élèves vont s'emparer du jeu et débroussailler ainsi le texte qu'ils liront ensuite.

DES CHOIX POSSIBLES DE MISE EN ŒUVRE DU JEU

Le support « étiquettes », c'est-à-dire « morceaux de papier », nous semblait laisser une grande liberté d'action, l'enseignant pouvant en fabriquer une très rapidement s'il s'aperçoit qu'il a oublié un élément ; de même, il peut décider en situation de ne pas utiliser toutes ses étiquettes.

Il peut décider de les tirer au hasard, de les faire tirer par les élèves eux-mêmes. S'il maîtrise les enjeux de la situation, il peut aussi les proposer dans l'ordre de son choix.

⁸ Le terme « indice » ne nous satisfait pas complètement car il engage l'idée qu'il s'agit de « trouver l'énoncé du problème », ce qui serait intéressant mais n'est pas notre objectif : nous voulons seulement faciliter la lecture future du texte du problème. Pour les mêmes raisons nous n'avons pas retenu non plus le terme « information », « indice » présentant l'avantage de susciter l'imagination.

Il peut décider de les afficher, au fur et à mesure du tirage ou une fois que la mémorisation s'avère difficile ; ou pas, auquel cas les élèves noteront les éléments donnés.

Il peut décider de proposer ou pas un travail de réorganisation des étiquettes, de schématisation de liens possibles.

En revanche, mener le travail oralement nous semble important pour affirmer clairement la dimension de jeu : il ne s'agit pas d'un exercice « à réussir ».

L'analyse collective du jeu d'étiquettes pour le problème d'Ernestine a amené à pointer quelques variables concernant les « indices » à écrire, par exemple :

- donner ou pas certains éléments d'habillage de la situation,
- remplacer un terme inhabituel par un terme plus familier,
- donner ou pas les informations numériques, ou les différer,
- poser ou pas la question,
- choisir un nombre d'étiquettes « raisonnable ».

Certaines recommandations ont été fermes :

- lever les implicites,
- écrire les termes et expressions de l'énoncé dont il est connu qu'ils présentent des difficultés comme chaque, reste, somme, équitablement, recette, plus que, de moins que, ...,
- préciser les singuliers et les pluriels, certaines graphies (tout, tous ; deux, de ...), débiter une étiquette par un pronom,
- ne pas chercher à faire reconstituer l'énoncé (ainsi, le choix d'étiquettes n'a pas à être « complet »),
- ne pas ajouter des étiquettes qui donneraient des « informations inutiles », qui risqueraient d'orienter les élèves vers une fausse piste, une autre situation.

Les questions de passation des consignes, de mise en œuvre matérielle, de gestion des échanges oraux ont été envisagées.

Enfin, nous avons proposé aux étudiants deux indicateurs d'efficacité faciles à relever :

- le nombre et le type de questions que les élèves posent après la lecture individuelle de l'énoncé,
- l'engagement des élèves dans les tâches de lecture, puis de recherche /résolution.

La variété des productions dépendant de nombreux autres facteurs, nous l'avons évoquée comme un bénéfice supplémentaire.

Nous manquons de place pour faire part au lecteur de nos observations au cours des séances, nous avons choisi de ne relater que l'expérience d'un stagiaire que nous avons observé dans sa classe⁹.

⁹ Ces éléments figurent dans la communication que nous avons rédigée pour les Actes du 46^e colloque international des formateurs de professeurs des écoles de la COPIRELEM, qui s'est déroulé à Lausanne du 4 au 6 juin 2019. À paraître.

UNE SÉANCE MENÉE PAR UN STAGIAIRE EN CM1 (6H)

Le stagiaire, que nous désignerons par F., a préparé le jeu d'étiquettes suivant, qu'il distribue sur papier aux élèves, puis affiche :

490	DOUZE
TROIS	POTS
CAISSES	GRAMMES
POTS	MASSE

Fig. 1 : Les étiquettes imprimées sur papier

Sa demande aux élèves est : « À l'aide des étiquettes, que peut-on comprendre de ce problème ? ». Il leur accorde un temps de réflexion. Sur sa fiche de préparation, il a noté :

Mettre en évidence avec les élèves que le problème va tourner autour du poids (masse et grammes) et d'un nombre de pots. Classement au tableau selon les propositions des élèves. Il devrait se dégager qu'il y a des chiffres, des unités de mesure et des objets.

Pendant le temps d'échange oral avec les élèves, F. déplace les étiquettes.

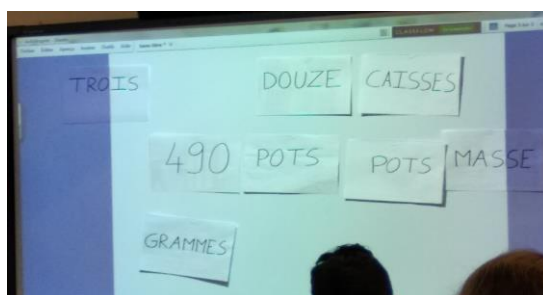


Fig. 2 : Déplacements des étiquettes en fonction des propositions

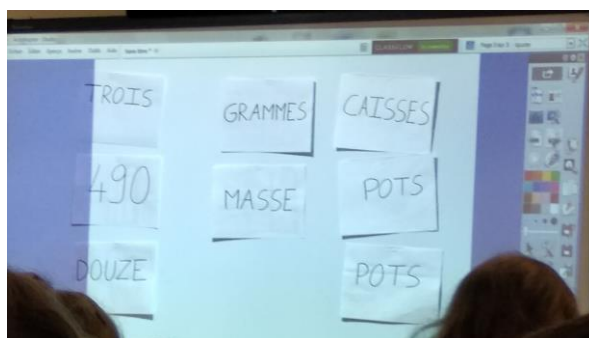


Fig. 3 : Disposition finale des étiquettes

Voici l'énoncé du problème :

Un épicier range dans sa réserve trois caisses contenant chacune douze pots de moutarde. Chaque pot de moutarde pèse 490 grammes. Quelle est la masse totale des pots ?

Il apparaît clairement que ce stagiaire ne se place pas dans notre conception du « jeu des étiquettes », on perçoit aussi une préparation défailante par la double présence de l'étiquette « pots », le manque de précision des termes. Il a accepté de présenter son travail à ses pairs, qui ont tous imaginé un jeu

d'étiquettes pour cet énoncé avant de prendre connaissance de celui de F. : nous avons senti une certaine perplexité de l'auditoire à la vue du jeu d'étiquettes de F., mais personne ne l'a critiqué¹⁰.

Ce qui nous intéresse le plus est la suite de la présentation de F. Il ne discute pas son choix d'étiquettes, qui semble ne pas le préoccuper, mais il présente les solutions du problème trouvées par ses élèves :

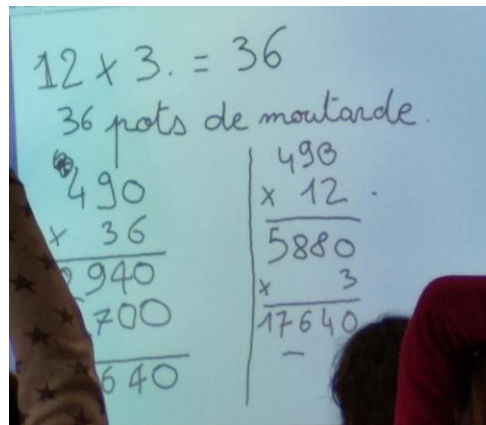


Fig. 4 : En haut et à gauche du trait, la première démarche trouvée ; à droite du trait, la seconde démarche proposée¹¹

et insiste auprès de ses pairs : « Ce qui m'a vraiment étonné, et à quoi je ne n'avais pas du tout pensé, est la seconde manière de résoudre le problème trouvée par des élèves. »

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Une question qui nous semble pertinente et difficile

Le grand nombre de stagiaires qui se reconnaissent dans le portrait dressé, en introduction de la séance, de l'enseignant qui résout le problème à la place de ses élèves¹², nous laisse penser que les questions liées à la dévolution sont pertinentes. Cependant, après le travail proposé en formation à la mi-année environ, ils sont presque aussi nombreux à répondre, en fin d'année, un « plutôt oui » mal assuré à la question « Pensez-vous avoir bien compris la différence entre *Dévolution du problème* et *Résolution du problème* ? »¹³. Certes les contraintes du calendrier n'ont pas permis un travail suivi suffisant. Nous sommes néanmoins persuadés de la très grande difficulté de cette question. Les observations que nous avons pu faire nous conduisent à nous demander s'il pourrait exister une forme de blocage chez certains étudiants, qui ne parviennent pas à concevoir le problème autrement que par sa résolution.

Une prise de conscience, un enrichissement des pratiques : vers une analyse a priori ?

Néanmoins, il nous semble que la majorité de nos étudiants a engagé une réflexion autour de la phase de dévolution d'un problème, à travers les diverses situations proposées.

¹⁰ Soit par gentillesse ? Soit parce que chacun doute de sa propre proposition et donc ne peut juger celle-là ? Soit parce c'est nous-même qui avons invité F. à présenter sa séance et que donc l'assistance pense a priori qu'il s'agit d'un « bon exemple » ?

¹¹ Nous ne nous préoccupons pas ici de la qualité de la rédaction des solutions proposées ; il serait en effet nécessaire de qualifier, selon le terme de Houdement (2017), tous les résultats intermédiaires, ainsi que cela a été fait pour 36 (pots de moutarde).

¹² Nous avons proposé un questionnaire aux trois groupes d'étudiants qui avaient vécu cette séance. 71,4% des étudiants se reconnaissent dans ce portrait.

¹³ Ils sont 14,3% à répondre « oui, sûr » et 68,2% à répondre « plutôt oui ». 15,9% répondent « plutôt non » et 1,6% répondent « non ».

Chacun a pu au minimum enrichir son panel de pratiques relatives à la « présentation » d'un problème, en particulier grâce au jeu de rôles. L'exemple du stagiaire F. montre bien que malgré des maladresses, l'adaptation qu'il fait du « jeu des étiquettes » lui permet d'ouvrir un espace de recherche pour ses élèves, espace dont les élèves se saisissent aussitôt : cela nous semble un bénéfice essentiel. Certes, quelques élèves ne sont quand même pas entrés dans la tâche, d'autres qui l'ont accepté n'ont pas été en mesure de résoudre le problème, ce qui est une autre question. Mais c'est un début.

Enfin pouvons-nous espérer que, progressivement, les stagiaires, par les choix qu'ils font du contenu de leurs étiquettes, seront amenés à « regarder autrement » les énoncés, à en amorcer une analyse ? F. a choisi de faire catégoriser les données, ce n'était pas ce que nous attendions. Mais aurait-il seulement pensé à cela s'il n'avait pas été obligé de choisir certains éléments de la situation ?

À propos du « jeu des étiquettes »

Notre proposition de « jeu des étiquettes » n'a pas rencontré un franc succès. Certes, nous avons suggéré cette modalité de travail, expérimentale, sans insistance ; certes le calendrier de la formation n'a pas toujours permis aux stagiaires de le tester. Néanmoins, il nous semble que la transformation de ce jeu en « exercice » (au sens de tâche précise à réussir) « écrit » (reconstituer le texte en assemblant les étiquettes) est assez fréquente chez nos étudiants. Comme si « le problème » était « le texte ».

Peut-être le terme « étiquettes » engage-t-il à cela ? Nous n'en sommes pas persuadés. Peut-être aussi la perspective de conduire la phase orale, en terrain inconnu puisque les élèves vont imaginer des situations possibles, effraie-t-il les enseignants débutants ? C'est plausible.

Peut-être faut-il imposer un protocole plus strict et mettre en place des jeux de rôles pour travailler ce moment oral ?

Peut-être le choix d'un problème pour lequel une partie des informations est imagée faciliterait-il le travail, puisque là on ne peut pas découper le texte ?

Peut-être faut-il travailler sur de « mauvais » jeux/assortiments pour rassurer les étudiants et leur montrer qu'il y aura quand même un bénéfice pour les élèves ?

Mais si les étudiants ne peuvent penser le problème que comme « le texte » de l'énoncé ou que comme « sa solution », à quoi peut bien servir ce jeu ? Si les étudiants n'ont pas saisi cet entre-deux complètement immatériel qu'est le processus de dévolution, alors peuvent-ils vraiment s'en emparer ? Inversement, ce jeu peut-il contribuer à les faire sortir de leurs conceptions premières ?

Le jeu des étiquettes : un moyen d'engager les élèves vers une lecture autonome ?

C'était notre idée de départ : pour empêcher les stagiaires d'expliquer longuement un texte d'énoncé, la meilleure solution est que les élèves le comprennent seuls. Le « jeu des étiquettes » est un intermédiaire, il faudrait qu'ensuite les élèves pratiquent ce jeu seuls : prendre des « indices » dans le texte, n'importe où, dans n'importe quel ordre -ce qui implique plusieurs lectures du texte-, imaginer des liens possibles entre ces éléments ; noter ces éléments pour soutenir la mémoire, et prendre ainsi conscience de la nécessité de mémoriser et de traiter simultanément plusieurs informations. Rendre ces gestes mentaux explicites ne pourrait-il pas contribuer à aider les élèves ?

BIBLIOGRAPHIE

Bishop, M.-F. (2018). Aider à comprendre : deux canevas d'enseignement de la compréhension au cycle 2. *forumlecture.ch* 3/2018. Repéré à https://www.forumlecture.ch/sysModules/obxLeseforum/Artikel/649/2018_3_fr_bishop.pdf.

Bueno-Ravel, L., Mangiante, C., Masselot, P., Petitfour, E., Tempier, F. & Winder, C. (2017) Usage d'un cadre d'analyse pour s'appropriier, concevoir et enrichir des situations de formation, Dans COPIRELEM, *actes du 43^{ème} colloque de la COPIRELEM*. Le Puy-en-Velay : ARPEME.

- Douaire, J. & Emprin, F. (2012). Résolution de problèmes, Le nombre au cycle 3, Dans M. Megard & J.-L. Durpair (dir.), Le nombre au cycle 3 (p. 1-62). Scéren CNDP-CRDP. Repéré à https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/44/9/NombreCycle3_web_VD_227449.pdf
- Houdement, C. (2016) Problèmes arithmétiques de réinvestissement, une synthèse, des pistes. Dans COPIRELEM, *actes du 42^{ème} colloque de la COPIRELEM*. Besançon : ARPEME.
- Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N*, 100, 59-78.
- Robert, A. (2005). Sur la formation des pratiques des enseignants de mathématiques du second degré, *Recherche et Formation*, 75-89. Repéré à <http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/recherche-et-formation/RR050-05.pdf>

ANNEXE

Après la lecture à haute voix de l'énoncé, faite par un élève :

E (enseignante) : D'accord. Alors. On nous parle de quoi, là ? Notre histoire elle se passe où ? Flavien.

Flavien : À la cantine.

E : Dans une cantine. Quand on dit il y a dix tables de huit, qu'est-ce que ça veut dire ?

Flavien : Y a, y a dix tables mais avec huit places.

E : Voilà, il y a dix tables autour desquelles peuvent s'asseoir huit enfants. D'accord ? S'il y a quatre tables de neuf, qu'est-ce que ça veut dire, quatre tables de neuf ? Janisse.

Janisse : Il y a quatre tables pour neuf personnes.

E : ça veut dire qu'il y a quatre tables autour desquelles on peut mettre 9 enfants. D'accord. Et puis, qu'est-ce qu'il y a encore ? Lalie.

Lalie : une table de quinze personnes.

E : Voilà, il y a une table autour de laquelle peuvent s'asseoir quinze enfants. D'accord. Dans l'école, il y a 254 élèves. J'ai oublié de rajouter que ces élèves mangeaient tous à la cantine. Toutes les places de la cantine sont occupées, d'accord, au premier service. Ça veut dire que toutes ces tables-là, toutes les places qui sont autour de ces tables, il va y avoir des enfants. Les autres, ils vont manger à quel moment ?

é (un élève): au deuxième service.

E : au deuxième service. Eh ben moi, ce que je vous demande de trouver, c'est combien d'élèves vont manger au deuxième service. Avant de commencer, qui est-ce qui peut me dire ce que vous allez chercher d'abord. Yannick.

Yannick : On a besoin de combien de places.

E : On a besoin de savoir combien est-ce qu'il y a de places ..., *accompagné d'un geste ample des deux bras qui signifie l'action d'englober, et d'une moue, bouche ouverte, qui montre que l'E attend une réponse.*

é : en tout.

E : Oui, exactement. On a besoin de savoir combien est-ce qu'il y a de places en tout dans cette cantine.

Une fois qu'on aura trouvé combien est-ce qu'il y a de places en tout, on pourra continuer le problème.

Alors allez-y.

FIN du visionnage. (la deuxième partie du film montre l'intervention de Stella Baruk auprès d'un élève au sujet d'un calcul, cette partie de la vidéo ne concerne pas notre propos).

DES DOCUMENTS ET DES MODALITES DE FORMATION POUR FAVORISER LA MISE EN ŒUVRE DE SITUATIONS DE RECHERCHE ET DE PREUVE ENTRE PAIRS DANS DES CLASSES DE L'ÉCOLE PRIMAIRE

Jean-Philippe Georget, Cécile Dufy

Normandie université, Unicaen, Cirnef EA 7454, Caen, France et INSPÉ Normandie Caen

Cet article traite d'un dispositif de formation initiale des professeurs des écoles stagiaires visant à favoriser la pratique en classe de situations de Recherche et de Preuve entre Pairs (situations RPP), c'est-à-dire de situations d'enseignement dont l'objectif principal est d'entraîner les élèves à la démarche de recherche en mathématiques et aux échanges entre pairs à la manière des mathématiciens professionnels (Georget, 2009, 2010, 2015). Les problèmes ouverts ou les situations problèmes (Arsac *et al.*, 1991 ; Douady, 1986) sont des exemples de situations RPP.

En France, les programmes scolaires depuis 1995 demandent, sous une forme ou sous une autre, aux enseignants de mettre en œuvre des situations RPP pour lesquelles l'élève ne connaît pas de stratégie de résolution *a priori*.

Par ailleurs, de nombreuses recherches montrent que les élèves ne rencontrent pas de difficultés majeures pour s'investir dans ces situations d'enseignement. Pour autant, ces situations restent rares dans les classes de l'enseignement primaire (Artigue & Houdement, 2007 ; Georget, 2009, 2015).

Plusieurs facteurs peuvent être convoqués pour expliquer ce constat : des enseignants qui ont suivi en majorité un cursus universitaire où les mathématiques étaient peu présentes, des conditions de formation initiale ou continue peu propices au développement de compétences professionnelles favorisant la pratique des situations RPP, des contextes d'école qui poussent plutôt à conserver des pratiques d'enseignement qui ne s'appuient pas ou peu sur des situations RPP, et des ressources majoritairement utilisées par les enseignants (manuels et fichiers d'élève, guides pédagogiques) qui ne favorisent pas la mise en œuvre de ces situations.

En France, les professeurs des écoles stagiaires, après avoir réussi à un concours de recrutement, sont formés au niveau de la 2^e année de master tout en ayant à mi-temps la charge de l'enseignement en pleine responsabilité dans une classe « ordinaire », c'est-à-dire hors d'un cadre de recherche expérimentale. L'autre mi-temps de la semaine est assuré par un enseignant titulaire n'ayant pas de fonction spécifique de formateur ou un autre stagiaire.

Ainsi, les professeurs des écoles stagiaires rencontrent rarement un milieu professionnel propice au développement de compétences propres à favoriser la pratique de situations RPP avec leurs élèves, que ce soit lors de leur stage en responsabilité à mi-temps, ou plus tard lorsqu'ils sont titularisés.

Depuis 2016, les formateurs en mathématiques de l'Institut national supérieur du professorat et de l'éducation de l'Université de Caen Normandie (INSPÉ, centre de Caen)¹ expérimentent un dispositif de formation composé de ressources et de modalités de formation spécifiques destinées aux professeurs des

¹ Les INSPÉ s'appelaient auparavant des Écoles supérieures du professorat et de l'éducation (ÉSPÉ). Un changement d'appellation a eu lieu à la rentrée de septembre 2019. Ces institutions ont pour vocation principale de former les enseignants du primaire et du secondaire.

écoles stagiaires (PES) afin de tenter d'infléchir durablement sur leurs pratiques professionnelles relatives à l'enseignement des mathématiques. Un dispositif de recherche a également été mis en œuvre pour étudier l'effet de ce dispositif de formation.

Dans une première partie, cet article présente des éléments théoriques de nature à expliquer comment les ressources et les modalités de formation sont conçues. La deuxième partie présente les principaux éléments du dispositif de formation. La troisième partie présente des éléments généraux de la méthodologie de recherche, en particulier ceux concernant un questionnaire soumis aux PES en fin de formation, ainsi que les principaux résultats obtenus. La quatrième et dernière partie conclut cet article par une discussion des résultats.

APPROCHE THÉORIQUE DES RESSOURCES ET DES MODALITÉS DE FORMATION

Partant du constat que les ressources enseignantes ont un rôle important sur les pratiques enseignantes du fait des activités d'enseignement qu'elles proposent (Coppé & Houdement, 2002 ; Houdement 1998), il est pertinent de s'intéresser à leur ergonomie (Georget, 2009, 2010, 2012).

Plusieurs approches pourraient être convoquées pour évaluer l'ergonomie des ressources. Nous nous intéressons ici à l'évaluation des éléments suivants (Georget, 2009) :

- Utilité : Les ressources permettent-elles aux enseignants de faire ce que l'on attend d'eux ?
- Adaptabilité : Les enseignants peuvent-ils les adapter à leur pratique et à leurs élèves ? Prennent-elles en compte leur expertise ?
- Acceptabilité : Les enseignants les utilisent-ils volontiers ?
- Accessibilité : Peuvent-ils les consulter facilement ? Sont-elles facilement compréhensibles ?

Par ailleurs, ces ressources doivent faire l'objet d'un accompagnement par des modalités de formation spécifiques afin de favoriser leur consultation et leur utilisation pour organiser et mettre en œuvre les enseignements de mathématiques en classe. Ces modalités doivent notamment prendre en compte les contraintes fortes exercées par le contexte des écoles ordinaires, contexte que nous avons décrit comme peu favorable relativement aux objectifs poursuivis par notre expérimentation.

Avec les documents du cours, ces modalités doivent aussi, selon nous, s'inscrire dans une dialectique d'identification-négociation, concept développé par Wenger dans sa théorie des communautés de pratique (voir une présentation dans Georget, 2009, section 2.1). Concrètement, cela signifie que les professeurs stagiaires doivent pouvoir repérer, dans les ressources et les modalités de la formation, des éléments auxquels ils peuvent s'identifier facilement (par exemple la préparation en formation d'une séquence d'enseignement) et pour lesquels existent des marges de négociation (par exemple un choix des outils ou des situations pour la préparer ou la mettre en œuvre).

De plus, nous avons développé une analogie basée sur les caractéristiques des fluides pour résumer notre approche concernant l'appropriation des ressources de formation par les professeurs stagiaires. En effet, nous tentons à la fois de proposer un ensemble de documents qui ait une certaine « densité » du fait qu'il contient une richesse d'informations suffisamment intéressante du point de vue d'un professeur stagiaire, que sa « viscosité » lui permette d'avoir des adhérences avec le système de ressources propres à chaque professeur stagiaire du fait des liens qu'il peut créer entre ces deux systèmes, et aussi qu'il puisse se « dilater » en proposant des compléments vers d'autres ressources que celles initialement proposées dans le cadre de la formation à l'INSPÉ à proprement parler. Un des objectifs du dispositif est donc que les ressources proposées à l'INSPÉ commencent à se lier avec les ressources dont peut disposer le professeur stagiaire par ailleurs, à la manière de deux fluides qui se mélangent (voir Fig. 1), cette liaison étant forcément dynamique et singulière en fonction du professeur stagiaire, de son contexte de stage, de son expérience de l'enseignement, etc.



Fig. 1 : Mélange de deux fluides comme analogie de l'interaction de deux systèmes de ressources, en particulier celui d'un professeur stagiaire et celui proposé en formation

DESCRIPTION DU DISPOSITIF DE FORMATION : RESSOURCES ET MODALITÉS DE FORMATION

Les ressources enseignantes peuvent être prises dans une large acception (Adler, 2010) et le dispositif conçu tient compte de ce point de vue. Cependant, dans la suite de cet article, le sens du terme *ressource* sera restreint aux « documents du cours », c'est-à-dire aux documents diffusés aux professeurs stagiaires dès le début de l'année universitaire. Ces documents étaient constitués par un ensemble hétérogène de dossiers et de fichiers numériques de presque 200 Mo à la rentrée 2018.

Parmi ces documents, les professeurs stagiaires peuvent trouver des apports formels plus ou moins généraux concernant l'enseignement des mathématiques, des propositions de situations RPP (problèmes ouverts ou situations problèmes), des dossiers thématiques liés à ces situations (travail en groupes en mathématiques, débats et interactions en mathématiques, etc.) ou des trames de séquence concernant des sujets mathématiques précis (grandeurs et mesure, calcul mental, numération au cycle 1, etc.), des diaporamas utilisés en formation, des documents destinés aux élèves, etc.

Tous les thèmes mathématiques au programme de l'école primaire ne sont pas abordés et les thèmes abordés ne le sont pas tous de la même manière : certains le sont de manière détaillée, d'autres non ; certains proposent des trames d'enseignement ou des documents destinés aux élèves, d'autres non.

Tous les documents proposent des références auxquelles les professeurs stagiaires peuvent avoir accès en tant que ressources complémentaires.

Quant aux modalités de formation, elles sont, elles aussi, variées durant les 40h de formation prévues pour les mathématiques. Certaines séances sont consacrées à des apports plus ou moins magistraux, d'autres font l'objet de mise en situation des professeurs stagiaires (situations d'homologie), d'autres sont l'occasion d'élaborer des séances ou des séquences d'enseignement, d'autres demandent aux professeurs de s'enregistrer en classe et d'exploiter ces enregistrements vidéo ou audio en formation, d'autres encore sont dédiées à la consultation des documents du cours ou d'autres ressources. Les échanges plus ou moins informels entre professeurs stagiaires ou avec les formateurs sont favorisés.

L'ensemble de ces modalités de formation s'appuie toujours sur les documents du cours et vise à favoriser leur découverte et leur exploitation par l'ensemble des professeurs stagiaires.

Chaque année, le dispositif de formation est présenté comme faisant l'objet d'une recherche sur son efficacité effective. Nous pensons que cette précaution est de nature à favoriser son acceptation par les professeurs stagiaires.

Enfin, les séances de formation du premier semestre sont très majoritairement en lien avec le niveau d'enseignement et les notions mathématiques abordées par les professeurs stagiaires durant leur stage. Celles du second semestre sont centrées sur davantage de thèmes mathématiques afin de prendre en

compte la diversité des affectations en école les années qui suivent la sortie de la formation initiale à l'INSPÉ.

MÉTHODOLOGIE DE RECHERCHE

Cette section présente des généralités sur la méthodologie de la recherche, puis présente plus en détail des éléments concernant un questionnaire soumis aux professeurs stagiaires en fin d'année de formation. Ces éléments sont remis en perspective à l'aide des autres éléments de méthodologie.

Généralités sur la méthodologie de recherche

Les documents du cours et les modalités de formation présentées ici, même restreints à ce qui relève de l'enseignement des mathématiques à l'INSPÉ, forment un système complexe à étudier. Ceci nous a amené à mettre en œuvre différentes modalités de recueil et de traitement des données.

Des questionnaires passés les premières semaines et en fin d'année de formation ont été élaborés afin d'étudier l'influence des documents du cours et des modalités de formation au cours des trois années d'expérimentation.

Des observations (3 à 7 selon les années) de situations RPP mises en œuvre en stage par les professeurs stagiaires, chacune suivie d'un entretien semi-directif, ont permis d'étudier la pratique de ces professeurs et leurs liens avec les documents du cours et les modalités de formation.

Ces deux modalités principales de recueil de données ont été accompagnées au cours des trois années d'expérimentation par trois entretiens avec des ex-professeurs stagiaires l'année suivant l'année de leur formation à l'INSPÉ, par l'observation de deux séances de formation suivies chacune d'un entretien post-séance avec le formateur ayant assuré la séance et d'un entretien avec un des professeurs stagiaires ayant assisté à la séance de formation.

Les sections suivantes présentent plus en détail le questionnaire soumis en fin de formation et les résultats obtenus.

Méthodologie du questionnaire de fin d'année de formation

Le questionnaire de fin d'année de formation vise à analyser la manière dont les professeurs stagiaires perçoivent et utilisent les documents de cours, et l'influence de ces documents et des modalités de formation sur leur pratique.

Ce questionnaire comprend des questions fermées et ouvertes. Il a été soumis durant les trois années d'expérimentation, avec quelques variations tenant compte des réponses obtenues à chaque passation.

En plus d'autres éléments comme le niveau d'enseignement en stage et un autre thème mathématique (calcul mental), la version du questionnaire utilisé début mai 2019 (voir extraits présentés dans l'Annexe) s'intéressait particulièrement aux situations RPP.

Les questions des parties F et G sont des questions ouvertes qui visent à étudier les déclarations des professeurs stagiaires concernant leur sentiment de progrès dans leurs capacités à proposer et à gérer des situations RPP avec leurs élèves en stage d'une part, et les aspects qui leur restaient à améliorer d'autre part.

Les items de la partie H concerne une exigence que les formateurs ont affinée au cours des trois années d'expérimentation suite aux précédentes passations du questionnaire. En effet, les deux premières années, les professeurs stagiaires ont proposé aux formateurs d'être plus exigeants vis-à-vis des promotions suivantes, ceci afin que les professeurs stagiaires découvrent plus vite l'intérêt des situations RPP et puissent mieux bénéficier de l'année de formation pour se former à leur mise en œuvre avec leurs élèves.

La première année d'expérimentation, l'exigence consistait seulement à mettre en œuvre au cours du premier semestre une situation d'enseignement extraite des documents du cours ou d'une référence donnée dans ces documents. Le choix de la situation était large, ainsi que la période de mise en œuvre.

Ce choix initial a été guidé par la volonté de faire accepter le dispositif de formation par l'ensemble des acteurs, par les professeurs stagiaires, mais aussi par les formateurs pluri-catégoriels (universitaires ou non) qui encadrent la formation. De plus, ce choix s'appuie sur la dialectique identification-négociation présentée plus haut. Le fait de mettre en œuvre un élément des documents du cours peut paraître légitime aux yeux des professeurs stagiaires tout en leur laissant une large marge de manœuvre.

La troisième année, l'exigence a été renforcée et précisée puisqu'il s'agissait, pour les professeurs en stage en l'école élémentaire de mettre en œuvre une situation RPP parmi sept situations imposées durant les premières semaines de classe, pour ceux en stage en école pré-élémentaire de travailler sur la problématisation et la légitimation des activités mathématiques rituelles.

L'appui sur les réponses obtenues aux questionnaires des années précédentes a été un argument fort donné aux professeurs stagiaires pour justifier cette exigence, au risque cependant d'essayer leur refus de se plier à celle-ci et de ne pas bénéficier de l'appui plus ou moins formel des autres formateurs intervenant dans la formation. Il s'agit là aussi d'un appui sur la dialectique identification-négociation, mais cette fois avec l'approbation supplémentaire des promotions précédentes pour légitimer l'exigence formulée par les formateurs.

Résultats de l'analyse des réponses aux questionnaires

En mai 2019, le questionnaire a été soumis à 31 professeurs stagiaires, sur un temps d'environ 30 min compris dans le temps de formation et à l'aide d'un formulaire en ligne.

De manière générale, les réponses témoignent d'une bonne acceptabilité du dispositif de formation.

C'est particulièrement le cas en ce qui concerne l'exigence faite pour les premières semaines en classe.

Tout d'abord, l'ensemble des répondants déclarent avoir respecté la consigne (uniquement des « oui » à la question H1). Or, les formateurs n'ont pris aucune précaution rigoureuse pour s'assurer du respect de l'exigence des premières semaines, si ce n'est d'annoncer que les expériences des professeurs stagiaires seraient l'occasion d'échanges en formation.

De plus, la question H2 « Cette exigence paraît-elle pertinente à maintenir dans la formation ? » obtient 24 « oui », 3 « non », 4 « ne se prononce pas ». Autrement dit, un peu plus des trois quarts des professeurs valident les choix des formateurs concernant cette exigence.

Enfin, ces premiers résultats sont aussi confirmés par les 19 commentaires fournis à l'item H3 parmi les 24 « oui », justifiés selon les cas par :

Le fait que les professeurs stagiaires n'oseraient pas seuls se lancer dans la pratique de situations RPP

C'est important de faire une situation de recherche dès le début de l'année. Ça fait peur, ça nous déstabilise, mais on comprend les enjeux de faire des situations de recherche à l'école et les apports pour les élèves.

Le fait qu'ils progressent en expérimentant en échangeant/analysant ces situations entre eux

[L'exigence formulée] oblige à mettre en œuvre la situation. Échanges très intéressants après en formation avec les collègues pour voir ce qui a fonctionné chez eux, comment ils ont fait et pouvoir échanger sur notre ressenti et une future amélioration de notre pratique. Très riche.

C'est pertinent pour nous lancer dans la mise en place de RPP et nous familiariser avec la démarche.

Le fait qu'ils constatent des effets « positifs » sur leurs élèves

Mettre une première situation de recherche en classe permet de voir comment les élèves réagissent à ce type de situation et nous met en confiance dans la continuité de leur utilisation.

Cela peut faire des points d'appui en début d'année et montre la pertinence des situations de recherche qui marchent bien en classe.

Cette "obligation" m'a permis de me rendre compte que les situations problèmes sont faisables en classe et que cela permet vraiment d'enrôler les élèves dans la tâche. Accompagner cette demande de propositions permet de ne pas être perdu dans toutes les ressources possibles.

Même parmi les trois professeurs ayant répondu « non », il est possible de trouver des éléments qui montrent une acceptation partielle du dispositif de formation, mais avec des réserves concernant la période de début d'année :

Je vois le caractère essentiel de mettre tôt en place des situations de recherche, car elles présentent un réel intérêt. Cependant en tant que débutant, le début d'année est très difficile et plein d'informations sont à prendre en compte rapidement. Nous avons des commandes diverses de l'[Éducation nationale], de l'ESPE et en plus nous devons prendre nos marques, trouver un rythme, préparer les visites et construire tout donc peut-être repousser aux vacances de Noël ou à la fin novembre.

Les documents du cours apparaissent généralement pertinents aux yeux des professeurs stagiaires (items I3 et I4). S'ils sont perçus comme trop nombreux en début d'année (questionnaire de début d'année non présenté ici), c'est moins ou ce n'est plus le cas en fin d'année.

Il faudrait peut-être proposer une liste plus restreinte dans un premier temps pour ne pas décourager les PES, bien que cela soit très bien fait et que les résumés soient utiles.

Ils ne sont pas trop nombreux, car on a toujours besoin de ressources. Cependant, ils ne ciblent pas toujours assez ce qui nous préoccupe dans l'aspect concret des choses (manque d'exemple de mise en œuvre).

Ils seront utiles pour les années précédentes bien que nous n'ayons pas le temps de tous les consulter cette année.

[...] chaque document était utile.

Certes il y a un nombre conséquent de documents, mais une fois qu'on s'est repéré dans les documents on trouve beaucoup de choses intéressantes même si ça prend un moment pour se repérer.

Les items F1-G1, I1-I2, I7-I8, I9-I11 marquent en grande majorité une approbation des choix faits par les formateurs et indiquent que les stagiaires demandent généralement à augmenter les documents du cours ou à répéter certaines modalités de formation au cours de l'année, sans forcément demander la suppression ou la limitation d'autres modalités.

J'ai trouvé cela formateur, néanmoins plus d'échanges entre pairs sur les retours des situations vécues et filmées en classe sont également très formateurs.

Être plus guidé dans la construction d'une programmation sur l'année par cycle, et dans la construction de séquences et de fiches de préparation concrètes. Globalement, être au plus près de notre réalité en classe.

Les réponses au questionnaire de fin d'année montrent donc plutôt une bonne ergonomie des documents de cours et des modalités de formation.

La surprise du dispositif est de recueillir de nombreux commentaires appuyant ce constat, même lorsque les professeurs rencontrent des difficultés de mises en œuvre en classe, essentiellement pour gérer les échanges entre élèves ou gérer l'hétérogénéité des élèves :

Je sais que j'utiliserai toujours les situations de recherche ou situations problème à chaque séquence. Il faut que je poursuive les recherches afin de proposer des situations les plus concrètes possibles et formatrices.

J'ai plus envie de mettre en place ce type de situation et même des situations détachées de mes séances comme des problèmes pour apprendre à chercher.

J'assure mieux la présence des situations RPP dans les séquences de mathématiques, car j'essaie d'en inclure à chaque nouvelle notion, mais en faisant en sorte que les élèves comprennent que sans l'apprentissage de celle-ci il n'aurait été impossible ou plus long de résoudre la situation. J'ai encore des difficultés avec les phases collectives et notamment sur quand les réaliser, de quelle manière et combien de temps y consacrer. Tous les élèves travaillent ensemble sur une même situation, mais il est parfois encore difficile de gérer l'hétérogénéité et notamment le temps nécessaire à chaque élève pour réaliser une consigne.

Un bémol est cependant donné par les professeurs stagiaires en stage en école maternelle (élèves de 3-5 ans). En effet, d'une part les documents du cours concernant ce niveau d'enseignement sont moins nombreux que pour les autres niveaux à détailler des situations RPP, même s'ils en présentent certains ressorts et renvoient à des ressources permettant aux professeurs de se former. D'autre part, les modalités de formation ont moins pris en compte ce cycle que les deux autres.

Les résultats obtenus à l'issue des trois années d'expérimentation, particulièrement à la fin de l'année 2018-2019 sont donc essentiellement conformes aux objectifs du dispositif de formation. D'autres données recueillies sont de nature à relativiser ces résultats.

Croisement avec d'autres éléments de méthodologie

Lors de la première année d'expérimentation, nous avons pu observer sept professeurs stagiaires pratiquer des situations RPP de leur choix en stage avec leurs élèves.

L'analyse des séances observées et des entretiens post-séance a montré que la gestion de certaines situations de recherche pouvait ne pas être aussi « ouverte » que ne le permettait la situation initiale proposée aux élèves. Cette gestion pouvait même parfois se conclure par des tâches très fermées comme cela s'observe régulièrement dans les pratiques ordinaires.

Ainsi, d'une part, nous observons dans les déclarations des professeurs stagiaires une envie croissante de la part des professeurs stagiaires de pratiquer des situations RPP avec leurs élèves, et leur sentiment d'avoir évolué dans leur perception de leur pratique professionnelle vis-à-vis de ces situations.

D'autre part, il est nécessaire de relativiser ce constat avec les observations faites en classe des pratiques effectives des professeurs stagiaires.

D'ailleurs, les extraits présentés plus haut montrent déjà que les professeurs stagiaires peuvent être conscients de certaines limites de leur développement professionnel. C'est l'objet explicite de l'item G1 où les professeurs stagiaires évoquent très majoritairement des difficultés à gérer les phases collectives, c'est-à-dire celles où ils doivent gérer les débats entre élèves. La gestion de ce type de moment de classe est particulièrement complexe et les professeurs stagiaires, notamment de par leur expérience en tant qu'élève ou étudiant et du contexte de leurs stages dans des classes ordinaires, peinent à les maîtriser à la fin d'une année de formation.

Pourraient-ils être mieux formés à la gestion de ces moments de classe ? La question reste posée. Il semble néanmoins pertinent de développer notre recueil de données auprès des professeurs aujourd'hui titulaires pour étudier lors de leurs premières années d'enseignement ce que deviennent les dynamiques « positives » qui émergent lors de l'année de formation. Cela peut par exemple prendre la forme d'entretiens, en lien ou non avec des observations en classe. Les quelques entretiens qui ont pu être menés jusqu'à aujourd'hui, de manière formelle ou non, avec des anciens professeurs stagiaires ne permettent aujourd'hui d'apporter que des résultats contrastés selon les professeurs contactés.

CONCLUSION

Cet article présente un dispositif de formation expérimental de formation de professeurs des écoles en France basé sur un ensemble de ressources diffusé dès le début de la formation – ressources appelées ici *documents du cours* – et sur des modalités de formation en appui sur ces documents.

Le dispositif présenté, qui s'appuie sur des concepts d'ergonomie et des éléments de la théorie des communautés de pratique, cherche en tout premier lieu à favoriser chez les professeurs des écoles stagiaires la pratique de situations de recherche et de preuve entre pairs lors de leur stage à mi-temps en classe, ceci dès les premières semaines de classe.

La passation d'un questionnaire en fin d'année de formation auprès d'une promotion de professeurs des écoles stagiaires tend à montrer que les choix faits reçoivent majoritairement l'approbation des professeurs stagiaires et montre des traces prometteuses de développement professionnel concernant la pratique de situations RPP en classe durant le stage annuel à mi-temps. En particulier, il tend à montrer que la formation des professeurs des écoles stagiaires peut, au moins dans le contexte de ce dispositif expérimental, être exigeante au point d'imposer, dès les premières semaines de leur stage annuel à mi-temps dans une classe, la mise en œuvre de situations RPP choisies pour leur robustesse. Pour autant, certaines autres données recueillies lors des trois années d'expérimentation tendent à relativiser ou à modérer les résultats obtenus puisque les professeurs stagiaires constatent eux-mêmes, propos confirmés par nos observations, qu'ils ont encore du mal en fin d'année de formation à gérer les moments collectifs d'échanges entre élèves en classe.

Des recherches complémentaires restent à développer auprès de professeurs titularisés depuis leur passage en formation initiale.

Enfin, des collaborations restent à développer afin de « reproduire » le dispositif expérimental présenté dans cet article dans d'autres institutions de formation.

BIBLIOGRAPHIE

- Adler, J. (2010). La conceptualisation des ressources. Apports pour la formation des professeurs de mathématiques. Dans G. Gueudet & L. Trouche (dir.), *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs de mathématiques* (pp. 23-39). Rennes : Presses universitaires de Rennes.
- Arsac, G., Germain, G. & Mante, M. (1991). *Problème ouvert et situation problème*. Première édition 1988. Lyon : IREM de Lyon.
- Artigue, M. & Houdement, C. (2007). Problem solving in France: didactic and curricular perspectives. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education* 39(5-6), p. 365–382.
- Coppé, S. & Houdement, C. (2002). Réflexions sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire. *Grand N*, 69, 53 – 62.
- Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), p. 5–31.
- Houdement, C. (1998). Le choix des problèmes pour la « résolution de problèmes ». *Grand N*, 63, 59–76.
- Georget, J.-P. (2009). *Activités de recherche et de preuve entre pairs à l'école élémentaire : perspectives ouvertes par les communautés de pratique d'enseignants*. Thèse de doctorat. Université Paris Diderot. Repéré à <https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-00426603/>
- Georget, JP. (2010). Activités de recherche et de preuve entre pairs à l'école élémentaire : perspectives ouvertes par les communautés de pratique d'enseignants. Dans M. Abboud-Blanchard & A. Flückiger (dir.), *Actes du séminaire de didactique des mathématiques de l'ARDM, année 2010* (p. 45-65). Paris : ARDM et IREM de Paris 7.

Georget, JP. (2015). Apprentissages informels dans une communauté de pratique d'enseignants. Dans P. Buznic-Bourgeacq & L. Gérard (dir.), *L'apprentissage du métier d'enseignant. Constructions implicites, espaces informels et interfaces de formation* (pp. 177-190). Caen : Presses universitaires de Caen.

ANNEXE : EXTRAIT DU QUESTIONNAIRE SOUMIS EN MAI 2019

A2. Dans quel(s) cycle(s) enseignez-vous cette année dans votre école ? Cycle 1 (élèves de 3-5 ans)/Cycle 2 (6-8 ans)/Cycle 3 (9-10 ans)

F1. Vos progrès dans la gestion de situations de recherche et de preuve entre pairs (situations RPP)

Pour chacun des 3 items ci-dessous, que pensez-vous savoir mieux faire maintenant qu'en début/milieu d'année scolaire ?

- Assurer la présence de situations RPP dans vos séquences de mathématiques (illustrez si possible)
- Dévoluer/gérer les débats entre élèves lors des phases collectives (illustrez si possible)
- Gérer de l'hétérogénéité des élèves (illustrez si possible)

G1. Vos perspectives de progrès dans la gestion de situations RPP

Pour chacun des 3 items ci-dessous, que pensez-vous avoir encore à travailler en priorité ?

- Assurer la présence de situations RPP dans vos séquences de mathématiques (illustrez si possible)
- Dévoluer/gérer les débats entre élèves lors des phases collectives (illustrez si possible)
- Gérer de l'hétérogénéité des élèves (illustrez si possible)

Partie H: Situation à mettre en œuvre avant [les congés de fin octobre-début novembre]

Des situations devaient être mises en œuvre avant [les congés de fin octobre-début novembre] (au moins une situation de recherche et de preuve entre pairs à l'élémentaire, analyse et amélioration de rituels « mathématiques » en maternelle)

H1. Avez-vous respecté cette consigne ? (oui/non)

H2. Cette exigence paraît-elle pertinente à maintenir dans la formation ? (oui/non/ne se prononce pas)

H3. Commentaire éventuel.

Partie I : Votre avis global sur le dispositif expérimental de formation à l'enseignement des mathématiques

I1. Avec le recul de votre année de formation à l'ESPE et de stage en école, quel est votre avis sur le texte suivant :

L'ensemble des documents du cours ne sont pas tous à consulter durant l'année de stage. Le guide d'appropriation des ressources (listant quelques ressources a priori prioritaires à consulter) et la liste des résumés des documents du cours sont à même d'aider les PES à savoir quels documents consulter pour enseigner au mieux lors des stages. (Plutôt d'accord/Plutôt pas d'accord/Ne se prononce pas)

I2. Commentaire éventuel.

I3. Avec le recul de votre année de formation à l'ESPE et de stage en école, quel est votre avis sur le texte suivant :

Les documents du cours sont trop nombreux. (Plutôt d'accord/Plutôt pas d'accord/Ne se prononce pas)

I4. Commentaire éventuel.

I7. Avec le recul de votre année de formation à l'ESPE et de stage en école, quel est votre avis sur le texte suivant :

Les PES pourraient faire davantage de liens entre les documents du cours et le stage, autant pour assurer leur développement professionnel que pour favoriser les apprentissages de leurs élèves.

Autrement dit, les situations présentées en cours et dans les documents du cours pourraient être davantage mises en place, certaines situations/approches étant simples à mettre en œuvre, même dans des conditions de stage à mi-temps (élèves souvent peu habitués à un enseignement transmissif, binôme titulaire parfois peu conciliant, etc.) étant donné qu'il s'agit d'un stage en responsabilité et non d'un stage en pratique accompagnée. (Plutôt d'accord/Plutôt pas d'accord/Ne se prononce pas)

I8. Commentaire éventuel.

I9. Avec le recul de votre année de formation à l'ESPE et de stage en école, quel est votre avis sur le texte suivant :

Dès le début de l'année, la formation pourrait davantage appuyer le travail des PES sur des vidéos qu'ils récolteraient en stage dans leur classe, ceci pour que des contrats didactiques et pédagogiques adéquats se mettent en place rapidement au bénéfice réciproque des PES et de leurs élèves. Les modalités de formation pourraient être similaires à celle utilisée après [les congés de fin octobre-début novembre] : préparation d'une séance en petits groupes, mises en œuvre filmées, analyse dans les petits groupes. L'analyse des vidéos pourrait aussi faire l'objet d'une présentation collective, tout en restant sous le contrôle du groupe de préparation et du PES filmé. (Plutôt d'accord/Plutôt pas d'accord/Ne se prononce pas)

I10. Commentaire éventuel.

I11. En conclusion, dans le cadre de 40h de formation en mathématique de l'année, avez-vous des suggestions de modifications du dispositif de formation spécifiques à l'enseignement des mathématiques à l'école proposé par [les formateurs] ?

Avez-vous des suggestions de modification de ce questionnaire ?

DROITES PERPENDICULAIRES

Francine Athias, Philippe Le Borgne

ELLIADD, LmB

INTRODUCTION

La recherche est située dans un groupe IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) à l'IREM de Franche-Comté (France). L'objectif y est de développer une recherche coopérative au sein d'un collectif professeurs-chercheurs : le groupe de travail est constitué de deux chercheurs et de deux professeures qui enseignent en SEGPA (Section d'Enseignement Général et Professionnel Adapté) à tous les niveaux (niveaux 6, 7, 8, 9, élèves âgés de 11 à 16 ans). Notre article se focalise sur des séquences conduites en classe de niveau 7 (élèves âgés de 12 ans), mais qui pourraient être initiées aux niveaux 6 et 8.

Dans une première partie, nous présentons les classes de SEGPA en France. Dans une deuxième partie, nous exposons les éléments théoriques et méthodologiques qui sous-tendent notre recherche. Dans une troisième partie, nous montrons le collectif au travail, dans la classe ou dans les échanges. Dans une quatrième et dernière partie conclusive, nous engageons une discussion.

LES CLASSES DE SEGPA

Une classe SEGPA en France accueille les jeunes (niveaux 6 à 9, âgés de 11 à 16 ans) présentant des difficultés scolaires importantes qui n'ont pas pu être résolues par des actions d'aide scolaire et de soutien. On peut lire dans les programmes français (MEN, 2015) : « Une des missions essentielles des enseignants est donc de créer un climat de confiance et un contexte pédagogique stimulant qui permettent à chaque élève de retrouver l'estime de soi et de renouer avec la réussite scolaire. Les situations de recherche ou de résolution de problèmes, quel qu'en soit le contexte disciplinaire, sollicitent et stimulent la réflexion et le réinvestissement. Elles favorisent les interactions au sein de la classe. »

Le choix de produire une ingénierie coopérative en géométrie orientée vers l'usage des propriétés géométriques pour résoudre des problèmes nous semble pertinent eu égard aux recommandations officielles qui donnent une place importante aux situations de recherche et de résolution de problèmes.

Les élèves suivent les mêmes programmes d'enseignement que les élèves de section générale, mais avec des adaptations et des aménagements. Les horaires en mathématiques sont de 4 h 30 pour le niveau 6 puis 3 h 30 à partir du niveau 7. La formation doit permettre à l'élève d'acquérir le socle commun de connaissances et de compétences (MEN, 2015).

Nous allons maintenant présenter les éléments théoriques et méthodologiques.

ÉLÉMENTS THÉORIQUES ET MÉTHODOLOGIQUES

Figure matérielle

En géométrie, le discours mathématique porte sur des figures, présentes ou non. Mais ce terme « figure » est ambigu et dépend de la problématique géométrique que l'on considère. Celi et Perrin-Glorian (2014) nomment « figure matérielle » le dessin géométrique. Ce choix permet de considérer que les représentations matérielles des figures géométriques sont des dessins particuliers sur lesquels s'exerce un regard spécifique (Duval & Godin, 2005). Faire de la géométrie nécessite de mettre l'accent sur les aspects géométriques plutôt que sur dessin lui-même. Par exemple, reproduire une figure en géométrie ne consiste pas à produire un dessin qui ressemble, mais un dessin dont les propriétés géométriques ont été mises en œuvre par les instruments, porteurs de ces propriétés (Athias & Cariou, 2019).

Notre problématique porte sur les liens entre le discours porté sur les figures matérielles, les actions menées sur ces figures matérielles et la conceptualisation des figures géométriques, vues comme l'ensemble des couples (référent, dessin), proposée par Laborde et Capponi (1994). Dans le cadre de notre communication, nous nous intéresserons à la notion de perpendicularité.

La géométrie dynamique

Les actions menées sur les figures matérielles peuvent être menées avec les instruments usuels de géométrie (la règle graduée ou non, le compas, l'équerre), à partir d'un usage géométrique des instruments (Perrin-Glorian & Godin, 2018). Nous faisons l'hypothèse que la géométrie dynamique peut soutenir cet usage géométrique des instruments ordinaires. En effet, l'introduction d'un logiciel de géométrie dynamique tel que GeoGebra, permet de revisiter les différentes notions étudiées dès l'école primaire, ici la perpendicularité. Les résultats des recherches d'Assude et Gelis (2002) ont mis en évidence des nécessités de relations entre l'environnement papier-crayon et l'environnement dynamique, avec la notion de juste distance. D'autres résultats ont montré la place déterminante de la professeure dans la mise en œuvre de cette juste distance (Athias, 2014) et de l'orchestration élaborée par la professeure (Athias, 2019). Ces différentes recherches portent sur l'enseignement ordinaire. Nous étudions ici une extension de l'usage du concept « figure matérielle » dans un environnement dynamique (logiciel Géogebra), dont nous étudions l'adaptabilité à des élèves qui ont des difficultés durables d'apprentissage. Cette recherche est menée dans le cadre d'un collectif de professeurs et de chercheurs.

Ingénierie coopérative

Ce collectif, constitué de deux professeures et de deux chercheurs, s'inscrit dans une perspective d'ingénierie coopérative (Sensevy, 2016). L'idée est d'élaborer de nouveaux collectifs, basés sur la coopération entre professeurs et chercheurs. Les actions de chacun des acteurs permettent la construction de savoirs communs partagés. L'ingénierie coopérative réfère à un processus méthodologique dans lequel le collectif de professeurs et de chercheurs implémente et réimplémente (après une analyse d'une mise en œuvre) une situation sur un thème particulier. C'est donc une structure itérative à la manière des Lesson Studies (Elliott, 2015 ; Clivaz, 2016).

Ainsi, au cours d'une année, une séquence, notée séquence 1, première version, a été élaborée au sein du collectif, puis elle est mise en œuvre et analysée dans une nouvelle session du collectif (cf. Fig. 1).

Année 1 : 2017-2018		
Collectif : préparation de la séquence 1	Classe : mise en œuvre dans la classe de la séquence 1	Collectif : Analyse de la mise en œuvre de la séquence 1

Fig.1: Organisation temporelle année 1

L'année suivante, sur le même modèle, cette séquence 1 est de nouveau discutée, mise en œuvre (séquence 2) et analysée. Comme le processus est itératif, il a vocation à se renouveler (cf. Fig. 2).

Année 2 : 2018-2019		
Collectif : Analyse de la séquence 1 et préparation de la séquence 2	Classe : mise en œuvre dans la classe de la séquence 2.	Collectif : Analyse de la mise en œuvre de la séquence 2.

Fig.2: Organisation temporelle année 2

Chaque pas de l'ingénierie coopérative est évalué en fonction du partage des fins que le collectif s'est assigné. Ici, notre idée est d'exploiter la notion de figure matérielle. L'ingénierie coopérative est évaluée également en fonction des moyens utilisés pour atteindre ses fins. Ici, notre idée est de rendre compte des stratégies élaborées dans le collectif et dans la classe pour parvenir à partager la notion de figure matérielle, même si le concept peut ne pas être nommé comme tel dans le collectif. L'ingénierie coopérative propose

donc une nouvelle forme de recherche en éducation qui repose en outre sur les principes suivants (Sensevy *et al.*, 2013) que nous reformulons ici :

- principe de définition commune de fins de l'action : comprendre chacun les points de vue des autres membres, c'est-à-dire partager le même arrière-plan ;
- principe d'assomption des différences : reconnaître les points de vue des différents acteurs et, dans le même temps, la responsabilité de chacun à tenir sa place en affirmant son point de vue ;
- principe de recherche de symétrie : construire une symétrie des places, sans dualisme entre les tenants de la recherche et les tenants de la pratique. Les professeurs et les chercheurs sont des praticiens, mais des praticiens de différentes sortes ;
- principe de posture d'ingénieur : créer une nouvelle posture de chercheurs et de professeurs.

Nous sommes au début de cette recherche. Cette dernière nécessite du temps, pour élaborer une compréhension mutuelle. Nous nous intéressons ici au principe de définition commune de fins de l'action. Le travail présenté contribue à la construction d'un arrière-plan commun autour de l'enseignement de la géométrie et en particulier la mise en œuvre de la figure matérielle dans des situations d'enseignement de la perpendicularité. Nous prenons notamment appui pour cela sur la géométrie dynamique, ici le logiciel Geogebra.

Analyse de l'action

L'analyse de la prise en compte de la figure matérielle va passer par le fait que le collectif est engagé dans un processus de conception et de mise en œuvre de séances. Pour analyser ces séances, nous nous appuyons sur la théorie de l'action conjointe en didactique, TACD (Sensevy, 2011 ; CDpE, 2019) et particulièrement la dialectique contrat didactique - milieu didactique.

Le contrat didactique est « l'ensemble des comportements spécifiques du maître qui sont attendus de l'élève, et ceux de l'élève qui sont attendus du maître » (Brousseau, 1998, p. 295). Selon Sensevy (2011), il se construit, essentiellement de manière implicite, à partir du savoir acquis précédemment (part épistémique du contrat), et des transactions autour de ce savoir au cours d'une action conjointe antérieure (part transactionnelle du contrat). Pour ce qui nous intéresse, les élèves savent reconnaître et tracer un angle droit, en utilisant une équerre, dans l'environnement papier-crayon. Les élèves savent que le professeur pose des questions et attend des réponses. Ils savent également que la professeure leur demande de reformuler. Ces habitudes, ce « déjà-là » est ainsi modélisé par la notion de contrat didactique (Sensevy, 2011 ; CDpE, 2019).

De la même manière, le milieu didactique est « tout ce qui agit sur l'élève ou / et ce sur quoi l'élève agit » du point de vue du savoir (Brousseau, 2010, p.3). Autrement dit, dans le travail du problème, l'élève se retrouve face à « un ensemble d'éléments épars » que la résolution du problème va organiser en « un système » (CDpE, 2019, p.22). Ces éléments présentent des « saillances », c'est-à-dire des indices qui peuvent induire la mise en place de stratégies dans la problématisation des questions posées (Sensevy, 2011). Chaque indice (par exemple l'usage d'une équerre) contient une partie de la solution du problème ainsi posé (par exemple tracer « une » perpendiculaire). Mais seule la mise en réseau des indices conduit à l'enjeu de savoir (voir la droite rouge - la Fig. 5 - comme support d'un côté de l'équerre).

La relation entre le contrat didactique et le milieu didactique est vue dans une perspective dialectique. En effet, contrat didactique en termes de « déjà-là » et milieu didactique en termes de « à connaître » sont certes opposés, mais ils sont également complémentaires. « L'inconnu du problème n'a de sens que dans le connu auquel il fait référence » (CDpE, 2019, p 25). L'élève ne peut agir sur les indices du milieu que si le « déjà-là » lui permet de les prendre en compte.

Pour analyser les échanges dans le collectif de professeurs et de chercheurs, nous souhaitons utiliser cette même modélisation, à titre exploratoire. En tant que milieu, le problème que le collectif doit résoudre consiste à produire une connaissance partagée du concept de figure matérielle. Pour réfléchir à ce

problème, les professeurs et les chercheurs partagent un arrière-plan commun, qu'il conviendra d'expliciter.

Nos questions de recherche portent sur les deux niveaux, celui de la classe et celui de l'ingénierie coopérative : comment l'explicitation des propriétés géométriques sur la figure matérielle est-elle mise en œuvre en classe ? Comment les échanges dans le collectif permettent-ils de partager la nécessité de ces explicitations ?

Recueil des données

Pour tenter de répondre à ces questions, nous avons recueilli des données de la manière suivante. Les séances de classe sont filmées par les professeures elles-mêmes ou par les chercheurs. Les séances dans le collectif de recherche sont également filmées. Toutes ces séances sont transcrites par les chercheurs.

LA SÉANCE DE CLASSE, SUPPORT DES ÉCHANGES DANS LE COLLECTIF

Organisation

Nous avons fait le choix de présenter un moment d'une séance de classe, issue de la séquence sur les droites perpendiculaires et les échanges dans le collectif autour de certains moments de cette séance, dont nous précisons les différents moments ci-dessous (cf. Fig. 3).

Année 2 : 2018-2019		
Collectif : préparation de la séquence « droites perpendiculaires »	Classe : mise en œuvre dans la classe de la séquence « droites perpendiculaires »	Collectif : Analyse de la mise en œuvre de la séquence « droites perpendiculaires »

Fig.3 : Description des différents moments de la séquence

Nous avons choisi ces moments pour rendre compte de l'explicitation par les élèves des propriétés autour de la notion de perpendicularité, dans une situation de construction que nous exposons maintenant.

La séance de classe

PROGRESSION DANS LA SÉQUENCE « DROITES PERPENDICULAIRES »

La séquence que nous présentons aujourd'hui est constituée de neuf séances (cf. Fig. 4), divisées en trois parties distinctes selon les tâches proposées. Nous manquons de précisions sur le déroulement précis de chacune d'elles.

Reconnaître des droites perpendiculaires dans l'environnement papier-crayon : alternance de moments collectifs et de moments individuels (3 séances, séances 1-2-3)
Reconnaître des droites perpendiculaires dans l'environnement Geogebra : alternance de moments collectifs et de moments en binômes sur les ordinateurs (3 séances, séances 4-5-6)
Tracer des droites dans l'environnement papier-crayon et dans l'environnement GeoGebra : alternance de moments collectifs et de moments individuels (3 séances : séances 7-8-9)

Fig.4 : Présentation de la séquence dont la séance qui fait l'objet de notre analyse dans cet article (en gras)

DESCRIPTION (EXTRAITS DE LA SÉANCE 8)

Les élèves doivent construire la droite perpendiculaire à la droite « rouge » et passant par le point C, sachant que la droite « rouge » et le point C sont déjà tracés. La figure est faite sur GeoGebra. Elle est vidéoprojetée au tableau (cf. Fig.5).

Phase 1 : Une élève Lou est invitée pour aller tracer « une droite perpendiculaire » (propos de la professeure) sur l'ordinateur de la classe, pour expliquer à une élève absente lors de la séance précédente. La professeure rassure l'élève (« tu sais faire ») et lui explique ce qu'elle attend, « en même temps que tu vas cliquer, tu vas nous expliquer comment tu fais ».

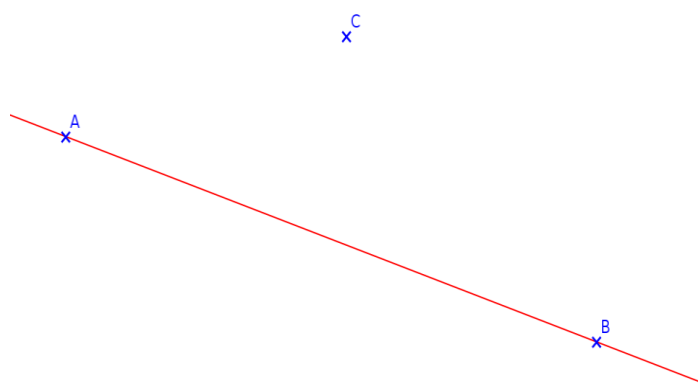


Fig.5 : Figure vidéoprojetée

Phase 2 : Lou s'installe, elle sélectionne et valide le point C. En même temps elle annonce « on tape sur le point C ». Elle sélectionne et valide la droite « rouge » sans sélectionner la primitive perpendiculaire du logiciel ; elle continue son explication : « on tape sur la droite ». Comme il ne se passe rien, elle est surprise « Ah, non ! ».

Phase 3 : La professeure choisit d'aider l'élève : « D'abord tu fais quoi ? », « on va tracer quoi ? », puis « On va dans l'icône ? ». Ainsi, Lou parvient à construire la droite, perpendiculaire à (AB) passant par le point C et elle explique « Là, ça nous trace la droite perpendiculaire ».

Phase 4 : La professeure choisit de reprendre le procédé de construction choisi par Lou : « on clique sur le point C et sur la droite. Et la droite perpendiculaire est tracée ». La professeure interroge un autre élève : « Avant cela, tu as vu ce qu'elle a fait ? ». Il explique alors qu'elle a cliqué sur le bouton « perpendiculaire ».

ANALYSE

Dans le travail du problème posé à l'élève (milieu didactique), il s'agit de mener des actions avec le logiciel GeoGebra. Pour pouvoir le faire, l'élève va s'appuyer sur ce qu'il a fait auparavant (le « déjà-là » modélisé par la notion de contrat didactique), les actions qu'il a menées précédemment avec le logiciel et sur ce qu'il connaît des droites perpendiculaires. Dans le problème, il s'agit d'exposer également ces actions. Cette exigence de la professeure fait partie des habitudes transactionnelles. En effet, l'élève rend compte de ses actions. Par contre, nous, chercheurs ne savons pas exactement ce que peut revêtir cette explicitation. Dans le travail du problème, les rétroactions dans l'environnement GeoGebra permettent à l'élève de voir que ses actions ne permettent pas de tracer la droite attendue. Cependant les saillances du milieu ne sont pas accessibles à l'élève pour lui permettre de construire la droite perpendiculaire à la droite rouge, passant par le point C. Il manquait à l'élève d'établir un lien entre le point et la droite. L'appui sur le milieu (« On va tracer quoi, on va dans quelle icône ») suffit à l'élève pour tracer la droite attendue. Le problème est résolu, la droite est tracée. Pourtant, la professeure ne s'en contente pas. Elle prend de nouveau appui sur les actions de Lou (le milieu didactique) pour rendre visible un élément manquant. Elle valorise les premières actions en reprenant les mots de Lou (« on clique sur le point C et sur la droite »). Elle oriente l'attention des élèves sur l'insuffisance de ce procédé en faisant énoncer le lien nécessaire, préalable à la construction, lien qui est matérialisé par un clic sur le bouton « perpendiculaire ». La construction de la droite perpendiculaire à la droite rouge et passant par le point C est ainsi revisitée. L'« inconnu » du problème, à savoir agir avec le logiciel et dire ce que l'on fait n'a de sens que par rapport au « connu ». Dans le même temps, l'« inconnu » est opposé à ce qui est connu, par exemple avoir déjà construit des droites perpendiculaires avec le logiciel.

BILAN DE CETTE PARTIE

Rappelons notre première question de recherche : comment l'explicitation des propriétés géométriques est-elle mise en œuvre en classe ? Dans le cas de tracé de droites perpendiculaires avec un logiciel de géométrie dynamique, il est nécessaire que l'élève établisse un lien entre la propriété de perpendicularité, une droite et un point. Ce lien se matérialise par des actions. Nous pouvons noter deux points. Le premier point concerne l'explicitation possible. Dans cette classe, un grand pas est encore nécessaire entre les actions attendues et finalement produites, et une explicitation réelle. Le deuxième point concerne la place de la professeure, qui reste déterminante. Cet extrait à lui seul ne peut pas être représentatif de ce qu'il se passe en classe avec des élèves ayant des difficultés d'apprentissage. Toutefois, il vient confirmer des résultats identiques déjà obtenus par les biais de différentes études de cas auprès du même public (Athias & Le Borgne, 2018).

Mais nous pouvons maintenant nous interroger plus avant. La professeure propose une consigne incomplète « trace une perpendiculaire ». L'élève agit en s'appuyant sur ce qu'il a déjà fait (au cours de la séance 1). Une formulation mathématique de ce qui est attendu n'est pas prononcée, ni par les élèves ni par la professeure. Quelle explicitation pourrions-nous envisager ? Cette formulation serait-elle accessible à des élèves ayant des difficultés d'apprentissage ?

Le collectif

Dans le collectif, nous voulons élaborer des séquences de géométrie, dans l'environnement papier-crayon et dans l'environnement GeoGebra, dans un processus itératif. Nous rappelons ici la question de recherche : comment les échanges dans le collectif permettent-ils de partager la nécessité des explicitations sur la figure matérielle ? Pour tenter de répondre maintenant à cette question, nous montrons maintenant l'exposition de ce moment de la séance et son explicitation au sein du collectif (cf. Fig.6)

Année 2 : 2018-2019		
Collectif : préparation de la séquence « droites perpendiculaires »	Classe : mise en œuvre dans la classe de la séquence « droites perpendiculaires »	Collectif : Analyse de la mise en œuvre de la séquence « droites perpendiculaires »

Fig.6: Organisation temporelle de la séquence

Au début de la rencontre, un des chercheurs explique un des enjeux au sein du collectif et au sein de la classe : « Les propriétés, comment on les explicite ? (...) Comment est-ce qu'on travaille les propriétés avec des élèves qui ont des difficultés d'apprentissage ? ». Il propose alors de regarder des extraits de film, dont celui que nous avons analysé ci-dessus. Le choix de ce moment est expliqué après le visionnage du film « Pour moi, c'est intéressant. L'élève sélectionne le point, la droite, mais il ne dit pas perpendiculaire ». Puis le chercheur attire l'attention du collectif sur la reprise de la professeure. La professeure a fait le choix de reformuler et de faire compléter les actions dans GeoGebra. Le chercheur interroge sur cette reformulation : « Mais jusqu'où tu reprends ? ». Il précise sa question en interrogeant sur le résultat de l'action avec le logiciel : est-ce qu'on se contente de « ça a tracé la droite », est-ce qu'on se contente de « ça a tracé la droite perpendiculaire ? »...

Reprenons ici la dialectique contrat-milieu exposée plus haut, et utilisons ce modèle pour décrire une nouvelle fois ce qui se passe dans le collectif de recherche. En langage courant, à l'initiative du chercheur, le collectif s'interroge sur la nécessité de cette explicitation sur la droite ainsi obtenue. Dans le langage du modèle, c'est donc le problème (d'enseignement-apprentissage, en tant que milieu didactique représenté par l'extrait de film de classe), que le collectif veut mettre au travail. Ce problème ne peut être travaillé que parce que des habitudes d'échanges dans le collectif ont été installées. Ainsi, des connaissances autour de la géométrie et de l'usage de la géométrie dynamique ont été partagées, avec une position topogénétique plus haute des chercheurs. Des connaissances sur les élèves à besoins éducatifs particuliers que sont les élèves de SEGPA ont été discutées collectivement, avec une position topogénétique plus haute des professeurs. Tous ces échanges font partie d'un « déjà-là » commun, modélisé par la notion de contrat didactique.

La connaissance visée dans ce collectif est particulière, au sens où personne ne connaît la réponse. Notre but est de travailler autour des enjeux mathématiques dans des situations (par exemple travailler sur la perpendicularité), de repérer des points cruciaux (par exemple l'explicitation nécessaire) et de documenter ce qui rend ces enjeux nécessaires en classe.

Il ne faudrait pas croire que questionnements ou réponses ne soient que du côté des chercheurs. Un peu plus tard, une des professeures explique « Parce que justement avec Claire, on a cette discussion en ce moment. C'est sur le vocabulaire commun. Comment faire apprendre du vocabulaire ? Comment faire restituer du vocabulaire à nos élèves ? Comme en géographie, comme en histoire... ». L'explicitation nécessaire sur la figure matérielle (ici représentée dans le mot « vocabulaire »), fait écho à des questions de la pratique qui vont au-delà de la géométrie. Un chercheur explique que si la professeure choisit dans un premier temps de laisser l'élève Lou s'exprimer comme elle peut, comme elle veut, la professeure pourrait ensuite chercher une reformulation. Le chercheur propose une nouvelle adaptation, en prenant appui sur le contrat didactique, et propose ainsi au collectif un nouveau problème pour les élèves : dans ce problème, il s'agit de construire la droite perpendiculaire à la droite rouge et passant par le point C, mais après un déplacement des objets géométriques de la figure (point et droite). Les élèves ont alors à construire, sur une nouvelle figure. Le chercheur continue et imagine que la professeure pourrait alors proposer les commandes suivantes : « tu traces la droite perpendiculaire », proposition située du côté du discours mathématique, et « tu vas sélectionner l'icône perpendiculaire », proposition située du côté des connaissances instrumentales. Puis « tu sélectionnes la droite rouge », et « tu cliques sur la droite rouge ». Et enfin « tu sélectionnes le point C » et « tu cliques sur le point C ». Ces expressions étant tour à tour des connaissances mathématiques et des connaissances instrumentales.

À ce moment-là de la discussion, la professeure est surprise et souligne son approbation à l'alternative ainsi proposée : « Je trouve ça très bien. Sur le moment, je n'ai pas du tout pensé au déplacement des points. Alors que maintenant que tu le dis, ça paraît normal ». À ce moment-là, le second chercheur veut insister sur le fait que c'est l'analyse qui permet d'aboutir à cette proposition et qu'il n'y a aucun jugement de la pratique et il ajoute : « C'est pas certain que je l'aurais fait aussi ! » ce qui souligne l'effet du travail en collectif. L'enjeu de ces échanges est de partager, tant du point de vue de la pratique que du point de vue de la recherche.

La « figure matérielle » est un concept issu de la recherche en didactique des mathématiques. Le processus d'ingénierie coopérative a permis de « plonger » ce concept dans la pratique. Nous faisons l'hypothèse que ce concept devient à la fois plus dense du point de vue scientifique et plus opératoire du point de vue de la pratique.

BILAN DE CETTE PARTIE

L'ingénierie coopérative propose une forme de recherche qui repose sur le principe de symétrie des places occupées par les professeurs et chercheurs. L'équilibre dans le collectif est garanti par l'écoute et la recherche de compréhension des points de vue de chacun. La symétrie ne signifie pas la disparition des fonctions de chacun au sein du collectif. Le topos adopté par le chercheur est plus élevé lorsqu'il suggère la mise en œuvre de la géométrie dynamique, mais le topos du professeur est plus élevé lorsqu'il évoque la spécificité des classes de SEGPA. L'ingénierie coopérative doit mettre au premier plan de ses préoccupations le but collectif auquel il s'est assigné.

PERSPECTIVES-DISCUSSION

Perspectives du groupe

La recherche a débuté lors de l'année universitaire 2017-2018. Le groupe poursuit en 2019-2020 le travail sur l'élaboration de séquences de géométrie basées sur la mise en œuvre des propriétés géométriques dans les environnements articulés du papier-crayon et de la géométrie dynamique.

Le travail du collectif doit être formalisé dans des écrits détaillant l'élaboration des séquences réalisées en classe. Ces écrits doivent prendre en compte les discussions du collectif en regard des réalisations en classe. Outil de capitalisation du savoir collectif, ils fournissent aussi des éléments de communication destinés à enrichir le collectif (en l'ouvrant à de nouveaux membres) et des éléments de discussion destinés aux communautés de professeurs et de chercheurs.

Discussion

La discussion porte donc sur un premier bilan qui peut être fourni à la suite des deux années de travail. Il nous a semblé qu'une évolution très nette était apparue dans les prises de parole au sein du collectif ; les professeures parlent plus aisément de leurs difficultés. Par voie de conséquence, le collectif réussit mieux désormais à prendre en charge les questions professionnelles et didactiques produites lors de la réalisation des séquences. Le travail sur les situations et l'élaboration de réponses communes demande des études sur un temps long. Ce temps renvoie au temps didactique des classes auquel l'avancée de la production de séquences est soumise, mais il est aussi tributaire du travail du collectif qui doit produire une réponse commune à la fois constructive tant du point de vue de la recherche que du point de vue des apprentissages des élèves. La question de la production de recherche sur un temps long demeure une difficulté qui doit être prise en compte au risque de rendre le fonctionnement du collectif fragile.

La posture d'ingénieur que chacun des membres du collectif adopte implique l'élaboration d'un langage commun. Celui-ci semble s'affermir au fil du travail du collectif. Comment l'attester ? Jusqu'où le travail collectif doit-il prendre en charge une appropriation de certains concepts issus de la recherche par chacun des membres du collectif ? De la même manière, jusqu'où le travail collectif doit-il partager des problèmes professionnels ?

L'enseignement en classe de SEGPA offre des enjeux spécifiques liés au public et que le travail sur les situations doit prendre en compte : sur le plan personnel des élèves, il s'agit de redonner de la confiance, de l'estime de soi, de faire renouer avec la réussite... les compétences langagières sont souvent assez faibles et freinent l'investissement didactique. Ce travail en milieu spécialisé est un atout pour le développement du collectif, car il convoque dans les travaux conduits les questions d'adaptation et de prise en compte d'un environnement d'apprentissage difficile et assez peu pris en compte dans les ressources du professeur. Dans le même temps, les résultats obtenus dans le cadre de ce collectif sont-ils liés aux difficultés des élèves ? Pourrait-on en tirer avantage pour des élèves de classe ordinaire ?

BIBLIOGRAPHIE

- Assude, T. & Gelis, J.-M. (2002). La dialectique ancien-nouveau dans l'intégration de Cabri-géomètre à l'école primaire. *Educational Studies in Mathematics*, 50, 259-287.
- Athias, F. (2014). *La géométrie dynamique comme moyen de changement curriculaire*. Thèse en sciences de l'éducation, Université Aix-Marseille.
- Athias, F. (2019). Un exemple d'usage de la géométrie dynamique. *Grand N*, 103, 57-70.
- Athias, F. & Le Borgne, P. (2018). Une coopération entre professeurs et chercheurs. Dans M. Abboud (dir.), *Actes du Colloque de l'Espace Mathématique Francophone 2018*. Genevilliers. (p.1179-1186). 22-26 octobre 2018. IREM de Paris.
- Athias, F. & Cariou, D. (2019). Lire et comprendre une figure en géométrie et une caricature en histoire. Dans Collectif Didactique pour Enseigner (CDpE, dir.), *Didactique Pour Enseigner* (p. 69-92). Rennes : Presses Universitaires de Rennes.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Édition La pensée sauvage.
- Brousseau, G. (2003). *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques*. Repéré à http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf
- Celi, V. & Perrin-Glorian, M.-J. (2014). Articulation entre langage et traitement des figures dans la résolution d'un problème de construction géométrique. *Spirale*, 52, 151-174.
- Collectif Didactique Pour Enseigner, CDpE (2019). *Didactique pour enseigner*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.
- Clivaz, S. (2016). Les lesson study : des situations scolaires aux situations d'apprentissage professionnel pour les enseignants. *Formation et pratiques d'enseignement en questions*, 19, 99-105.
- Duval, R. & Godin, M. (2005). Les changements de regards nécessaires sur les figures. *Grand N*, 76, 7-27.
- Elliott, J. (2015). Developing a science of teaching through lesson study. *International Journal For Lesson and Learning Studies*, 1(2), 108-125.
- Laborde, C. & Capponi, B., (1994). Cabri géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique, *Recherches en didactique des mathématiques*, 14(1-2), 165-210.
- Ministère de l'Éducation Nationale (Ed.). (2015). Enseignement adapté, Sections d'Enseignement Général et Professionnel Adapté. Dans *Bulletin Officiel*, n°40 du 29 octobre 2015. Paris : MEN.
- Ministère de l'Éducation Nationale (Ed.). (2015). Socle commun de connaissances, de compétences et de culture. Dans *Bulletin Officiel*, n°17 du 29 octobre 2015. Paris : MEN.
- Perrin-Glorian, M.-J. & Godin, M. (2018). *Géométrie plane : pour une approche cohérente du début de l'école à la fin du collège*. Repéré à <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01660837v2>
- Sensevy, G. (2011). *Le sens du savoir : Éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. Louvain-la-Neuve, Belgique : De Boeck Supérieur.

- Sensevy, G., Forest, D., Quilio, S. & Morales, G. (2013). Cooperative engineering as a specific design-based research. *The International Journal on Mathematics Education*, 45(7), 1031-1043.
- Sensevy, G. (2016). Le collectif en didactique : quelques remarques. Dans Y. Matheron, G. Gueudet, V. Celi, C. Derouet, D. Forest, M. Krysinska, S. Quilio, M. Rogalski, T. Angels Sierra, L. Trouche, C. Winslow & S. Besnier (dir.), *Actes de la XVIII^{ème} école d'été de didactique des mathématiques*. (p. 223-253). Brest, 19-26 août 2015. Pensée sauvage.

ENSEIGNER LA RESOLUTION DE PROBLEMES AUX ELEVES DE 6-9 ANS VIA DES PROBLEMES « NON APPLICATIFS » : ANALYSE DE DISPOSITIFS DE FORMATION FONDES SUR UNE APPROCHE CONSTRUCTIVISTE OU INTEGRATIVE

Catherine Rivier, Édouard Gentaz

Professeur des écoles-Maître-Formateur, Université de Genève

ENSEIGNER LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES MATHÉMATIQUES : AVEC QUELLES APPROCHES ?

La recherche sur l'enseignement de la résolution de problèmes fait l'objet d'intenses débats entre les tenants d'une approche pédagogique constructiviste et ceux d'une approche pédagogique explicite. Les partisans de l'approche « enseignement explicite ou direct » s'appuient sur plusieurs études qui montrent ses effets bénéfiques sur des performances scolaires générales des élèves (Hattie, 2017) et les mathématiques en particulier (e.g. Baker, Gersten & Lee, 2012). Concernant le domaine particulier de la résolution de problèmes il s'agit d'enseigner explicitement des stratégies efficaces, d'encourager l'élève à raisonner à voix haute et à échanger avec les autres en mettant « un haut-parleur sur sa pensée » et à recourir à l'utilisation de nombreuses traces écrites donnant ainsi un support de référence disponible à l'élève. Ce type d'enseignement implique une pédagogie explicite et systématique avec accompagnement de l'élève par l'enseignant au début du processus d'apprentissage, identifiant clairement les étapes d'une session d'enseignement. L'objectif des différentes étapes est d'optimiser le fonctionnement des différentes mémoires en minimisant la charge de mémoire de travail de l'élève durant la phase d'apprentissage d'un nouveau concept et en lui offrant une formation approfondie et des révisions régulières pour favoriser sa mémorisation à long terme (Kirschner, Sweller & Clark, 2006). L'enseignement explicite propose habituellement dans une séance les étapes suivantes : simulation et présentation de l'objectif de la séance, modélisation, pratique guidée, pratique autonome, objectivation (Rosenshine, 2012 ; Castonguay, Bissonnette, Gauthier & Richard, 2013). Baker, Gersten et Lee (2012) montrent que l'enseignement explicite est pertinent pour promouvoir un apprentissage très défini en mathématiques.

Par ailleurs, inspirés par la théorie constructiviste (Piaget, 1969), les didacticiens des mathématiques proposent une approche, basée sur certains types de problèmes, notamment celle des problèmes « ouverts » (Arsac & Mante, 1983 ; Charnay, 1992). Composés « d'un bref énoncé, qui n'implique pas une méthode ou une solution systématique », le « problème ouvert » s'inscrit dans un domaine conceptuel que les élèves connaissent assez bien pour s'approprier facilement la situation et s'engager dans des tests, des hypothèses, des projets de résolution et des contre-exemples. En France, ce type de problème continue d'influencer fortement la réflexion sur l'enseignement de la résolution de problèmes. En choisissant ces « problèmes ouverts », les enseignants visent à amener les élèves à mettre en œuvre la « démarche scientifique », soit « essayer-conjecturer-tester-prouver ». Cependant, selon les didacticiens, la mise en œuvre de l'approche scientifique peut difficilement être considérée comme un objectif d'apprentissage. Comme le rapporte Hersant (2010), il y a un paradoxe dans ces approches ouvertes d'investigation de problèmes, qui combinent la résolution de problèmes d'apprentissage et l'approche scientifique qui réside dans le fait que l'approche scientifique est désignée comme un objectif d'apprentissage en mathématiques, sans aucune explicitation des savoirs mathématiques spécifiques impliqués dans le processus de résolution (voir aussi Gandit, 2015).

Comme chacune des approches, constructiviste ou enseignement explicite, présente des avantages et des limites, il ne nous paraît pas pertinent de les opposer comme on peut le lire chez certains chercheurs aussi bien en neurosciences qu'en psychologie sociale, peu familiers de l'acte d'enseigner aux élèves. Au contraire, nous pensons que ces deux approches peuvent se compléter à condition de proposer un dispositif pédagogique qui intègre les avantages de chacune. Ce point de vue est partagé par d'autres chercheurs (Taber, 2010 ; Tobias & Duffy, 2009).

OBJECTIFS

L'objectif général de cette recherche est d'analyser deux dispositifs de formation destinés à enseigner la résolution de problèmes via des « problèmes non applicatifs » aux élèves de cycle 2 (6-9 ans) en France (Niveau 3H à 5H dans le système éducatif romand). Comme la définition de « problème ouvert » ne fait pas consensus, nous avons été amenés à travailler pour cette recherche à une catégorisation de problèmes plus précise et restreinte. Nous les avons nommés problèmes « non applicatifs » par opposition aux problèmes « applicatifs ». Par problèmes applicatifs, nous entendons ceux dont les énoncés engagent l'élève vers une procédure attendue, visant à mobiliser et entraîner une notion mathématique particulière, en lien avec la progression pédagogique. Nous avons défini pour cette recherche les problèmes non applicatifs comme étant des énoncés dont la résolution n'est pas directement accessible par l'application d'un algorithme étudié en classe. Ils n'induisent pas de méthode ni de solution systématique et doivent de se trouver dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves sont familiers. Enfin, leur résolution est accessible par plusieurs stratégies. Nous avons fait le choix de proposer deux dispositifs de formation à destination des enseignants d'école primaire publique française, d'une durée de 6 heures en présentiel réparties en 3 sessions de 2 heures. Le premier, que nous nommerons « approche constructiviste », vise à la mise en œuvre et à l'analyse de séances de résolution de problèmes non applicatifs avec une approche constructiviste. Le second, que nous nommerons « approche intégrative », prévoit que soient associées dans une même séquence pédagogique une séance de résolution par groupe (recherche, mise en commun, validation) et une séance d'enseignement explicite autour de la résolution du même énoncé. Cette seconde séance comprend les phases de modelage, pratique guidée, pratique autonome et d'objectivation.

Pour les deux dispositifs, les sessions de formation ont pour objectif de travailler avec les enseignants sur le déroulement pédagogique des séances, sur les spécificités de chaque phase d'enseignement, sur les énoncés et la variabilité des stratégies de résolution. Les intervalles entre les sessions de travail sont prévus pour que soient mises en œuvre dans les classes les séances pédagogiques. Pour permettre l'analyse des séances, les enseignants étaient invités à compléter des grilles d'observation.

Il était demandé aux enseignants participant à la formation de compléter après chaque séquence en classe une grille d'observation (Annexes des dispositifs 1 et 2 par les liens suivants https://www.unige.ch/fapse/sensori-moteur/files/2115/8633/3315/Annexe_1_-_RivierGentaz2020-Rme-Questionnaire_dispositif_1.pdf, et https://www.unige.ch/fapse/sensori-moteur/files/1515/8633/3348/Annexe_2_-_RivierGentaz2020-Rme-Questionnaire_dispositif_2.pdf). Les analyses vont porter principalement sur ce que rapportent les enseignants à propos des phases spécifiques des séances pédagogiques, et les comportements des élèves.

DISPOSITIF DE FORMATION « APPROCHE CONSTRUCTIVISTE »

Participants

13 professeurs des écoles se sont inscrits volontairement dans cette formation de 6 heures. Tous sont des enseignants expérimentés. Ils enseignent en France au cycle 2 dans des classes en majorité rurale (hors Réseau d'Enseignement Prioritaire) à simple (4), double (5) et triple (1) niveaux (Niveau 3H à 5H dans le système éducatif romand).

Organisation générale de la formation

La Fig.1 présente une description des 5 sessions du dispositif de formation alternant des sessions présentielles (3) et des sessions en classe (2).

Sessions	Description des contenus
Session 1 Présentiel de 2 heures	<ul style="list-style-type: none"> - Apports théoriques : caractéristiques des problèmes ouverts, - Place dans les programmes de 2015, - Choix et adaptation de 3 énoncés de problèmes communs à partir d'une sélection proposée, - Étude et adaptation de la fiche de préparation pédagogique, - Visionnage d'un extrait de séance (phase de présentation) capté dans la classe de la formatrice au cours d'une séance de résolution de problème, - Proposition de captation vidéo des séances et étude de la faisabilité matérielle, - Programmation des séances sur un rythme hebdomadaire commun, - Proposition d'une production commune finale sous la forme d'un outil pédagogique diffusable ou/et d'un article de synthèse.
Session 2 3 semaines de classe	<ul style="list-style-type: none"> - Une séance de résolution d'un problème ouvert par semaine sur les énoncés choisis et selon le déroulement fixé, - Captation vidéo des 3 séances par l'enseignant, - Conservation des productions des groupes (traces de recherches et résolution).
Session 3 Présentiel de 2 heures	<ul style="list-style-type: none"> - Retours sur expérience pour faire émerger les apports et les limites, - Analyse de séquences filmées en classe, - Propositions d'énoncés de problèmes ouverts pour les semaines suivantes.
Session 4 5 semaines de classe	<ul style="list-style-type: none"> - Une séance de résolution de problème ouvert par semaine sur 5 énoncés choisis par l'enseignant·e de la classe, - Visionnage et transcription de ses vidéos pour analyse.
Session 5 Présentiel de 2 heures	<ul style="list-style-type: none"> - Retours sur expérience des enseignants, - Étude et mutualisation des énoncés proposés dans les classes, - Questionnaire individuel de recueil des caractéristiques des séances conduites sur 2 énoncés : « Poules et Lapins » et « Souris et Chameaux », - Conclusions sur les apports et limites, perspectives d'évolution du dispositif de formation.

Fig. 1 : Description des 5 sessions du premier dispositif de formation « constructiviste »

Énoncés choisis et déroulement des séances

Après discussion, les enseignant·e·s ont fait le choix de proposer des énoncés identiques, quel que soit leur niveau d'enseignement de manière à favoriser, lors des séances de travail suivantes, l'émergence d'observations et de conclusions communes. Parmi les 5 énoncés proposés, les 3 énoncés suivants ont fait consensus (Fig. 2).

Énoncé 1 : Les poignées de main

Quatre amis se rencontrent et se serrent la main. Combien de poignées de main se donnent-ils ?

Énoncé 2 : Poules et lapins

Un fermier a des poules et des lapins. En regardant tous ses animaux, il voit 8 têtes et 28 pattes. Combien le fermier a-t-il de lapins ?

Énoncé 3 : Souris et chameaux

Trois chameaux marchent dans le désert. Chacun des chameaux porte deux paniers. Dans chacun de ces paniers se trouve une souris. Ces souris ont chacune deux souriceaux. Combien d'animaux sont présents lors de cette promenade ?

Fig. 2 : Énoncés des problèmes non applicatifs du premier dispositif de formation « constructiviste »

Dans le souci de limiter les facteurs de variabilité d'une classe à l'autre, l'ordre de passation des énoncés a été fixé par le groupe. Les classes concernées étant de niveaux différents (de la Grande Section au CE2, 6-9 ans, du simple au triple niveau), il a été décidé d'adapter les variables numériques des énoncés.

La fiche de préparation pédagogique des séances, élaborée par la formatrice a été soumise à la discussion du groupe. Elle prévoyait les phases d'entrée dans l'activité, de recherche par groupes et de mise en commun et précisait explicitement les consignes et les durées, ainsi que le matériel nécessaire. Les interventions de l'enseignante ont été travaillées, décrites et discutées collectivement. Les interactions interindividuelles (avec des conflits cognitifs et de la coopération) durant la résolution de problème ayant des effets bénéfiques sur les apprentissages (Buchs, Filisetti, Butera & Quiamzade, 2004), les groupes d'élèves ont été constitués sur la base d'un critère d'hétérogénéité du niveau en mathématiques.

La formatrice Professeur des écoles-Maître Formateur (première auteure) a aussi conduit dans sa classe la séquence pédagogique sur le même rythme afin de tester sa mise en œuvre et d'avoir une expérience commune à partager avec les enseignants durant les sessions de formation. De plus, deux séances supplémentaires avec d'autres énoncés ont été proposées et autofilmées avant le début de la formation. Les objectifs de ces séances étaient en particulier de proposer à la session 1 des extraits vidéos montrant des phases spécifiques (comme la présentation de l'énoncé, l'organisation) conduites par la formatrice en classe afin d'aider les enseignants à visualiser la mise en œuvre et la gestion de la séance en classe.

DISPOSITIF DE FORMATION « APPROCHE INTÉGRATIVE »

Participants

Dans le cadre de leur plan annuel de formation continue, 18 professeurs des écoles se sont inscrits volontairement dans cette formation de 6 heures. Tous sont des enseignants expérimentés. Ils enseignent au cycle 2 (6 à 9 ans) dans des classes en majorité rurale (15 sur 18) à simple (9), double (6) ou multi-niveaux (3).

Organisation générale de la formation

La Fig. 3 présente une description des 5 sessions du dispositif de formation alternant des sessions présentielles (3) et des sessions en classe (2).

Sessions	Description des contenus
Session 1 Présentiel de 2 heures	<ul style="list-style-type: none"> - Éléments théoriques sur l'enseignement explicite et les phases de modelage, pratique guidée et pratique autonome, - Présentation de l'expérimentation : organisation et déroulement de la séquence de 3 séances (séance de résolution par groupes, modelage et pratique guidée, pratique autonome), - Documents fournis : énoncé du problème « Les Feux » et ses isomorphes, fiche de préparation pédagogique.
Session 2 4 semaines de classe	<ul style="list-style-type: none"> - Mise en œuvre d'une séquence de 2 (ou 3) séances pédagogiques sur l'énoncé « Les feux », - Questionnaire sur la séquence conduite.
Session 3 Présentiel de 2 heures	<ul style="list-style-type: none"> - Présentation de la suite de l'expérimentation avec 4 nouveaux énoncés de problèmes non applicatifs, - Documents fournis : 4 énoncés et leurs isomorphes, - Retours des enseignants sur la conduite de la séquence 1.
Session 4 5 semaines de classe	<ul style="list-style-type: none"> - Mise en œuvre de 4 séquences sur les énoncés fournis, - Questionnaires sur chacune des séquences conduites.
Session 5 Présentiel de 2 heures	<ul style="list-style-type: none"> - Retours des enseignants sur les séquences conduites, - Apports théoriques sur l'influence des concepts extra-mathématiques sur les processus de résolution de problèmes à énoncés verbaux (analogies).

Fig. 3 : Description des 5 sessions du second dispositif de formation « intégratif »

Plan de séquence

La Fig. 4 présente l'organisation en deux séances, prévue pour chacune des 5 séquences conduites en classe.

Séquence 1	
Séance 1	Approche constructiviste : <ul style="list-style-type: none"> - Résolution par groupes hétérogènes de l'énoncé initial, - Mise en commun, - Validation de la solution par la classe
Séance 2	Enseignement explicite : <ul style="list-style-type: none"> - Phase de modelage portant sur une stratégie de résolution de l'énoncé initial, - Phase de pratique guidée sur cette même stratégie avec valeurs numériques proches, - Phase de pratique autonome à partir d'énoncés isomorphes choisis par chaque élève parmi ceux proposés (3 ou 4), - Phase d'institutionnalisation de la procédure avec élaboration collective d'une trace écrite commune qui sera conservée.

Fig. 4 : Plan de la séquence pédagogique type

Les enseignants planifiaient les séances sur une même semaine de classe, adaptaient les durées de chacune en fonction des temps de recherche. Ils avaient également la possibilité de scinder la séance 2 et de programmer les phases de pratique autonome et d'institutionnalisation dans une séance 3.

Énoncés initiaux des séances 1 (phase constructiviste) et 2 (phase de modelage) (8-9 ans)

Cinq énoncés de type non applicatifs ont été sélectionnés et transmis aux enseignants. Choix a été fait de proposer des énoncés communs à tous les niveaux d'enseignement de manière à favoriser, lors des séances de travail, l'émergence d'observations et de conclusions communes. Les champs numériques ont été adaptés à l'âge des élèves. L'ensemble des élèves a travaillé à la résolution d'un problème initial lors des séances 1 et 2 de la séquence, dans un ordre commun à toutes les classes. Pour la phase de pratique guidée, les mêmes énoncés ont été repris avec des valeurs numériques proches. Pour les élèves de 8-9 ans (CE2), les énoncés étaient les suivants (Fig. 5a).


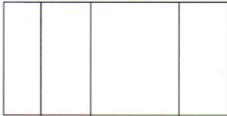
Séance 1 – Phase constructiviste	Séance 2 – Pratique guidée
Séance 2 – Phase de modelage	
<p><u>Énoncé 1- Les feux</u>: Nous avons trois couleurs (rouge, jaune, vert). Nous voulons colorier chaque partie du feu avec une couleur différente. Combien de feux différents pouvons-nous fabriquer ?</p> <p><u>Énoncé 2 - Les nombres qui se suivent</u>: Je pense à trois nombres qui se suivent. Je les ajoute. Je trouve 42. Quels sont ces nombres ?</p> <p><u>Énoncé 3 - Les rectangles</u>: Combien y a-t-il de rectangles dans cette figure ?</p> 	<p><u>Énoncé 1 - Les feux</u>: Nous avons trois couleurs (bleu, vert, orange). Nous voulons colorier chaque partie du feu avec une couleur différente. Combien de feux différents pouvons-nous fabriquer ?</p> <p><u>Énoncé 2 - Les nombres qui se suivent</u>: Je pense à trois nombres qui se suivent. Je les ajoute. Je trouve 48. Quels sont ces nombres ?</p> <p><u>Énoncé 3 - Les rectangles</u>: Combien y a-t-il de rectangles dans cette figure ?</p> 
<p><u>Énoncé 4 - Lunettes et étui</u>: Marie a acheté des lunettes et un étui. Elle a payé le tout 38€. Les lunettes coûtent 12€ de plus que l'étui. Quel est le prix de l'étui ?</p> <p><u>Énoncé 5 - Chèvres et canards</u>: Un fermier a des chèvres et des canards. En regardant tous ses animaux, il voit 10 têtes et 34 pattes. Combien a-t-il de chèvres ? Combien a-t-il de canards ?</p>	<p><u>Énoncé 4 – Gants et bonnet</u>: Hugo a acheté des gants et un bonnet. Il a payé en tout 27€. Les gants coûtent 3€ de plus que le bonnet. Quel est le prix du bonnet ?</p> <p><u>Énoncé 5 - Chèvres et canards</u>: Un fermier a des chèvres et des canards. En regardant tous ses animaux, il voit 9 têtes et 26 pattes. Combien a-t-il de chèvres ? Combien a-t-il de canards ?</p>

Fig. 5a : Énoncés proposés aux élèves de 8-9 ans (CE2)

Énoncés isomorphes de l'énoncé 5 pour la phase de pratique autonome (8-9 ans)

Lors de la séance 3 les élèves avaient à résoudre un énoncé (ou plus) de même structure que l'énoncé initial, c'est-à-dire pour lequel la solution était accessible avec la stratégie de résolution qui avait été travaillée lors des phases de modelage et de pratique guidée. Par exemple, suite à l'énoncé 5, les élèves de 8-9 ans (CE2) pouvaient choisir de résoudre les trois énoncés suivants (Fig. 5b).

Séquence 5 - Séance 2 – Pratique autonome
<p><u>Énoncé isomorphe 1 - Chèvres et canards</u>: Un fermier a des chèvres et des canards. En regardant tous ses animaux, il voit 8 têtes et 20 pattes. Combien a-t-il de chèvres ? Combien a-t-il de canards ?</p> <p><u>Énoncé isomorphe 2 : Chameaux et dromadaires</u></p> <p>Dans le désert, le gardien du troupeau a des chameaux et des dromadaires. En regardant tous ses animaux, il voit 12 têtes et 19 bosses. Combien a-t-il de chameaux ? Combien a-t-il de dromadaires ?</p> <p><u>Énoncé isomorphe 3 : Motos et voitures</u></p> <p>Dans ce garage, il y a des motos et des voitures. Le gardien compte 15 véhicules et 42 roues. Combien y a-t-il de motos ? Combien y a-t-il de voitures ?</p>

Fig. 5b : Énoncés isomorphes de la séquence 5 proposés aux élèves de 8-9 ans (CE2)

ANALYSES GÉNÉRALES

Les analyses générales se fondent sur des observations issues de toutes les séances du dispositif d'approche constructiviste et la première séance des cinq séquences du second dispositif intégratif. Ces analyses vont porter sur la séance de présentation, les modalités de mises en commun et les comportements des élèves.

Séance de présentation

Les enseignants déclarent une réticence à mettre œuvre des séances de résolution de problèmes avec des phases de recherche par groupes et des phases de mises en commun. Ils disent craindre le bruit généré, l'incertitude quant à l'issue de la recherche, la nécessité d'adapter « à chaud » le déroulement prévu. Ils formulent également clairement être convaincus du bénéfique pour les apprentissages de programmer de telles séances tout en relevant la difficulté d'identifier les compétences travaillées et de mesurer les progrès. Ces constats nous ont amenés à proposer la conduite d'une séance préalable unique au début du programme dans les classes dans le but de clarifier le contrat avec les élèves. Il s'agissait pour l'enseignant de rendre explicites les objectifs et les règles de fonctionnement. Le déroulement a été annoncé aux élèves, les diverses phases présentées, ainsi que des données organisationnelles comme la composition des groupes, le matériel disponible et la gestion de l'espace classe. Le second dispositif est allé au-delà en prévoyant la rédaction d'une trace collective qui vise à clarifier, pour les élèves, ce que le terme « Chercher » signifie et quelle méthodologie peut être mise en œuvre dans une procédure de résolution. Pour les deux dispositifs, les enseignants ont observé que cette phase de présentation et d'explicitation des objectifs était nécessaire et favorisait l'entrée dans la recherche lors des séances suivantes dans la séquence.

Deux modalités de mises en commun

Dans les deux dispositifs, lors des séances d'approche constructiviste, les mises en commun étaient organisées après les phases de recherche par groupe. Elles étaient de deux types : celles que nous avons nommées « intermédiaires », et les autres, « finales » précédant la conclusion de séance. Les enseignants prennent la décision d'organiser une mise en commun intermédiaire à partir d'indicateurs du niveau d'activité de recherche des groupes. L'objectif est de permettre aux élèves de communiquer à la classe l'état de leurs recherches alors même que la résolution n'est pas aboutie. Cette présentation est censée permettre une remobilisation des groupes en donnant la possibilité de se saisir d'une stratégie nouvelle leur paraissant pertinente ou en les incitant à reprendre leurs procédures d'essais-erreurs. Il s'agit d'une phase facultative, qui se justifie lorsque trop de groupes se détournent de la tâche ou sont dans des impasses de résolution. Les observations montrent que la séance sur le problème « Poules et Lapins » (et « Chèvres et Canards ») a conduit les enseignants de toutes les classes concernées à organiser une ou plusieurs mises en commun intermédiaires. L'autre situation dans laquelle est fait recours à une telle phase c'est lors d'une mise en commun faisant apparaître plusieurs solutions différentes. Les argumentations des élèves portent alors sur la validation ou l'invalidation des résultats. Quand la classe ne parvient pas à s'accorder sur une des réponses, un nouveau temps de recherche a été proposé aux élèves. Ces phases spécifiques sont systématiquement été identifiées par les enseignants comme complexes à conduire en raison de la posture nécessairement en retrait de l'enseignant concernant la validation des solutions qui doit s'articuler avec son rôle d'animateur des débats et de gestionnaire du groupe. Dans les classes peu familiarisées avec ce type de séance, les enseignants ont témoigné de la difficulté à rester strictement observateurs de cette phase. Les mises en commun finales avaient pour objet la validation par le groupe de la résolution du problème et des différentes stratégies pour l'atteindre.

Comportements des élèves

Ce que les enseignants observent, en premier lieu et en très grande majorité, est la motivation des élèves lorsque ces séances leur sont proposées. Ils expriment leur enthousiasme, s'approprient rapidement les règles d'organisation du travail et mobilisent leur attention sur des temps de recherche qui peuvent être longs. 70% des enseignants estiment que l'implication cognitive de leurs élèves était globalement supérieure comparée à d'autres types de séances de mathématiques.

La crainte initiale principale des enseignants était que les élèves fragiles en mathématiques refusent de s'engager dans la recherche, ne participent pas aux travaux des groupes, qu'ils perdent du temps d'apprentissage. Leur autre inquiétude concernait les difficultés des élèves de 6-9 ans (notamment les plus jeunes) à travailler en groupes, à communiquer, à entrer dans la procédure des autres. Les observations montrent que ces comportements ont bien existé, mais n'ont pas pénalisé significativement le déroulement des séances. Certes, des élèves adoptent des stratégies d'évitement (n'écrivent pas, ne participent pas aux débats, semblent ne pas chercher), mais pas plus que lors des autres temps de classe. Par contre, ce qui ressort des feedbacks est que les enseignants, placés en position d'observer les élèves au travail, sont 86% à estimer que ces séances ont modifié la représentation individuelle qu'ils avaient d'eux, découvrant des niveaux de compétence qu'ils ignoraient. Certains élèves identifiés comme faibles en maths ont élaboré des stratégies de résolution originales, pertinentes et ont été capables d'argumenter. Dans tous les cas, le niveau d'activité mathématique des classes a été jugé très satisfaisant par les enseignants : dans les groupes, les élèves échangent, proposent, cherchent, dans le champ mathématique.

ANALYSE DES PHASES D'ENSEIGNEMENT EXPLICITE

Les analyses de cette section concernent les quatre phases d'enseignement explicite de chacune des séances 2 des cinq séquences du second dispositif.

Phase de modelage

Cette phase consiste à résoudre devant les élèves le même problème que celui résolu en groupes en séance 1 tout en énonçant le raisonnement suivi à voix haute. Le modelage porte sur les ressources, les procédures et les stratégies utilisées pour acquérir une compétence et pour atteindre la solution du problème. L'enseignant séquence la résolution en étapes dont chacune est explicitée. Lors de la session de formation en présentiel, les enseignants ont établi un inventaire des stratégies de résolution pour les énoncés retenus. Parmi elles a été identifiée celle ayant le meilleur potentiel de transférabilité pour qu'elle soit présentée lors de la phase de modelage. Quatre enseignants du groupe ont signalé mettre en pratique de manière habituelle de telles phases dans leur pédagogie. Pour l'ensemble des autres, l'appropriation de cette pratique s'est faite sans obstacle.

Phase de pratique guidée

Cette phase fait directement suite à la phase de modelage. Les élèves résolvent individuellement le même énoncé dont les valeurs numériques sont proches de celles du problème initial. Le guidage se fait par des retours immédiats et réguliers, par un questionnement visant à vérifier la compréhension de chacun, orienter, corriger et étayer pour soulager la mémoire de travail et rendre le but atteignable. Il est question pour l'enseignant lors de cette phase de s'assurer d'un fort taux de réussite des élèves. Les enseignants ont relevé de nombreux points positifs à la conduite de ces phases de pratique guidée. En premier lieu, le taux très élevé de résolution, y compris chez les élèves fragiles qui, grâce au guidage, ont persévéré jusqu'à trouver la solution au problème. C'est la réussite des élèves qui est l'observation majoritaire des enseignants. Mais ils observent également une grande implication dans la recherche qu'ils ont liée au fait que les élèves ont eu le temps de s'approprier démarche et méthode, de mémoriser la stratégie. Ils ont considéré également que cette phase permet aux élèves de gagner en confiance, d'être rassurés. Une enseignante a fait toutefois remarquer que pour les élèves ayant résolu le problème, la phase de pratique guidée peut être fastidieuse et inutile.

Phase de pratique autonome

Cette phase permet un entraînement supplémentaire visant à consolider la stratégie de résolution. La stratégie de résolution sur laquelle se sont centrées les phases de modelage et de guidage est transférable pour résoudre chacun des énoncés isomorphes. Dans le déroulement pédagogique initialement prévu, les élèves choisissaient un énoncé isomorphe parmi ceux proposés. Les enseignants ont témoigné pour cette phase d'une grande motivation des élèves qui ont majoritairement demandé à avoir accès à l'ensemble des

énoncés disponibles. Ils ont observé un transfert fréquent, mais cependant non systématique de la stratégie travaillée lors des phases précédentes.

Phase d'objectivation

Cette phase avait pour objet l'élaboration d'une trace écrite commune et collective, sous la forme d'une affiche, portant sur la stratégie de résolution utilisée lors des phases d'enseignement explicite. Cinq affiches étaient ainsi réalisées et conservées de manière à être réactivées lors de séances ultérieures de résolution de problèmes. Sur le temps de la formation, il n'a pas été possible d'évaluer cet outil conçu pour faire du lien entre les problèmes et approcher une catégorisation des énoncés rencontrés au cours de l'année scolaire complète.

CONCLUSIONS, LIMITES ET PERSPECTIVES

Nous avons vu que les enseignants sont convaincus de l'intérêt pour les apprentissages de donner aux élèves l'occasion de chercher en interaction et de laisser à la classe la responsabilité de la validation de la solution. Si les enseignants font le constat que, dans ces séances, les élèves ont une réelle activité mathématique, ils disent avoir des difficultés à mesurer leurs progrès, notamment en termes de savoirs mathématiques. Les énoncés sont de nature très variable et toutes les stratégies sont admises pourvu qu'elles soient argumentées et validées. Les enseignants se demandent si les élèves ne développent que leur capacité à chercher (conjecturer-tester-prouver) et s'ils la développent suffisamment en cherchant seuls ou dans les groupes. De plus, les enseignants identifient, lors des phases de recherche par groupes hétérogènes et lors des mises en commun, des « moments critiques » mettant en évidence des erreurs de raisonnement ou des confusions notionnelles chez les élèves en activité de recherche ou de communication de procédures. Ils pointent ainsi les occasions manquées de pouvoir intervenir de manière pertinente et adaptée.

En concevant les deux dispositifs de formation, notre objectif était de se donner l'occasion de mesurer l'apport que constituerait l'intégration de séances d'enseignement explicite avec des séances de type constructiviste, faisant l'hypothèse que l'articulation des deux approches permettrait de répondre – au moins en partie – aux préoccupations des enseignants qui conçoivent et conduisent les séances de résolution de problèmes.

Globalement, les analyses des enseignants montrent des effets bénéfiques sur les comportements des élèves comme leur enrôlement, leur recherche active de solutions, et la qualité de leur communication orale. Des effets positifs sont aussi observés chez les enseignants comme une connaissance plus précise des capacités mathématiques de leurs élèves et une nouvelle manière d'enseigner la résolution de problèmes, motivante qui plus est.

Cependant, les analyses révèlent aussi des limites quant aux caractéristiques et aux spécificités même des problèmes non applicatifs. La catégorisation des problèmes, donc le choix des énoncés à destination des élèves, se heurte au fait qu'il est difficile de déterminer les types de raisonnements à mobiliser pour chaque résolution, mais aussi au fait que les outils mathématiques disponibles évoluent avec les apprentissages des élèves.

Enfin, au niveau de l'organisation de la formation, deux intérêts significatifs sont relevés : le premier est de prévoir un intervalle bref entre les sessions de travail et le second est de prévoir une alternance rapprochée entre les sessions en présentiel et les sessions en classe.

BIBLIOGRAPHIE

- Arsac, G., Germain, G. & Mante, M. (1988). *Problème ouvert et situation problème*. Lyon: IREM, publication n°64.
- Baker, S., Gersten, R. & Lee, D. (2002). A synthesis of empirical research on teaching mathematics to low-achieving students. *The Elementary School Journal*, 103, 51-73.

- Buchs, C., Filisetti, L., Butera, F. & Quiamzade, A. (2004). Comment l'enseignant peut-il organiser le travail de groupe ? Dans E. Gentaz & P. Dessus (dir.), *Comprendre les apprentissages. Sciences cognitives et éducation* (p. 169-183). Paris : Dunod.
- Castonguay, M., Bissonnette, S., Gauthier, C. & Richard, M. (2013). *Enseignement explicite et réussite des élèves - La gestion des apprentissages*. Bruxelles: De Boeck.
- Charnay, R. (1992). Problème ouvert, problème pour chercher. *Grand N*, 51, 77-83.
- Gandit, M. (2015). L'évaluation au cours des séances d'investigation en mathématiques. *Recherches en Education*, 25, 67-80.
- Hattie, J. (2017). *L'apprentissage visible pour les enseignants*. Québec: Presses de l'Université du Québec.
- Hersant, M. (2012). Recherche et résolution de problèmes dans l'enseignement des mathématiques : une étude didactique pour identifier les savoirs et les apprentissages possibles. Dans M.-L. Elalouf & A. Robert (dir.), *Les didactiques en questions : état des lieux et perspectives pour la recherche et la formation*. Bruxelles : De Boeck.
- Kirschner, P., Sweller, J. & Clark, R. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching. *Educational Psychologist*, 41(2), 75-86. doi: 10.1207/s15326985ep4102_1
- Piaget, J. (1969). *Psychologie et Pédagogie*. Paris: Denoël-Gonthier.
- Rosenshine, B. (2012). Principles of Instruction: Research-Based Strategies That All Teachers Should Know. *American Educator*, 36(1), 12-19.
- Taber, K.. (2010) Constructivism and Direct Instruction as Competing Instructional Paradigms: An Essay Review of Tobias and Duffy's *Constructivist Instruction: Success or Failure?* *Education Review*, 13(8), 1-45.
- Tobias, S. & Duffy, T. (2009). *Constructivist instruction: Success or failure?* : New York: Routledge.

CONSTRUCTION D'UNE BATTERIE DE TACHES SPATIALES EN 3D POUR FAVORISER L'EXPRESSION GESTUELLE DES ELEVES AYANT UNE DEFICIENCE INTELLECTUELLE

Noémie Lacombe, Thierry Dias, Geneviève Petitpierre

Département de Pédagogie Spécialisée, Université de Fribourg et Haute Ecole Pédagogique du Canton de Vaud, Lausanne

Le travail avec du matériel tridimensionnel est propice à l'observation des compétences et des concepts que l'élève est susceptible de manifester, non seulement en mots mais également « en actes » (Lunkenbein, Allard & Goupille, 1983). Afin d'observer précisément les gestes des élèves lorsque ceux-ci pensent et agissent avec du matériel, une batterie de tâches spatiales tridimensionnelles a été élaborée pour la présente recherche. En effet, parmi les tests recensés dans la littérature scientifique, il apparaît qu'aucun d'eux n'évalue les habiletés spatiales tridimensionnelles à l'aide de matériel en 3D, ils utilisent tous le format papier-crayon ou l'informatique. Cet article présente les étapes de construction de la batterie de tâches spatiales à partir des tests présentes dans la littérature scientifique ainsi que des exercices proposés par les Moyens d'enseignement romands (Suisse Romande). Finalement une réflexion est menée sur le potentiel d'utilisation de ce dispositif.

INTRODUCTION

L'analyse des gestes dans le domaine spatial, nous permet

d'observer les activités mentales de l'individu, sans que celui-ci n'ait à les décrire verbalement. Les actions concrètes que l'individu effectue sur un objet, les mouvements des doigts, (...) ainsi que quelques expressions gestuelles ou verbales, nous semblent dévoiler, au moins partiellement, les images mentales et structurales que l'individu se construit d'un objet donné dans le cadre de la tâche qui lui est proposée (Lunkenbein, Allard & Goupille, 1983, p.82).

Les recherches menées dans le domaine spatial chez des élèves présentant une déficience intellectuelle sont rares (Hord & Xin, 2015). Cette constatation rejoint celle de Browder, Spooner, Ahlgrim-Delzell, Harris et Wakeman (2008) qui, dans leur méta-analyse des études expérimentales et quasi-expérimentales publiées entre 1975 et 2005 à propos des élèves avec une déficience intellectuelle ou un trouble du spectre de l'autisme, relèvent que seuls 3% portent sur des contenus géométriques. Dans leur synthèse de recherche sur l'enseignement de la géométrie chez des élèves avec et sans troubles d'apprentissage, Bergstrom et Zhang soulignent également que l'enseignement de la géométrie est un sujet important « mais souvent négligé dans la recherche et la pratique de l'éducation actuelle » (2016, p.134). Ainsi, l'étude du domaine spatial chez des élèves ayant une déficience intellectuelle apparaît nécessaire et opportune. Toutefois ce constat se heurte à une réalité : les tests et épreuves standardisés utilisés pour mesurer les habiletés spatiales et géométriques tridimensionnelles se font souvent à l'aide d'exercices papier-crayon. Cette forme d'évaluation limite la possibilité d'observer les activités mentales de l'individu par le biais des actions concrètes sur les objets (Lunkenbein, Allard & Goupille, 1983). Or les recherches le montrent : le travail avec du matériel tridimensionnel est propice à l'observation des compétences et des concepts de l'élève, même si celui-ci ne peut pas les exprimer avec des mots (Kim, Roth & Thom, 2011 ; Kita, Alibali & Chu, 2017). Une batterie de tâches visant à observer et à analyser les gestes et manipulations que font les élèves en les considérant comme des vecteurs de leurs concepts, représentations et/ou habiletés

tridimensionnelles a donc été élaborée dans le cadre de la recherche de doctorat¹ de l'auteure du présent article. La première section de cet article définira les trois habiletés spatiales qui ont servi de référence pour la construction des tâches, puis le choix de trois tâches relatives aux trois habiletés spatiales sera exposé en partant des Moyens d'enseignement romands (Chastellain & Jaquet, 2001) et des tâches utilisées dans la littérature scientifique. Finalement, une analyse didactique des tâches retenues sera menée afin d'ouvrir sur les perspectives qu'offre la batterie.

HABILETÉS SPATIALES OU HABILETÉS GÉOMÉTRIQUES : DÉFINITION

Lorsqu'on souhaite analyser un processus d'apprentissage dans le domaine spatial, il est nécessaire de distinguer entre la géométrie tridimensionnelle : « connaissance et classification des divers types de solides, leurs structures, leurs éléments, leurs propriétés géométriques et métriques » (Gutiérrez, 1992, p.34) et les habiletés spatiales définies comme « l'ensemble des habiletés de représentation, de transformation, de génération et d'utilisation d'information non linguistique » (Gutiérrez, 1992, p.34). Dans la présente étude ce sont les habiletés spatiales qui seront étudiées, car plusieurs recherches s'accordent sur le fait qu'un entraînement spécifique des habiletés spatiales permet d'améliorer ensuite les compétences en géométrie (Clements & Sarama, 2007 ; Gutiérrez 1996, Presmeg, 2006 ; Pittalis & Christou, 2010). Le travail sur les habiletés spatiales améliorerait même les compétences dans les autres domaines des mathématiques selon Chen et Mix (2014) qui ont montré qu'une intervention sur les capacités de rotation mentale permet d'améliorer la capacité des élèves de 6 à 8 ans à résoudre des additions lacunaires.

Dans la littérature spécifique, on trouve plusieurs définitions des habiletés spatiales et de leurs sous-dimensions. Dans l'étude de Pittalis et Christou (2010), les auteurs ont testé 269 élèves de 11 à 15 ans à l'aide de quatre variantes différentes de modèles afin de retenir le modèle statistiquement valide. Leurs résultats confirment que les habiletés spatiales et les habiletés géométriques sont des compétences distinctes et définissent trois types d'habiletés spatiales : orientation spatiale, visualisation spatiale et relations spatiales. **L'orientation spatiale** est définie comme la capacité des élèves à effectuer des transformations dans lesquelles le cadre de référence change par rapport à l'environnement ; le sujet change donc de place dans l'environnement (Hegarty & Waller, 2004). Les tests et épreuves classiques mesurant l'orientation spatiale demandent par exemple au sujet d'imaginer un objet depuis différentes perspectives ou de s'imaginer à différents endroits du plan d'une ville (Kozhevnikov & Hegarty, 2001). **La visualisation spatiale** « fait référence à la capacité de comprendre des mouvements imaginaires dans un espace tridimensionnel ou de manipuler des objets dans l'imaginaire² » (Pittalis & Christou, 2010, p.195). Pour Lohman (1988) la visualisation spatiale nécessite une séquence de transformations d'une représentation spatiale : il s'agit par exemple d'imaginer un cube à partir de son patron déplié. Finalement, **les relations spatiales** sont définies comme « la capacité de faire tourner mentalement (pivoter) un objet dans son ensemble correctement et rapidement » (Pittalis & Christou, 2010, p.195). Les tests existants mesurant cette habileté proposent, par exemple, d'effectuer des rotations mentales de solides ou de formes en 2D.

¹ Cette thèse est réalisée sous la co-direction des Professeurs Thierry Dias (HEP-VD) et Geneviève Petitpierre (Université de Fribourg).

² "The spatial visualisation factor refers to the ability to comprehend imaginary movements in a three-dimensional space or the ability to manipulate objects in imagination" (Pittalis & Christou, 2010).

TÂCHES UTILISÉES DANS LA MESURE DES HABILETÉS SPATIALES EN 3D DANS LES MOYENS D'ENSEIGNEMENT ROMANDS

Afin de constituer la batterie de tâches spatiales tridimensionnelles, le Plan d'étude romand (PER) et les Moyens d'enseignement romands (MER) en mathématiques (Chastellain & Jaquet, 2001) ont été consultés. Il est intéressant de lire dans le PER que « la représentation en perspective de solides, [...] et la visualisation d'un corps dans l'espace sont des obstacles importants qui sont renforcés par l'insuffisance des images mentales des solides ». Les auteurs soulèvent une observation rapportée par la littérature ; autrement dit le fait que la visualisation dans l'espace, est une compétence qui nécessite d'être travaillée pour elle-même, car elle a un impact sur la géométrie tridimensionnelle. Dans les MER, on trouve quelques tâches qui mobilisent spécifiquement les habiletés spatiales tridimensionnelles (en dehors des tâches de géométrie tridimensionnelle). Dans le manuel pour l'enseignant, les auteurs expliquent comment développer la « vision spatiale » (livre du maître, 7H, p.194) chez les élèves. Ci-dessous, voici quelques exemples des tâches qu'ils proposent.

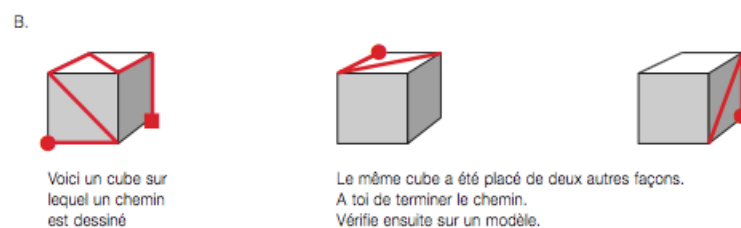


Fig. 1 : Exemple d'une tâche spatiale du manuel 7H (Thème 10 fiches 4-5, p.73-74)

Cette tâche mobilise à la fois la visualisation spatiale, puisqu'il s'agit de placer des repères à différents endroits d'un même cube, mais également la capacité à faire tourner ce cube mentalement ce qui sollicite les habiletés de relations spatiales.

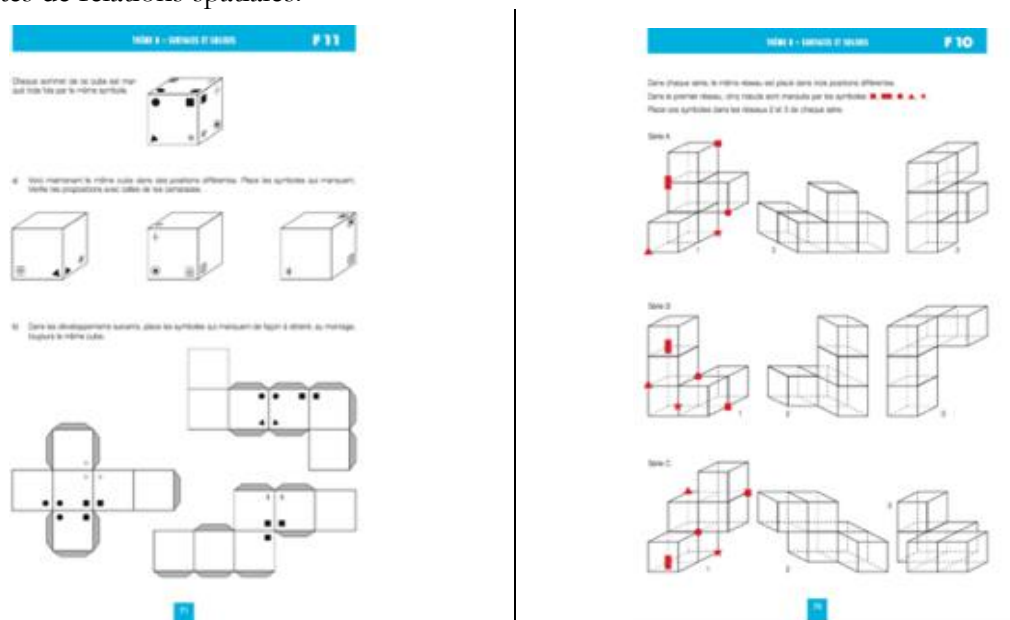


Fig. 2 : Tâches spatiales du manuel 8H (Thème 8 fiches 11-12 p.70-71)

Ces deux tâches du manuel de 8H mobilisent principalement la visualisation spatiale puisqu'elles demandent aux élèves d'effectuer une séquence complexe de manipulations mentales (Kozhevnikov & Heagarty, 2001). Ceux-ci doivent par exemple s'imaginer un cube à partir de son patron déplié. Ces tâches mobilisent aussi la capacité de relations spatiales puisque dans la seconde tâche les élèves doivent faire tourner la forme dans l'espace sans que leur angle de vue ne change.

TÂCHES UTILISÉES DANS LA MESURE DES HABILÉTÉS SPATIALES TRIDIMENSIONNELLES DANS LA LITTÉRATURE SCIENTIFIQUE

Cinq tests standardisés (utilisés dans un grand nombre de recherche) ont été identifiés : *Kit of Factor-Referenced Cognitive Test* (Ekstrom, French, Harman & Dermen, 1976); *The Spatial Visualization Test* [SVT] (MGMP, 1983); *The Mental Rotation Test* [MRT] (Vandenberg & Kuse, 1978, adapté et validé pour une population francophone par Albaret & Aubert, 1996) ; *The Spatial abilities test* (Pittalis & Christou, 2010) ; *The Measure of the Ability Form Spatial Mental Imagery* [MASMI] (Campos, 2009). Chacun de ces tests est proposé dans la littérature sous forme « papier-crayon » et la 3D est donc représentée en perspective. Pour certaines tâches, cela complique l'exécution : le rendu de la 3D sous forme de dessin n'est pas toujours bon et peut modifier considérablement les stratégies utilisées. C'est pourquoi, compte tenu du thème de la thèse consistant à étudier les manipulations d'objets en 3D, la décision d'adapter les épreuves avec des objets concrets en 3D a été prise. La complexité des tâches a également été adaptée à l'âge des élèves. En effet, dans la plupart des tests considérés, le niveau de complexité des tâches est très élevé, ces tests ayant été validés dans des populations typiques de 15-19 ans pour le MRT, de 19-23 ans pour le MASMI ou encore utilisés principalement avec des adultes pour le SVT en raison de sa trop grande complexité pour les élèves de l'école élémentaire (Erkek, Isiksal & Cakiroglu, 2017).

Dans les épreuves qui mesurent les capacités **d'orientation spatiale**, on trouve fréquemment des constructions en 3D où l'élève doit dessiner ou choisir les différentes vues de face. Le test *Spatial Visualization Test* (SVT) (MGMP, 1983) et le *Spatial abilities test* (Pittalis & Christou, 2010) comporte un grand nombre d'exercices demandant au sujet d'imaginer les différents côtés d'une construction composée de petits cubes.

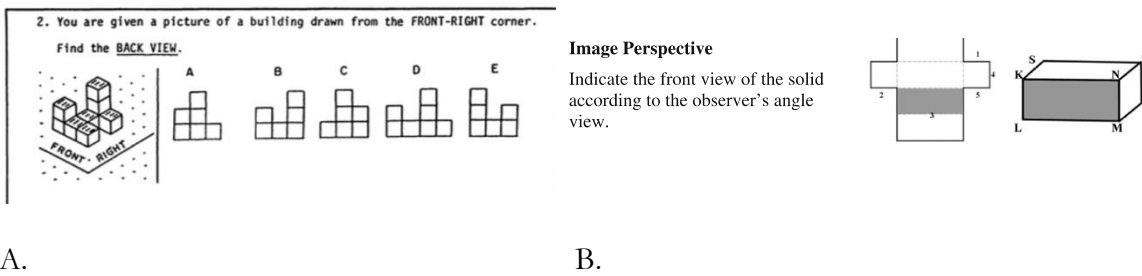


Fig. 3 : Items mesurant l'orientation spatiale dans les tests de A. *Spatial Visualization Test* (SVT) (MGMP, 1983) et B. *Spatial Abilities test* de B. Pittalis & Christou (2010)

Afin de mesurer les habiletés de **visualisation spatiale**, Campos (2009) a récemment créé un test mesurant avec une grande précision les habiletés de l'individu. Ce test consiste à proposer le patron d'un cube (cube déplié) aux élèves en leur demandant ensuite de dire quels sont les cubes analogues au patron parmi ceux présentés en dessous. Ce type de tâche (sous une forme un peu différente) est aussi présent dans le test de Pittalis et Christou (2010).

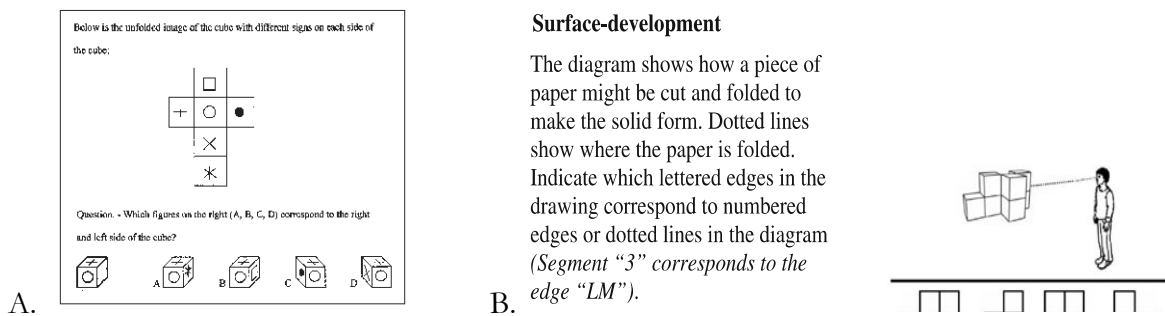


Fig. 4 : Exemple d'items du test A. MASMI (Campos, 2009) et du B. « Spatial Abilities test » (Pittalis & Christou, 2010) mesurant la visualisation spatiale

Le *Manual for Kit of Factor-Referenced Cognitive Test* d'Ekstrom, French, Harman & Dermen (1976), permet de mesurer 23 habiletés cognitives dont la visualisation spatiale et les habiletés de **relations spatiales** au travers du *Card Rotation test* et du *Cube Rotation Test*. Le *Card Rotation Test* demande aux participants de dire si différentes rotations d'une forme (d'un B par exemple) correspondent bien à une rotation du premier (et non pas à une symétrie axiale + rotation).

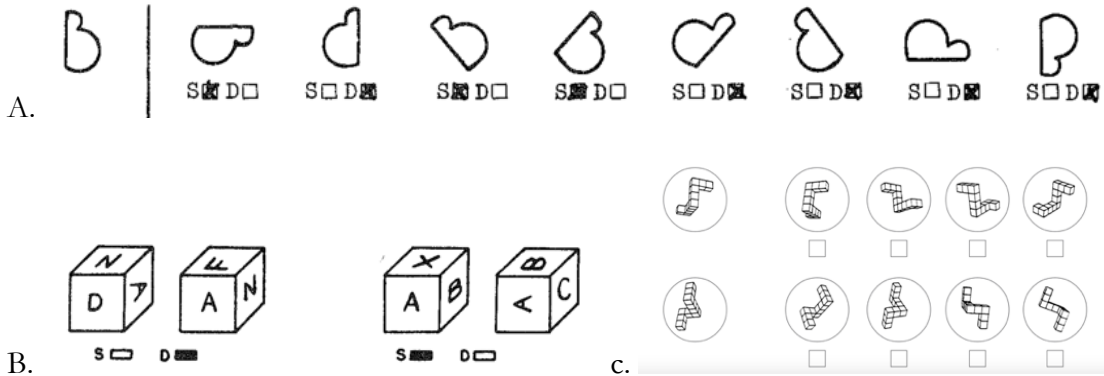


Fig. 5 : Exemple du test mesurant les relations spatiales A *Card Rotation* puis du B *Cube Comparison Test* (Ekstrom *et al.*, 1976) et du C *Test de Rotation Mentale* (MRT, Vandenberg & Kuse, 1978)

Les autres tâches mesurant les relations spatiales dans les différents tests sont principalement dérivées du MRT. Dans ces items (exemple ci-dessus dans la Fig. 5), les sujets ont une première forme qui leur est présentée à gauche puis différentes rotations de cette forme à droite. Les personnes doivent choisir quelles formes de droite sont identiques au modèle de gauche.

CONSTRUCTION ET ANALYSE DIDACTIQUE DES TÂCHES DE LA BATTERIE

Le mot d'analyse a priori désigne ce moment où le concepteur d'une situation didactique en retarde la réalisation en classe pour « mettre à plat ses a-priori », et expliciter ses présupposés théoriques (Mercier & Salin, 1988, p.2).

Chacune des tâches retenues dans la batterie se compose de trois phases :

- Phase 1 : appropriation du matériel qui va être utilisé ;
- Phase 2 : réalisation de la tâche avec un exemple, puis deux niveaux de complexité ;
- Phase 3 : questions métacognitives posées à l'élève sur son processus de réflexion sous la forme d'un entretien cognitif au sens de Collins (2003).

Les trois tâches du dispositif ont pour but l'évaluation des connaissances de l'élève. Le fait que les élèves puissent ne résoudre aucune des tâches est une réalité constitutive de la démarche d'évaluation (même en proposant un exemple et deux niveaux de complexité). Les élèves n'ont en principe pas de prérequis à posséder au niveau spatial pour entrer dans les tâches. Les seules conditions sont une bonne vision binoculaire (vision de la profondeur) et pas de dyschromatopsie (insuffisante discrimination des couleurs).

Tâche mesurant les habiletés d'orientation spatiale : « Autour des Cubes »

Phase 1 : Exploration de la construction



L'élève voit une construction de six cubes devant lui. Avec l'expérimentateur, il tourne autour de la construction afin d'observer celle-ci depuis 4 angles de vue différents (devant, gauche, arrière, droite). Cet arrangement de cube a été choisi pour que ces 4 angles de vue soient distincts les uns des autres.

Phase 2 : Réalisation de la tâche.



Niveau 1 : L'élève se place derrière un lutrin sur lequel sont posées des photos illustrant différents points de vue de la construction (vue de devant, gauche, arrière, droite et une vue erronée). L'expérimentateur se déplace dans les différentes positions et l'élève (qui ne peut plus se déplacer) doit choisir parmi les photos, celle qui correspond au point de vue de l'expérimentateur. La première question posée est toujours d'identifier la photo qui correspond au point de vue de l'élève afin de s'assurer que le transfert entre la photo et la construction 3D ne pose pas de problème à l'élève.



Niveau 2 : Après un nouveau tour de la construction, l'élève se place derrière le lutrin sur lequel sont représentées (en vues de face) les 4 positions différentes de la construction. L'expérimentateur se déplace dans les différentes positions et l'élève (qui ne peut plus se déplacer) doit choisir parmi les schémas, celle qui correspond au point de vue de l'expérimentateur.

Dans cette tâche les questions métacognitives (par exemple : Qu'est-ce qui te permet de choisir cette photo / Comment fais-tu pour choisir cette photo ? Es-tu sûr de ton choix etc.) sont adressées directement à l'élève après chacune de ses réponses.

Tâche mesurant les habiletés de visualisation spatiale : « Du patron au cube »

Phase 1 : Exploration du patron du cube



L'élève reçoit le patron d'un cube en polydrons³ posé devant lui. Chaque face présente une couleur différente. L'expérimentateur demande à l'élève de constituer le cube.

³ Polygones articulables.

Phase 2 : Réalisation de la tâche



Niveau 1 : Le patron du cube est placé sur un lutrin (en position verticale devant l'élève). L'expérimentateur donne à l'élève un cube blanc 3D en carton. L'élève doit placer les couleurs correspondant aux couleurs présentes sur le patron. L'une des faces est déjà complétée (en rouge). Le cube blanc est mobile, l'élève peut l'orienter et le tourner comme il le souhaite.

Niveau 2 : L'élève dispose du patron du cube posé face à lui en position verticale. Il doit placer les couleurs sur le cube blanc, mais cette fois le cube blanc est fixé à la table. Il ne peut plus ni le manipuler, ni l'orienter. Il doit donc effectuer des rotations mentales.

Phase 3 : L'élève répond à plusieurs questions métacognitives (Comment as-tu fait pour placer les couleurs ? / etc.) à la fin de la tâche. Les questions ne sont pas posées lorsqu'il complète le cube, afin de ne pas couper l'élève dans sa réflexion.

Tâche mesurant les habiletés de relations spatiales : « Rotations et symétries »

Phase 1 : Exploration de la forme



Une forme tridimensionnelle représentant une lettre R est mise à disposition de l'élève (sur l'une des faces est collé un papier brun). L'élève peut prendre la forme dans sa main et la manipuler comme il le souhaite afin de l'observer. Le niveau 2 utilise une maison avec deux repères collés (un pan du toit et un volet).

Phase 2 : Réalisation de la tâche



Niveau 1 : La lettre R est posée de façon fixe devant l'élève et celui-ci doit la comparer aux autres lettres R posées devant lui dans des positions différentes (trois R sont successivement présentés à l'élève) pour déterminer s'ils correspondent ou non à une rotation du premier R. Sur l'un des côtés du R est collé un papier brun, en effectuant une rotation mentale, l'élève doit identifier ceux qui ont le papier du même côté et sont identiques au modèle (forme pareillement orientée).



Niveau 2 : Une maison est posée devant l'élève : un pan du toit est en couleur et l'un des volets est bleu. L'élève doit la comparer à une autre maison dans une position différente et répondre à la question : ces deux maisons sont-elles les mêmes ? Différentes maisons ont été construites, certaines sont identiques au modèle (toit et volet) alors que d'autres ont soit le toit, soit le volet, soit aucun des deux repères du même côté que le modèle.

Phase 3 : Après chaque réponse de l'élève, des questions lui sont posées sur sa manière de procéder.

L'analyse didactique des tâches choisies se base sur la procédure proposée dans les travaux sur l'ingénierie didactique (Artigue, 1988), qui consiste à identifier les savoirs mathématiques en jeu dans la tâche, les procédures, les obstacles et facilitateurs. Ce type d'analyse rejoint l'analyse écologique de la tâche utilisée notamment par Morineau (2010, p.98) et qui prévoit une description des contraintes liées à la tâche, aux

stratégies, aux caractéristiques organisationnelles ainsi qu’aux compétences des opérateurs. La construction de la batterie de tâches a nécessité un processus alternant des phases d’analyse *a priori*, des phases de prétest auprès d’un petit nombre d’enfants aux caractéristiques très diversifiées, et des phases d’analyse *a posteriori* menant à des modifications dans les variables, le temps, le matériel ou l’organisation des tâches. Il est donc difficile de donner ici une seule analyse didactique des tâches, c’est pourquoi une synthèse des difficultés des élèves ayant amené aux principaux réaménagements sera présentée.

	Élaboration des tâches V 1.0	Phase blanc à	Premier réaménagement des tâches V 1.1	Phase pilote	Second réaménagement des tâches V 1.2	Groupe expérimental
Nombre de participants		N = 9		N = 4		N = 20
Analyse	<i>A priori</i>	<i>A postriori</i>	<i>A priori</i>	<i>A posteriori</i>	<i>A priori</i>	<i>A posteriori</i>
Période	Janvier-avril 2018	Mai-juin 2018	Juillet-août 2018	Septembre -décembre 2018	Janvier-février 2019	Mars-Juin 2019

Fig. 6 : Différentes phases d’analyse pour construire la batterie de tâches

Analyse des tâches

TÂCHE D’ORIENTATION SPATIALE : PRINCIPALES DIFFICULTÉS OBSERVÉES ET RÉAMÉNAGEMENTS PROPOSÉS (SOUS FORME DE VIGNETTES) :

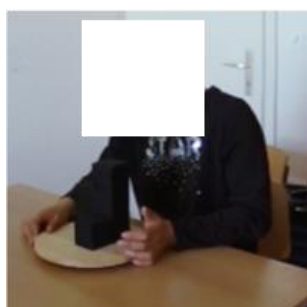


M. marche autour de la construction mais ne s’arrête qu’un bref instant devant les différents angles de vue. Il ne prend pas le temps de regarder comment se présente le positionnement des cubes les uns par rapport aux autres en fonction de l’angle de vue. Cette difficulté a été observée plusieurs fois. C’est pourquoi, afin de favoriser l’observation active des points de vue, il a été décidé que l’expérimentateur ferait le tour de la construction avec

l’élève en lui posant des questions (Que vois-tu ? Qu’est-ce qui a changé ? Est-ce qu’on voit tous les cubes depuis ici ?). Des repères au sol (pieds) ont également été placés.



M. se place derrière le lutrin et choisit l’image correspondant à son point de vue. Toutefois lorsque l’expérimentateur change de place, M. continue de désigner l’image correspondant à son point de vue. Sa difficulté est donc de se mettre à la place d’autrui. Dans ce cas, dans la phase d’exemple, l’expérimentateur tournera une nouvelle fois autour de la construction et permettra à l’élève de faire des aller et retour entre la construction et le panneau afin de visualiser/expérimenter à nouveau les différents points de vue.



Deux autres variantes de la tâche ont été testées avec les élèves. Ces variantes proposent aux élèves d’autres formes de représentation de la construction. Dans la première, l’élève a devant lui une construction de cubes sur un plateau tournant. Il doit orienter son plateau pour que la vue de son plateau et de la grande construction correspondent. Ensuite, le chercheur se place depuis un autre angle de vue et l’élève doit tourner le plateau pour mettre face à lui la vue que le chercheur a depuis sa nouvelle position. Cette présentation a l’avantage de permettre à l’élève d’effectuer réellement la rotation comme celle que le chercheur effectue.

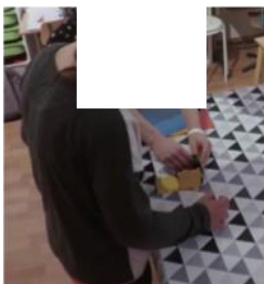
Nous avons remarqué que pour certains élèves cette condition, qui permet la réalisation de la rotation par l'action propre, facilite la tâche. Mais pour d'autres (et c'est la majorité), il est très difficile de mettre face à eux le point de vue du chercheur, ils ont envie de laisser la construction identique à ce qu'ils voient, eux surtout pour la position 3 (en face) ce qui ne correspond plus à une rotation mentale de la figure. Cette variante n'a donc pas été retenue pour cette tâche.



La seconde variante envisagée est de proposer les constructions directement en 3D devant le sujet à la place des photos afin de rester dans le registre de représentation en 3D. Il est intéressant de relever que cette présentation ne change pas la performance parmi les élèves testés (N=13) par rapport à la présentation sous forme de photos. Si l'élève n'arrive pas à imaginer les cubes depuis un autre point de vue que le sien, il rencontre des difficultés identiques avec la représentation en photo et la représentation en 3D.

TÂCHE DE VISUALISATION SPATIALE : PRINCIPALES DIFFICULTÉS OBSERVÉES ET LES RÉAMÉNAGEMENTS PROPOSÉS

Pour la tâche de **visualisation spatiale**, l'activité choisie se base sur le test de Campos (2009), les élèves ont donc le patron d'un cube devant eux. La variable des couleurs a été choisie pour différencier les faces plutôt que les symboles utilisés par Campos (2009) ou par Ekstrom et son équipe (1976). L'avantage dans l'utilisation d'un repérage par des couleurs est qu'il est indépendant de l'orientation. Pour les cas de dyschromatopsie (mauvaise distinction des couleurs), des animaux en papier ont été placés sur les différentes faces. Initialement, le second niveau était plus complexe que celui gardé dans la version finale puisque le niveau 2 utilisait un autre développement du cube que le celui en forme de T. Toutefois, lors de la phase de test à blanc, il s'est avéré que le niveau 2 était trop complexe pour les élèves (il engendrait un effet plafond), seul le développement en forme de T a donc été retenu dans le cadre de la batterie.



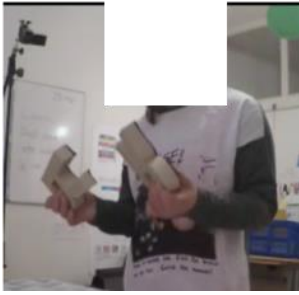
M. n'a jamais vu de cube déplié (patron) et ne sait pas comment le constituer en cube. Elle n'a donc pas de repère pour placer les couleurs. Dans ce cas, et afin de prévenir cette difficulté, la question suivante sera systématiquement posée à chaque élève dans la phase d'appropriation : Sais-tu ce que c'est ? Si l'élève ne sait pas, il pourra s'entraîner à former un cube à partir du patron autant de fois que nécessaire : il s'agit *in fine* qu'il soit capable de construire le cube en autonomie.



M. ne fait pas le lien entre le patron (cube déplié) et les différentes faces du cube blanc en carton. Une phase intermédiaire a été envisagée : demander à l'élève de compléter le cube blanc à partir du cube en polydron et non de son patron. Cette variante a été testée avec la seule élève de l'échantillon qui n'a pas pu entrer dans la tâche avec le patron, mais elle n'a pas réussi non plus à effectuer une comparaison cube-cube. Cette variante n'a donc pas été retenue parmi les adaptations.

TÂCHE DE RELATIONS SPATIALES : PRINCIPALES DIFFICULTÉS OBSERVÉES ET RÉAMÉNAGEMENTS PROPOSÉS

Pour la tâche mesurant **les relations spatiales**, la tâche choisie s'appuie principalement sur le test *Card Rotation (A)* (Ekstrom *et al.*, 1976). Une lettre est présentée à l'enfant, dans ce cas il s'agit de la lettre R qui sert de référence, et l'enfant doit trouver celles analogues au modèle. Le fait de choisir une lettre comme forme de référence (la lettre R ou la lettre B comme dans la tâche d'Ekstrom *et al.*, 1976) a plusieurs avantages. Tout d'abord, il s'agit d'une forme familière aux élèves. Ensuite un R, même tourné dans tous les sens, ne ressemble à aucune autre lettre.



Il existe toutefois un désavantage au choix d'une lettre comme forme de référence, M. voit un R retourné à l'envers et dit « non ce n'est pas un R, il est retourné ». Afin de prévenir cette difficulté liée à la consigne et clarifier ce que veut dire « même », un exemple (comportant 3 rotations différentes) sera effectué avec une autre lettre. L'élève pourra tourner lui-même la forme pour la remettre dans le même sens que le modèle. A ce moment-là, nous discuterons des raisons de sa réponse afin d'être sûr qu'il n'y ait pas de biais dans la compréhension de la consigne. L'exemple sera répété autant de fois que nécessaire.



Une autre variante de la tâche s'appuyant sur l'épreuve de Gutiérrez (1992) a été testée dans la phase à blanc. Dans son test mesurant les rotations mentales, Gutiérrez (1992) a utilisé des polyèdres placés dans différentes positions. Les élèves devaient trouver ceux qui étaient bien des rotations du modèle. La particularité du test de Gutiérrez (1992) est d'avoir introduit des leurres en modifiant les propriétés de certains polyèdres. Pour la présente étude, la tâche de Gutiérrez avait donc été adaptée avec de vrais polyèdres en 3D (baguettes de bois et connecteurs plastiques).

Parmi trois polyèdres, les élèves devaient trouver celui qui n'était pas le même que le modèle. L'inconvénient de cette tâche c'est qu'elle ne mesure pas uniquement l'habileté de rotation mentale, mais aussi les connaissances géométriques préalables notamment celles des propriétés des figures de l'élève. En raison des difficultés à différencier les causes des erreurs (due à l'habileté de rotation mentale ou à des connaissances géométriques), cette variante n'a pas été retenue.

EN CONCLUSION : QU'EST-CE QUE CES TÂCHES POURRAIENT SUSCITER COMME ADAPTATIONS PÉDAGOGIQUES ET COMME INTÉRÊT POUR LA RECHERCHE ?

Le dispositif proposé a pour but de permettre aux élèves de résoudre des tâches spatiales tridimensionnelles en utilisant du matériel concret en trois dimensions, afin d'observer leurs compétences et la manière dont ceux-ci expriment leurs habiletés au travers de gestes (ou de mots) notamment. Une comparaison entre un test papier-crayon et le dispositif créé a également été réalisée et confirme l'hypothèse selon laquelle l'utilisation de matériel tridimensionnel réel permet à l'élève d'exprimer davantage de compétences en actes. Comme mentionné en introduction, le rôle des gestes dans l'apprentissage des mathématiques fait l'objet de nombreuses recherches actuelles qui suggèrent que leurs implications sont importantes dans les processus de conceptualisation et d'expression des savoirs mathématiques (pour une synthèse : Lacombe, Petitpierre & Dias, sous presse). Produire des gestes serait un outil puissant pour faciliter l'apprentissage, plus précisément apprendre en faisant des gestes permettrait d'incorporer les gestes à une compréhension durable des concepts mathématiques (Wakefield, Congdon, Novack, Goldin-Meadow & James, 2019). Les gestes faciliteraient même la pensée créative des enfants en leur permettant d'avoir accès à un plus large éventail d'idées (Kirk & Lewis, 2016).

Si comme le relèvent Kim, Roth et Thom (2011), certains domaines de pensée ne sont pas directement accessibles par le langage verbal, cela est particulièrement vrai pour les élèves ayant une déficience intellectuelle comme le montre en détail le rapport de l'INSERM (2016) sur la déficience intellectuelle :

En cas de déficience légère c'est surtout la fonction idéique-représentationnelle qui est affectée (symboliser la réalité, traiter l'information, conceptualiser et imaginer). Il en résulte des difficultés notoires, entre autres sur le plan du parcours scolaire en raison de la fonction qu'exerce le langage sur le fonctionnement cognitif en tant qu'outil de la pensée et en tant que « véhicule » d'acquisition de concepts et de représentations (Inserm, 2016, p.500).

La prise en compte de la dimension gestuelle dans le cadre de l'analyse des processus de conceptualisation mathématique pourrait ouvrir de nouvelles perspectives innovantes d'enseignement-apprentissage offrant

aux élèves la possibilité de montrer leur compétence au travers d'une approche multimodale. Un bel exemple est cette jeune fille de 16 ans atteinte de trisomie 21 : elle a beaucoup de difficulté avec le test papier-crayon ; par contre, dans la tâche de visualisation spatiale (le cube à compléter) elle place correctement l'ensemble des couleurs du niveau 1. Elle effectue des mouvements remplis de sens (qui montrent son cheminement mental) et constate avec fierté qu'elle a réussi.

BIBLIOGRAPHIE

- Albaret, J.-M., Aubert, E. (1996). Etalonnage 15-19 ans du test de rotation mentale de Vandenberg. *Evolutions psychomotrices*, 8(34), 269-278.
- Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 9(3), 281-308.
- Bergstrom, C., Zhang, D. (2016). Geometry interventions for K-12 students with and without disabilities: A research synthesis. *International Journal of Educational Research*, 80, 134-154.
- Browder, D.-M., Spooner, F., Ahlgrim-Delzell, L., Harris, A.A. & Wakeman, S. (2008). A Meta-Analysis on teaching mathematics to students with significant cognitive disabilities. *Exceptional Children*, 74(4), 407-432.
- Campos, A. (2009). Spatial imagery: a new measure of the visualization factor. *Imagination, cognition and personality*, 29(1), 31-39.
- Chastellain, M & Jaquet, J. (2001). *Mathématiques cinquième année*. Fribourg : COROME.
- Chastellain, M & Jaquet, J. (2001). *Mathématiques sixième année*. Fribourg : COROME.
- Chen, Y.L. & Mix, K. (2014). Spatial Training Improves Children's Mathematics Ability. *Journal of Cognition and Development* 15(1), 2-11.
- Clements, D.-H. (2004). Geometric and spatial thinking in early childhood education. Dans D. H. Clements & J. Sarama (dir.), *Engaging young children in mathematics: standards for early childhood mathematics education* (pp. 267–297). Mahwah: Taylor & Francis.
- Clements, D. H. & Sarama, J. (2007). Effects of a preschool mathematics curriculum: Summative research on the building blocks project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(2), 136–163.
- Collins, D. (2003). Pretesting survey instruments: an overview of cognitive methods. *Quality of Life Research*, 12, 229-238.
- Ekstrom, R.B., French, J.W., Harman, H.H. & Dermen, D. (1976). *Manual for kit of factor-referenced cognitive tests*. Princeton: Educational Testing Service.
- Gutiérrez, A. (1992). Exploring the links between van Hiele levels and 3-dimensional geometry. *Structural Topology*, 18, 31–48.
- Erkek, Ö., Isiksal, M., Cakiroglu, E. (2017). On Pre-Service Teachers Spatial Visualization Ability and Spatial Anxiety. *Kastamonu Education Journal*, 25(1), 33-50.
- Hegarty, M. & Waller, D. (2004). A dissociation between mental rotation and perspective-taking spatial abilities. *Intelligence*, 32, 175–191.
- Hendroanto, A., Budayasa, I. K., Abadi, A., Van Galen, F. & Van Eerde, H. A. A. (2015). Supporting Students' spatial Ability in Understanding Three-Dimensional Representations. Dans SEA-DR, actes du 3rd South East Asia Design/Development Research. Universitas Sriwijaya : Palembang.
- Hord, C. & Xin, Y. P. (2014). Teaching area and volume to students with mild intellectual disability. *The Journal of Special Education*, 49(2)118–128. <http://dx.doi.org/10.1177/0022466914527826>.
- INSERM (2016). *Déficiences intellectuelles. Expertise collective. Synthèse et recommandations*. Paris : Editions INSERM.

- Kim, M., Roth, W.-M. & Thom, J. (2011). Children's gestures and the embodied knowledge of geometry. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 9(1), 207–238.
- Kita, S., Alibali, M. W. & Chu, M. (2017). How do gestures influence thinking and speaking? The Gesture for Conceptualization hypothesis. *Psychological Review*, 124(3), 245-266.
- Kirk, E. & Lewis, C. (2017). Gesture facilitates children's creative thinking. *Psychological Science*, 28(2), 225-232. <http://dx.doi.org/10.1177/095679761667918>
- Kozhevnikov, M. & Hegarty, M. (2001). A dissociation between object-manipulation and perspective-taking spatial abilities. *Memory and Cognition*, 29, 745–756.
- Lacombe, N., Petitpierre G. & Dias, T (sous presse). Observer les gestes pour analyser les habiletés spatiales tridimensionnelles des élèves ayant une déficience intellectuelle. *Revue Suisse de Pédagogie Spécialisée*.
- Lohman, D. F. (1988). Spatial abilities as traits, processes, and knowledge. Dans R. J. Sternber (dir.), *Advances in the psychology of human intelligence* (vol. 4; pp. 181-248). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lunkenbein, D., Allard, H. & Goupille, C. (1983). Structuration intérieure d'objets géométriques dans la genèse d'idées spatiales. *Revue des sciences de l'éducation*, 9(1), 55–84. doi:10.7202/900399ar
- Middle Grades Mathematics Project [MGMP] (1983). *Spatial Visualization Test*. Department of Mathematics, Michigan State University.
- Pittalis, M. & Christou, C. (2010). Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), 191–212.
- Presmeg, N. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. Dans A. Gutierrez & P. Boero (dir.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 205–236). Rotterdam: Sense.
- Mercier, A. & Salin, M. H. (1988). L'analyse a priori, outil pour l'observation. Actes de l'Université d'été « Didactique et formation des maîtres à l'École Élémentaire ». 1-3. Bordeaux: IREM de Bordeaux
- Morineau, T. (2010) « La méthode TMTA d'analyse écologique de la tâche et son application à une tâche pratique », *Le travail humain*, 2(73), 97-122. Doi: 10.3917/th.732.0097
- Vandenberg, S.G. & Kuse, A.R., (1978). Mental Rotations, a group test of three dimensional spatial visualization. *Perceptual and Motor Skills*, 47, 599–604.
- Wakefield, E. M., Congdon, E. L., Novack, M. A., Goldin-Meadow, S. & James, K. H. (2019). Learning math by hand: The neural effects of gesture-based instruction in 8-year-old children. *Attention, Perception, & Psychophysics*, 81(7), 2343-2353.

DEVELOPPER UN TRAVAIL GEOMETRIQUE COMPLET ET CONFORME CHEZ LES ETUDIANTS DE PREMIERE ANNEE DE MASTER ENSEIGNEMENT EN FRANCE

Alain Kuzniak, Assia Nechache

Université de Paris et CY Cergy Paris Université, LDAR

INTRODUCTION

Dans cet article nous présentons une partie d'une recherche portant sur le développement du travail géométrique des étudiants se destinant au métier de professeur des écoles (élèves âgés de 3 à 10 ans). Cette recherche s'insère dans une perspective de formation (initiale et continue) d'enseignants en géométrie et ses objectifs se déclinent comme suit :

- Identifier, pour le comprendre, le travail géométrique réellement produit par les étudiants futurs enseignants.
- Influencer et (trans)former le travail géométrique des étudiants.
- Développer un travail mathématique complet et conforme chez les étudiants.

Dans une première étude (Kuzniak & Nechache, 2019), nous avons proposé à 45 étudiants de première année du master MEEF 1^{er} degré¹ (23 ans et plus), une tâche géométrique sur l'estimation de l'aire d'un terrain, « le terrain d'Alphonse ». Les notions mises en jeu dans cette tâche de modélisation sont l'aire et sa mesure, l'approximation, les quadrilatères. Sa résolution suppose une articulation entre les paradigmes géométriques GI et GII (Houdement & Kuzniak, 2006 ; Tanguay & Geeraerts, 2012) en questionnant le rôle de la mesure et la place de l'approximation (voir la section sur les paradigmes géométriques).

Les résultats obtenus lors de cette première étude montrent des blocages chez les étudiants. Ces blocages donnent lieu à un travail géométrique inachevé ou un travail géométrique prenant appui sur des théorèmes en acte (Vergnaud, 1990). Le travail géométrique ainsi produit par ces étudiants n'est pas valable d'un point de vue épistémologique. Par ailleurs, les étudiants disposent de très peu d'outils de contrôle autres que les contrôles perceptifs sur leurs productions matérielles. Ces premières conclusions alarmantes nous ont conduits à renouveler notre étude auprès des étudiants de manière à caractériser et comprendre les formes de travail rencontrées chez les étudiants. Dans la suite, nous rendons compte de cette deuxième étude qui porte sur le travail géométrique des étudiants futurs enseignants.

ÉTUDE DU TRAVAIL GÉOMÉTRIQUE DES ÉTUDIANTS

Pour identifier et comprendre le travail mathématique d'étudiants au cours de la réalisation de tâches mathématiques, nous nous appuyons sur la théorie des Espaces de Travail Mathématique. En effet, les différents outils développés au sein de cette théorie visent explicitement à décrire les formes de travail mathématique développées en contexte scolaire.

Les Espaces de Travail Mathématique

Les Espaces de Travail Mathématique (Kuzniak, 2011), notés ETM, sont définis comme étant des espaces abstraits organisés pour favoriser le fonctionnement du travail mathématique dans un domaine spécifique

¹ Master destiné aux étudiants souhaitant devenir professeur des écoles.

(géométrie, probabilités, etc.) dans un contexte scolaire. Cet espace est basé sur l'articulation de deux plans fondamentaux (Fig. 1) :

- un *plan épistémologique* permettant de structurer le contenu mathématique. Il est constitué de trois composantes : representamen, artefact, référentiel théorique ;
- un *plan cognitif* qui rend compte du travail effectué par un individu utilisant cet espace de travail lors de la réalisation d'une tâche mathématique. Il est constitué de trois processus cognitifs : visualisation, construction et preuve.

Le passage d'un plan à un autre est assuré par un ensemble de genèses liées aux différentes composantes et processus :

- une genèse sémiotique fondée sur les representamen et les registres de représentation sémiotiques qui donnent aux objets tangibles de l'ETM leur statut d'objets mathématiques opératoires (Nechache & Kuzniak, 2018) ;
- une genèse instrumentale rendant opératoires les artefacts dans le processus constructif (Ibid., 2018) ;
- une genèse discursive de la preuve qui s'appuie sur des propriétés et les organise de manière à produire une preuve mathématique.

En activant une articulation entre les différentes composantes des ETM, les genèses favorisent ainsi la circulation du travail mathématique entre les plans épistémologiques et cognitifs de l'ETM (Fig. 1).

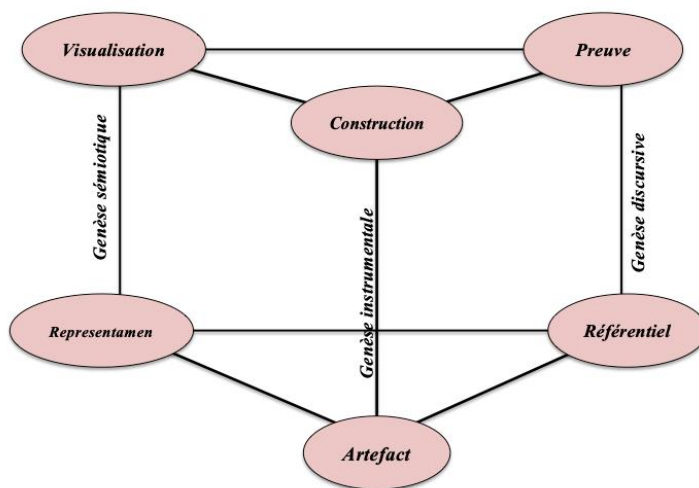


Fig. 1 : Diagramme général des ETM

La circulation du travail mathématique peut également se voir à partir des interactions entre deux genèses. Ces différentes articulations peuvent être visualisées grâce aux trois plans verticaux du prisme des ETM : Sémiotique et Instrumental ([Sem-Ins]), Sémiotique et Discursive ([Sem-Dis]), Instrumental et Discursive ([Ins-Dis]) (Fig. 2). Lorsque la circulation du travail mathématique s'effectue à travers les trois plans verticaux de l'ETM, on dit que le travail mathématique est complet (Kuzniak *et al.*, 2016).

L'analyse du travail géométrique personnel d'un étudiant via la théorie des ETM est fondée sur l'identification et l'étude du fonctionnement des outils *sémiotique, technologique, théorique* (Kuzniak *et al.*, 2016) du plan épistémologique associés à chacune des genèses (sémiotique, instrumentale et discursive) de l'ETM. Cette analyse permet ainsi de repérer la manière dont un étudiant utilise et transforme, éventuellement, chacun de ces outils en instrument (sémiotique, instrumentale et discursive) du plan cognitif (Kuzniak *et al.*, 2016). Il est ainsi possible de comprendre le travail effectivement produit par l'étudiant.

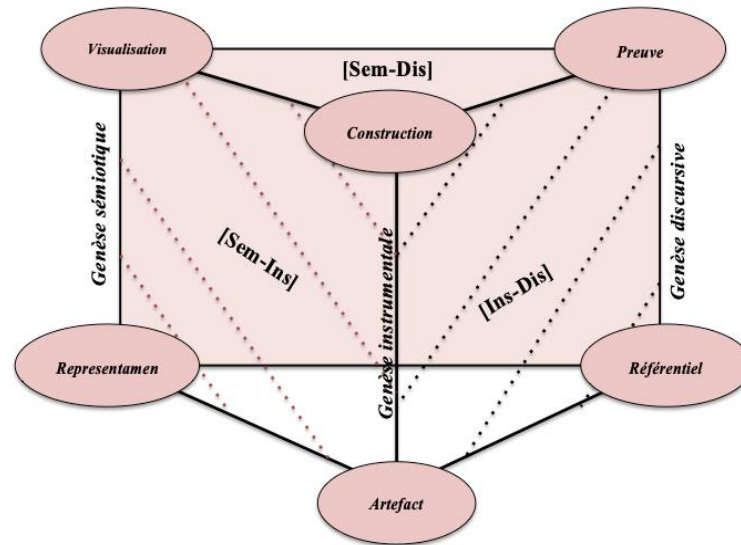


Fig. 2 : Les trois plans verticaux des ETM

Les paradigmes géométriques

Pour donner un sens au travail géométrique produit par un étudiant, il est nécessaire de préciser le(s) paradigme(s) géométrique(s), en relation avec la notion d'aire, qui guide(nt) leur travail. Inspirés par les travaux de Kuhn (1962), Houdement et Kuzniak (1999) ont défini trois paradigmes géométriques. La différence entre ces trois paradigmes provient de leur rapport à la réalité. Le premier paradigme, noté GI, concerne une géométrie qui s'exerce sur des objets issus de la réalité. Elle a pour source de validation le monde sensible et donne un horizon pratique au travail géométrique. Dans le deuxième paradigme, noté GII, la relation avec la réalité est maintenue mais elle s'appuie sur une modélisation de cette réalité par le biais d'une première axiomatisation. Une fois le modèle construit, toute validation doit y prendre appui sans possibilité de recours direct à la réalité extérieure au modèle. Cette géométrie a un horizon axiomatique en relation avec la modélisation du monde réel. A la différence de GII, la géométrie dans le troisième paradigme, noté GIII, s'exerce sur des objets idéaux et ses axiomes ne s'appuient plus sur le monde sensible. Elle n'entretient pas de lien avec la réalité. Cette géométrie est apparue avec la naissance des géométries non euclidiennes. La validation s'appuie sur le raisonnement hypothético-déductif qui est le moteur et la source des connaissances nouvelles. Cette géométrie a un horizon logico-formel et totalement axiomatique.

Au niveau de l'enseignement secondaire, les différents paradigmes permettent de considérer l'ambivalence du travail géométrique traduite par une valence GI, ou par une valence GII. Cette ambivalence va fortement orienter le travail géométrique.

Notre étude porte sur une tâche mobilisant l'aire, cela nous a conduit à préciser le rôle et la place donnée à l'aire et à la mesure d'aire dans chacun de ces paradigmes (Kuzniak & Nechache, 2019).

Dans le paradigme GI, la mesure de l'aire est prioritaire et le mesurage peut s'appuyer sur la figure construite qui supporte le raisonnement et permet la validation des résultats obtenus. L'estimation de l'aire peut être basée sur une formule dont les paramètres sont donnés par un mesurage direct avec une approximation sur la précision de cette mesure. Cette estimation peut aussi être basée sur des outils comme des quadrillages. Les nombres utilisés sont essentiellement des nombres décimaux et des fractions simples.

Dans le paradigme GII, la notion d'aire suppose une approche théorique basée sur des égalités de figures dans la tradition euclidienne où deux figures sont considérées comme égales lorsqu'elles sont superposables ou bien lorsqu'elles ont la même aire. Il est possible de vérifier ces égalités en faisant des décompositions et des reconfigurations simples. Il est également possible d'utiliser des formules, mais

celles-ci doivent être justifiées dans toute leur généralité. Ces preuves peuvent éventuellement supposer l'emploi de la trigonométrie. De manière générale, la mesure directe sur la figure (représentation) est interdite. Les nombres utilisés sont les nombres décimaux et rationnels.

Dans le paradigme GIII, la question théorique de l'aire et de sa mesure devient première. Les bases théoriques sont alors les théorèmes sur l'équidécomposabilité et les axiomes de la mesure sur un ensemble. Les nombres réels sont les nombres mis en jeu dans cette mesure plus théorique que pratique.

La tâche proposée dans cet article peut relever des trois paradigmes suivant la nature des questions que l'on va chercher à résoudre : mesurage sur le dessin, existence et formes des différents quadrilatères possibles. On peut aussi noter que la technique de triangulation peut être considérée dans les trois paradigmes et que les formules et méthodes justifiées en GII ou GIII peuvent être utilisées comme des artefacts symboliques en GI.

LA TÂCHE GÉOMÉTRIQUE PROPOSÉE AUX ÉTUDIANTS

La tâche « le terrain d'Alphonse »

Nous avons proposé à 85 étudiants de première année de master MEEF 1^{er} degré une tâche géométrique portant sur l'estimation de la mesure de l'aire d'un terrain énoncée comme suit :

Alphonse vient juste de revenir d'un voyage dans le Périgord où il a vu un terrain en forme de quadrilatère qui a intéressé sa famille. Il aimerait estimer son aire. Pour cela, durant son voyage, il a mesuré, successivement, les quatre côtés du champ et il a trouvé, approximativement, 300 m, 900 m, 610 m, 440 m. Il a beaucoup de mal à trouver l'aire. Pouvez-vous l'aider en lui indiquant la méthode à suivre ?

Une information complémentaire donnée ultérieurement

Alphonse a demandé à une amie périgourdine de l'aider et celle-ci ne lui a renvoyé que la longueur d'une des diagonales : 630 m.

La résolution de cette tâche par les étudiants nécessite la mobilisation des connaissances portant sur les quadrilatères (construction, aire, propriétés) et la notion d'échelle. La réalisation de cette tâche suppose une première modélisation liée à la forme et la représentation du terrain.

La mise en œuvre de la tâche

La mise en œuvre de la tâche a été effectuée en trois phases. Dans la première phase, nous avons distribué l'énoncé de la tâche sans l'information complémentaire. L'objectif est de constater qu'il manque certaines données (longueur d'une diagonale ou mesure d'angles) pour pouvoir fixer le quadrilatère et résoudre complètement la tâche. Dans la seconde phase, nous avons donné l'information complémentaire sur la diagonale. L'objectif est alors de mettre en évidence les différentes formes possibles du terrain (convexe ou concave). La troisième phase est consacrée à l'obtention de l'aire du terrain en fonction de la forme du quadrilatère retenue dans la deuxième phase. Dans le cadre de cet article, nous présentons uniquement la mise en œuvre de la première phase.

Lors de la première phase, les étudiants avaient 10 minutes pour fournir une réponse. À l'issue de ces 10 minutes, les étudiants ont eu à répondre par écrit et individuellement à deux questions. Ces deux questions permettent aux étudiants de réaliser un retour réflexif sur leur production :

1. Si vous n'avez pas eu le temps de terminer cette partie. Pouvez-vous décrire rapidement ce que vous auriez continué à faire.
2. Quelles sont les incertitudes ou les difficultés que vous avez rencontrées en résolvant cet exercice ?

Une fois que les productions écrites des étudiants ont été récupérées, une mise en commun portant sur la première phase a été mise en œuvre.

ANALYSE DU TRAVAIL PERSONNEL DES ÉTUDIANTS

Recueil de données

Le recueil de données de cette recherche est basé sur les productions écrites des étudiants (85 productions) et les dialogues produits lors de la mise en commun. Ces dialogues ont été enregistrés à l'aide d'un dictaphone et transcrits intégralement.

Méthode d'analyse des données

Notre méthode d'analyse du travail géométrique d'étudiants est inspirée de la méthode *Cognitive Task Analysis*, CTA (Darses *et al.*, 2004) et adaptée à la théorie des ETM. Les méthodes CTA sont utilisées en psychologie du travail et ont été développées pour l'étude de l'activité cognitive de personnes effectuant des tâches complexes dans des conditions de travail productives. Dans notre recherche, l'analyse cognitive utilisée a pour objectif de reconstituer les principaux épisodes planifiés par l'étudiant pour réaliser la tâche qui lui a été prescrite. Chaque épisode correspond à une sous-tâche auto-prescrite par l'étudiant dans sa planification de la réalisation de la tâche. Le repérage des actions mathématiques qui constituent chaque épisode permet de les décrire.

Cette méthode d'analyse du travail est à double sens : descendante et ascendante. L'analyse *descendante* permet de repérer, à partir des productions collectées, les épisodes avec les actions mathématiques que l'étudiant a effectuées pour réaliser la tâche. Les actions sont par la suite décrites et interprétées dans la théorie des ETM et regroupées dans les divers épisodes. L'analyse *ascendante* permet de visualiser de manière synthétique, à l'aide du diagramme de la théorie des ETM, (Fig. 1) chacun des épisodes planifiés par l'étudiant. Cela permet ainsi de préciser les processus et les résultats du travail géométrique effectué par l'étudiant. Cette analyse permet également de décrire la circulation du travail géométrique à travers les différentes composantes des ETM.

RÉSULTATS ET DISCUSSION

L'analyse des productions des étudiants menée à l'aide de la théorie des ETM, notamment des trois genèses, nous a permis d'identifier cinq formes principales de travail géométrique observées chez les étudiants : celles des *dissecteurs*, des *arpenteurs*, des *explorateurs*, des *constructeurs*, des *calculateurs*. Pour faire cette identification, nous avons particulièrement observé la place et le rôle des outils sémiotiques (figure et dessin), des outils technologiques (construction et mesure de longueurs) et des outils théoriques (formules et propriétés) dans le travail géométrique produit. Ces formes de travail dépendent de leur conformité à un paradigme géométrique ou à une interaction entre paradigmes géométriques (Kuzniak, 2018). Dans le cadre de cet article et pour des raisons de place, nous ne détaillerons que le travail géométrique des *dissecteurs* et des *arpenteurs*. Ces deux formes de travail sont relativement élaborées et relèvent, comme nous le verrons, de deux paradigmes différents GII et GI. Dans la suite, chacune des deux formes de travail est illustrée à l'aide des actions effectivement mises en œuvre par les étudiants ayant effectué un travail géométrique relevant de l'une des formes citées précédemment. Précisons que les actions sont numérotées pour faciliter et organiser notre argumentaire mais cette numérotation n'indique pas l'ordre du déroulement de ces actions dans le temps. En effet, notre méthode de recueil des données ne permet pas toujours de repérer chronologiquement les actions. Par ailleurs, nous souhaitons dégager des formes de travail et non des

profils d'étudiants. De ce fait, les exemples d'actions que nous proposons visent à être les plus clairs possible et peuvent provenir de différents étudiants.

Le travail géométrique des dissecteurs

Les étudiants ayant produit cette forme de travail (16 étudiants sur 85) proposent une méthode basée sur la décomposition de la figure en sous-figures dont ils connaissent la formule de calcul d'aire. Le travail est planifié selon deux principaux épisodes. Le premier épisode (Fig. 3) a pour objectif de trouver une dissection du quadrilatère. Pour cela, les étudiants réalisent un dessin à main levée (action 1) et cherchent sur celui-ci une dissection du quadrilatère en sous-figures simples dont on puisse retrouver la formule d'aire (action 2).

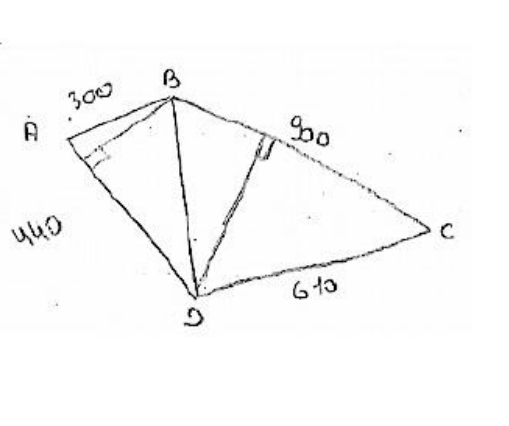
	<p>Action 2. Dissection du quadrilatère en sous-figures</p> <p>Étudiant P : « <i>Il pourrait essayer de décomposer la figure en figures dont on peut calculer l'aire (carré, rectangle, triangle rectangle, etc.)</i> »</p>
<p>Action 1. Dessin à main levée</p>	
<p>Episode 1. Recherche sur un dessin à main levée d'une dissection du quadrilatère</p>	

Fig. 3 : Premier épisode du travail des dissecteurs

Le second épisode (Fig. 4) vise à explorer les possibilités théoriques pour résoudre la tâche. Les étudiants commencent par appliquer le théorème de Pythagore ou bien les formules de calcul d'aire des sous-figures obtenues après la dissection (action 3). En liaison avec les décompositions (deux triangles quelconques ou deux triangles et un trapèze) obtenues, les étudiants constatent ainsi la nécessité de trouver certaines données numériques (mesure de longueurs) pour avancer dans la résolution du problème (action 4).

<p>Action 3. Exploration du référentiel théorique pour trouver l'aire</p> <p>Étudiant S : <i>Il faut diviser le terrain en triangles rectangles. L'aire d'un triangle = (b x h) / 2 Dans un triangle rectangle, on sait que la hauteur correspond à l'un des côtés adjacents à l'angle droit et la base l'autre côté adjacent. Avec Th de Pythagore, on va retrouver les hauteurs et ainsi calculer les aires.</i></p>	<p>Action 4. Mise en évidence des données qu'il faut rechercher pour pouvoir conclure</p> <p>Étudiant C : <i>Déterminer l'aire du « carré » et l'aire des deux triangles qui forment le quadrilatère en utilisant Pythagore ou une équation à 2 inconnues.</i></p>
<p>Episode 2. Exploration des possibilités théoriques pour avancer sur la résolution de la tâche</p>	

Fig. 4 : Deuxième épisode du travail des dissecteurs

L'analyse ascendante du travail des dissecteurs a permis de visualiser la circulation du travail effectué par les étudiants à l'aide du diagramme de la théorie des ETM. Cette analyse a mis en évidence la mobilisation de la genèse sémiotique dans l'épisode 1 (Fig.3) pour décomposer la figure en sous-figures. Cette décomposition prend appui sur les propriétés du référentiel théorique.

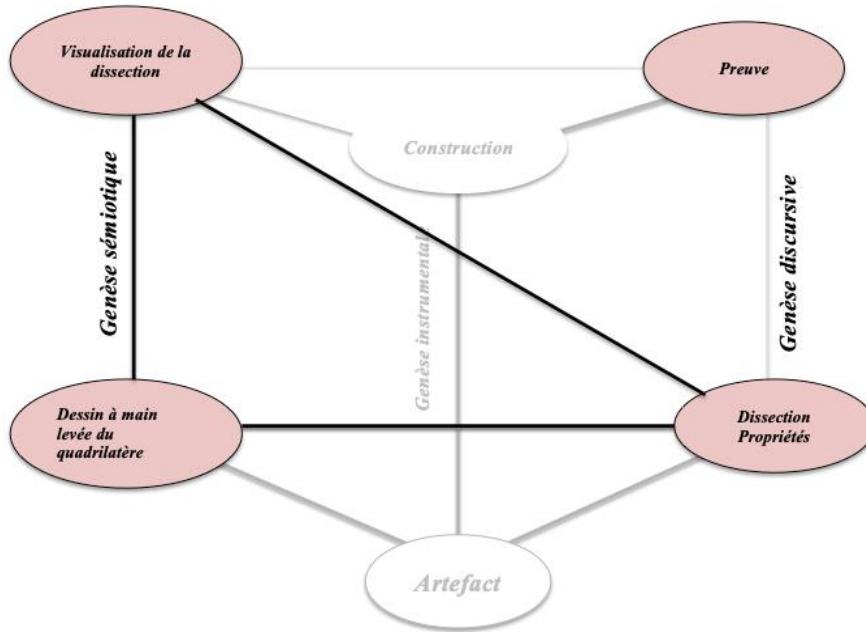


Fig. 5 : Aperçu synthétique de l'épisode 1 du travail des dissecteurs

Dans l'épisode 2 (Fig. 4), la visualisation de la dissection est associée à une exploration discursive qui envisage l'usage possible du théorème de Pythagore pour justifier certaines valeurs nécessaires pour répondre à la tâche.

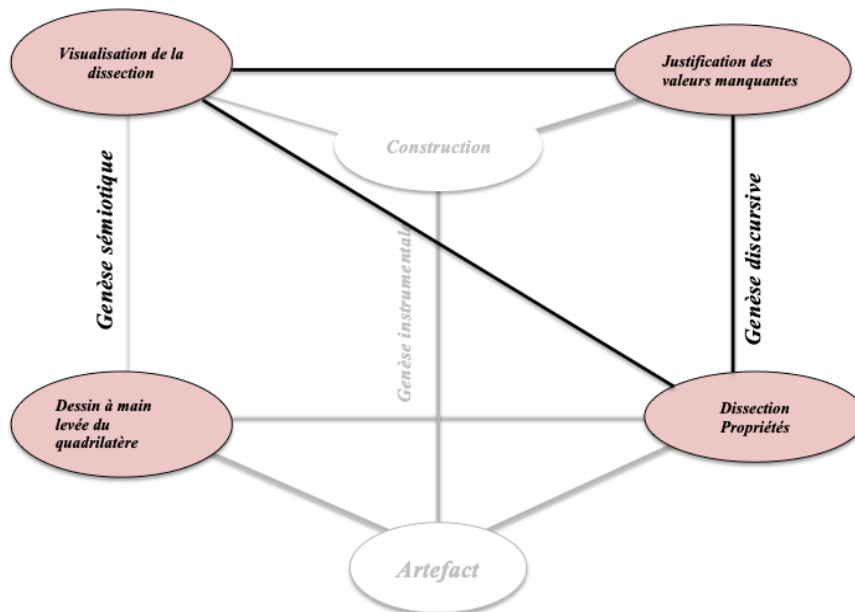


Fig. 6 : Aperçu synthétique de l'épisode 2 du travail des dissecteurs

Ce travail géométrique est exploratoire, car il n'est pas abouti. En effet, les étudiants sont bloqués puisqu'il manque une donnée pour conclure. Mais ces derniers ne signalent pas explicitement ce manque. Sur les 16 étudiants de ce groupe, seul un étudiant explicite par écrit et à l'oral le besoin d'une donnée manquante : Étudiant M : Afin de calculer l'aire du champ, il faudrait qu'Alphonse mesure une des diagonales de celui-ci. Ainsi, il pourrait calculer l'aire des deux triangles. (Elle s'appuie sur une figure construite avec les instruments).

Lorsqu'il a été interrogé par le professeur sur sa réponse au problème, Étudiant M affirme qu'il eût une sorte d'illumination :

Étudiant M : Après, j'ai eu une illumination. Je me suis dit qu'il fallait qu'Alphonse mesure l'une des deux diagonales du champ, et comme ça il a deux triangles et il additionne les deux.

L'emploi du mot illumination montre que la nécessité de la donnée manquante pour construire le quadrilatère ne fait clairement pas partie des connaissances de l'étudiant M.

En conclusion, le travail géométrique des arpenteurs est élaboré dans le plan sémiotico-discursif et il est correct, mais inabouti. Ce travail est également conforme au paradigme GII, mais il prohibe le recours aux instruments de construction et de mesure pour prouver. Les théorèmes et propriétés mobilisés dans ce travail sont classiques à ce niveau d'enseignement. Par contre, les propriétés d'existence et l'unicité des figures liées à la construction des figures ne semblent pas connues des étudiants.

Le travail géométrique des arpenteurs

Le groupe des étudiants ayant effectué un *travail d'arpenteurs* (soit 6 étudiants sur 85) propose une méthode basée sur la construction à l'échelle d'une figure pour réaliser la tâche. Le travail est planifié en deux principaux épisodes. Le premier épisode (Fig. 7) vise à construire à l'échelle un quadrilatère particulier. Dans cet épisode, les étudiants commencent par dessiner à main levée un quadrilatère convexe en relevant les dimensions des côtés (action 1). Ensuite ils ajoutent une hypothèse sur la forme du quadrilatère (action 2) afin de faciliter la construction à l'échelle du quadrilatère (action 3).

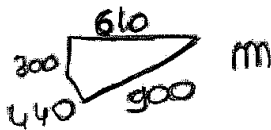
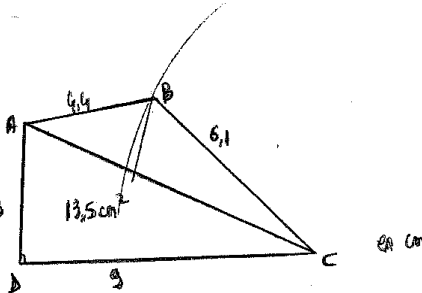
<p>Action 1. Dessin à main levée d'un quadrilatère</p> 	<p>Action 2. Émission d'une hypothèse permettant de construire la figure particulière</p> <p><i>Ivana : En fait, j'ai construit la figure avec un angle droit et j'ai donc calculé l'aire du premier triangle en faisant (...). Peu importe la forme du terrain, car l'aire reste la même, car on a les mêmes mesures des côtés.</i></p>	<p>Action 3. Construction de la figure à l'échelle avec des outils géométriques</p> 
<p>Episode 1. Exploration des possibilités théoriques pour avancer sur la résolution de la tâche</p>		

Fig. 7 : Épisode 1 du travail géométrique des arpenteurs

Dans le second épisode (Fig. 8), les étudiants procèdent au calcul de l'aire du quadrilatère obtenu avec prise de mesures sur la figure lorsque cela été nécessaire. Ils commencent par appliquer la formule d'aire d'un triangle pour calculer l'aire du triangle ADC rectangle en D (action 4). Ils procèdent ensuite au calcul de la longueur AC (action 5) en appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle ADC. Puis ils tracent et mesurent (en prenant une valeur approchée) à l'aide d'une règle graduée la longueur de la hauteur du triangle ABC issue de B (action 3). Enfin, ils appliquent la formule d'aire d'un triangle pour déterminer l'aire du triangle ABC (action 4).

<p>Action 4. Application de la formule d'aire d'un triangle pour le calcul de l'aire de du triangle ACD.</p> <p>On calcule A_{ACD} sur en D</p> $A_{ACD} = \frac{3 \times 9}{2} = 13,5 \text{ cm}^2 = \text{135 000 m}^2$	<p>Action 5. Application du théorème de Pythagore dans le triangle ACD rectangle en D pour calculer la longueur AC</p> <p>Après on sait que ADC est en D tel que AD = 3 cm et DC = 9 cm</p> <p>D'après th Pythagore</p> $AC^2 = AD^2 + DC^2$ $AC^2 = 3^2 + 9^2$ $AC^2 = 90$ $AC = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$
<p>Action 6. Tracé et mesurage à l'aide d'une règle graduée de la hauteur du triangle ABC issue de B</p> <p>Voir le dessin du quadrilatère dans l'épisode 1</p>	<p>Action 7. Application de la formule d'aire d'un triangle pour le calcul de l'aire de du triangle ABC</p> $\text{On cherche } A_{ABC} = \frac{B \times h}{2} = \frac{3\sqrt{10} \times 1,7}{2} \approx 8,06$
<p>Episode 2. Calcul de l'aire de la figure avec prise de mesure sur la figure</p>	

Fig. 8 : Épisode 2 du travail géométrique des arpenteurs

L'analyse ascendante du travail des arpenteurs a permis de visualiser la circulation du travail géométrique grâce au diagramme de la théorie des ETM. Cette analyse a mis en évidence la mobilisation des genèses sémiotique et instrumentale dans le premier épisode (Fig. 5) pour effectuer la construction à l'échelle d'une figure particulière. Cette construction prend appui sur un théorème en acte faux que l'on peut énoncer de cette manière : « deux figures ayant le même périmètre ont la même aire ».

Dans l'épisode 2 (Fig. 6), la genèse instrumentale est activée pour le calcul de la hauteur issue de B du triangle ABC et de la longueur AC. Or la production de ces calculs est associée à la fois à la visualisation des objets (hauteur issue de B et le segment [AC]) sur la figure et à un discours de preuve pour justifier certains calculs. Ainsi, les trois genèses sont mobilisées dans le travail des arpenteurs et rendent ainsi le travail mathématique complet (Kuzniak & Nechache, 2015).

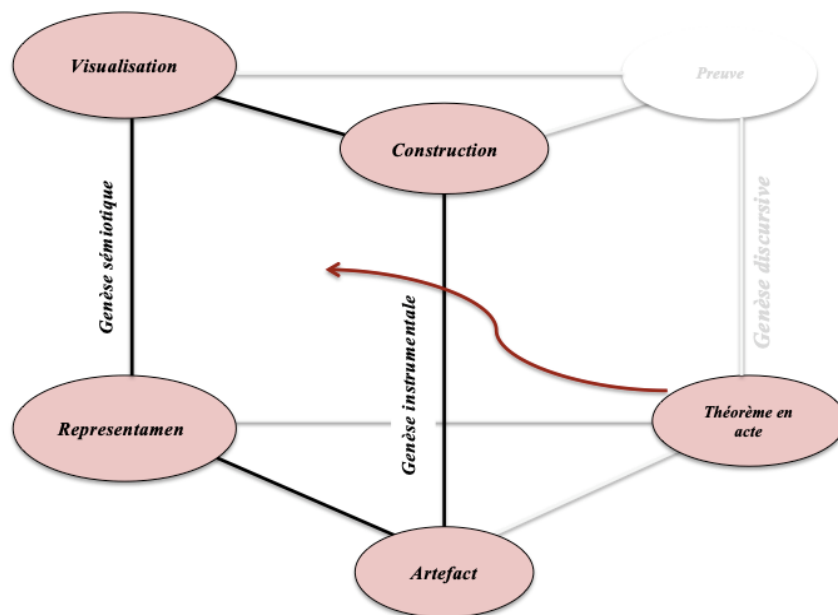


Fig. 9 : Aperçu synthétique de l'épisode 1 du travail des arpenteurs

Dans ce travail, la figure construite est utilisée comme support du raisonnement et de la preuve. C'est donc un travail conforme, dans son déroulement, aux exigences du paradigme GI. Par contre, le résultat obtenu n'est pas correct mathématiquement, car il y a recours à une figure particulière et ajout de données supplémentaires. Ainsi, ce travail est dépourvu de contrôles théoriques (Kuzniak & Nechache, 2019) puisque des théorèmes en acte faux sont mobilisés pour pouvoir ajouter des hypothèses. Il est également dépourvu de contrôles instrumentaux (Kuzniak & Nechache, 2019) puisque les étudiants utilisent l'ajustement pour obtenir la figure souhaitée.

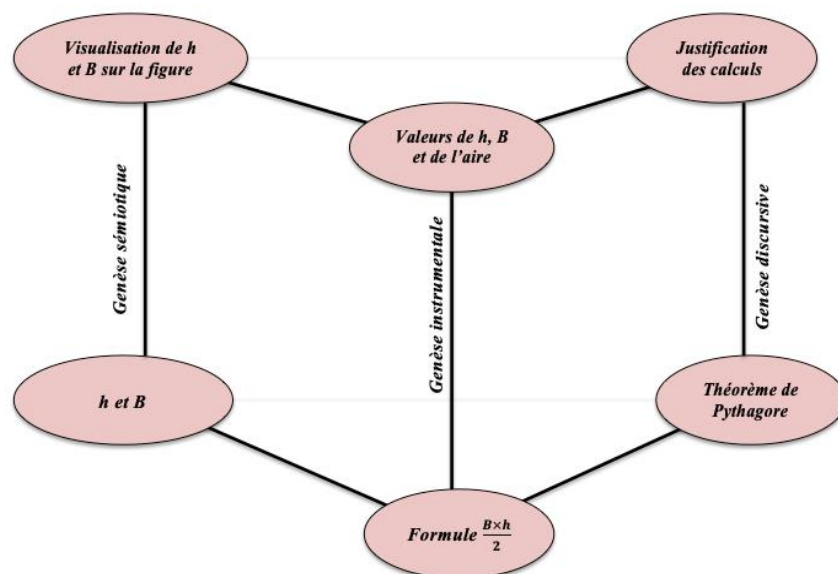


Fig. 10 : Aperçu synthétique de l'épisode 2 du travail des arpenteurs

CONCLUSION

Dans cet article, nous avons présenté une recherche qui s'inscrit dans un projet de recherche plus global sur la formation des enseignants à la géométrie. Nous avons mené une analyse du travail géométrique effectivement produit par des étudiants de première année de master à l'aide de la théorie des ETM. Cette analyse a permis d'identifier cinq formes de travail géométrique chez ces étudiants. Ces formes de travail obtenues dépendent de la place de la figure et du dessin (representamen), la place du matériel de construction et de mesure de longueurs (artefacts), et le rôle des propriétés (référentiel théorique) dans la réalisation de la tâche. Par exemple, la forme de travail des dissecteurs est basée sur une décomposition du quadrilatère en sous-figures connues par l'ajout d'éléments géométriques supplémentaires (representamen). Cette forme de travail n'utilise aucun matériel de construction géométrique (artefact) et relève du dessin à main levée. Le travail produit est conforme au paradigme GII avec une exploration discursive de la preuve (référentiel théorique). Ce travail n'aboutit pas à un résultat et conduit, dans notre cas, à un blocage logique, car il manque une donnée pour conclure. Par contre le manque de cette donnée n'est pas explicité.

En revanche, la forme de travail des arpenteurs est basée sur la construction, avec du matériel de construction géométrique, d'une figure particulière (representamen). Le matériel de construction géométrique (artefact) est utilisé pour construire la figure et y prélever des mesures. La figure construite (representamen) sert de support au raisonnement et à la preuve. C'est une forme de travail qui est conforme aux attentes du paradigme GI. Par ailleurs, on fait le constat que la réalisation de la tâche géométrique mobilise les trois genèses de l'ETM rendant ainsi le travail géométrique complet (Kuzniak & Nechache, 2019). Cependant, le résultat n'est pas mathématiquement correct, car le raisonnement s'effectue sur une figure particulière obtenue par ajout de données supplémentaires (angles droits, parallélisme de deux côtés opposés, etc.).

En conclusion, les cinq formes de travail identifiées dépendent de la place et du rôle des outils sémiotiques (la figure, le dessin), des outils technologiques (matériel de construction et de mesure de longueurs), et des outils théoriques (les propriétés, théorèmes) dans la réalisation de la tâche. Ces cinq formes donnent lieu à un travail géométrique qui est souvent incorrect d'un point de vue mathématique et confiné sur une des genèses ou un des plans de l'ETM. Les procédures utilisées dans ces formes de travail semblent être conformes à un paradigme géométrique.

De ces analyses menées sur ces formes de travail, nous avons pu tirer des conclusions alarmantes sur la formation en géométrie des étudiants. En effet, ces formes de travail font apparaître une carence des contrôles parfois basés sur un référentiel théorique contenant des théorèmes en acte faux. Les résultats produits sont incorrects mathématiquement. L'existence de ces formes de travail chez les étudiants peut s'expliquer, en grande partie, par le fait que les étudiants ont développé un *répertoire cognitif* en contradiction avec le référentiel théorique standard. Ce *répertoire* s'appuie sur un ensemble de connaissances et d'assertions fausses ou pour le moins discutables. Ils introduisent des théorèmes en acte faux et considèrent que les figures impliquées dans un problème de géométrie sont nécessairement des figures particulières.

Ce *répertoire cognitif* d'étudiants provient de leur pratique antérieure de la géométrie. Ce référentiel leur permet, dans le meilleur des cas de produire un travail géométrique dont les processus et méthodes paraissent riches et conformes au paradigme dominant, mais dont les résultats sont erronés faute d'un contrôle basé sur des propriétés et les théorèmes corrects.

À partir de ces constats plutôt alarmants et des formes de travail géométriques identifiées, nous avons planifié un module d'enseignement de la géométrie. Ce module vise à développer la capacité des étudiants à explorer, à construire et à contrôler leur travail. Pour ce faire, nous nous sommes appuyés sur les formes de travail géométrique des dissecteurs et arpenteurs en favorisant l'usage des outils numériques, notamment d'une version de GeoGebra sur tablette. Ce logiciel multifonctionnel permet aux étudiants de construire des figures, de travailler sur des formules du tableur et sur la validation des propriétés en utilisant des outils de preuve inclus dans le logiciel. Cette entrée numérique permettra de questionner les constructions des figures (ici les quadrilatères) en termes de robustesse, d'existence et d'unicité. Cela suppose alors de mobiliser les propriétés des figures concernées. Cela contribue à développer davantage de contrôles basés sur un référentiel théorique correct. En particulier, il s'agit pour nous de développer des méthodes de construction de figure en réintégrant l'entité cercle avec les outils de construction dans l'environnement numérique. En effet, aussi étonnant que cela paraisse, les étudiants ayant procédé à la construction du quadrilatère ont utilisé uniquement la règle graduée. Ces méthodes de construction dans l'environnement numérique vont permettre aux étudiants d'explorer différentes figures et ainsi les conduire à remettre en question les théorèmes en acte faux sur les aires et les périmètres.

Il s'agira ensuite d'évaluer si cette entrée informatique relativement modeste permet de rendre le travail géométrique des étudiants à la fois complet et conforme lorsqu'ils se retrouvent à nouveau dans un environnement classique du fait de la remise en cause de leur référentiel cognitif.

BIBLIOGRAPHIE

- Darses, F., Hoc, J. M. & Chauvin, C. (2004). Cadres théoriques et méthodes de production de connaissances en psychologie ergonomique. Dans J.M. Hoc & F. Darses (dir.), *Psychologie ergonomique : tendances actuelles* (p. 221-251). Paris : Presses Universitaires de France.
- Kuzniak, A. (2011). L'espace de travail mathématique et ses genèses. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 16, 9-24.
- Houdement, C. & Kuzniak, A. (2006). Les paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 11, 175-193.

- Houdement, C. & Kuzniak, A. (1999). Sur un cadre conceptuel inspiré de Gonseth et destiné à étudier l'enseignement de la géométrie en formation des maîtres. *Educational Studies in Mathematics*, 40(3), 238-312.
- Kuhn, T.-S. (1977). En repensant aux paradigmes. *La tension essentielle*. Paris : Odile Jacob.
- Kuzniak, A. (2018). Thinking About the Teaching of Geometry Through the Lens of the Theory of Geometric Working Spaces. Dans P. Herbst *et al.* (dir). *International Perspectives on the Teaching and Learning of Geometry in Secondary Schools* (p. 5-21). New York : Springer.
- Kuzniak, A. (2011). L'Espace de Travail mathématique et ses genèses, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 16, 19-24.
- Kuzniak, A. & Nechache, A. (2019). Le terrain d'Alphonse ou les infortunes de la mesure. Dans COPIRELEM, *actes du 45^{ème} colloque de la COPIRELEM*. Blois : ARPEME.
- Kuzniak, A. & Nechache, A. (2015). Penser une progression en géométrie en formation des enseignants. Dans COPIRELEM, *actes du 41^{ème} colloque de la COPIRELEM*. Mont de Marsan : ARPEME.
- Kuzniak, A. & Nechache, A. (2015). Using the Geometric Working Spaces in order to plan the teaching of geometry. Dans K. Krainer & N.Vondrova (dir.), *Proceedings of CERME 9* (p. 543-549). Prague, Czech Republic: Charles University.
- Kuzniak, A., Nechache, A. & Drouhard, J. P. (2016). Understanding the development of mathematical work in the context of the classroom. *ZDM-Mathematics education*, 48(6), 861-874.
- Kuzniak, A. & Raucher, J. C. (2004). Formation des PE1 et anamnèse géométrique. Dans COPIRELEM, *actes du 3^{ème} colloque de la COPIRELEM*. Avignon : ARPEME.
- Tanguay, D. & Geeraerts, L. (2012). D'une géométrie du perceptible à une géométrie déductive : à la recherche du paradigme manquant. *Petit x*, 88, 5-24.
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels, *Recherches en didactique des mathématiques*, 10(2-3), 133-170.

ENVIRONNEMENTS VIRTUELS POUR LE DÉVELOPPEMENT DE CONNAISSANCES SPATIALES

Sylvia Coutat

Université de Genève

Berthelot et Salin (1992) ont défini les connaissances spatiales comme les connaissances qui « permettent à chacun de maîtriser l'anticipation des effets de ses actions sur l'espace, leur contrôle, ainsi que la communication d'informations spatiales » (p.9). Les travaux en psychologie utilisent le terme d'habiletés spatiales qui englobe les capacités d'un individu à représenter et manipuler mentalement les informations visuelles perçues, tout en intégrant les relations spatiales entre les éléments d'information (Carroll, 1993). Berthelot et Salin (1992) ont proposé diverses situations qui visent l'apprentissage de ces connaissances spatiales. Ces situations utilisent les différents espaces de travail définis par Brousseau (1983) : micro, méso et macro-espace. Les situations du macro-espace sont en général simulées car les activités dans des grands espaces sont peu envisageables à l'école. Cependant aujourd'hui la réalité virtuelle pourrait donner accès à un macro-espace simulé, et de nouvelles ambitions pourraient être envisagées. Dans cette communication nous présentons une recherche¹ en cours en collaboration avec Roland Maurer (spécialiste en orientation spatiale), Mireille Bétrancourt (spécialiste des technologies numériques en situation d'apprentissage), Jean-Luc Dorier (spécialiste en didactique des mathématiques) et Sandra Berney (psychologue) qui interroge les potentiels et les limites de l'utilisation d'un macro-espace virtuel pour la construction de connaissances spatiales. Une première étape de cette recherche s'appuie sur une séquence d'enseignement testée dans 3 classes (7 ans à 10 ans) dont nous présenterons quelques résultats d'analyses et perspectives.

ÉLÉMENTS THÉORIQUES

Notre approche s'appuie à la fois sur une entrée didactique et psychologique. Pour cela nous reprenons tout d'abord quelques travaux en didactique puis en psychologie cognitive pour terminer avec les études majeures autour des introductions d'outils technologiques en classes en lien avec l'orientation spatiale.

Les apports didactiques

Lorsque l'on parle *Espace* (selon le Plan d'Etude Romand) on pense aux figures, solides et propriétés géométriques. Cependant dans ce domaine se glissent aussi les apprentissages en lien avec le *repérage spatial*. Selon Berthelot et Salin (1993) les problèmes dits spatiaux sont liés à des actions ou des communications autour de déplacements, fabrications ou dessins de l'espace sensible. Ainsi, ces connaissances se retrouvent dans d'autres disciplines comme la géographie ou le sport. Selon Soury-Lavergne et Maschietto (2015) qui reprennent les travaux de Clairault (1741) on peut distinguer le champ spatial du champ géométrique, chacun possédant ses propres problèmes. Alors que le champ spatial utilise l'espace, le mouvement et la perception, le champ géométrique fonctionne à partir des propriétés géométriques et d'une validation théorique basée sur les démonstrations. Les dessins comme objets du monde sensible appartiennent au champ spatial, pourtant ils sont souvent utilisés dans le champ géométrique comme représentants des figures géométriques (Laborde, 2004). Cette double appartenance leur apporte un double statut qui n'est pas toujours saisi par les élèves. En effet, dans le champ spatial les dessins peuvent être support de la réflexion alors que dans le champ géométrique ils deviennent outil d'aide mais non suffisant pour la

¹ Cette recherche s'est effectuée dans le cadre du projet financé par le Fonds national suisse de la recherche scientifique– FNS (Subside no100019_188947 / 1) : « Rethinking the links between spatial knowledge and geometry in primary education through virtual environments ».

démonstration. Dans le champ géométrique les dessins donnent accès à certaines propriétés des figures représentées. Pour accéder à ces propriétés il est nécessaire de mobiliser la déconstruction dimensionnelle proposée par Duval (1994). Ainsi les droites qui composent les dessins doivent être distinguées des formes globales représentées, par exemple, distinguer dans le carré ce qui est de l'ordre de sa surface avec son contour et ce qui est de l'ordre des côtés et des sommets. Les propriétés géométriques du carré concernent des relations entre ses côtés et non sa surface. Il est aussi possible de dessiner un carré sans vouloir utiliser ses propriétés, lorsqu'on dessine une maison par exemple, c'est plutôt la forme globale du carré qui peut être visée. Un même dessin peut renvoyer aux deux champs. Le dessin peut devenir un outil d'articulation lorsqu'il est consciemment utilisé comme représentant d'une figure avec les biais que toute représentation implique. Cependant si le dessin est confondu avec la figure qu'il représente, alors toutes les configurations particulières visibles, et uniquement celles-ci, sont associées à la figure. Dans ce deuxième cas, le dessin devient un objet de tension entre les deux champs. Si on trace une droite sur une feuille, ce dessin ne peut être qu'une représentation de la figure géométrique : en effet une droite est de dimension 1 et le crayon implique nécessairement une certaine épaisseur. De plus, le dessin de la droite n'est pas infini, il se limite à la feuille de papier. On retrouve les contraintes du dessin dans le champ géométrique, les dessins ne sont que des représentations des figures géométriques (objets idéaux de la géométrie théorique). Les dessins sont en général dans l'espace de la feuille de papier et donc réduits ou limités. Cet espace de papier est aussi désigné comme le micro-espace par Berthelot et Salin (1999). Un espace plus grand est le méso-espace, espace qu'il est possible de percevoir d'un seul regard en tournant éventuellement la tête. Enfin un dernier espace est le macro-espace qui nécessite des mémorisations et recollements tel un quartier ou une ville. Montello (1993) ajoute un quatrième espace (espace géographique) encore plus grand qui ne peut être visualisé que par des plans comme des pays ou la Terre et l'univers. Selon Wang (2014), chacun de ces espaces implique des compétences spécifiques mais partage certains objets avec les autres espaces comme par exemple les dessins qui eux-mêmes appartiennent à la fois au champ géométrique et au champ spatial. Berthelot et Salin (1992) ont soulevé la pertinence d'un travail dans le macro-espace pour l'acquisition de connaissances spatiales et géométriques. Cependant l'accès à ce macro-espace est difficile dans un contexte scolaire, il est souvent simulé par des artifices de la situation (exemple la situation des enveloppes Berthelot et Salin (1999)).

Selon Berthelot et Salin (1993) « chaque enfant possède des connaissances spatiales avant même que l'on se propose de lui apprendre des connaissances de géométrie » (p.40). En classe, la distinction n'est pas toujours évidente entre les connaissances spatiales et les connaissances géométriques. Les connaissances géométriques sont un objectif d'enseignement, visible dans les programmes et manuels scolaires. Elles renvoient entre autres aux caractéristiques et aux propriétés des figures géométriques. Les connaissances spatiales apparaissent dans les tâches de l'espace sensible à travers l'étude des relations spatiales entre les objets. Pourtant des liaisons indispensables entre les deux types de connaissances ne sont pas vraiment explicites. Selon Soury-Lavergne et Maschietto (2015), l'acquisition de connaissances spatiales est une première étape vers l'acquisition de connaissances géométriques. Dans la géométrie des solides, le travail autour des patrons de solides est une articulation entre le champ spatial et le champ géométrique. En effet l'élève doit agir sur l'une des représentations pour obtenir la seconde. Dias et Serment (2017) utilisent des solides géants pour travailler les sections de cubes. Dans cette tâche les solides dépassent l'espace de la feuille et les élèves peuvent entrer à l'intérieur. Ainsi ils parviennent à mobiliser le méso-espace et les élèves s'appuient sur leur relation à l'espace pour développer des connaissances géométriques. Les situations développées par Dornier et Coqueret (2009) ou Masselot et Zin (2008) visent l'acquisition de connaissances spatiales à travers des situations de repérage dans l'espace. Ces situations mettent le corps au centre de la tâche dans le méso-espace. Alors que les liens entre les connaissances spatiales et les connaissances géométriques apparaissent dans l'étude des solides, ici les conséquences sur les connaissances géométriques sont plus difficilement identifiables. Pourtant des liens existent. Les études en psychologie (Buckley, Seery & Canty, 2019 ; Newcombe, 2016 ; Wai, Lubinski & Benbow, 2009) montrent certaines corrélations entre de fortes aptitudes spatiales et des réussites dans les STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics). Afin d'identifier plus finement ces liens entre spatial et géométrique, la partie suivante s'intéresse à une approche psychologique des connaissances spatiales.

Les apports en psychologie cognitive pour l'orientation spatiale

Selon Piaget et Inhelder (1972) pour comprendre l'espace il faut pouvoir se le représenter. Ainsi l'enfant développe ses premiers apprentissages du corps par ses interactions avec l'espace, ses mouvements. Cela l'amène à l'apprentissage des premières propriétés en acte. Cette première appréhension sensorielle de l'espace évolue à travers différents stades de développement pour aboutir à un espace représenté. Jusqu'à 6 ans l'enfant ne peut conceptualiser que son propre point de vue. Par exemple le test des trois montagnes de Piaget indique que face à un paysage, l'enfant ne parvient pas à concevoir que certaines parties du paysage seront visibles selon la position de l'observateur et le point de vue qui en découle. Cela peut aussi être illustré lors d'une partie de cache-cache où les enfants se cachent les yeux pour ne pas voir les autres sans concevoir qu'ils peuvent être vus. A partir de 6 ans, les enfants deviennent capables de concevoir des points de vue différents d'un même objet. Les objets ne sont plus identifiés uniquement selon lui-même mais selon son environnement. A cet âge l'enfant commence aussi à concevoir l'espace comme un plan. C'est à partir de 11 ans que l'espace est finalement conceptualisé indépendamment du sujet et selon un système de référence stable (Piaget & Inhelder, 1972). Des habiletés spatiales doivent être développées par les enfants mais les processus et facteurs qui agissent sur ce développement ne sont pas encore partagés par tous les chercheurs en psychologie cognitive. Carroll (1993) définit les habiletés spatiales comme les habiletés ou processus cognitifs nécessaires au traitement d'informations visuelles ou spatiales. Elles renvoient aux capacités de chacun à se représenter mentalement, transformer et manipuler des informations visuelles perçues souvent en 3 dimensions. Ces capacités sont liées à plusieurs facteurs. Il n'existe pas de consensus autour du nombre de ces facteurs, mais les principaux définis par Carroll (1993) sont la visualisation spatiale, l'orientation spatiale, la rotation mentale, et la navigation spatiale. La visualisation spatiale est l'habileté à appréhender, encoder (transformer le message visuel en message cognitif) et manipuler mentalement les formes spatiales. L'orientation spatiale est définie par McGee (1979) comme la capacité à imaginer les objets selon différents points de vue. La rotation mentale est impliquée dans les rotations d'objets du plan. Finalement la navigation spatiale implique le mouvement (réel ou virtuel) du sujet. Elle s'appuie sur l'habileté à se localiser et se déplacer dans un espace en s'appuyant sur la perception et la compréhension de l'organisation de cet espace. Selon Tolman (1948), la navigation spatiale utilise une carte cognitive qui est une représentation mentale de l'organisation de l'espace dans lequel on se trouve. Les cadres de références soutiennent les différentes représentations des informations spatiales. Selon Bell (2002), ces cadres de référence apportent une structuration des informations spatiales et contribuent au développement des connaissances spatiales. Deux cadres de référence peuvent être convoqués. Le premier, que l'enfant se construit est le cadre de référence égocentrique, il se base sur le point de vue du sujet et est dépendant de sa perspective et orientation. Les objets peuvent rapidement être localisés selon s'ils sont devant, derrière, à gauche, à droite, au-dessus ou au-dessous du sujet. Le cadre de référence allocentré utilise un système de coordonnées implicites, indépendant de l'observateur et de l'emplacement des objets.

Les apports technologiques dans l'enseignement relatif à l'orientation spatiale

Les technologies entourent notre quotidien ainsi que celui des enfants. Les premiers travaux en sciences de l'éducation autour de l'orientation spatiale remontent au programme LOGO dans les années 1970. Avec le développement des sciences et techniques ils n'ont fait que croître. L'articulation entre connaissances spatiales et connaissances géométriques apparaît à travers l'utilisation des logiciels de géométrie dynamiques comme par exemple Cabri-Géomètre. Plus récemment des séquences didactiques impliquant des technologies pour le développement de connaissances spatiales émergent. On trouvera l'utilisation du logiciel Scratch dans les grands degrés (Billy *et al.*, 2017). Pour les petits degrés, certains chercheurs ont pu expérimenter des mini-robots comme les Bee-bot (Berrouiller & Eysseric, 2019). Ces divers apports technologiques permettent aux élèves d'interagir dans un espace sensible afin de développer des connaissances spatiales communes à la classe. Bien que très attractives pour les élèves, ces technologies ne sont pas de simples jeux (même s'ils en ont l'apparence) et leur utilisation en classe s'accompagne de situations de communication. Ces dernières ont pour but de compléter des situations d'action par une

formalisation des connaissances. Dans leurs travaux autour du repérage spatial, Rabatel et Martinez (2018) s'intéressent notamment à cette formalisation par l'étude de la production des traces écrites dans la construction des connaissances spatiales. Dans sa thèse Duroisin (2015) a utilisé des villes virtuelles pour analyser le développement de connaissances spatiales chez les élèves de 6 à 15 ans. Pour cela elle a utilisé des tâches de reproduction d'itinéraires dans des villes européennes (routes irrégulières, intersections à plus de deux routes : une ou plusieurs à gauche et une ou plusieurs à droite) ou américaines (environnement régulier et intersections de deux routes : une à droite, une devant, une à gauche). Elle identifie des stratégies différentes selon le type de ville et les différents indicateurs (servant de points de repère par exemple). Par exemple, pour des parcours à reproduire dans des villes européennes la stratégie la plus utilisée met en relation des mouvements et des éléments de l'environnement (tourner à droite après la boulangerie). Dans les villes américaines les stratégies utilisées relèvent plutôt du comptage (prendre la deuxième à droite). Ainsi, si on veut agir sur des connaissances spatiales, les villes européennes, semblent plus adaptées. Finalement, elle soulève la présence très discrète du travail sur les connaissances spatiales dans les classes et dans les évaluations. Selon elle, les technologies ne peuvent qu'être des atouts supplémentaires pour « exercer des habiletés spatiales comme la visualisation et le changement de perspectives qui, comme cela a été mis en évidence dans ce travail, posent de nombreux problèmes aux élèves. » (Duroisin, 2015, p.437).

Habiletés spatiales et technologie quels potentiels pour la classe ?

En complément de ces différentes approches, il s'agit maintenant de s'interroger sur les potentiels apports de la technologie pour l'apprentissage et le développement d'habiletés spatiales en contexte scolaire. Tout d'abord, certains chevauchements entre la psychologie cognitive et la didactique semblent envisageables. En effet, le concept de cadres de référence utilisé en psychologie (allocentré et égocentré) peut être rapproché des systèmes de référence utilisés en didactique des mathématiques ; le repérage relatif qui prend en compte le point de vue du sujet, peut être rapproché du cadre de référence égocentré. Le repère subjectif qui utilise des repères indépendants du sujet et le repère absolu qui est dans l'environnement mais indépendant du sujet et des objets qui le composent peuvent être associés au repère allocentré. Ainsi des liens sont à faire entre les apports didactiques et psychologiques. Berthelot et Salin (1992) pointent le manque de situations du macro-espace dans l'enseignement. Les technologies peuvent permettre l'accès à un macro-espace simulé à travers les environnements virtuels. En effet, dans un environnement virtuel il est possible de créer un macro-espace selon des objectifs en ayant le contrôle des différentes variables de l'environnement. Ainsi la conception de situations mettant en œuvre des connaissances spatiales spécifiques semble envisageable. Cela nous amène à nous interroger sur le potentiel didactique des environnements virtuels utilisant des cadres de référence divers. Nous souhaitons étudier dans quelle mesure un travail autour des cadres de référence (référentiels) et l'articulation de différents espaces, en particulier le macro-espace (simulé) et le micro-espace, peut agir sur l'acquisition de connaissances spatiales. Afin d'obtenir des éléments de réponse, nous avons construit une séquence d'enseignement impliquant l'utilisation d'un environnement virtuel. Cette séquence a été menée dans une école de Genève classée zone d'éducation prioritaire. Trois classes de différents degrés ont été impliquées, une classe de 4H (élèves de 7-8 ans) une classe de 5H (élève de 8-9 ans) et une classe de 6H (élèves de 9-10 ans).

LA SÉQUENCE D'ENSEIGNEMENT

Toutes les séances de la séquence utilisent une ville virtuelle (Fig. 1). Cette ville contient des routes grises, des façades grises et des façades de quelques magasins (coiffeur, boucherie, cinéma, ...) que nous appelons des vitrines. Les élèves se déplacent dans la ville à l'aide des flèches directionnelles du clavier. Ils peuvent avancer ou reculer, tourner à droite ou à gauche. L'écran de l'ordinateur simule la vision d'un personnage immergé dans la ville et adopte son point de vue, il donne une perspective égocentrée de l'environnement. Cette simulation utilise un repère relatif. Parfois les élèves ont accès à toute la ville et peuvent se rendre aux frontières de celle-ci. Parfois ils n'ont accès qu'à un quartier délimité par des barrières. Pour chaque séance les élèves sont en binôme. Nous souhaitons favoriser les échanges verbaux entre les élèves et

recueillir le maximum d'informations sur leurs représentations. Parfois les élèves doivent manipuler des plans ou des supports papier. Afin de ne pas favoriser une orientation de ces supports, nous les avons découpés pour qu'ils aient une forme ronde. Ainsi les élèves peuvent tourner leur feuille librement, aucune orientation n'est proposée.



Fig. 1 : Une rue de la ville virtuelle

Séance 1 – initiation

Lors de la première mise en situation les élèves ont accès à une partie de la ville. Ils peuvent se déplacer librement dans le quartier. Des vitrines y sont disposées. Cette première situation a pour but d'initier les élèves aux déplacements dans la ville par les flèches du clavier. Pour stimuler les élèves dans cette exploration nous leur demandons de trouver un maximum de vitrines différentes. Suite à cette exploration, un questionnaire permet de travailler la gauche, la droite, le demi-tour et quart de tour dans le contexte de la ville virtuelle.

Séance 2 – du virtuel au réel

La deuxième séance reprend une exploration d'un quartier de la ville. Les vitrines ainsi que les barrières ne sont pas placées au même endroit que précédemment, ainsi l'élève est face à une nouvelle ville. La tâche est de reconstruire ce quartier à l'aide de cubes en bois. Les cubes vierges représentent les façades grises et les autres portent le nom de vitrines du quartier (Fig. 2).



Fig. 2 : Ensemble de cubes disponibles pour reconstruire le quartier

Cette séance a pour but de travailler une première mise en correspondance entre un cadre de référence égo-centré, utilisé lors de l'exploration de la ville dans l'environnement virtuel et un cadre de référence allocentré utilisé lors de la reconstruction du quartier avec les cubes.

Séance 3 – lecture de plan

Lors de cette séance, les élèves ont accès uniquement à un chemin dans la ville virtuelle délimité par des barrières. Ils ont un plan succinct de ce quartier de la ville sur une feuille (Fig. 3).

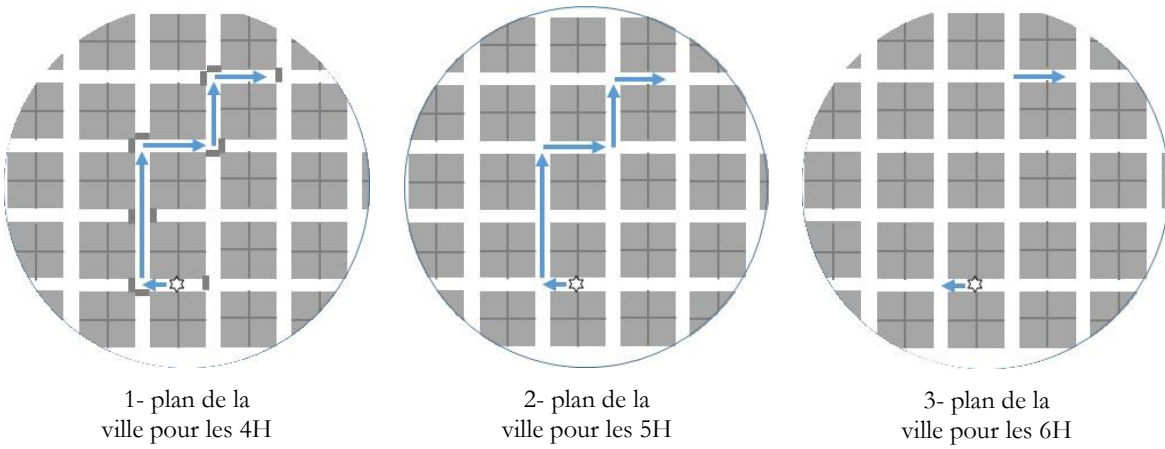


Fig. 3 : Plans selon les degrés concernés

Pour les deux premières séances les trois classes utilisent la même tâche avec la même consigne. Dans cette troisième séance, le plan proposé aux élèves diffère selon la classe. Dans la classe de 4H le point de départ est indiqué ainsi que le parcours et les barrières qui contraignent le déplacement. Dans la classe de 5H les barrières ne sont plus représentées. Finalement dans la classe de 6H seuls le départ et l'arrivée sont visibles sur le plan. Ces personnalisations visent une adaptation de la tâche selon les degrés. Afin que les élèves les plus jeunes (4H) parviennent à articuler le cadre de référence allocentré du plan avec le cadre de référence égocentré de la ville virtuelle, un maximum d'éléments utiles à l'exploration du quartier sont représentés sur le plan. Ainsi les déplacements peuvent être anticipés à l'aide du plan, tout comme les zones inaccessibles. A l'opposé pour les élèves les plus âgés (6H) le plan est épuré, la mise en correspondance entre le plan et la ville virtuelle est à la charge de l'élève tout au long du déplacement, l'anticipation de ce déplacement n'est plus possible.

Dans cette séance, les élèves doivent placer les gommettes qui mentionnent les vitrines au bon endroit sur le plan le long du parcours (Fig. 4).

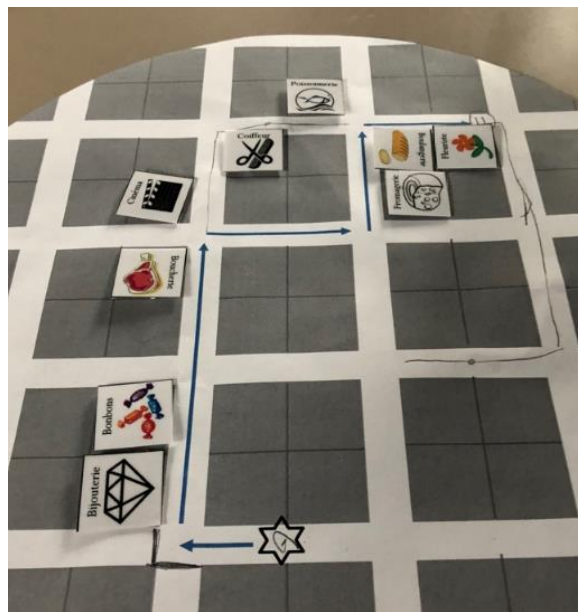


Fig. 4 : Gommettes positionnées sur le plan

Séance 4 – une chasse au trésor

Dans la dernière séance les élèves ont accès à toute la ville, les barrières qui contraignaient l'exploration ont disparu. Ils ont un plan simplifié de la ville à leur disposition avec un parcours dessiné (Fig. 5). L'objectif de la tâche est de réaliser le parcours dans la ville virtuelle et de trouver quel objet est au bout du parcours.

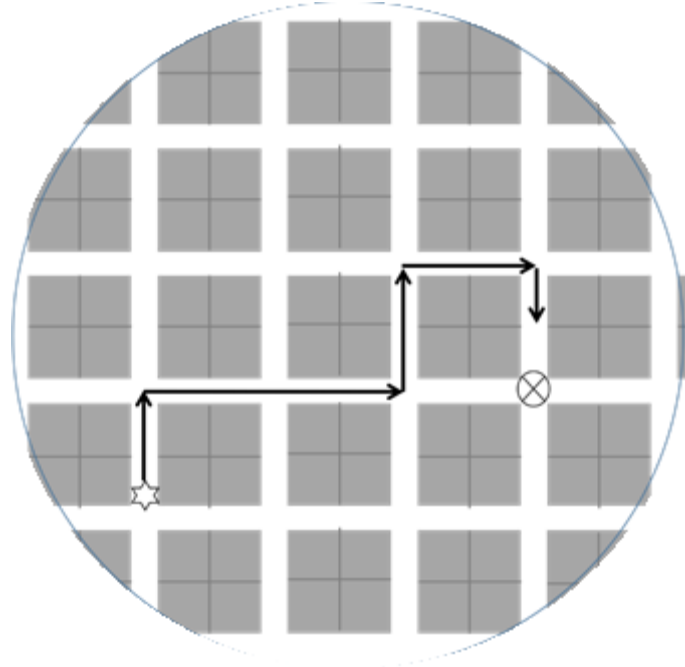


Fig. 5 : Plan du parcours dans la séance 4

Dans cette tâche les élèves doivent articuler les deux environnements avec peu d'éléments sur le plan (aucune vitrine reportée sur le plan) et aucune indication directionnelle dans la ville virtuelle.

QUELQUES ÉLÉMENTS D'ANALYSE

Remarques générales

Bien que les élèves de 4HI soient ceux qui ont rencontré le plus de difficultés, certaines difficultés se retrouvent dans les trois classes. Nous en présentons quelques-unes.

Lors de la séance 1 les rappels autour de la gauche, la droite ainsi que le demi-tour et le quart de tour sont les bienvenus pour tous. L'objectif était de faire prendre conscience des rotations liées aux déplacements dans la ville virtuelle mais la terminologie reste fragile dans tous les degrés. Dans les séances suivantes, certains élèves font l'économie des rotations et ne font pas de demi-tour mais se déplacent à reculons. Ce déplacement, bien que très peu utilisé dans la vie réelle, est très accessible et économique dans la ville virtuelle car il permet de conserver à l'identique l'environnement extérieur. En effet si on fait un demi-tour, tout ce qui se trouvait à droite se retrouve à gauche après le demi-tour. Il s'agit alors d'adapter sa carte cognitive à la nouvelle orientation.

Une autre difficulté est liée à la modélisation de la ville. Certains élèves ne semblent pas prendre en compte que les magasins sont tous à un angle et possèdent donc 2 vitrines, chacune étant dans une rue différente. Cette difficulté provient certainement de la vision « grand angle » choisie dans la modélisation de la ville qui « aplatit » les angles dans les intersections.

La séance 2 semble être la plus intéressante, voici quelques éléments d'analyse.

Séance 2 – dans les productions

Cette séance a été la plus difficile pour les élèves, en particulier pour les 4H. La Fig. 6 représente une disposition des cubes correspondant au quartier de la ville avec le plan associé. Les bâtonnets de bois représentent les barrières au-delà desquelles les élèves ne peuvent aller. Lors de l'exploration du quartier, trois intersections sont à reproduire, ainsi que six voies sans issue.

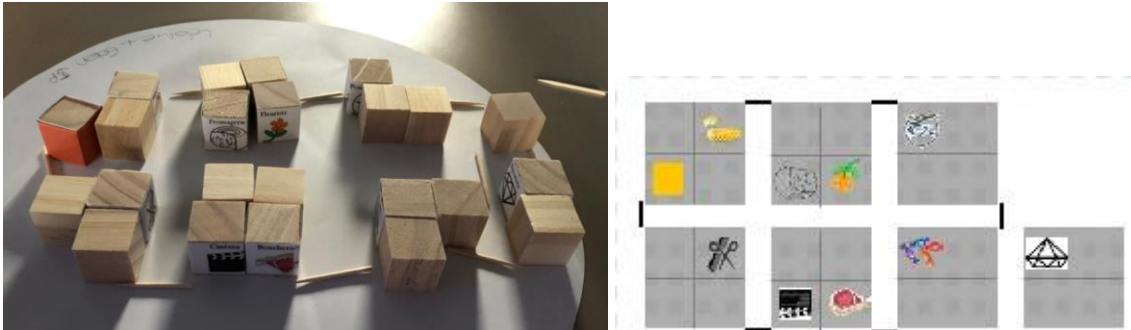


Fig. 6 : Disposition des cubes pour la séance 2 avec le plan

Dans certaines reconstructions, quelques rues n'apparaissent pas, les cubes sont collés ou les intersections ne sont pas représentées. Une représentation (Fig. 7-2) propose une seule rue et tous les cubes collés.



1- Dispositions des cubes sans rues ou intersections

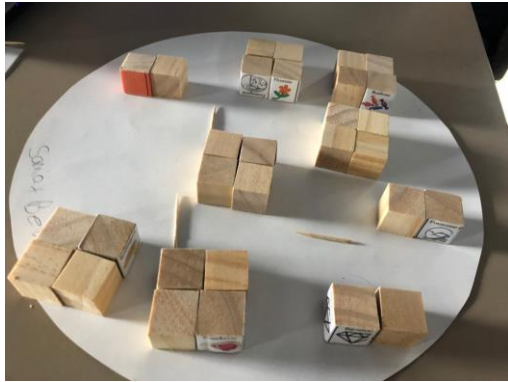


2- Le quartier représenté comme une seule rue

Fig. 7 : Des rues et intersections non visibles

Une interprétation serait que la représentation du quartier n'est pas spatiale mais temporelle. Ainsi les élèves représentent ce qu'ils voient au fur et à mesure qu'ils découvrent le quartier, ils ne prennent alors pas en compte les relations entre les vitrines ou les espaces vides entre elles. La position des cubes est très dépendante du parcours de l'élève, il ajoute une vitrine ou une façade grise au fur et à mesure qu'il en aperçoit une.

Pour d'autres élèves les façades et vitrines sont mises en relation à l'échelle de la rue ou d'un bloc de façades, mais les relations entre les rues et les blocs de sont pas prises en compte. Par exemple, les vitrines sont positionnées en respectant des contraintes très locales (Fig. 8.). Dans la production de la Fig. 8-1 la fromagerie et le fleuriste sont l'un à côté de l'autre mais le marchand de bonbons n'est plus dans la même intersection que le fleuriste. Les différents blocs de cubes semblent déconnectés les uns des autres. Dans la Fig. 8-2 certaines correspondances dans une rue sont représentées comme la vitrine orange et le coiffeur et éventuellement le fleuriste et la poissonnerie. Cependant les intersections qui permettent la correspondance entre ces rues ne sont pas reproduites.



1- Production d'élève avec rues déconnectées



2- Production d'élève avec rues déconnectées

Fig. 8 : Constructions en blocs déconnectés

Dans les échanges entre les élèves, on retrouve aussi ce manque de mise en correspondance entre les éléments du quartier. Par exemple pour le binôme de la Fig. 9 les élèves commencent à positionner les cubes et laissent penser que les cubes et groupes de cubes sont placés les uns par rapport aux autres.



1- Reconstruction des quartiers



2- Constat de l'éclatement des constructions chez les voisins



3- Éclatement des blocs de cubes, perte des liens entre les blocs

Fig. 9 : Modification de la disposition des cubes

Les élèves du binôme regardent la construction de leurs voisins « ils n'ont pas mis comme nous » et « ils ont tout espacé » et pour finir « on va faire comme eux ». Les élèves finalement écartent leur groupement de cubes. Cela nous laisse penser que les relations entre les groupements de cubes ne sont finalement pas prises en compte.

Séances 2 – dans les interactions des élèves

Pour certains binômes la répartition des responsabilités lors de la séance 2, associée à une communication difficile, révèle les spécificités de chaque rôle. En effet, l'élève qui explore la ville ne mobilise pas les mêmes habiletés spatiales que l'élève qui reconstruit la ville. Les échanges entre les élèves doivent prendre en compte les enjeux et contraintes du camarade. Voici un échange entre 2 élèves d'un même binôme. Alix est devant l'ordinateur et se déplace dans la ville. Camille tente de placer les cubes sur la feuille. Les élèves ont déjà commencé le travail et Camille vient de trouver la vitrine de la boulangerie.

Camille : boulangerie, boulangerie

Alix : oui mais je ne sais pas où c'est – c'est où par rapport à, je sais pas moi, le fleuriste

Camille : Là [montre sur l'écran] il y le coiffeur tu tournes et là il y a la boulangerie

Il semblerait que Camille identifie plutôt la ville à travers des quartiers selon les vitrines qui peuvent être visualisés par une rotation. À l'opposé, Alix semble avoir besoin de points de repère réguliers qui permettent de relier l'ensemble des vitrines les unes aux autres. Ainsi chaque élève possède sa représentation personnelle d'une partie du quartier mais aucun recoupement entre leurs représentations n'est fait et elles se retrouvent à échanger sur des représentations différentes. Aucun repère commun n'est utilisé dans leurs échanges et Alix se retrouve démunie face à sa tâche de reconstruction de la ville.

Dans d'autres binômes, les échanges fonctionnent et ils communiquent pleinement en articulant en continu le cadre de référence de la ville avec celui des cubes, des points de repères sont explicités et partagés entre eux.

Élève avec les cubes qui regarde l'écran : ça c'est un immeuble orange, (...) comment on le pose maintenant (...) il est à côté de quoi (...) en face de quoi, de quel magasin.

Pendant que l'élève avec les cubes pose des questions, l'élève qui opère les déplacements dans la ville essaie de tourner dans la rue de l'immeuble orange pour visualiser les autres bâtiments. Dans ce cas, les deux élèves échangent et partagent le travail relatif au placement d'un cube sur la feuille. L'élève qui se déplace dans la ville donne des informations pour localiser la vitrine relativement aux vitrines voisines et l'élève qui a les cubes utilise ces informations pour positionner le cube sur la feuille. L'articulation entre les deux cadres de référence se fait à travers la communication entre les deux élèves.

Pour conclure, on remarque dans les échanges que le vocabulaire reste limité. Les élèves utilisent volontiers devant, en face, à côté ou derrière, mais gauche et droite sont remplacés par des « là, ici, de ce côté » avec des gestes de la main.

PERSPECTIVES

Nous avons conçu la séance 2 pour introduire le repère allocentré, tout en gardant une projection possible dans la ville à travers la reconstruction de la ville en 3D. Il semble que les difficultés de communication à l'intérieur du binôme augmentent la complexité de la tâche. En imposant un travail en binôme dans la séance 2, les informations pour positionner les cubes ne sont pas les mêmes que celles pour explorer la ville. Cet écart dans les responsabilités et contraintes peut expliquer pourquoi certains binômes ne parviennent pas à finaliser la tâche. En effet, parfois, chaque élève du binôme est resté dans sa propre tâche d'exploration ou de construction. Si les besoins d'un élève ou de l'autre ne sont pas clairement explicités ou identifiés, la tâche risque de ne pas aboutir. Il est important que les élèves partagent des points de repères communs, pour pouvoir communiquer autour des positions des différentes vitrines. Nous avons fait le choix de travailler en binôme pour s'assurer des échanges entre les élèves, on voit que cela n'est pas suffisant et qu'il faut s'assurer que chaque élève expérimente et identifie les besoins spécifiques de chaque tâche. Une nouvelle modalité consisterait à ce qu'un élève explore le quartier et construise seul le quartier avec les cubes. Un autre élève pourrait, dans un deuxième temps, valider la construction en comparant la position de vitrines particulières dans la ville virtuelle et dans les cubes. On pourrait aussi imaginer que chaque élève reconstruise sa ville, puis les maquettes sont comparées.

Pour le moment, des questions subsistent concernant les connaissances spatiales développées, en référence à quel savoir ? Un objectif secondaire consisterait à identifier comment ces connaissances s'articulent avec les connaissances géométriques ? Dans le but de répondre à ces questions, nous avons déposé une demande de projet de recherche en collaboration avec les psychologues. L'objectif de cette recherche est de suivre plusieurs classes sur 3 ans et d'identifier d'éventuels liens entre un travail autour des cadres de référence, l'exploration de villes virtuelles et l'évolution des connaissances géométriques voire mathématiques.

BIBLIOGRAPHIE

Bell, S. (2002). Spatial cognition and scale: A child's perspective. *Journal of Environmental Psychology*, 22 (1–2), 9–27. Doi : <http://doi.org/10.1006/jevp.2002.0250>

- Berrouiller, C. & Eysseric, P. (2019). Beebots et bluebots en classe : analyse de pratiques professionnelles. Dans *COPIRELEM, actes du 45^{ème} Colloque de la COPIRELEM*. Blois : ARPEME.
- Berthelot, R. & Salin, M.-H. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*. Thèse de doctorat en mathématiques, Université de Bordeaux I.
- Berthelot, R. & Salin, M.-H. (1999). L'enseignement de l'espace à l'école primaire. *Grand N*, 65, 37-59.
- Berthelot, R. & Salin, M.-H. (1993). L'enseignement de la géométrie à l'école primaire. *Grand N*, 53, 39-56.
- Billy, C., Cabassut, R., Petitfour, E. & Tempier, F. (2017). Quels apports de la programmation pour la reproduction d'une figure géométrique ? Dans *Colloque Mathématiques en Cycle 3*, Poitiers : IREM de Poitiers.
- Brousseau, G. (1983). Etudes de questions d'enseignement. Un exemple : la géométrie. *Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique, LSD IMAG*, Grenoble : Université J. Fourier.
- Buckley, J., Seery, N. & Canty, D. (2019). Investigating the use of spatial reasoning strategies in geometric problem solving. *International Journal of Technology and Design Education*, 29(2), 1-22. <http://doi.org/10.1007/s10798-018-9446-3>
- Caroll, J. B. (1993). *Human cognitive abilities. A survey of factor-analytic studies* (1st ed.). Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Clairaut, (1741). *Eléments de géométrie*. Paris : Imprimerie et librairie classique de Jules Delalain.
- Dias, T. & Serment, J. (2017). Formation à la géométrie dans l'espace par la construction de polyèdres, Dans *COPIRELEM, actes du 43^{ème} colloque de la COPIRELEM*. Le Puy-en-Velay : ARPEME.
- Dornier, J. & Coqueret, M. (2009). On retrouve sa place ! De l'espace vécu à l'espace appréhendé au cycle 2. *Grand N*, 83, 85-95.
- Duroisin, N. (2015). *Quelle place pour les apprentissages spatiaux à l'école ? Etude expérimentale du développement des compétences spatiales des élèves âgés de 6 à 15 ans*. Thèse de doctorat. Université de Mons.
- Duval, R. (1994). Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique. *Repères Irem*, 17, 121-138.
- Laborde, C. (2004). Como la geometria dinamica puo rinnovare i processi di mediazione delle conoscenze matematiche nella scuola primaria. Dans B. D'Amore & S. Sbaragli (dir.), *La didattica della matematica: una scienza per la scuola* (p. 19-28). Bologna, Italy.
- Masselot, P. & Zin, I. (2008). Exemple d'une situation de formation pour aborder la structuration de l'espace aux cycles 1 et 2. Dans *COPIRELEM, actes du 34^{ème} colloque de la COPIRELEM*. Troyes : ARPEME.
- McGee, M.G. (1979). Human spatial abilities: psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and influences. *Psychological Bulletin*, 86(5), 889-918.
- Montello, D. R. (1993). Scale and multiple psychologies of space. Dans *Lecture Notes in Computer Science 716* (p. 312-321). Berlin : Springer Verlag.
- Newcombe, N. S. (2016). Thinking spatially in the science classroom. *Current Opinion in Behavioral Sciences*, 10, 1-6. Doi: <http://doi.org/10.1016/j.cobeha.2016.04.010>
- Piaget, J. & Inhelder B. (1972). *La représentation de l'espace chez l'enfant* (2e édition). Presses Universitaires de France.
- Rabatel, J.-P. & Martinez, J.-L. (2018). Quelles traces pour opérationnaliser les apprentissages dans un jeu articulable tangible et numérique ? Dans *COPIRELEM, actes du 44^{ème} colloque de la COPIRELEM*. Epinal : ARPEME.

- Soury-Lavergne, S. & Maschietto, M. (2015). Articulation of spatial and geometrical knowledge in probleme solving with technology at primary school. *ZDM The International Journal of Mathematics Education*, 47(3), 435–449.
- Tolman, E. C. (1948). Cognitive maps in rats and men. *Psychological Review*, 55(4), 189–208.
- Wai, J., Lubinski, D. & Benbow, C. P. (2009). Spatial ability for STEM domains: Aligning over 50 years of cumulative psychological knowledge solidifies its importance. *Journal of Educational Psychology*, 101(4), 817–835. Doi: <http://doi.org/10.1037/a0016127>
- Wang, L., Cohen, A. S. & Carr, M. (2014). Spatial ability at two scales of representation: A meta-analysis. *Learning and Individual Differences*, 36, 140-144. Doi: <http://doi.org/10.1016/j.lindif.2014.10.006>

UNE CARTE DES CONNAISSANCES POUR LA CONSTRUCTION DU NOMBRE EN MATERNELLE

Marie-Caroline Croset, Marie-Line Gardes

Université de Lyon et CNRS, Institut des Sciences Cognitives Marc Jeannerod, UMR5304

Dans le cadre d'une recherche portant sur l'évaluation de l'impact de la pédagogie Montessori sur les premiers apprentissages, nous avons élaboré une cartographie des connaissances à acquérir pour construire le concept du nombre chez un élève de l'école maternelle en France. Dans cet article, après avoir présenté ce projet de recherche, nous détaillons la construction de cette carte des connaissances. Nous en montrons ensuite l'usage dans une modélisation de ressources qui nous permet d'interroger les enseignements du nombre présents dans l'institution¹ Montessori. Enfin, nous terminons en présentant l'usage de cette carte en formation.

LE CONTEXTE – LE PROJET COGMONT

Selon des recherches très récentes (Marshall, 2017 ; Courtier, 2019), très peu d'études ont examiné les bénéfices de la pédagogie Montessori et celles qui ont été réalisées ont obtenu des résultats contradictoires. Alors que certaines études ont trouvé de meilleurs résultats pour la pédagogie Montessori que pour l'éducation conventionnelle (Dohrmann, Nishida, Gartner, Lipsky & Grimm, 2007 ; Lillard & Else-Quest, 2006), d'autres n'ont trouvé aucun effet ou des effets mitigés (Ansari & Winsler, 2014 ; Lopata, Wallace & Finn, 2005 ; Miller, Dyer, Stevenson & White, 1975). D'autre part, ces études ont des particularités méthodologiques qui permettent difficilement d'établir les bénéfices du système Montessori. Par exemple, les groupes d'élèves ne sont pas constitués de manière aléatoire ou les études peuvent être menées sur une très courte période. Enfin, ces recherches ont lieu principalement aux Etats-Unis. De manière générale, il n'y a donc pas de réelle preuve dans la littérature à ce jour que la pédagogie Montessori ait des bénéfices à court ou long terme pour les enfants issus d'un milieu socio-économique défavorisé, et encore moins en France.

Une rencontre entre enseignants et chercheurs

En 2015, des enseignants d'une école maternelle de l'enseignement public français appliquant la pédagogie Montessori dans leurs classes sont venus solliciter notre équipe de recherche. Ils étaient soucieux d'évaluer à court et long terme les avantages cognitifs d'une telle pédagogie. Ils nous ont demandé si nous pouvions alors construire et mettre en place un protocole de recherche pour évaluer les effets de leur enseignement sur les apprentissages. Pour répondre à cette demande, le projet Cogmont a vu le jour.

Ce projet étudie l'impact de la pédagogie Montessori sur des compétences des enfants français en fin de maternelle (6 ans), enfants suivis pendant toute leur scolarité de maternelle (de 3 à 6 ans). Les compétences testées sont de l'ordre du contrôle exécutif telle que l'inhibition ou la flexibilité, des compétences sociales telle que la capacité des enfants à comprendre les croyances et les désirs d'autrui, des compétences langagières et des compétences mathématiques sur la construction du nombre. La méthodologie de recherche consiste en une étude séquentielle, transversale et longitudinale, randomisée sur un échantillon d'enfants dans une école maternelle publique de milieu défavorisé. En effet, tout d'abord, l'école qui collabore au projet est un établissement du Réseau d'Education Prioritaire Renforcé. Ensuite, trois des

¹ Nous utilisons *institution* au sens de Chevallard (2003), c'est-à-dire un dispositif social qui permet à ses membres de mettre en jeu des manières de faire et de penser propres. Ainsi la classe peut être considérée comme une institution, de même que l'école peut l'être aussi.

neuf classes de maternelle sont des classes multi-niveaux et suivent une pédagogie Montessori tandis que les six autres sont des classes d'un seul niveau ou de double niveau et suivent une pédagogie que l'on qualifiera de « traditionnelle », par opposition aux pédagogies alternatives. Enfin, un système de loterie a été utilisé pour assigner les enfants aux classes Montessori ou aux classes traditionnelles, à l'entrée en petite section à 3 ans. L'étude se déroule sur trois années consécutives et les élèves considérés dans l'étude suivent une même pédagogie pendant les trois années de maternelle. Pour évaluer l'impact de la pédagogie sur les compétences numériques, nous faisons passer aux enfants une série de tests de compétences issus de batteries de tests reconnus et standardisés (Woodcock-Johnson-III de Woodcock, McGrew, & Mather, 2001) mais également un test, conçu par notre équipe de recherche, comportant des tâches mathématiques spécifiques basées sur les programmes scolaires français. Les résultats de ces tests seront utilisés pour mesurer l'acquisition des attendus de la fin de l'école maternelle en France (6 ans) des élèves engagés dans ce projet. Ces résultats sont en cours d'analyse.

Ce projet se veut donc novateur par une évaluation longitudinale, dans un milieu socio-économique défavorisé, ayant lieu en France, dans une école publique. Cependant, dans cette communication, nous avons souhaité porter l'attention sur un autre point original de l'étude en cours. En tant que didacticiennes, nous avons interrogé et comparé la manière d'enseigner certaines notions mathématiques dans les deux institutions Montessori et Traditionnelle.

Spécificité didactique du projet Cogmont

Lorsque des études obtiennent des différences de résultats entre l'enseignement traditionnel et l'enseignement suivant la pédagogie Montessori, les explications apportées sont d'ordre pédagogique. En effet, les deux types d'enseignement diffèrent sur des points pédagogiques majeurs et fondateurs de la pédagogie Montessori (Montessori, 2015). Par exemple, les classes Montessori sont systématiquement organisées par tranches d'âge de 3 ans (3 à 6 ans pour la maternelle). Les classes sont toujours ouvertes, avec les tables disposées de manière à favoriser le travail individuel. Les classes sont également très organisées et ont des endroits de travail très spécifiques pour les différentes parties du programme scolaire. La pédagogie Montessori n'expose les enfants qu'à des supports didactiques spécifiquement conçus pour les aider à apprendre à leur propre rythme à travers l'action et la manipulation. Il n'y a pas de coin jeux. Chaque type de support est unique dans la classe, conçu pour enseigner un seul et unique concept et basé, selon les principes affichés de la pédagogie, sur la rétroaction corrective qui est incorporée directement dans le support. La pédagogie Montessori n'utilise jamais de manuels scolaires ni de fiches ; elle met l'accent sur le libre choix des activités. Elle n'utilise également pas de système d'évaluation explicite. Ces principes propres à la pédagogie Montessori sont souvent mis en avant pour expliquer les différences obtenues dans les études (Marshall, 2017). Nous nous en distinguons en proposant d'interroger les différences non pas pédagogiques entre ces deux institutions mais les différences de contenu sur l'enseignement du nombre dans les classes montessoriennes et dans les classes traditionnelles.

Plus précisément, notre apport didactique dans le projet Cogmont a permis :

- de construire le test utilisé pour évaluer les connaissances des élèves sur la construction du nombre dans les deux institutions ;
- d'analyser les tâches mathématiques à la disposition de l'enseignant dans chacune des institutions ;
- de mettre en regard les résultats obtenus aux tests avec la pratique effective des élèves.

Cet apport didactique s'est centré sur le domaine de la construction du nombre : un domaine où le nombre est en jeu et qui précède l'introduction du système de numération (Margolinas & Wozniak, 2012). Nous n'avons donc pas pris en compte des activités de reconnaissance de la correspondance entre la position du chiffre et le nombre de groupements, ni de travail sémantique ou syntaxique sur le code symbolique (au sens de Fayol, 2012). Afin de pouvoir tester des élèves issus des deux institutions et analyser différentes ressources de ces institutions, nous avons cherché à construire un modèle didactique, sous forme de carte, permettant d'interroger les apprentissages sur la construction du nombre. Nous allons présenter dans la partie suivante le cadre théorique utilisé pour la construction de ce modèle.

LE CADRE THÉORIQUE

Un besoin de prendre en compte différentes dimensions

Un cadre théorique permet d'interroger et de décrire certains aspects d'une réalité. Emprunter des notions à plusieurs cadres théoriques permet de diversifier les analyses et d'enrichir la recherche. Ainsi, pour analyser des ressources documentaires utilisées dans des institutions enseignantes, le quadruplet praxéologique (Bosch & Chevallard, 1999) semble adapté :

Toute activité humaine consiste à accomplir une tâche t d'un certain type T , au moyen d'une technique τ , justifiée par une technologie θ qui permet en même temps de la penser, voire de la produire, et qui à son tour est justifiable par une théorie Θ (Chevallard, 2002, p. 3).

Mais notre domaine étant celui de la construction du nombre, il semble pertinent de ne pas s'arrêter à une modélisation des apprentissages sous forme praxéologique. Par exemple, il est important d'interroger le fait que le nombre est un outil nécessaire à la résolution de la tâche plutôt que d'être un objet d'étude, faisant référence à la dialectique Outil/Objet de Douady (1986). Tout comme il pourrait être intéressant de décrire le registre utilisé pour représenter le nombre dans une tâche donnée, au sens de Duval (1993).

Analyser une institution, des pratiques opérant dans cette institution, des connaissances émergentes ou encore des ressources exploitées au sein de ces institutions demande de croiser ces différents cadres. Le cadre *T4tel* répond à ces besoins en proposant de décrire un type de tâches par un verbe suivi d'un déterminatif constitué d'un système de variables (Chaachoua & Bessot, 2016). Le nombre comme outil/objet ou le registre de représentation du nombre sont des variables potentielles pour décrire un type de tâches dans le cadre *T4tel*.

Le cadre théorique T4tel

Les variables au sein du cadre *T4tel* peuvent être d'ordre épistémologique en impactant le rapport à un objet de savoir, institutionnel en prenant en compte les contraintes institutionnelles ou encore didactique en étant à la disposition d'un enseignant. Elles apparaissent « comme un outil méthodologique dans un processus de modélisation, associée à l'analyse *a priori* d'une situation particulière ou fondamentale » (Chaachoua & Bessot, 2016). Elles permettent, entre autres, en ce qui nous concerne, d'étudier « les conditions d'existence d'une connaissance dans une certaine réalité scolaire et les raisons des difficultés observées » (Chaachoua & Bessot, 2016). Le système de variables est déterminé par une analyse *a priori* du domaine d'étude. Les auteurs introduisent aussi la notion de générateurs de types de tâches qui est défini par le type de tâches générique, celui qui est de plus haut niveau suivi du système de variables le décrivant plus précisément. En instanciant une valeur aux variables, le générateur produit un type de tâches plus spécifique que le type de tâches générique.

Prenons l'exemple de la modélisation de la situation fondamentale d'association d'une collection de voitures à une collection de garages (Briand, Loubet & Salin, 2004). Cette situation composée d'une succession de tâches fait appel, à un certain moment de la situation, à la tâche d'associer une quantité équipotente à une autre, avec un certain nombre de trajets, une taille donnée de la collection, la possibilité de manipuler ou non les objets. Ces variables didactiques sont bien connues pour cette situation. A celles-ci peuvent aussi s'ajouter une description du type de matériel : comme le fait remarquer Margolinas (2015), le fait de proposer des garages d'une certaine taille incite l'élève à ne mettre qu'une seule voiture par garage. L'association est alors « matériellement biunivoque (un pour un) » contrairement à une situation de construction de collections de carottes à associer à des lapins. Ce caractère potentiellement biunivoque du matériel est ainsi une variable à prendre en compte dans la modélisation de la situation. Un autre élément que l'on souhaite ajouter pour décrire cette situation est le fait qu'elle a pour but de travailler le nombre comme outil de résolution. Ce qui peut être obtenu en jouant sur certaines valeurs de variables. Cette situation peut être proposée à des niveaux scolaires différents, par exemple à 4-5 ans (Moyenne section en France) ou 5-6 ans (Grande section en France), ce qui constitue à nouveau une nouvelle variable. Cette succession de variables et des valeurs associées permet de décrire le plus précisément possible chaque

tâche proposée à un élève. Ce type de tâches peut alors être modélisé comme [Associer une quantité équipotente à une autre, nombre de trajets, taille donnée de la collection, possibilité de manipuler ou non les objets, type de matériel, le nombre comme outil ou objet, niveau scolaire]. Le lecteur intéressé par d'autres exemples pourra se référer à (Croset & Gardes, 2019).

LA CARTE DES CONNAISSANCES POUR CONSTRUIRE LE NOMBRE

Dans cette troisième partie, nous présentons la carte des connaissances de la construction du nombre. La construction des genres de tâches, des variables et de leurs valeurs s'est faite à partir de différents textes de référence sur la construction du nombre (pour des synthèses sur le sujet, voir Fayol (2012) et Margolinas & Wozniak (2012)). Cette construction n'a pas été linéaire. Il en est ressorti les éléments suivants.

- Nous catégorisons les tâches en quatre grands genres : coder/décoder, associer, comparer/ordonner, anticiper.
- Nous distinguons trois usages du nombre : le nombre utilisé pour exprimer une quantité en contexte cardinal, une position en contexte ordinal, ou encore le nombre décontextualisé. Cet usage « décontextualisé » est moins référencé dans la littérature mais Adjage distingue bien les deux premiers usages liés à un contexte empirique du troisième : « Un objet mathématique [...] est donc un objet « détaché » de l'éventuel contexte physico-empirique qui a pu lui donner naissance : par exemple en passant de 3 élèves, 3 bonbons, 3 images à 3 » (Adjage, 2007, p. 11).

Les types de tâches

Cela donne dans un premier temps une carte à deux dimensions, présentée en Fig. 1. Cette carte répertorie onze types de tâches. On trouve par exemple le type de tâches « Associer une quantité à une quantité équipotente » qui correspond à l'exemple d'association garages/voitures présenté plus haut. L'association de code à code correspond au transcodage d'un code symbolique, par exemple le code verbal, à un autre code symbolique, par exemple le code arabe.

	<i>Usage cardinal</i>	<i>Usage ordinal</i>	<i>Décontextualisé</i>
Coder Décoder	Quantité → Code Code → Quantité	Position → Code Code → Position	
Associer	Quantité → Quantité	Position → Position	Code → Code
Comparer Ordonner	Quantités	Positions	Codes
Anticiper	Une quantité après une action	Une position après une action	Calculer avec des codes

Fig. 1 : Carte des connaissances pour la construction du nombre. En ligne, les genres de tâches. En colonne, les usages du nombre

Nous proposons d'illustrer en Fig. 2 chaque type de tâches par une situation emblématique afin de faciliter l'appropriation de la carte des types de tâches par le lecteur.

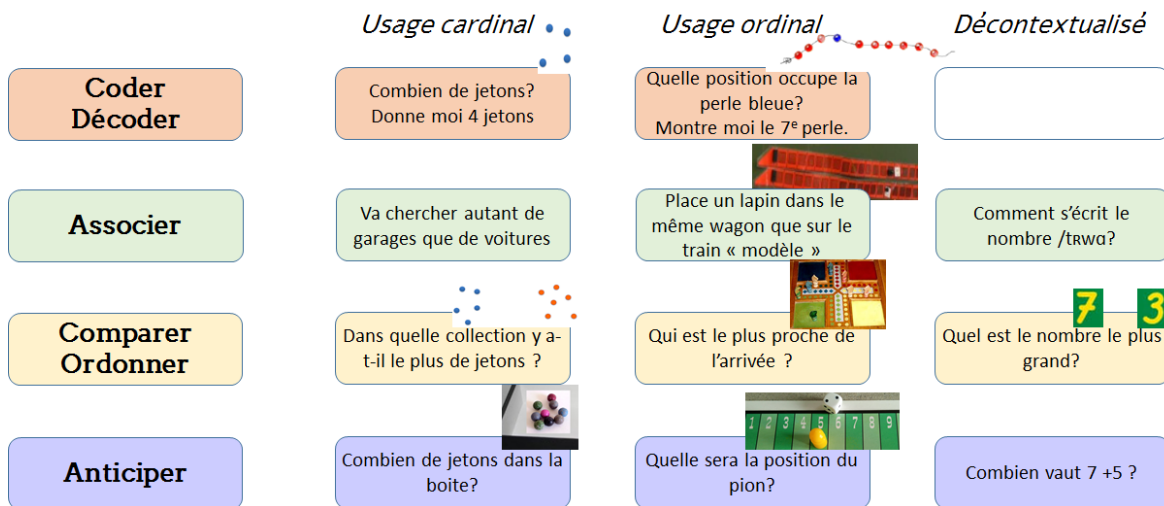


Fig. 2 : Illustrations de types de tâches

Des variables

Comme décrit dans la deuxième partie, chaque type de tâches est décrit par un genre de tâches et un système de variables. Par exemple, la variable issue de la dialectique outil/objet ou encore la variable du nombre en jeu comme illustré en Fig. 3 permet de préciser les 11 types de tâches. En revanche, d'autres variables n'ont de sens que pour certains types de tâches. C'est le cas de la variable « nombre de trajets », qui permet de préciser le nombre de trajets permis à l'élève lors de la construction d'une collection équipotente à une autre ou de l'association d'une position équivalente à une autre.

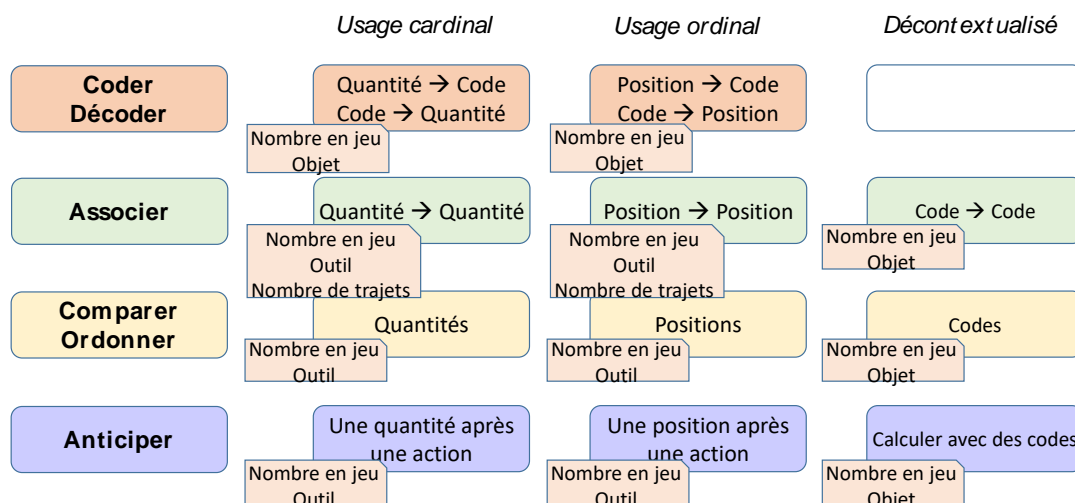


Fig. 3 : Exemple non exhaustif de variables associées aux types de tâches. Certaines variables telles que le nombre en jeu sont communes à tous les types de tâches. D'autres, comme le nombre de trajet n'a de sens que pour certains types de tâches d'association

RÉSULTATS DES ANALYSES DIDACTIQUES RÉALISÉES AVEC LA CARTE

Analyse des types de tâches dans des documents principaux

Dans le cadre du projet Cogmont, nous avons été amenés à analyser des ressources emblématiques des institutions Montessori, I_M , et traditionnelle, I_T : d'une part, les ateliers Montessori de première numération (Gardes & Courtier, 2018 ; Montessori, 2016), d'autre part, les manuels *Vers les maths* (Duprey, Duprey, &

Sautenet, 2016). Ces deux types de ressources sont à considérer comme les documents principaux des enseignants dont nous analysons les pratiques au sens de Margolinas et Wozniak (2009) :

[...] un document auquel le professeur se réfère abondamment, que nous avons appelé document principal. Le professeur met ainsi en avant principalement un document, qui est parfois le seul document dont il parle ou bien celui dont il parle avant d'évoquer, de façon assez marginale, d'autres documents (Margolinas & Wozniak, 2009, p. 67)

Au-delà de notre recherche, le manuel *Vers les maths* semble être une ressource dominante chez les enseignants de maternelle en France. Nous avons fait passer un questionnaire auprès de 270 enseignants de maternelle, dans différentes académies, dont 150 ont au moins 10 ans d'ancienneté. 70% d'entre eux affirment que leur document principal pour préparer leurs séquences de mathématiques est le manuel *Vers les maths* des éditions Accès².

Ces deux types de ressources, ateliers et manuel, nous semblent représentatifs d'une certaine pratique. Nous les avons analysés avec la carte présentée dans la partie précédente.

Pour les ateliers Montessori³, nous obtenons 48 tâches différentes permettant de construire le nombre, relevant de six types de tâches différents : coder/décoder des quantités, associer un code symbolique à un autre, ordonner des quantités, ordonner des codes symboliques, anticiper une quantité après une action et enfin, calculer avec des codes symboliques. Dans les manuels *Vers les maths*, 241 tâches différentes sont proposées aux enseignants, relevant de dix types de tâches différents. Le nombre de tâches par type est indiqué en Fig. 4 : il y a, par exemple, 34 tâches de comparaison ou d'ordre sur les quantités dans I_T pour seulement une dans I_M ; inversement, il y a, par exemple, une seule tâche de calcul avec des codes dans I_T pour 17 dans I_M.

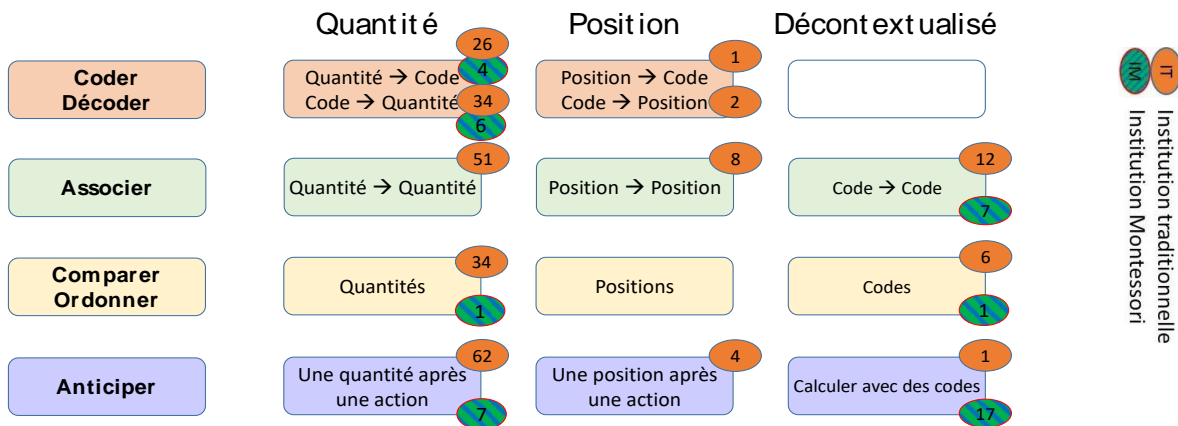


Fig. 4 : Nombre de tâches proposées aux enseignants pour construire le nombre dans les manuels *Vers les maths* (en orange) et dans les ateliers Montessori (en vert)

Plusieurs éléments sont à discuter. Premièrement, les enseignants ne consacrent pas la même durée de travail pour la construction du nombre dans les deux institutions. En effet, le travail dans l'institution traditionnelle I_T s'étale sur trois ans, soit 15 périodes⁴ contre seulement 8 périodes dans l'institution Montessori I_M. Il y a donc en moyenne 16 tâches par période dans l'institution traditionnelle contre 5 dans l'institution Montessori. Le manuel utilisé majoritairement en milieu traditionnel propose une grande

² Le second document principal des enseignants sondés est Internet : 12% d'entre eux utilisent Internet comme document principal de préparation des séquences de mathématiques.

³ Pour des exemples d'ateliers Montessori, voir Gardes et Courtier (2018).

⁴ En France, la durée de l'année scolaire est de 36 semaines minimum réparties en cinq périodes de travail, de durée comparable, séparées par quatre périodes de vacances.

diversité de tâches. Est-ce une richesse ou est-ce que cela détourne l'élève de l'objectif visé en lui offrant une multitude de tâches ayant un même objectif d'apprentissage mais dont l'élève ne relève pas nécessairement l'existence ? Deuxièmement, certains types de tâches ne sont jamais proposés dans les classes suivant la pédagogie Montessori : le type de tâches de construction d'une collection équipotente à une autre qui est pourtant un des types de tâches parmi les plus proposés dans le manuel *Vers les maths*. Sur cette tâche en particulier, il sera intéressant de voir si les élèves suivant une pédagogie traditionnelle, testés dans le cadre du projet, réussissent mieux que les élèves suivant la pédagogie Montessori. Troisièmement, si l'on regroupe les types de tâches selon leurs critères d'usage, nous obtenons que, dans l'institution traditionnelle, l'usage ordinal est peu présent et dans l'institution Montessori, cet usage est même absent (cf. Fig. 5). L'usage cardinal est privilégié dans l'institution traditionnelle tandis que le nombre décontextualisé l'est dans l'institution Montessori : ramené à un même nombre de tâches, l'institution Montessori propose près de 60% de tâches pour la construction du nombre où le nombre est décontextualisé, où seule l'écriture chiffrée est présente, sans référence à la quantité ou à une position.

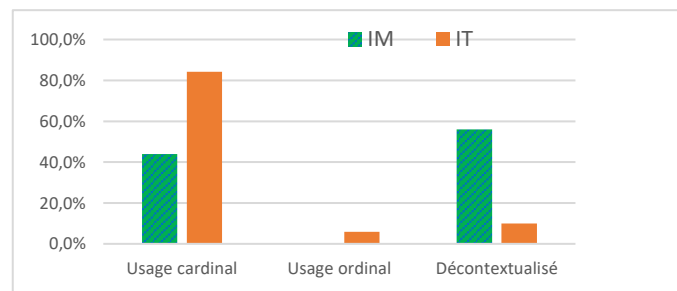


Fig. 5 : Contexte d'utilisation du nombre dans les deux institutions sur les trois années d'école

Analyse des valeurs prises par certaines variables dans les documents principaux

Les analyses sur certaines variables révèlent aussi des différences intéressantes. Ainsi, la variable « nombre en jeu » qui permet de décrire l'ensemble des tâches travaillées montre que l'institution traditionnelle française découpe l'apprentissage du nombre selon des valeurs numériques. Les activités autour des collections de 1 à 3 objets sont privilégiées pour les enfants de 3 ans, de 4 à 7 objets pour les enfants de 4 ans et de 1 à 10 objets pour les enfants de 5 ans. En revanche, dans l'institution Montessori, l'ensemble des activités proposées porte sur les nombres de 1 à 10, de manière systématique, privilégiant ainsi la construction d'un nombre en relation avec les autres. Apprendre le nombre 6 comme le successeur de 5 mais aussi comme le double de 3 ou encore comme le nombre qui additionné à 4 donne 10 est un élément important de cette institution et ce, dès l'introduction des nombres.

Une seconde variable que nous avons étudiée est celle de l'utilisation du nombre dans la tâche comme un outil de résolution ou comme un objet d'étude. Sur les valeurs prises par cette variable, visibles en Fig. 6, les deux institutions diffèrent à nouveau. L'institution traditionnelle privilégie des tâches où le nombre est un outil de résolution de la tâche : 60% des tâches demandent à utiliser le nombre comme mémoire d'une quantité ou d'une position. En revanche, l'institution Montessori priorise les tâches axées sur l'étude explicite du nombre : le nombre est objet d'étude explicite dans plus de 80% des tâches que l'institution propose aux élèves.

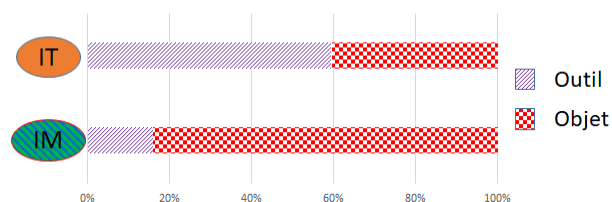


Fig. 6 : Analyse avec la variable Outil/Objet. 60% des tâches proposées dans l'institution traditionnelle IT utilise le nombre comme outil de résolution contre 16% dans l'institution Montessori IM

Nous avons construit la carte des connaissances du nombre pour répondre à notre question de recherche sur les différences de contenus à enseigner entre les deux institutions. Son utilisation nous a, en effet, permis de cartographier les attendus des deux institutions. Au-delà du projet de recherche, cette carte nous a aussi servi en formation comme nous allons le présenter dans la section suivante.

EXEMPLE D'UTILISATION DE LA CARTE EN FORMATION

Nous avons utilisé cette carte en formation dans différents contextes (rédaction de mémoire en formation initiale, observations de classes, formation continue, etc.). Nous détaillons ici un exemple d'utilisation de la carte en formation continue pour des enseignants d'école maternelle (3-6 ans).

Cette formation s'est déroulée en deux temps : une première partie sous forme d'une conférence sur la construction du nombre à l'école maternelle et une seconde partie sous forme d'un atelier portant sur l'appropriation d'une ressource⁵ – la Mallette Maternelle (2015).

La Mallette Maternelle (Besnier, Eysseric & Le Méhauté, 2015) est une ressource élaborée collaborativement par l'Institut Français de l'Éducation et la COPIRELEM et éditée par l'ARPEME⁶. Elle se compose de 10 situations d'apprentissage pour construire le nombre à l'école maternelle, de logiciels associés à certaines de ces situations et de quelques apports théoriques (cf. Fig.7).

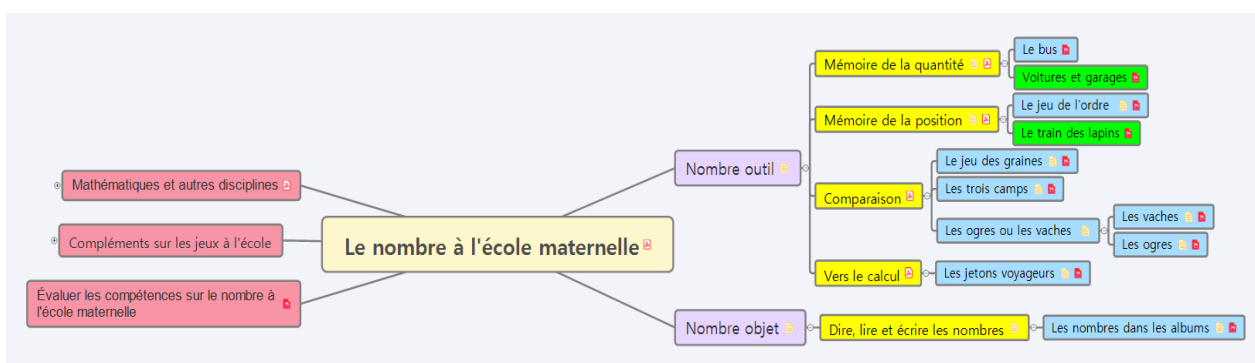


Fig 7 : Présentation de la Mallette maternelle

Lors de la formation, nous avons utilisé la carte des connaissances à plusieurs reprises : d'une part, au cours de la conférence pour présenter un ensemble organisé des types de tâches ayant pour objectif la construction du nombre et pour montrer les points forts et les points faibles de différentes ressources (manuels scolaires, ateliers Montessori, etc.) ; d'autre part, dans l'atelier, comme un outil pour les enseignants pour s'approprier la ressource. Nous leur avons en effet proposé d'identifier les types de tâches travaillés dans certaines situations de la Mallette Maternelle (*Le bus*, *Le train des lapins*, *Les vaches* et *Les jetons voyageurs*). L'aspect épuré et structuré de la carte leur a permis de s'en emparer facilement et de réussir à dégager les principaux types de tâches travaillés dans les situations sélectionnées.

Nous présentons ci-dessous, l'analyse complète de la mallette effectuée avec la carte. Chaque situation a été modélisée comme une suite de types de tâches. Par exemple, la situation *Le bus* est modélisée par l'association d'une quantité équipotente à une autre et par le type de tâches Coder/Décoder une quantité, présent dans les étapes de communication. L'ensemble des types de tâches présents dans les 10 situations est présenté dans la Fig. 8. Par exemple, six situations demandent à l'élève de coder/décoder une quantité. Nous pouvons remarquer que certains types de tâches sont davantage proposés (coder/décoder une quantité, associer une quantité à une quantité ou comparer des quantités), d'autres sont peu travaillés (anticiper une quantité après une action, coder/décoder une position, associer une position à une position

⁵ Le choix de la ressource a été fait par la circonscription.

⁶ Disponible sur leur site : <http://www.arpeme.fr/m2ep/index.html>

ou comparer des codes) et certains absents (comparer des positions, anticiper une position après une action ou calculer avec des codes).

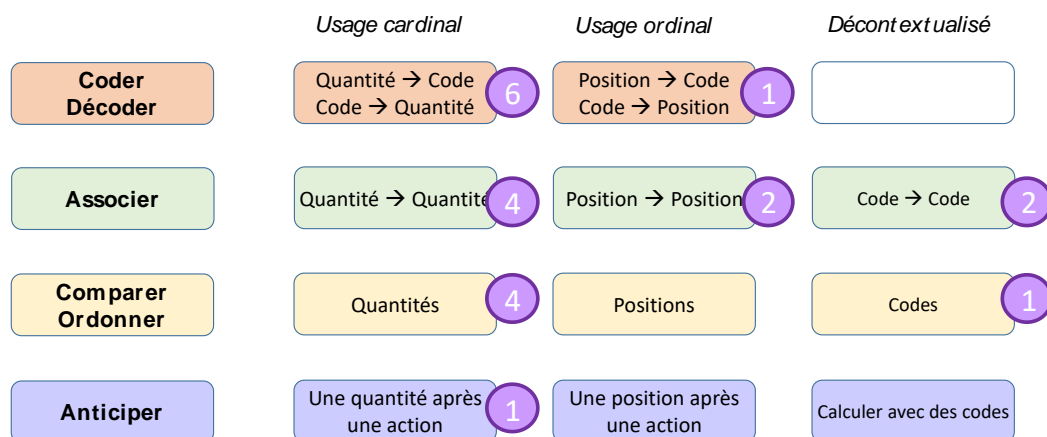


Fig. 8 : Types de tâches pour construire le nombre dans la Mallette maternelle

La ressource met l'accent sur l'aspect outil du nombre en proposant aux élèves des situations de résolution de problèmes. Une seule situation propose une étude du nombre en tant qu'objet (*Les nombres dans les albums*). La majorité des situations (8/10) propose un usage cardinal du nombre et seules deux situations portent sur l'usage ordinal (*Le jeu de l'ordre* et *le train des lapins*). Cette modélisation met également en évidence les deux points suivants :

- Certaines situations sont modélisées par un seul type de tâches (Voitures et garages, Le train des lapins) tandis que d'autres sont modélisées par plusieurs types de tâches (Le jeu des graines, Les trois camps, Les ogres et Les vaches). La situation Les trois camps, par exemple, est modélisée comme une succession de types de tâches : Coder une quantité, Comparer des quantités puis Anticiper une quantité. Pourtant l'objectif d'apprentissage affiché est unique et est présenté comme la comparaison de quantités. L'élève qui répond aux tâches de codage et d'anticipation n'est-il pas détourné de cet objectif ?
- Certaines situations sont modélisées par un même type de tâches. Les situations Le bus, Voitures et garages, Les jetons voyageurs – Séquence 1 sont modélisées par l'association d'une collection équipotente à une autre. Elles peuvent, de ce fait, être redondantes.

À l'issue de la formation, nous avons ainsi pu mettre en évidence la nécessité, pour les enseignants, de faire certains choix dans l'utilisation de cette ressource :

- Proposer des situations au préalable sur l'aspect objet du nombre. Par exemple le type de tâches coder/décoder une quantité est travaillé, dans la mallette, sous l'aspect outil. Il apparaît comme une technique pour résoudre un problème. Il pourrait être proposé en amont sous l'aspect objet, par exemple, en faisant dénombrer explicitement des collections.
- Choisir les situations à mettre en place en classe : en proposer au moins une pour chaque type de tâches ;
- Ajouter des situations pour les types de tâches absents de la mallette.

Cette première expérience d'utilisation de la carte en formation continue semble montrer une appropriation facile de la carte par les enseignants ainsi que sa pertinence comme outil à leur disposition, d'une part pour analyser une ressource et d'autre part pour organiser le travail annuel autour de la construction du nombre. Cependant, une limite du travail existant est que cette carte ne présente par l'organisation didactique des types de tâches. Elle ne montre pas comment les types de tâches peuvent s'articuler les uns-aux-autres. Nous réfléchissons à enrichir cette carte de cette organisation. Cependant, nous tenons à conserver une présentation épurée afin que les enseignants puissent continuer à s'emparer facilement.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Dans cet article, nous avons présenté une carte des connaissances nécessaires à la construction du nombre, domaine préalable au travail sémantique et syntaxique des écritures chiffrées. Cette carte est constituée de onze types de tâches organisés selon trois usages : un usage cardinal, en relation avec des collections d'objets, un usage ordinal, en relation avec des positions sur des listes ordonnées et enfin un usage décontextualisé du nombre. Ces types de tâches sont enrichis par des variables qui permettent, en prenant des valeurs différentes, de créer des tâches spécifiques.

Cette carte a été utilisée dans différents contextes de travail. Pour le projet Cogmont, elle a permis de rendre compte de propositions différentes d'activités aux enseignants sur la construction du nombre dans l'institution Montessori et l'institution traditionnelle. Elle montre un éparpillement de tâches proposées aux enseignants de l'institution traditionnelle française contre un choix de types de tâches épuré dans l'institution Montessori. Elle permet aussi de mettre en lumière les types de tâches les plus travaillés et ceux qui le sont moins dans chacune des institutions. Quand l'institution traditionnelle privilégie des tâches où le nombre a un usage cardinal, l'institution Montessori propose rapidement des tâches où le nombre est décontextualisé. De même, l'institution traditionnelle française cloisonne et découpe les apprentissages en fonction de l'âge et selon des valeurs numériques. Nous nous interrogeons sur l'apport d'un tel découpage. Selon nous, il ne permet pas d'articuler les nombres les uns aux autres comme le propose l'institution Montessori, par exemple en confrontant l'élève systématiquement aux nombres de 1 à 10. Cette carte permet donc d'interroger des pratiques, des ressources voire des institutions. Cette carte pourrait, par exemple, être utilisée pour interroger le nouveau plan d'études romand autour de la construction du nombre.

BIBLIOGRAPHIE

- Adjiage, R. (2007). Rationnels et proportionnalité : Complexité et enseignement au début du collège. *Petit x*, 74, 5-33.
- Ansari, A. & Winsler, A. (2014). Montessori public school pre-K programs and the school readiness of low-income Black and Latino children. *Journal of Educational Psychology*, 106(4), 1066.
- Besnier, S., Eysseric, P. & Le Méhauté, T. (2015). Mallette de ressources mathématiques pour l'école maternelle (MS-GS). Dans COPIRELEM, *actes du 41^{ième} colloque de la COPIRELEME*. Mont de Marsan : ARPEME.
- Bosch, M. & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(1), 77-124.
- Briand, J., Loubet, M. & Salin, M.-H. (2004). *Apprentissages mathématiques en maternelle*. Paris: Hatier.
- Chaachoua, H. & Bessot, A. (2016). Introduction de la notion de variable dans le modèle praxéologique. Dans *Actes du 5^e congrès pour la Théorie Anthropologique du Didactique.*, Castro-Urdiales, Espagne.
- Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude : 1. Structures et fonctions. Dans J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot & R. Floris (dir.), *Actes de la XI^{ème} École d'été de didactique des mathématiques* (p. 3-22). Corps, Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (2003). Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. Dans S. Maury & M. Caillot (dir.), *Rapport au savoir et didactiques* (p.81-104). Paris : Fabert.
- COPIRELEM. (2015). *Mallette maternelle : La construction du nombre*. Repéré à www.arpeme.fr
- Courtier, P. (2019). *L'impact de la pédagogie Montessori sur le développement cognitif, social et académique des enfants en maternelle*. Thèse de doctorat, Université de Lyon.
- Croset, M.-C. & Gardes, M.-L. (2019). Une comparaison praxéologique pour interroger l'enseignement du nombre dans l'institution Montessori. *Recherches en didactique des mathématiques*, 39(1), 51-96.

- Dohrmann, K. R., Nishida, T. K., Gartner, A., Lipsky, D. K. & Grimm, K. J. (2007). High school outcomes for students in a public Montessori program. *Journal of research in childhood education*, 22(2), 205–217.
- Douady, R. (1986). Jeux de cadre et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), 5–32.
- Duprey, G., Duprey, S. & Sautenet, C. (2016). *Vers les maths : Grande section. Une progression vers les mathématiques à l'école maternelle* (6e édition). Schiltigheim: ACCES Editions.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 5, 37–65. Repéré à https://mathinfo.unistra.fr/websites/math-info/irem/Publications/Annales_didactique/vol_05/adsc5_1993-003.pdf
- Fayol, M. (2012). *L'acquisition du nombre* (Que sais-je ?, Vol. 3941). Presses universitaires de France.
- Gardes, M.-L. & Courtier, P. (2018). Quelle manipulation, représentation et communication dans les ateliers Montessori de première numération ? *Grand N*, 101, 83–105.
- Lillard, A. & Else-Quest, N. (2006). The early years : Evaluating Montessori Education. *Science*, 313(5795), 1893–1894. Doi: <https://doi.org/10.1126/science.1132362>
- Lopata, C., Wallace, N. V. & Finn, K. V. (2005). Comparison of academic achievement between Montessori and traditional education programs. *Journal of research in childhood education*, 20(1), 5–13.
- Margolinas, C. (2015). Des mathématiques à l'école maternelle. Dans *Colloque international Des mathématiques à l'école maternelle*, (p. 32–62). Ecole Normale Supérieure Centrale d'Ho Chi Minh ville.
- Margolinas, C. & Wozniak, F. (2009). Usage des manuels dans le travail de l'enseignant : L'enseignement des mathématiques à l'école primaire. *Revue des sciences de l'éducation*, 35(2), 59–82. Doi: <https://doi.org/10.7202/038729ar>
- Margolinas, C., & Wozniak, F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle : Une approche didactique*. De Boeck (Pédagogie et Formation).
- Marshall, C. (2017). Montessori education : A review of the evidence base. *npj Science of Learning*, 2(1), 1–9. Doi: 10.1038/s41539-017-0012-
- Miller, L. B., Dyer, J. L., Stevenson, H. & White, S. H. (1975). Four preschool programs : Their dimensions and effects. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 1–170.
- Montessori, M. (2015). *Pédagogie scientifique (3ème édition)* (Vol. 1–2). Paris : Desclée de Brouwer.
- Montessori, M. (2016). *Psychoarithmétique* (1re édition en 1934). Amsterdam: Montessori-Pierson Publishing.
- Woodcock, R. W., McGrew, K. S. & Mather, N. (2001). *Woodcock-Johnson tests of achievement*. Itasca, IL: Riverside Publishing.

CONCEPTIONS DES ELEVES DE PRIMAIRE SUR LA NUMERATION DECIMALE DE POSITION

Sophie Soury-Lavergne, Stéphanie Croquelois, Jean-Luc Martinez, Jean-Pierre Rabatel

Institut Français de l'Education, Ecole Normale Supérieure de Lyon

Notre projet est de concevoir des situations permettant de faire évoluer les connaissances des élèves relatives à la numération décimale de position. Pour cela, nous avons conçu des situations didactiques utilisables en classe avec un dispositif hybride intégrant un robot et du matériel tangible (Rabatel & Soury-Lavergne, 2017 ; Mandin *et al.*, 2017 ; Soury-Lavergne, 2016) . Puis dans le cadre d'une collaboration entre enseignants, formateurs et chercheurs, nous avons caractérisé les conceptions des élèves grâce à un modèle issu des travaux de Vergnaud (1990) et de Balacheff sur les conceptions (présenté dans Balacheff et Margolinas (2005). Nous avons alors pu mesurer l'évolution des conceptions d'élèves de primaire¹.

Les connaissances actuelles sur la numération décimale de position font apparaître deux principes complémentaires pour coder les nombres : le principe décimal et le principe de position (expressions retenues dans les programmes scolaires français du cycle 2 et du cycle 3 publiés en 2016). Le principe de position signifie que la position d'un chiffre dans l'écriture du nombre indique à quelle unité de numération il renvoie. Le principe décimal renvoie au fait que deux chiffres adjacents dans l'écriture d'un nombre désignent des valeurs ayant un rapport de dix. Ce principe constitue l'une des principales difficultés d'apprentissage pour les élèves (Houdement & Tempier, 2019). Par exemple, les élèves ne convertissent pas facilement 10 dizaines en 1 centaine ou encore ne comptent pas avec une autre unité de compte que l'unité simple, autrement dit ils ne comptent pas « 1, 2, 3 dizaines » de façon aussi aisée que « 10, 20 30 » (Chambris, 2012 ; Croquelois *et al.*, 2019). Nous avons cherché à caractériser ces difficultés en termes de connaissances, de façon à pouvoir décrire ce que font les élèves, et donc ce qu'ils savent, quand ils ne disposent pas encore de la connaissance attendue relativement aux deux principes de la numération décimale de position.

LES CONCEPTIONS DES ÉLÈVES COMME MOYEN DE DÉCRIRE LEURS CONNAISSANCES EN NUMÉRATION DÉCIMALE DE POSITION

Nous avons modélisé les connaissances en terme de conceptions, au sens de Balacheff tel que présenté dans Balacheff et Margolinas (2005) pour pouvoir traiter de la même façon toutes les productions des élèves, qu'elles soient correctes ou pas, en considérant qu'elles sont la manifestation d'une connaissance dans la tradition de l'épistémologue Bachelard (1934). S'appuyant sur les travaux de Vergnaud (1990), Balacheff propose de décrire une conception à partir d'un quadruplet d'ensembles (problèmes, systèmes de représentation, opérateurs, structures de contrôle). Nous n'avons eu besoin que d'une partie du modèle pour obtenir des descriptions de conceptions relatives à la numération décimale suffisamment cohérentes et opérationnelles pour notre projet. Nous avons débuté en établissant la liste des problèmes, systèmes de représentations et opérateurs qui apparaissent dans ces conceptions :

- les problèmes que la conception permet de résoudre : problèmes de codage, c'est-à-dire produire une désignation pour chaque nombre (infinité de nombres et quantité réduite de symboles), problème de dénombrement de collections, problème de constitution de collections d'un cardinal

¹ Les classes de primaire de la Suisse romande correspondent, en France aux classes de cycle 2 (CP, CE1 et CE2, élèves de 5 à 8 ans) et aux classes de cycle 3 (CM1, CM2 et 6^e, élèves de 8 à 11 ans).

donné, problème de conversion, comparaison et de calcul à partir d'un répertoire restreint de résultats connus pour les premiers nombres ;

- les systèmes de symboles qui sont mobilisés dans la résolution des problèmes : les chiffres, les positions de gauche à droite, les mots des unités de numération (unités, dizaines, centaines, dixièmes), la virgule, les tableaux et les organisations spatiales des algorithmes de calculs ;
- les opérateurs ou invariants opératoires (Vergnaud, 1990) qui résolvent les problèmes : association position-unité de numération, conversions, retenue, groupement, échange, comparaison à partir de l'écriture...

Nous avons cherché à identifier les invariants opératoires caractéristiques des différentes conceptions en partant du principe de position et du principe décimal. Les deux principes de la numération se sont avérés insuffisants pour caractériser et différencier les conceptions des élèves et expliquer les réponses qu'ils produisent. En particulier, ils n'ont pas permis à eux seuls de décrire les stratégies de résolution observables et de les rattacher à différentes conceptions. Nous avons alors distingué six invariants opératoires dans les stratégies des élèves. Nous les avons rattachés, pour trois d'entre eux, au principe de position et pour les trois autres au principe décimal (Fig. 1). L'identification et la définition de ces invariants opératoires se sont faites progressivement en les confrontant à l'observation des stratégies des élèves en résolution de problème.

Six invariants opératoires pour modéliser les conceptions relatives à la numération décimale de position

TROIS INVARIANTS OPÉRATOIRES RELEVANT DU PRINCIPE DE POSITION

Ordre des unités de numération : cet invariant opératoire se manifeste lorsque l'élève positionne les unités de numération dans l'ordre conventionnel, c'est-à-dire de droite à gauche pour les unités d'ordre de plus en plus grand.

Gestion des **zéros à droite** ou gestion des **zéros intercalaires** : il s'agit de deux invariants opératoires distincts qui se manifestent lorsque les zéros sont utilisés pour positionner les autres chiffres du nombre au bon endroit, c'est-à-dire en regard de la bonne unité de numération. L'invariant opératoire **zéros à droite** permet de compléter par des zéros un nombre de façon à positionner le chiffre non nul le plus à droite en relation avec la bonne unité de numération (c'est-à-dire placer respectivement un zéro aux unités, ou deux zéros pour les dizaines et les unités pour qu'un chiffre non nul soit bien respectivement un chiffre de dizaines ou de centaines). L'invariant opératoire **zéros intercalaires** permet de décrire l'action de placer des zéros entre deux chiffres non nuls, pour positionner les chiffres non nuls selon leur unité de numération. Ces deux invariants ont dû être distingués car la gestion correcte des zéros à droite est apparue dans les productions des élèves beaucoup plus souvent que celles des zéros intercalaires.

LES INVARIANTS OPÉRATOIRES RELEVANT DU PRINCIPE DÉCIMAL

Retour à l'unité : cet invariant opératoire rend compte de la conversion des unités de numération en unités simples (1 centaine = 100 unités ou 1 millier = 1000 unités).

Conversion entre unités : cet invariant opératoire rend compte de la conversion des unités de numération entre elles, qu'elles soient adjacentes ou non, mais sans passage à l'unité simple (Exemple : 1 millier = 100 dizaines sans qu'il s'agisse du résumé de la procédure qui consiste à convertir 1 millier en 1000 unités puis à utiliser la conversion 10 unités = 1 dizaine pour obtenir $1000/10 = 100$ dizaines).

Conversion avec retenue : cet invariant opératoire rend compte du fait que lorsqu'il est nécessaire d'additionner au sein d'une unité de numération et que le résultat fait apparaître un nombre supérieur à 9, alors la conversion vers l'unité de numération supérieure est réalisée (Exemple : 8 dizaines et 3 dizaines cela fait 11 dizaines, donc 1 centaine et 1 dizaine).

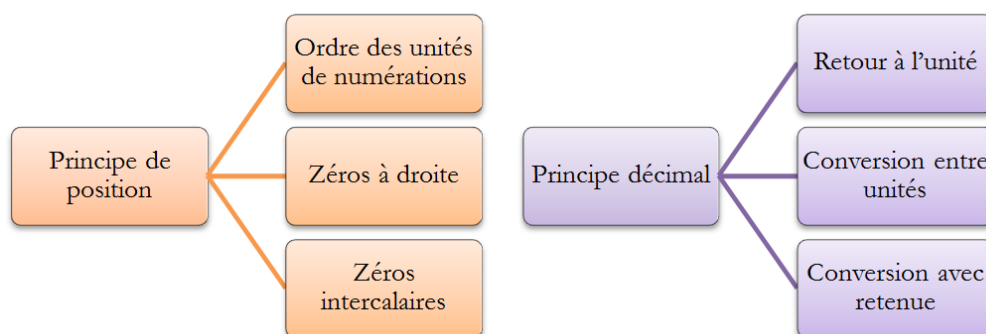


Fig. 1 : Six invariants opératoires identifiés dans les procédures des élèves et retenus pour modéliser les conceptions

Notre hypothèse est que les conceptions permettant d'expliquer la plupart des réponses des élèves dans les problèmes de numération sont principalement : une conception « position » qui inclut uniquement les invariants opératoires rattachés au principe de position et une conception « retour à l'unité » qui utilise essentiellement l'invariant opératoire retour à l'unité.

UNE PROPOSITION POUR FAIRE ÉVOLUER LES CONCEPTIONS DES ÉLÈVES

Le projet OCINAE² - Objets Connectés et Interfaces Numériques à l'École Élémentaire - a conçu des jeux et des situations d'apprentissage des mathématiques avec un dispositif de réalité mixte. Le dispositif consiste en des objets tangibles de type cartes, plateaux de jeu, stylets communiquant avec un environnement numérique, robot et tablettes, par l'intermédiaire d'un téléphone. Le jeu du Chiffroscope est l'un des quatre jeux exploitant les possibilités offertes par le dispositif. Il est utilisé par les enseignants et les élèves du LéA CiMéLyon - Lieu d'éducation Associé à l'Ifé (Croquelois *et al.*, 2019) avec l'objectif d'étudier les apprentissages des élèves en numération décimale de position, notamment en utilisation le jeu du Chiffroscope.

Le Chiffroscope

L'objectif du jeu du Chiffroscope est l'apprentissage de la numération décimale de position pour les nombres entiers et les nombres décimaux. Il permet de travailler la numération à partir de différentes situations de codage (dénombrement d'une collection jusqu'à plus de 2000 objets) et de conversion (écriture d'un nombre à partir de nombres associés à des unités de numération). La structure de jeu est identique du CP à la 6^e. Le jeu du Chiffroscope est un jeu collaboratif pour deux joueurs. Pour la partie qui concerne l'étude menée, il se joue en trois étapes, avec une vingtaine de cartes (sélection de nombres compris entre 0 et 99), un plateau présentant des colonnes et une zone sur laquelle il est possible d'écrire, deux tablettes et le robot muni de son téléphone.

L'étape 1 consiste en un tirage de cartes nombres par les joueurs et d'unités de numération associées par le robot (Fig. 2). Au premier tirage d'une carte nombre, le robot tire une unité de numération et se déplace sur le plateau pour indiquer à quelle colonne cette unité de numération correspond. Le robot regagne alors une zone de repos et indique ensuite les unités de numération associées aux cartes tirées, mais ne se déplace plus pour indiquer la colonne du plateau qui correspond à ces nouvelles unités.

² OCINAE 2014-2016, financement e-education, digiSchool, Awabot, Erasme (Lyon Métropole) et IFE-ENS de Lyon. www.ocinaee.la-classe.com



Fig. 2 : Cartes nombres et des unités de numération placées sur le plateau après l'étape 1 de tirage

L'étape 2 consiste à chercher le nombre final obtenu en réalisant des calculs et des conversions, sur le plateau ou sur les tablettes. L'étape 3 consiste à écrire le même nombre sur chacune des deux tablettes (incitant les élèves à la collaboration). La réussite est signifiée par la danse de la victoire du robot (la non réussite invite les élèves à revenir à la première étape erronée).

Mobilisation des invariants opératoires relatifs au principe de position

Dans ce jeu, le tableau de numération est un outil dans la résolution de problème. Le plateau de jeu est composé de sept colonnes vierges, non attribuées à une unité de numération. Lors de chaque partie, la colonne utilisée pour les unités simples est tirée au hasard, elle n'est pas forcément la plus à droite (Fig. 2). Les élèves doivent attribuer des colonnes aux unités de numération et donc mobiliser l'invariant opératoire "ordre" pour réaliser cette attribution. Selon les parties, le plateau peut ne représenter qu'une partie seulement du tableau de numération utile à l'écriture du nombre cherché.



Fig. 3 : Tableau de numération partiellement matérialisé par le plateau. Tirage nécessitant l'utilisation de zéro

Lorsque toutes les unités de numération ne font pas l'objet d'un tirage, l'écriture du nombre nécessite la mise en œuvre de l'invariant opératoire zéros à droite ou zéros intercalaires (Fig. 3), en application du principe de position. Des unités de numération peuvent être associées à plusieurs nombres à 1 ou 2 chiffres (Fig. 2 et Fig. 3), ce qui peut nécessiter d'effectuer des conversions entre unités de numération et donc la mise en œuvre du principe décimal. Lorsqu'une colonne adjacente est vide à gauche (cas du 10 dans la Fig. 2), les élèves peuvent obtenir le bon résultat au moment de l'écriture, sans nécessairement mobiliser l'invariant opératoire conversion. Mais lorsque cette conversion produit un nombre dans une unité de numération déjà utilisée ou qui n'est pas celle de plus grand ordre (cas du 31 dans la colonne des centaines de mille de la Fig. 3), alors la mobilisation des invariants opératoires conversion entre unités ou conversion avec retenue est nécessaire.

Invariants opératoires liés au principe décimal : limite du retour à l'unité avec les grands nombres

La stratégie de retour à l'unité, par conversion de chaque nombre associé à une unité de numération en unités simples devient coûteuse et source d'erreur avec les grands nombres (à partir du million). Par exemple, le tirage 91 dizaines de millions, 3 millions, 57 centaines de mille, 42 milliers et 8 centaines a pour solution le nombre 918 742 800. Le nombre de calculs nécessaires et la gestion des zéros, conduisent à de multiples erreurs (Fig. 4). Cette stratégie reste cependant robuste car elle est applicable et efficace dans les entiers et permet de trouver le bon résultat lorsqu'il s'agit de petits nombres entiers.

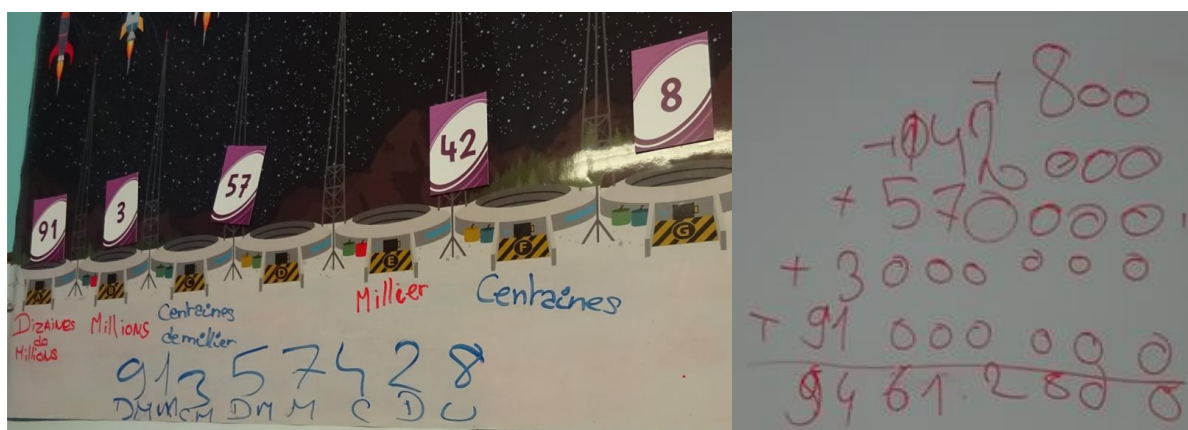


Fig. 4 : Stratégie mobilisant l'invariant opératoire retour à l'unité. Erreur des élèves sur la conversion de 57 centaines de mille et 91 dizaines de millions

Ces invariants opératoires sont utilisables pour analyser les réponses d'élèves obtenues dans d'autres types de problèmes que ceux du jeu Chiffroscope. Ils sont aussi utilisables pour l'analyse des réponses finales, correctes ou non, en l'absence d'observation directe de la procédure. Ils permettent de considérer les réponses incorrectes comme la manifestation d'une connaissance : quand l'élève ne sait pas, que sait-il quand même ? En voici deux exemples.

Identification d'invariants opératoires liés au principe de position ou au principe décimal à partir de la réponse finale de l'élève

Dans le problème « quel est le nombre égal à 4 dizaines, 7 unités de millions et 5 centaines de mille », la réponse attendue est 7 500 040. Dans la réponse incorrecte 70 540, les chiffres 7, 5 et 4 sont placés dans l'ordre des unités de numération résultant d'une réorganisation des chiffres par rapport à l'énoncé (Fig. 5). Ainsi l'invariant opératoire "ordre" a pu être mobilisé pour produire cette réponse. Un zéro étant placé aux unités, l'invariant opératoire gestion des zéros à droite semble également expliquer la réponse donnée. Ces deux invariants opératoires relèvent du principe de position ; ils sont mobilisés dans la production de la réponse erronée.

Exercice 1

Dans le tableau de numération, complète les unités de numération et place : 4 dizaines, 7 unités de millions et 5 centaines de mille.

		millions	centaines	Dizaine	Unité
		7	05	4	0

Quel est le nombre égal à 4 dizaines, 7 unités de millions et 5 centaines de mille ?

Réponse : 70 540

Fig. 5 : Production erronée en CM2 mais qui manifeste la mobilisation de l'invariant opératoire zéro à droite

Dans l'exercice 4 la réponse attendue est 56 807. Dans la réponse incorrecte 5687, la présence du 56 à gauche signale l'ajout de 54 unités de mille et de 2 unités de mille, donc une conversion de 20 centaines (Fig. 6). L'invariant opératoire conversion entre unités adjacentes a pu être mobilisé pour produire cette réponse bien qu'elle soit erronée.

Exercice 4

Un nombre est égal à 28 centaines, 54 unités de mille et 7 unités.

Quel est ce nombre ?

Réponse : 5687

Fig. 6 : Production erronée en CM2 mais qui manifeste la mobilisation de l'invariant opératoire conversion entre unités adjacentes

Conclusion sur l'analyse des stratégies et réponses des élèves en termes d'invariants opératoires

Ces extraits de parties de Chiffroscope montrent comment les invariants opératoires permettent d'analyser les stratégies de résolution à partir des traces observables, la réponse et donc de modéliser les conceptions des élèves. Nous faisons l'hypothèse que ce jeu amène les élèves à mobiliser de nouveaux invariants opératoires, notamment ceux relatifs aux zéros et celui relatif à la conversion entre unités, et fait ainsi évoluer leurs conceptions. De plus, à partir de l'observation des réponses finales sans accès aux stratégies de résolution, il est également possible de déterminer quels invariants opératoires ont pu être mobilisés et donc de diagnostiquer ces conceptions.

EXPÉRIMENTATION ET MÉTHODOLOGIE

L'expérimentation conduite au cours de l'année 2018-2019 a eu comme objectif de répondre à la question suivante : **quelle est l'évolution des conceptions et de la maîtrise des deux principes de numération d'un élève au cours de l'année scolaire ?**

Pour répondre à cette question, la méthodologie mise en place s'appuie sur la comparaison des conceptions d'élèves au cours d'une année, incluant l'utilisation du jeu Chiffroscope. Elle a été conduite au cours de l'année 2018-2019, avec les 18 enseignants du LéA (dont certains ont participé à la conception des jeux) et leurs 356 élèves de cycle 2 et cycle 3, du CP à la 6^e. Selon une méthodologie de recherche orientée par la conception (Coob *et al.*, 2003 ; Sanchez & Monod-Ansaldi, 2014), le collectif d'enseignants et de chercheurs du LéA a élaboré le diagnostic, les modalités d'utilisation du jeu et analysé les résultats. Les diagnostics ont été passés en tout début d'année et en fin d'année scolaire par tous les élèves des classes du LéA. Les enseignants ont entre-temps enseigné la numération décimale, en utilisant le jeu du Chiffroscope comme bon leur a semblé parmi d'autres situations et selon leur progression annuelle. Sur

les 356 élèves du LéA en 2018-2019 seulement 236 élèves ont passé entièrement les deux diagnostics (perte d'effectif de 32% Fig. 7). De plus, l'effectif des élèves de CP étant trop faible pour en tirer des résultats valides, l'analyse porte finalement sur 103 élèves de cycle 2 (CE1 et CE2) et 114 élèves de cycle 3 (CM1, CM2 et 6^e) soit 217 élèves.

	Nombre d'élèves sept 2018	Nombre d'élèves ayant passé diagnostic AVANT en entier	Nombre d'élèves ayant passé les 2 diagnostics AVANT et APRÈS en entier
CP			19
Cycle 2 hors CP	189	144	103
Cycle 3	167	168	114
Total	356	312	336

Fig. 7 : Effectifs d'élèves ayant participé aux diagnostics

Diagnostiques avant/après enseignement incluant le Chiffroscope

Deux diagnostics différents ont été conçus et utilisés selon le cycle : un pour les autres élèves de cycle 2 (CE1-CE2) et un pour les élèves du cycle 3. Ces diagnostics, sous forme de livret papier (voir annexe) comportent le même type d'exercices permettant d'identifier la mobilisation par les élèves des mêmes invariants opératoires (Fig. 8). Dans le cadre du LéA, ils constituent un élément de continuité entre tous les élèves, du cycle 2 au cycle 3.

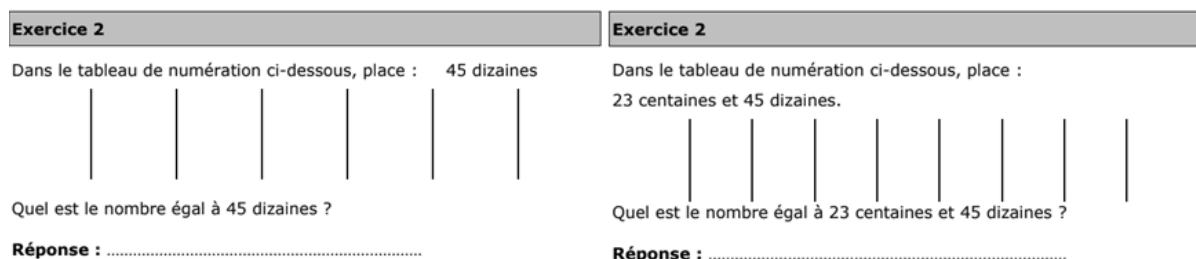


Fig. 8 : Exercice 2 du diagnostic, à gauche version CE1-CE2, à droite version cycle 3

Les exercices 1 et 3 des diagnostics permettent d'identifier plus particulièrement la mobilisation du principe de position. Les exercices 2 et 4 nécessitent des conversions et permettent d'identifier plus particulièrement la mobilisation du principe décimal associé au principe de position.

RÉSULTATS

Evolution des conceptions des élèves entre le début et la fin de l'année scolaire

Nous présentons les résultats pour les deux cycles, en donnant d'abord les taux de réussite aux exercices puis en analysant les réponses en termes d'invariants opératoires.

Les résultats des élèves progressent pour les quatre exercices et tous les cycles (Fig. 9). Les exercices 1 et 3, dont la résolution mobilise spécifiquement le principe de position enregistrent des meilleurs scores et des meilleures progressions (+24% et +50% en cycle 2). Les exercices 2 et 4, qui mobilisent, eux, également le principe décimal sont moins bien réussis que les autres, quel que soit le cycle (taux inférieur à 30%). Les résultats des élèves de cycle 2 ont fortement progressé dans les exercices 1 et 3, (+24% et +50%) mobilisant le principe de position pour arriver à un taux de réussite élevé (64% et 71%). La progression est nettement moins forte pour les élèves de cycle 3 (meilleure progression +21% pour l'exercice 2). Ces résultats sont cohérents avec ceux obtenus par Tempier (2016) qui montrent que le principe de position

est mieux maîtrisé par les élèves que le principe décimal. Mais ils indiquent en plus que la progression ralentit en cycle 3.

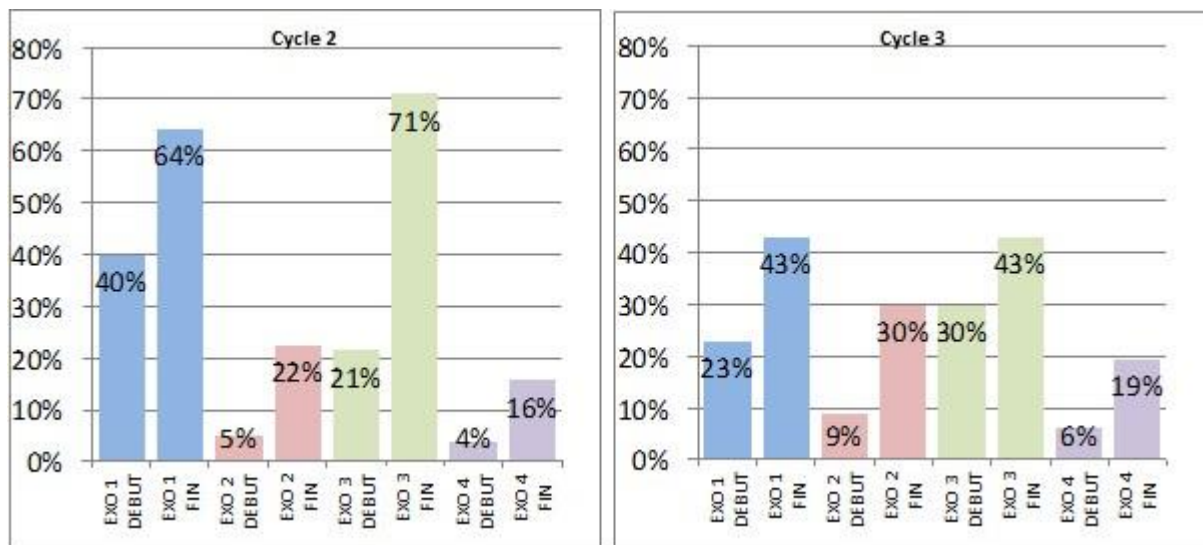


Fig. 9 : Pourcentage de réponses correctes en début et fin d'année scolaire, exercice par exercice, (cycle 2 à gauche, cycle 3 à droite)

L'évolution positive du taux d'absence de réponse aux exercices entre le début de l'année scolaire et la fin montre que tous les élèves (cycle 2 et cycle 3) sont plus facilement rentrés dans la tâche ou ont mieux compris les exercices lors de la deuxième passation (graphique en annexe). Pour les élèves de cycle 2, à propos des exercices qui mobilisent le principe décimal, la chute du taux d'absence de réponse est significative (baisse de 36% pour l'exercice 2 et de 19% pour l'exercice 4). Pour les élèves de cycle 3, la baisse du taux d'absence de réponse est bonne mais moins forte, partant d'un niveau déjà plus bas. Ceci montre que les élèves de cycle 3 sont moins surpris par la confrontation à des exercices mobilisant le principe décimal dès le début de l'année. Enfin, le taux d'absence de réponse dans les diagnostics après enseignement est équivalent quel que soit le cycle, ce qui pose la question de l'existence d'un "taux incompressible" d'élèves qui ne répondent pas à un exercice.

Une autre évolution intéressante est celle des élèves qui réussissent un exercice en début d'année puis l'échouent en fin d'année. Près de 10% des élèves échouent aux exercices relatifs au principe de position après les avoir réussis (graphique en annexe). Ils sont moins nombreux dans ce cas pour les exercices relatifs au principe décimal. Cela montrerait que si le principe décimal est plus difficile à acquérir pour les élèves, une fois qu'il l'est, il serait plus stable. Les enseignants du LÉA, ont aussi remarqué que des élèves se seraient démobilisés lors du passage du deuxième diagnostic, ayant reconnu qu'ils avaient déjà fait ces mêmes exercices. Enfin, la méthodologie peut être mise en cause avec l'éloignement entre le temps de l'apprentissage et la passation du diagnostic.

EVOLUTION DE LA MOBILISATION DES INVARIANTS OPÉRATOIRES « ORDRE » ET « CONVERSION ENTRE UNITÉS » DANS LES RÉPONSES CORRECTES OU ERRONÉES DES ÉLÈVES

Pour tous les élèves du cycle 2 confondus et pour tous les exercices, l'évolution dans l'année du pourcentage de réponses, correctes ou non, pouvant résulter de la mobilisation de l'invariant opératoire ordre est notable (de +8% à +42% selon les exercices). Cette progression est nettement moins sensible pour les cycles 3 (de +20% pour l'exercice 1, elle n'est que de 3 ou 4% pour les exercices 3 et 4 et même négative -1% pour l'exercice 2). Cela montre que l'utilisation du jeu et l'enseignement des professeurs du LÉA contribuent à faire évoluer positivement les conceptions des élèves de cycle 2 relativement au principe de position (Fig. 10).

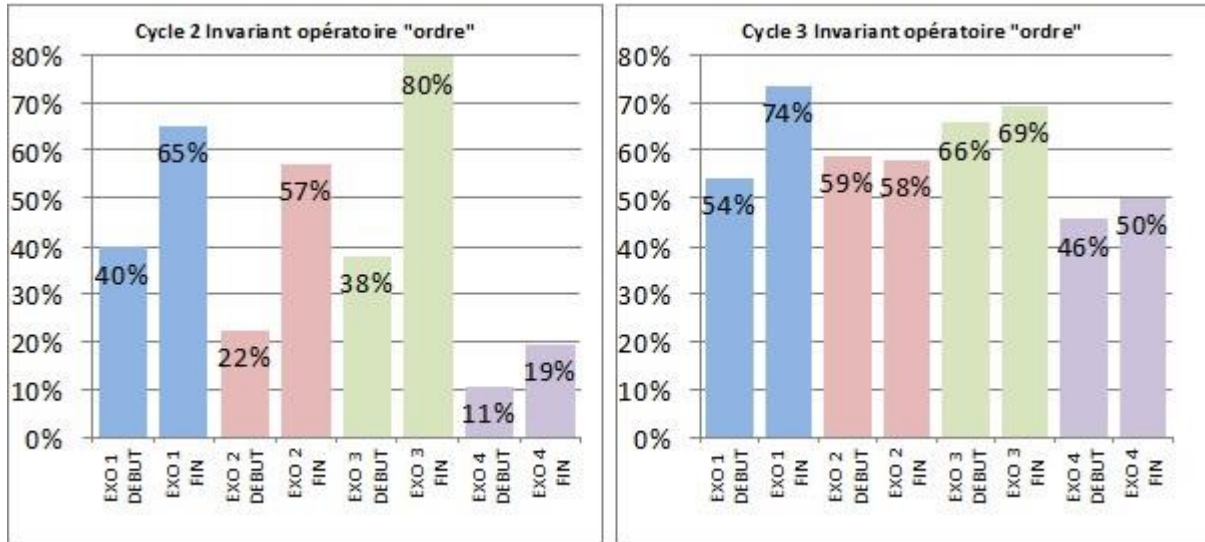


Fig. 10 : Pourcentage de réponses explicables par la mobilisation de l'invariant opératoire ordre, exercice par exercice, (à gauche cycle 2 et à droite cycle 3)

Il faut surtout noter que la différence entre les réponses correctes et les réponses explicables par cet invariant opératoire, qu'elles soient correctes ou non, est importante. Par exemple en cycle 2, après usage du Chiffroscope, il y a seulement 22% de réponses correctes à l'exercice 2, mais 57% de réponses explicables par la mobilisation de l'invariant opératoire ordre. En cycle 3, pour le même exercice après usage du jeu, c'est 30% de réponses correctes et 58% de réponses mobilisant l'invariant opératoire ordre. Cela signifie que les élèves, même lorsqu'ils répondent de façon erronée, ont pu mobiliser l'invariant opératoire ordre et qu'ils le font nettement plus après l'usage du jeu.

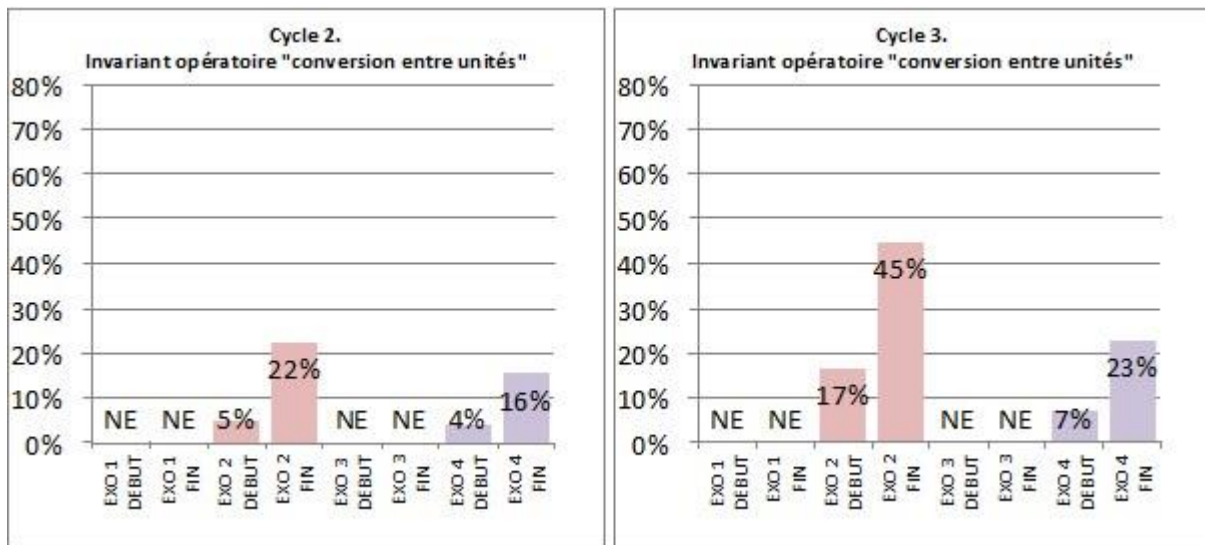


Fig. 11 : Pourcentage de réponses pouvant résulter de la mobilisation de l'invariant opératoire conversion entre unités, exercice par exercice, (à gauche cycle 2 et à droite cycle 3), NE pour non-évaluable

En ce qui concerne l'invariant opératoire conversion entre unités, relevant du principe décimal et seulement testable dans les exercices 2 et 4, il y a une progression (de +14% à +28%) mais le taux de manifestation de cet invariant opératoire dans les réponses reste faible après enseignement. La progression montre que l'utilisation du jeu et l'enseignement des professeurs permet de confronter les élèves et de faire évoluer leurs conceptions. Mais ces résultats montrent également que cet invariant opératoire est plus difficile à attraper pour les élèves. Il est également plus complexe à enseigner car la mobilisation de cet invariant repose sur des procédures qui ne sont pas toujours visibles dans les traces des élèves. Pour les élèves de cycle 3, la progression des résultats relative à cet invariant opératoire est plus importante que

pour les élèves de cycle 2. De plus, le taux de réponses pouvant résulter de la mobilisation de cet invariant est également bien supérieur chez les élèves de cycle 3 (45% et 23%) que chez les élèves de cycle 2 (22% et 16%). Ceci montre que la mobilisation de l'invariant opératoire « conversion entre unités » demande une certaine maturité en numération, qui s'acquiert à partir du cycle 3.

CONCURRENCE ENTRE LES DEUX PRINCIPES, DISPARITION DES INVARIANTS OPÉRATOIRES DE POSITION LORSQUE LES CONVERSIONS SONT À L'ŒUVRE

Dans cette expérimentation, les résultats montrent une évolution positive des connaissances des élèves, notamment relatives au principe de position. Les invariants opératoires caractérisant de conceptions position de la numération, expliquent plus les réponses des élèves que ceux relatifs au principe décimal. En fin d'année après enseignement, ils expliquent de 65% à 80% des réponses correctes ou pas. En revanche, lorsque l'exercice incite les élèves à utiliser les conversions entre unités, les invariants opératoires relevant de la position ne sont plus aussi bien mobilisés. Il semble que les élèves soient accaparés par les conversions et n'arrivent plus à appliquer ce qu'ils savent du principe de position. Nous faisons l'hypothèse qu'il est probable qu'une fois le principe décimal maîtrisé, le principe de position redevienne correctement mobilisé également. Même pour des professeurs avertis, il est plus difficile de faire évoluer les conceptions des élèves relatives au principe décimal, peut-être à cause du fait que la mobilisation des invariants opératoires relevant de ce principe est moins facilement visible dans les réponses finales des élèves et nécessite l'accès aux processus de résolution. Enfin, au vu des résultats, étant donné que les invariants opératoires rattachés au principe décimal ne caractérisent que très peu des réponses correctes ou non des élèves de cycle 2, il semble que nous soyons devant une alternative : soit le diagnostic ne permet pas d'évaluer le recours au principe décimal dans les réponses des élèves de cycle 2, soit, ce qui semble plus probable, le principe décimal ne caractérise pas les conceptions des élèves de cycle 2 en numération.

CONCLUSION, RÉSISTANCE DE LA CONCEPTION « POSITION » DE LA NUMÉRATION

Le principe décimal, qui n'est que peu travaillé par les enseignants d'après les récents travaux de Houdement et Tempier (2019), n'est pas encore au cœur de toutes les stratégies des élèves utilisant le jeu du Chiffroscope. Lorsqu'il l'est, c'est la stratégie de retour à l'unité qui est mobilisée bien qu'elle rencontre ses limites avec les grands nombres et les décimaux. Malgré les nombreuses erreurs, cette stratégie de retour à l'unité, qui consiste à transformer toutes les informations en unités simples puis à additionner, est résistante. Les élèves n'éprouvent pas le besoin de remplacer cette stratégie par une stratégie plus générale qui consiste à réaliser des conversions entre unités et qui serait non seulement plus efficace sur les grands nombres mais aussi valide sur les décimaux. Une des limites de l'expérimentation est sûrement de n'avoir pas mesuré l'évolution des conceptions de la numération décimale avec les nombres décimaux.

Le rôle central de cette stratégie de conversion à l'unité a rendu nécessaire de distinguer au moins trois conceptions sur la numération décimale, selon qu'elles incluent ou non certains des invariants opératoires. Ainsi, la conception « position » n'inclut que les trois invariants relatifs à la position. La conception « retour à l'unité » inclut les invariants opératoires rattachés au principe de position et l'invariant opératoire « conversion à l'unité » sans autres invariants opératoires relatifs au principe décimal. La conception « décimale » est plus complète avec les trois invariants opératoires relatifs à la position et l'invariant conversion entre unités (qui permet aussi la conversion à l'unité simple). Cette modélisation de la connaissance en conceptions selon leurs invariants opératoires, a permis de rendre opérationnelle l'analyse didactique et d'identifier ce que savent les élèves quand bien même leurs réponses ne sont pas correctes.

Cependant, notre analyse pourrait être améliorée. Nous avons identifié six invariants opératoires distincts en les reliant directement aux principes de la numération. Mais les stratégies et les réponses des élèves pourraient être mieux modélisés en prenant en compte d'autres invariants opératoires possibles tels que : décaler les unités de numération à droite, sommer les nombres disponibles, inverser les unités de numération ou juxtaposer chiffres ou nombres. Par ailleurs, si les invariants opératoires liés au principe position sont plus travaillés dans les classes c'est peut-être parce qu'ils sont plus faciles à observer, en particulier directement dans la réponse finale des élèves. En effet, nous nous sommes rendus compte qu'ils

ne nécessitent pas d'observer toute la procédure pour pouvoir être identifiés, contrairement aux invariants opératoires du principe décimal.

L'élaboration du diagnostic et l'analyse des résultats obtenus, conduites à partir du modèle des conceptions et particulièrement des invariants opératoires tels que présentées dans cet article, montrent leur pertinence pour évaluer les connaissances et les apprentissages des élèves. Cela ouvre la possibilité de les mettre en œuvre avec un autre type de méthodologie, telle que celle incluant un groupe contrôle pour tester l'intérêt du recours au jeu du Chiffroscope pour l'apprentissage de la numération décimale de position. Cela permettrait d'objectiver le décalage entre le ressenti positif des enseignants et l'évolution des conceptions des élèves mesurée expérimentalement. En effet, lors de la présentation des résultats, les enseignants du LÉA CiMÉLyon ont été surpris de ne pas retrouver leur évaluation positive des progrès de leurs élèves. Les progrès d'un quart ou d'un tiers des élèves observés expérimentalement peuvent être très significatifs pour les enseignants qui s'intéressent à la réussite des élèves individuellement. Au-delà des résultats, les enseignants sont positifs sur les apports de l'expérimentation et de l'usage du jeu du Chiffroscope. Ils évoquent une dynamique de travail différente, des élèves qui osent davantage produire une réponse, éléments non mesurés par les diagnostics en place. Ils témoignent du fait que le jeu a transformé l'usage du tableau de numération, qui devient un outil pour résoudre des problèmes. Ses règles d'usage sont justifiées par leur nécessité mathématique et pragmatique et non pour respecter des injonctions arbitraires. Les enseignants évoquent également dans leur grande majorité une évolution de leurs propres pratiques consécutive à la prise de conscience que le jeu a provoquée chez eux.

BIBLIOGRAPHIE

- Bachelard, G. (1934). *Le nouvel esprit scientifique*. Paris : Presses Universitaires de France.
- Balacheff, N. & Margolinas, C. (2005). CK ϕ Modèle de connaissances pour le calcul de situations didactiques. Dans C. Margolinas & A. Mercier (dir.), *Ecole d'Ete de Didactique des Mathématiques* (p. 1-32). La pensée Sauvage : Grenoble, France.
- Chambris, C. (2012). Consolider la maîtrise de la numération des entiers et des grandeurs. Le système métrique peut-il être utile ? *Grand N*, 89, 39-69.
- Coob, P., Confrey, J., diSessa, A. & Schauble, L. (2003). Design Experiments in Educational Research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.
- Croquelois, S., Martinez, J.-L., Rabatel, J.-P. & Soury-Lavergne, S. (2020). Du projet collaboratif à la formation : Continuité des apprentissages et de l'enseignement de la numération du cycle 2 au cycle 3. Dans COPIRELEM, *actes du 46^{ème} colloque de la COPIRELEM*. Lausanne : ARPEME.
- Houdement, C. & Tempier, F. (2019). Understanding place value with numeration units. *ZDM*, 51(1), 25-37.
- Mandin, S., De Simone, M. & Soury-Lavergne, S. (2017). Robot Moves as Tangible Feedback in a Mathematical Game at Primary School. Dans M. Merdan, W. Lepuschitz, G. Koppensteiner & R. Balogh (dir.), *Robotics in Education: Research and Practices for Robotics in STEM Education* (p. 245-257).
- Rabatel, J.-P. & Soury-Lavergne, S. (2017). Faire des mathématiques avec des cartes et un robot, le projet OCINAE. Dans COPIRELEM, *actes du 43^{ème} colloque de la COPIRELEM*. Le Puy-en-Velais : ARPEME.
- Sanchez, E. & Monod-Ansaldi, R. (2014). Recherche collaborative orientée par la conception. Un paradigme méthodologique pour prendre en compte la complexité des situations d'enseignement-apprentissage. *Éducation et didactique*, 9(2), 73-94.
- Soury-Lavergne, S. (2016). Duos of artefacts, connecting technology and manipulatives to enhance mathematical learning. *Communication au 13th International Congress on Mathematical Education*, Hamburg, Germany.

Tempier, F. (2016). Composer et décomposer : Un révélateur de la compréhension de la numération chez les élèves. *Grand N*, 98, 67-90.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques*, 10(2.3), 133-170.

ANNEXES

Diagnostics du LéA CE1-CE2

Prénom : _____ Classe : _____
 Ecole : _____

Avant-Après utilisation du jeu Chiffroscope



Cycle 2 – CE1/CE2



Exercice 1

Dans le tableau de numération ci-dessous, complète les unités de numération et place : 7 unités et 4 dizaines.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

dizaines

Quel est le nombre égal à 7 unités et 4 dizaines ?

Réponse : _____

Exercice 2

Dans le tableau de numération ci-dessous, place : 45 dizaines

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Quel est le nombre égal à 45 dizaines ?

Réponse : _____

Exercice 3

Un nombre est égal à 6 unités et 3 centaines.

Quel est ce nombre ?

Réponse : _____

Exercice 4

Un nombre est égal à 38 dizaines et 27 unités.

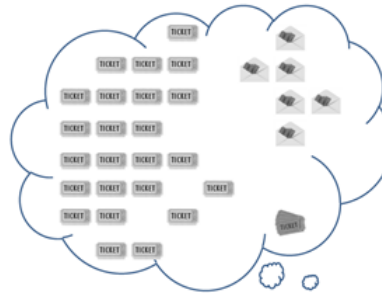
Quel est ce nombre ?

Réponse : _____




Exercice 5


Dans le nuage, combien y a-t-il de tickets au total, y compris ceux dans les carnets et les enveloppes ?

Réponse : _____ tickets.



Légende :

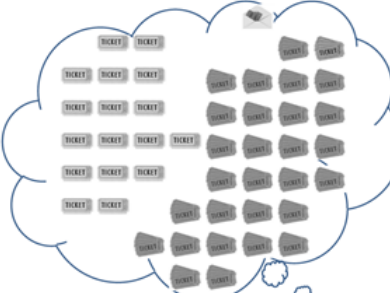
-  un ticket seul
-  un carnet contient dix tickets
-  une enveloppe contient dix carnets






Exercice 6


En rangeant les tickets dans les carnets et les carnets dans les enveloppes, combien d'enveloppes y aura-t-il dans le nuage ?

Réponse : _____ enveloppes.



Légende

-  un ticket seul
-  un carnet contient dix tickets
-  une enveloppe contient dix carnets






Exercice 7

Le robot a besoin de 615 tickets.

Combien doit-il commander d'enveloppes, de carnets et de tickets seuls ?

Réponse : Le robot doit commander _____

Légende

-  un ticket seul
-  un carnet contient dix tickets
-  une enveloppe contient dix carnets




Exercice 8

Le robot a besoin de 390 tickets mais il n'y a plus que des carnets.

Combien de carnets doit-il commander ?

Réponse : Le robot doit commander _____

Légende

-  un ticket seul
-  un carnet contient dix tickets
-  une enveloppe contient dix carnets

Diagnostique du LÉA Cycle 3

Prénom : _____ Classe : _____
 École : _____

Avant-Après utilisation du jeu Chiffroscope



Cycle 3

Exercice 1

Dans le tableau de numération, complète les unités de numération et place : 4 dizaines, 7 unités de millions et 5 centaines de mille.

						centaines			
--	--	--	--	--	--	-----------	--	--	--

Quel est le nombre égal à 4 dizaines, 7 unités de millions et 5 centaines de mille ?

Réponse : _____

Exercice 2

Dans le tableau de numération ci-dessous, place : 23 centaines et 45 dizaines.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Quel est le nombre égal à 23 centaines et 45 dizaines ?

Réponse : _____

Exercice 3

Un nombre est égal à 7 dizaines, 8 centaines de mille et 2 centaines. Quel est ce nombre ?

Réponse : _____

Exercice 4


Un nombre est égal à 28 centaines, 54 unités de mille et 7 unités. Quel est ce nombre ?

Réponse : _____

Exercice 5

Dans le nuage, combien y a-t-il de tickets au total, y compris ceux dans les carnets, les enveloppes et les boîtes ?

Réponse : _____ tickets.



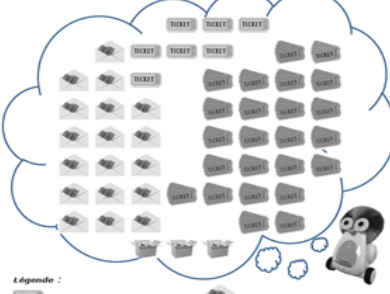
Légende

un ticket seul	une enveloppe contient dix carnets
un carnet contient dix tickets	une boîte contient dix enveloppes

Exercice 6

En rangeant les tickets dans les carnets, les carnets dans les enveloppes et les enveloppes dans les boîtes, combien de boîtes y aura-t-il dans le nuage ?

Réponse : _____ boîtes.



Légende :

un ticket seul	une enveloppe contient dix carnets
un carnet contient dix tickets	une boîte contient dix enveloppes

Exercice 7

Le robot a besoin de 2 615 tickets. Combien doit-il commander de boîtes, d'enveloppes, de carnets et de tickets seuls ?

Réponse : Le robot doit commander _____

Légende

un ticket seul	une enveloppe contient dix carnets
un carnet contient dix tickets	une boîte contient dix enveloppes

Exercice 8

Le robot a besoin de 1 380 tickets mais il n'y a plus que des carnets. Combien de carnets doit-il commander ?

Réponse : Le robot doit commander _____

Légende :

un ticket seul	une enveloppe contient dix carnets
un carnet contient dix tickets	une boîte contient dix enveloppes

Résultats des élèves du LéA

CE1 / CE2

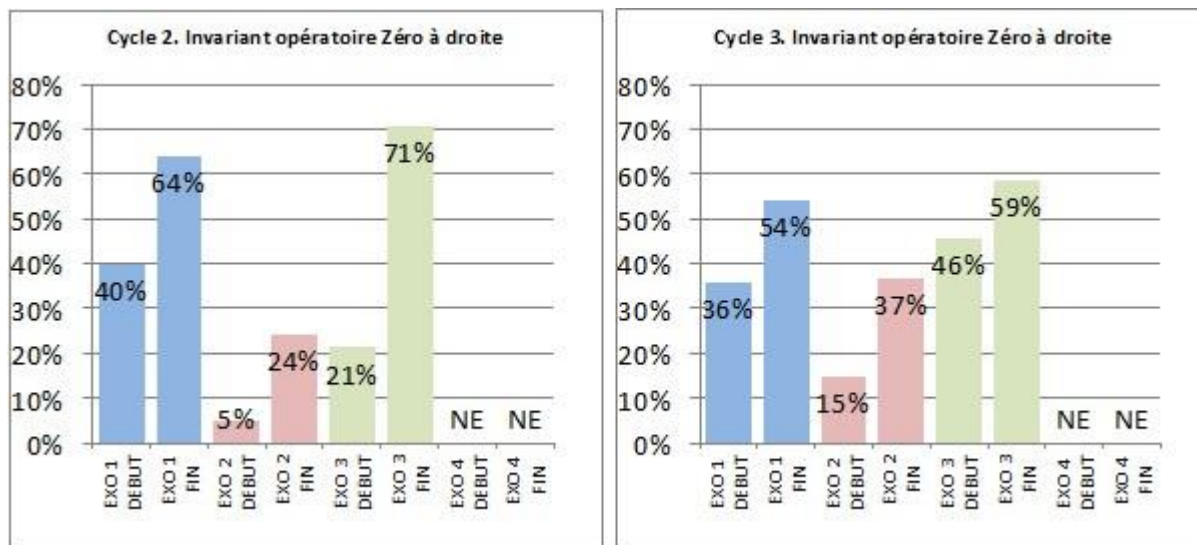
	Réponse Correcte	Ordre	Zéros à Droite	Zéros intercalaires	Retour à l'unité	Conversion entre unités adjacentes	Conversion avec retenue
Exercice 1 AVANT	40%	40%	40%	40%	0%	Non Evalué	Non Evalué
Exercice 1 APRES	64%	65%	64%	64%	1%	Non Evalué	Non Evalué
Exercice 2 AVANT	5%	22%	5%	5%	Non Evalué	5%	Non Evalué
Exercice 2 APRES	22%	57%	24%	22%	Non Evalué	22%	Non Evalué
Exercice 3 AVANT	21%	38%	21%	21%	1%	Non Evalué	Non Evalué
Exercice 3 APRES	71%	80%	71%	71%	0%	Non Evalué	Non Evalué
Exercice 4 AVANT	4%	11%	Non Evalué	4%	0%	4%	Non Evalué
Exercice 4 APRES	16%	19%	Non Evalué	16%	0%	16%	Non Evalué

Cycle 3

	Réponse Correcte	Ordre	Zéros à Droite	Zéros intercalaires	Retour à l'unité	Conversion entre unités adjacentes	Conversion avec retenue
Exercice 1 AVANT	23%	54%	36%	23%	0%	Non Evalué	Non Evalué
Exercice 1 APRES	43%	74%	54%	43%	0%	Non Evalué	Non Evalué
Exercice 2 AVANT	9%	59%	15%	11%	2%	17%	Non Evalué
Exercice 2 APRES	30%	58%	37%	32%	2%	45%	Non Evalué
Exercice 3 AVANT	30%	66%	46%	30%	0%	Non Evalué	Non Evalué
Exercice 3 APRES	43%	69%	59%	43%	0%	Non Evalué	Non Evalué
Exercice 4 AVANT	6%	46%	Non Evalué	12%	0%	7%	Non Evalué
Exercice 4 APRES	19%	50%	Non Evalué	26%	0%	23%	Non Evalué

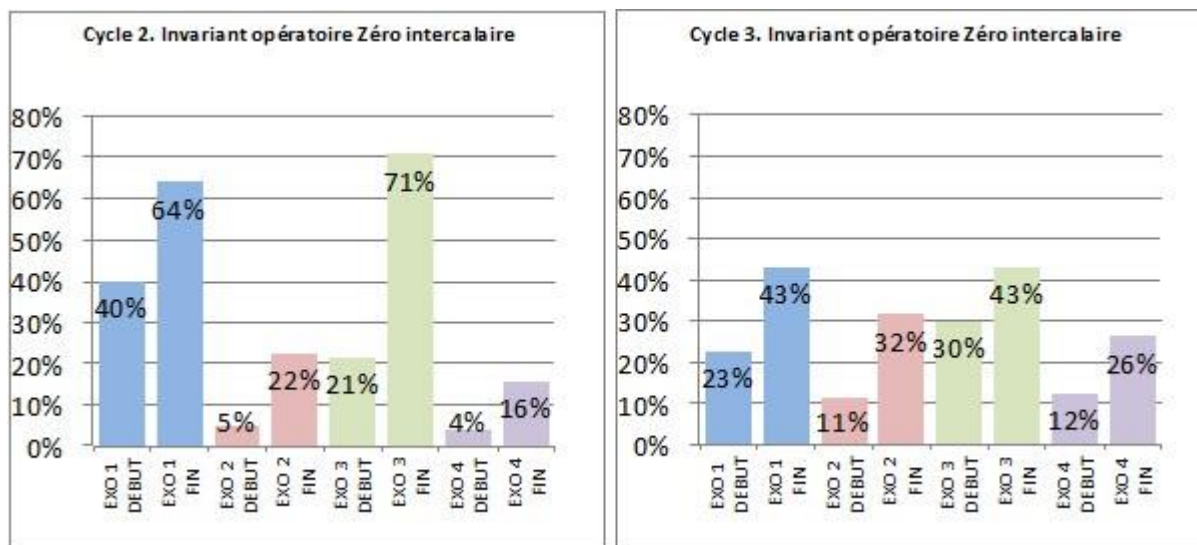
INVARIANT OPÉRATOIRE ZÉRO À DROITE

Pourcentage de réponses pouvant résulter de la mobilisation de l'invariant opératoire zéro à droite, exercice par exercice, selon le niveau (cycle 2 ou cycle 3).



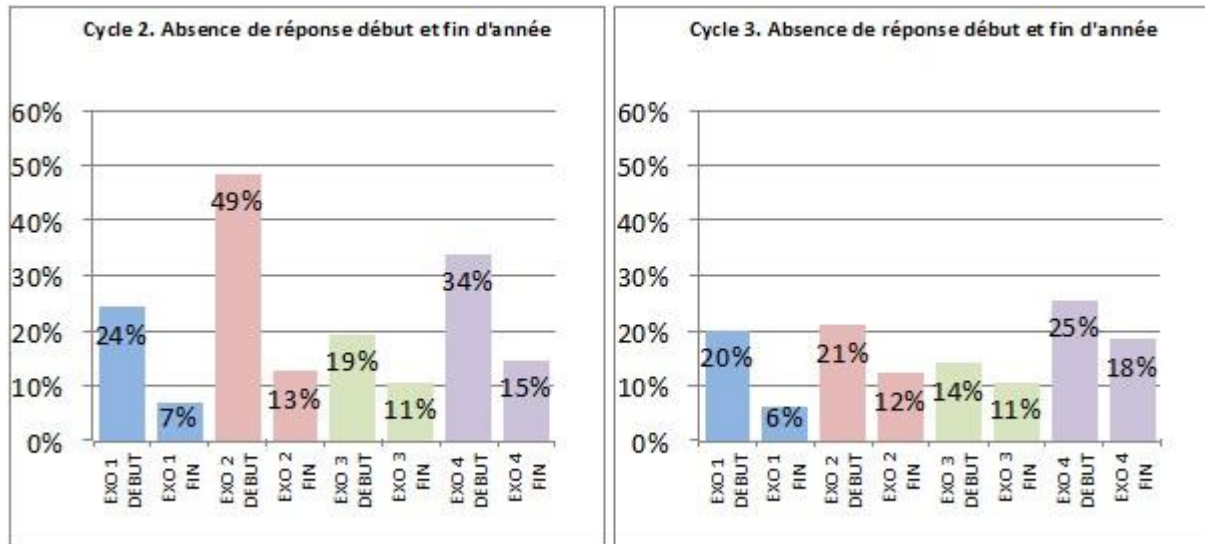
INVARIANT OPÉRATOIRE ZÉRO INTERCALAIRE

Pourcentage de réponses pouvant résulter de la mobilisation de l'invariant opératoire zéro intercalaire, exercice par exercice, selon le niveau (cycle 2 ou cycle 3).



EVOLUTION DU TAUX D'ABSENCE DE RÉPONSE

Pourcentage d'absence de réponses, exercice par exercice, selon le niveau (cycle 2 ou cycle 3).



EVOLUTION DES RÉUSSITES DES ÉLÈVES DE CYCLE 3 ENTRE LE DÉBUT ET LA FIN DE L'ANNÉE

Pourcentage d'élèves de cycle 3 modifiant leur réussite entre le diagnostic de début d'année et celui de fin d'année, exercice par exercice : évolution positive en ligne 1 et évolution négative en ligne 2

Cycle 3	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4
NON REUSSI AVANT REUSSI APRES ↗	30%	24%	25%	17%
REUSSI AVANT NON REUSSI APRES ↘	10%	3%	11%	4%

DISPOSITIF DE FORMATION UTILISANT LE JEU DE GO POUR ENSEIGNER LES MATHÉMATIQUES À L'ÉCOLE PRIMAIRE

Antoine Fenech, Richard Cabassut

Capitaine de l'équipe de France de jeu de Go, collège international de l'Esplanade, Strasbourg
Université de Strasbourg, LISEC EA 2310 et Université de Strasbourg, LISEC EA 2310

Nous présentons les premiers résultats d'un groupe de l'IREM¹ de Strasbourg qui a réfléchi à l'enseignement des mathématiques dans les écoles primaires françaises en utilisant le jeu de Go. Ce groupe réunit joueurs de Go, enseignants et chercheurs pour produire des ressources pédagogiques, les mettre en œuvre dans la classe et réfléchir à l'évaluation et l'amélioration de ces ressources. Grâce aux différents registres de représentation offerts par le jeu de Go, différents domaines mathématiques peuvent être étudiés : nombre, géométrie, grandeurs, raisonnement, algorithmique. Pour analyser les ressources et les pratiques, nous proposons le cadre de la théorie anthropologique du didactique.

Le jeu est un moyen d'apprendre avec plaisir, comme le rappelle le rapport Villani-Torossian : « Afin de ne pas laisser s'installer l'anxiété face à la tâche scolaire en mathématiques, inspirons-nous du Canada, de Singapour, des États-Unis ou encore du Nord de l'Europe, où les activités scolaires en mathématiques sont la plupart du temps associées à la notion de plaisir. Jeux, énigmes, concours, défis et histoires sont au rendez-vous ! » (Villani *et al.*, 2018, p.15). Poirier *et al.* (2009) ont montré la relation entre le jeu et l'apprentissage des mathématiques à l'école primaire. Des recherches ont montré l'intérêt des jeux de stratégie pour l'enseignement des mathématiques (Movshovitz-Hadar, 2011). Parmi ces jeux de stratégie, Jancarik (2017) a montré que « les domaines développés par les échecs sont avant tout le pouvoir de résolution de problèmes, mais aussi la pensée logique et la capacité de visualiser en géométrie »² (Ibidem. P.226). Des recherches à l'école primaire ont montré que le jeu de Go, un autre jeu de stratégie, développait les fonctions cognitives (Tachibana *et al.*, 2012). Le but du groupe est d'étudier les possibilités offertes par le jeu de Go pour apprendre les mathématiques et de proposer un cours de formation d'enseignants pour mettre en œuvre le jeu de Go dans les écoles primaires françaises conformément au programme français.

CADRE THÉORIQUE

En utilisant la terminologie de la théorie anthropologique du didactique de Chevallard (Bosch *et al.*, 2006), nous considérons que le Club de Jeu de Go de Strasbourg (Strasgo, 2019) est une institution qui produit la connaissance des règles de Jeu de Go et des techniques de jeu. Les règles adaptées, mises au point pour le niveau primaire, sont celles qu'on appelle dans la communauté internationale des joueurs de Go, les règles strasbourgeoises. L'école primaire française est une autre institution où le programme de mathématiques est enseigné. Nous étudions la double transposition de la connaissance du jeu de Go et du programme mathématique à l'école primaire française. Nous étudions différentes tâches d'enseignement proposées en classe, la manière de les réaliser et de les justifier³ du point de vue du jeu de Go et du point de vue mathématique. Nous utilisons les problèmes offerts par le jeu de Go comme une nouvelle approche pour apprendre les mathématiques, car nous supposons que, dans ce contexte, « le plaisir, l'exaltation et la

¹Institut de recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de l'Université de Strasbourg, <https://mathinfo.unistra.fr/irem/groupes/jeu-de-go/>

² Traduction française de R.C. : “ the areas that are developed through chess are primarily problem-solving power but also logical thinking and ability to visualize in geometry”.

³ Ce que les anthropologues appellent des praxéologies (Bosch *et al.*, 2006).

satisfaction se produisent »⁴ (Debellis *et al.*, 2006, p.134). De plus, le matériel utilisé dans le jeu de Go (plateau et pierres) permet de travailler dans un nouveau registre de représentations. « La compréhension mathématique commence lorsque la coordination des registres commence. [...] Les processus de pensée mathématiques dépendent d'une synergie cognitive des registres de représentation »⁵ (Duval 2006, p.126). Nous supposons que le contexte du jeu de Go aidera à apprendre des mathématiques.

MÉTHODOLOGIE UTILISÉE

Cette recherche a lieu dans un IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des mathématiques) : « Indépendantes des départements de mathématiques, mais proches de ceux-ci, ces structures universitaires accueillent mathématiciens universitaires, enseignants, formateurs d'enseignants, didacticiens et historiens des mathématiques qui travaillent en collaboration à temps partiel dans des groupes thématiques, en développant la recherche action, des sessions de formation pour enseignants basées sur leurs activités et en produisant du matériel pour l'enseignement et la formation des enseignants »⁶ (Artigue *et al.*, 2019 p.13). Nous utilisons la méthodologie de l'ingénierie didactique : « une phase d'analyse préliminaire et de conception, une phase d'expériences d'enseignement et une phase d'analyse rétrospective »⁷ (Margolinas *et al.*, 2015, p.901). Une fois par mois, le groupe de recherche se réunit avec les phases suivantes : jeu et apprentissage du jeu Go, compte rendu des expériences en classe et partage des ressources produites, réflexion sur les expériences et conception de nouvelles expériences à mettre en œuvre avant la prochaine réunion. Pour analyser l'expérience d'enseignement, nous avons utilisé la méthodologie de la double approche : « Cette méthode propose une double approche: d'une part - dans une approche centrée sur la didactique - nous avons développé un cadre général d'analyse des pratiques enseignantes en prenant en compte deux éléments très étroitement liés, les activités des élèves et la gestion de la classe par l'enseignant, [...] ; et d'autre part - dans une approche d'ergonomie cognitive - nous avons considéré l'enseignant comme un professionnel effectuant un travail spécifique »⁸ (Robert *et al.*, 2005, p. 270).

EXEMPLES D'ACTIVITÉS

Le groupe de recherche regroupe des membres variés : un universitaire, chercheur en didactique des mathématiques, un enseignant de mathématiques post-secondaires, membre du club de Go de Strasbourg, un enseignant de collège, capitaine de l'équipe de France de Jeu de Go, et une dizaine d'enseignants de l'école primaire. Certains enseignants n'ont aucune expérience du jeu de Go, alors que d'autres pratiquent avec les élèves le jeu de Go, dans un club en dehors de la classe et des cours obligatoires et remarquent la motivation des élèves à jouer car la règle du jeu est facile à comprendre. Certains élèves ayant des difficultés linguistiques (le français n'étant pas leur langue maternelle) ont plus de facilité à s'exprimer pendant le jeu.

⁴ Traduction française de R.C. : “pleasure, elation and satisfaction occur”.

⁵ Traduction française de R.C. : “ Mathematical comprehension begins when coordination of registers starts up. [...] Mathematical thinking processes depend on a cognitive synergy of registers of representation”.

⁶ Traduction française de R.C. : “ Independent from, but close to mathematics departments, these university structures welcome university mathematicians, teachers, teacher educators, didacticians and historians of mathematics who collaboratively work part-time in thematic groups, developing action-research, teacher training sessions based on their activities and producing material for teaching and teacher education.

⁷ Traduction française de R.C. : “ a phase of preliminary analysis and design, a phase of teaching experiments, and a phase of retrospective analysis”.

⁸ Traduction française de R.C. : “This method proposes a twofold approach: on the one hand – in a didactics-centred approach – we developed a general frame-work for analyzing teachers’ practices taking into account two elements that are very closely linked, students’ activities and the teacher’s management of the class, [...]; and on the other hand – in a cognitive ergonomics approach – we have considered the teacher as a professional who is performing a specific job”.

APPRENTISSAGE DES CONNAISSANCES DU JEU DE GO

Brève présentation du jeu

Introduisons brièvement le jeu de Go. C'est un jeu de stratégie pour deux joueurs, l'un ayant les pierres⁹ noires et débutant la partie, et l'autre les blanches, qui seront déposées sur un plateau. Le plateau, appelé Goban, est constitué d'un quadrillage carré et sa taille pourra être choisie en fonction de la durée de la partie et de la complexité souhaitées pour le jeu. Un joueur, à son tour, place une pierre sur un point d'intersection vide du quadrillage du Goban. Les pierres ne sont pas déplacées. Ce joueur capture une pierre ou un groupe de pierres de l'autre couleur quand elles sont entourées de ses pierres sur tous les points adjacents orthogonalement. À la fin de la partie, le gagnant est le joueur qui a le plus grand nombre de pierres sur le plateau. Les variantes des règles du jeu suggérées ici sont celles du Club de Go de Strasbourg (Strasgo, 2019).

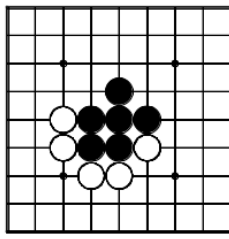
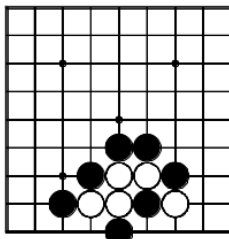
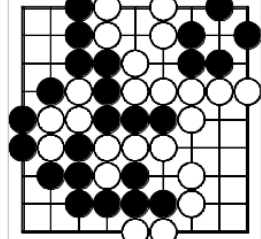
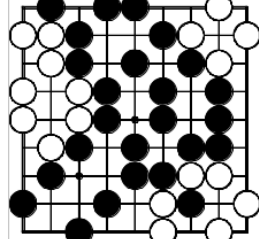
Il existe des règles du jeu de go différentes suivant les pays et les traditions. Les règles dites strasbourgeoises ont été créées pour permettre aux enfants de découvrir ce jeu. Elles sont faciles à comprendre et bien adaptées à une introduction progressive à l'école primaire. Lors de la première réunion du groupe de recherche, différentes notions ont été introduites (but du jeu et capture d'une chaîne de pierres en particulier).

Le but du jeu : le vainqueur est le joueur qui a le plus grand nombre de pierres sur le plateau à la fin de la partie. La discussion porte sur la manière dont les élèves comparent les deux nombres de pierres.

Une chaîne est constituée de pierres qu'on ne peut pas capturer séparément. Une chaîne encerclée est capturée et retirée du plateau. Le nombre de libertés d'une chaîne est le nombre de pierres adverses nécessaires pour la capturer.

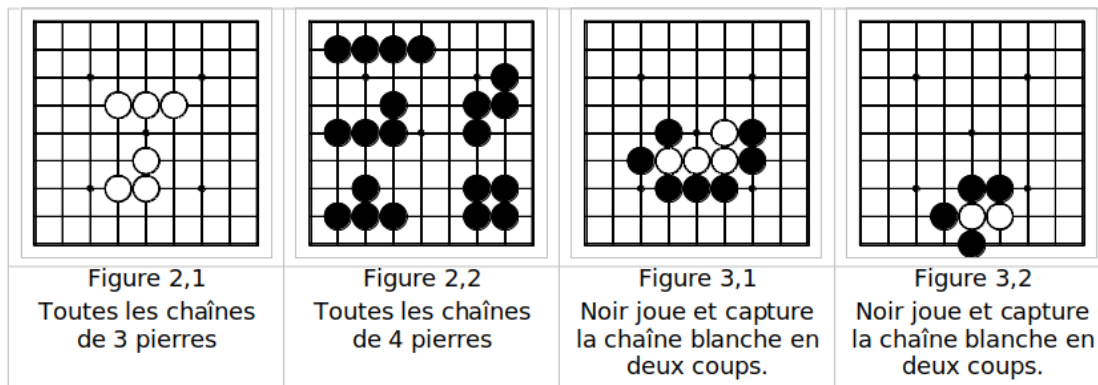
Ici des exercices de différents types sont proposés.

Exercices d'observation : compter les libertés d'une chaîne, capturer une chaîne en un coup, reconnaître une chaîne capturée, déterminer le vainqueur d'une partie (figures 1.1 à 1.4).

			
<p>Figure 1,1 Combien la chaîne noire a-t-elle de libertés? Termine son encerclement.</p>	<p>Figure 1,2 Noir joue et capture une chaîne blanche.</p>	<p>Figure 1,3 Quelle est la chaîne capturée?</p>	<p>Figure 1,4 Lequel des deux joueurs a le plus de pierres sur le plateau?</p>

Premiers exercices de raisonnements : dénombrer les chaînes de 3 ou 4 pierres (figures 2.1 et 2.2), capturer une chaîne en 2 coups (figures 3.1 et 3.2).

⁹ Dans le jeu on utilise le mot pierre pour désigner un jeton.



Pour la règle adaptée aux niveaux Maternelle (de 3 à 6 ans) à CE1 (8 à 9 ans), la partie est terminée lorsqu'un joueur a capturé au moins 5 pierres en tout. Les joueurs comparent alors les pierres sur le plateau pour connaître le vainqueur (fig. 4). A partir du CE2 (9 à 10 ans) on fait évoluer en cours d'année la règle définissant la fin de la partie pour pouvoir introduire des notions plus complexes.

Lors des réunions suivantes du groupe de recherche, d'autres notions sont présentées dans cette formation d'enseignant pour être transposées dans l'activité de la classe.

APPRENTISSAGE DES CONNAISSANCES MATHÉMATIQUES

Pour **les nombres**, les procédures de comparaison sont proposées, en regroupant les pierres en rectangles ou en lignes sans qu'il soit nécessaire de compter (figure 4) ou en énumérant (figure 5).

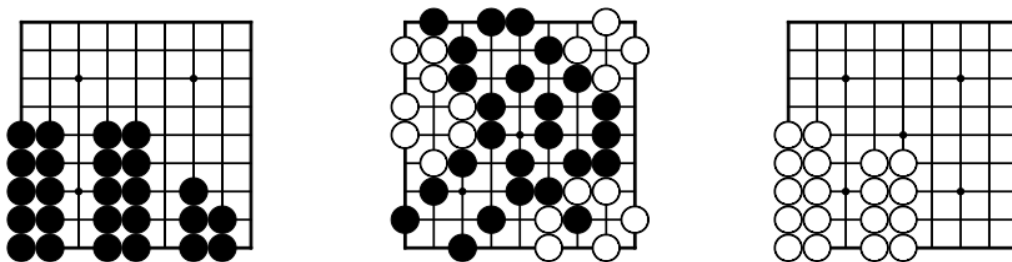


Fig. 4-12: Comparer sans compter

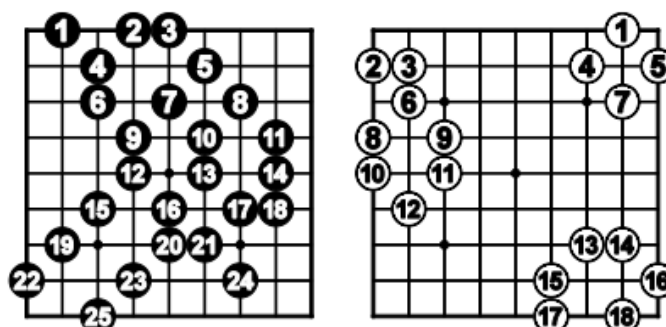


Fig. 5 : Compter en énumérant

Le regroupement des pierres peut offrir des registres de représentation (Duval 2006) pour différentes notions mathématiques. Le regroupement en lignes de même longueur peut constituer un registre de représentation de la multiplication compris comme l'itération d'une addition (par exemple $20 = 5 + 5 + 5$

+ 5). Le regroupement dans un rectangle peut être un registre de représentation de la multiplication compris comme le produit de deux grandeurs (par exemple $20 = 5 \times 4$). Le regroupement en 2 lignes de 5 pierres ou en 1 ligne de 10 pierres peut constituer un registre de représentation du système de nombres décimaux.

La géométrie (Fig. 11) peut être travaillée avec des lignes (les pierres forment-elles une ligne droite ?), avec la reconnaissance de formes (triangle, rectangle ...). Le territoire entouré (frontière, zone) peut permettre de travailler des grandeurs (longueur, aire ...).

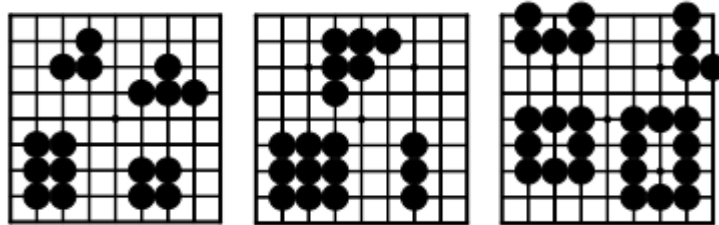


Fig. 13 : Configurations géométriques

D'autres domaines peuvent être travaillés : raisonnement avec les stratégies de jeu, coordonnées sur le tableau de Go, organisation des données avec les résultats d'un tournoi de jeu de Go, algorithmique et programmation. ...

RETOUR D'EXPÉRIENCES PÉDAGOGIQUES

Premières observations

Les expériences montrent que différentes parties du programme peuvent être travaillées avec le Jeu de Go, par exemple dès le CP (cours préparatoire) : addition (complément à 10) ou lignes (horizontales, verticales, diagonales). Les élèves semblent mieux représenter la notion dans le contexte familier du jeu de Go. Certains enseignants considèrent les avantages généraux du jeu de Go. La règle morale est importante : ne trichez pas lorsque vous jouez. Les élèves habiles avec le jeu de Go ne sont pas toujours ceux qui sont habiles en mathématiques. Les élèves jouent entre eux et changent de partenaire de jeu. La vie sociale de la classe est améliorée. Un enseignant a travaillé sur l'algorithmique et la programmation en travaillant dans des situations optimales avec le langage de programmation Scratch (Fig. 12).



Fig. 14 : Programmation avec Scratch

Modalités de travail

Les élèves peuvent jouer ou réfléchir **en groupe**, par exemple un couple de joueurs et un arbitre (Fig. 13). Une discussion **collective** en utilisant le tableau de la classe (Fig. 14) aide beaucoup les élèves en difficulté. Les difficultés peuvent être du côté du jeu pour comprendre les règles ou du côté mathématique pour

comprendre une idée mathématique. Un travail **individuel** sur ordinateur (Fig.15) est possible à l'aide du logiciel développé par le Club de Go de Strasbourg (Strasgo, 2019) :

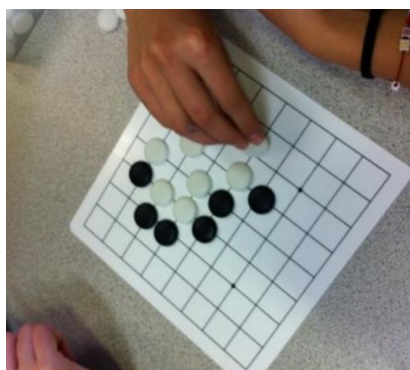


Fig. 15

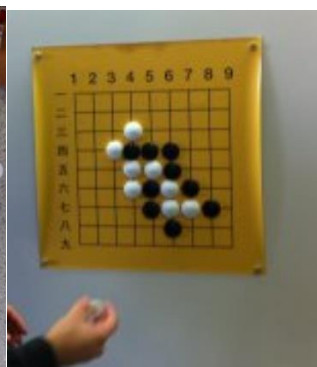


Fig. 16

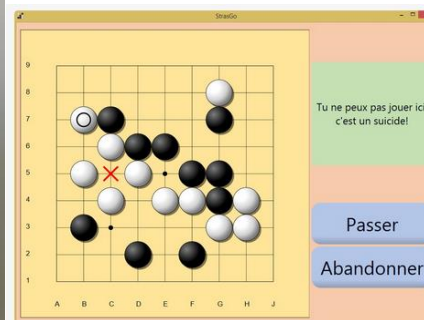


Fig. 17

Enfin on peut travailler sur des **activités décrochées** où seul le matériel du jeu de Go est utilisé sans que ce soit une partie de Go qu'on analyse ou joue. Un enseignant a adapté le bâton de comptage (Millet *et al.*, 2007, p. 138) pour apprendre les tables de multiplication avec des étiquettes représentant les nombres avec des rectangles de pierres de Go (Fig.16).



Fig. 18 : Rectangles de pierres pour une table de multiplication

Suite à la remarque des participants de l'atelier de la COPIRELEM, lors des prochains colloques et salons, on privilégiera en formation des maîtres, la présentation des activités accrochées au Jeu de Go.

Partage de matériel et de ressources

Un logiciel (Strasgo, 2019) est disponible et permet de s'entraîner individuellement sur un ordinateur (Fig. 15). Certains enseignants utilisent des vidéos, sur des histoires de dragons ou de mangas, disponibles sur le site (Strasgo, 2019) pour motiver les élèves et intégrer le contexte culturel.

RÉSULTATS ET CONCLUSIONS

Avec les premières expériences, il est possible de déplacer le jeu de Go d'activités volontaires hors programme et hors la classe vers des activités obligatoires à l'intérieur de la classe et dans le cadre du programme. Pour la connaissance du jeu de Go, les expériences montrent qu'il est possible d'apprendre des règles de Go adaptées et de jouer au jeu de Go dès la première classe de l'école élémentaire (CP), voire même en maternelle. La progression proposée dans le groupe pour apprendre la règle du jeu de Go a été bien adaptée à la diversité des situations de classe. Du point de vue des élèves, les expériences montrent que la motivation, le plaisir, le comportement social se développent à travers des activités de jeu de Go. Pour le savoir mathématique, de nombreuses parties du programme français de l'école primaire peuvent être enseignées à l'aide du jeu de Go. Le jeu de Go apporte des registres de représentation intéressants (Goban ou pierres réelles, représentations planes d'un Goban et des pierres, codage d'une partie, description dans la langue du jeu de Go, description en langue naturelle ...) et le changement de registres est un bon moyen de comprendre les concepts et les procédures.

Pour la plupart des enseignants et des élèves, ce fut une première rencontre avec le jeu de Go, et l'année prochaine, la familiarité et la confiance aideront l'enseignement et l'apprentissage. L'évaluation des expériences doit devenir plus précise. Le groupe développe des ressources et de nouvelles situations en

adéquation avec le programme. Pour l'instant, ce projet de recherche est en phase d'exploration avec une évaluation qualitative. L'évaluation devrait mieux préciser les compétences développées et les critères à respecter pour vérifier le développement de ces compétences, en précisant l'analyse a priori et l'analyse *a posteriori* de l'ingénierie didactique proposée. Il serait intéressant de disposer d'un groupe de contrôle n'utilisant pas le jeu de Go et d'observer s'il existe des différences significatives pour certaines évaluations. Les collègues intéressés peuvent contacter les auteurs. Des recherches plus académiques pourront approfondir la problématique envisagée (Haye, 2019).

BIBLIOGRAPHIE

- Artigue, M., Bosch, M., Chaachoua, H., Chellougui, F., Chesnais, A., Durand-Guerrier, V., Knipping, C., Maschietto, M., Romo-Vazquez, A. & Trouche, L. (2019). The French Didactic Tradition in Mathematics. Dans W. Blum *et al.* (dir.), *European Traditions in Didactics of Mathematics*. ICME-13, Monographs. Springer.
- Bosch, M. & Gascon, J. (2006). 25 years of didactic transposition. *ICMI Bulletin*, 58, 51–65.
- Debellis, V. & Goldin, G. (2006). Affect and Meta-Affect in Mathematical Problem Solving: A Representational Perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 131-147.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 103-131.
- Jancarik, A. (2017). The potential of the chess environment in mathematics education – pre-service teachers' perspective. Dans J. Novotna & H. Moraova (dir.), *International Symposium Elementary Maths Teaching. SEMT'17. Proceedings* (p.225-235). Prague : Charles University, Faculty of Education.
- Haye, T. (2019). *Etude des conditions et des contraintes d'implémentation d'un jeu de société à l'école, comme vecteur d'apprentissages mathématiques. Cas du jeu de Go au cycle 3*. Thèse. Université de Montpellier.
- Margolinas, C. & Drijvers, P. (2015). Didactical engineering in France; an insider's and an outsider's view on its foundations, its practice and its impact. *ZDM Mathematics Education*, 47, 893-903.
- Millett, A., Brown, M. & Askew, M. (2007). *Primary Mathematics and the Developing Professional*. Springer.
- Movshovitz-Hadar, N. (2011). Bridging between mathematics and education courses: Strategy games as generators of problem solving tasks. Dans O. Zaslavsky & P. Sullivan (dir.), *Constructing knowledge for teaching secondary mathematics: Tasks to enhance prospective and practicing teacher learning*, (p.117-140). Springer.
- Poirier, L., Novotna, J. & Godmaire, C. (2009). Games and learning mathematics. Dans J. Novotná, H. Moraová (dir.), *International Symposium Elementary Mathematics Teaching SEMT'09* (p.277–278). Prague: Charles University, Faculty of Education.
- Robert, A. & Rogalski, J. (2005). A Cross-analysis of the mathematics teacher's activity. An example in a French 10th-grade class. *Educational Studies in Mathematics*, 59, 269-298.
- Strasgo (2019). *An application brought to you by the Strasbourg Go Club to discover the game of Go*. Retrieved from http://strasgo.gostrasbourg.fr/index_en.html .
- Tachibana, Y., Yoshida, J., Ichinomiya, M., Nouchi, R., Miyauchi, C. & Takeuchi, H. (2012). A GO intervention program for enhancing elementary school children's cognitive functions and control abilities of emotion and behavior: study protocol for a randomized controlled trial. *Trials* 2012. 13(8). Doi : [10.1186/1745-6215-13-8](https://doi.org/10.1186/1745-6215-13-8).
- Villani, C. & Torossian, C. (2018). *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*. Ministère de l'Éducation Nationale. France.

MISE EN ABYME D'UN JEU DE ROLES POUR LA FORMATION DE FORMATEURS

Claire Guille-Biel Winder, Caroline Lajoie, Christine Mangiante-Orsola, Pascale Masselot, Frédéric Tempier

ADEF (UR-4671), Aix-Marseille Université, GREFEM, Université du Québec à Montréal, LML (EA 2462), Université de Lille, etLDAR (EA 4434), UA, CYCPU, UP, UPEC, URN, CY Cergy Paris Université

Notre travail prend appui sur des résultats de recherches portant sur le développement professionnel des professeurs d'écoles, plus particulièrement sur les enjeux de la formation en mathématiques de ces professeurs et sur les effets de certains dispositifs de formation sur les pratiques des enseignants (Robert, 2005 ; Charles-Pézard *et al.*, 2011 ; Butlen *et al.*, 2017). Nous en retenons l'hypothèse suivante : un dispositif de formation visant le niveau local des routines professionnelles et s'appuyant sur des observations de moments d'enseignement est susceptible d'enrichir les pratiques, c'est-à-dire d'amener le futur enseignant à envisager différentes alternatives, à « élargir la palette des possibles ». Rester au plus près de la « logique » déjà en germe de cet enseignant, se situer dans la « zone proximale de développement des pratiques », rendrait l'enseignant plus apte à s'appropriier ces alternatives.

Dans le contexte de la formation initiale en France, il est difficile d'avoir accès aux pratiques d'enseignement des stagiaires dans leur classe. Il est alors tentant pour des formateurs de s'appuyer sur des dispositifs permettant d'importer des traces de ces pratiques en formation. Une telle manière de faire permet, dans un premier temps, d'initier chez les formés un questionnement prenant en compte à la fois leurs besoins ressentis et ceux identifiés ou déjà connus par les formateurs et dans un second temps, d'amener les formés à envisager d'autres pistes « à leur portée », sans les déstabiliser, de manière à éviter un rejet systématique des propositions des formateurs.

C'est dans cette perspective que nous nous sommes intéressés au *Jeu de Rôles (JdR)*, développé au milieu des années quatre-vingt-dix en formation initiale des maîtres du primaire à l'Université du Québec à Montréal (UQAM) par une équipe de didacticiens des mathématiques (Lajoie et Pallascio, 2001 ; Lajoie, 2010, 2018 ; Lajoie *et al.*, 2012). Selon l'approche développée à l'UQAM¹, le JdR place les étudiants dans un contexte proche de l'exercice de la classe : il les amène à se glisser dans la peau d'enseignants plongés dans une situation donnée reflétant leurs tâches au quotidien en ce qui a trait aux mathématiques (introduction d'une nouvelle notion, enseignement d'algorithmes, résolution de problèmes, intervention face à une erreur, utilisation du matériel, exploitation de la calculatrice, ...), et à agir comme le feraient, selon eux, des enseignants en service.

Nous avons conçu un dispositif de formation basé sur un jeu de rôles pour apprendre à aider un élève en difficulté dans des tâches portant sur les nombres décimaux (Lajoie, Mangiante-Orsola, Masselot, Tempier & Winder-Guille-Biel, 2019). Nous avons mis en évidence de multiples potentialités pour faire évoluer les connaissances et pratiques des étudiants. Mais il est également apparu que le dispositif pouvait s'avérer complexe à gérer pour le formateur du fait de cette multiplicité des potentialités qui s'offrent à lui et des choix qu'il doit faire. Nous nous sommes donc interrogés sur la façon de diffuser ce dispositif à des formateurs en mathématiques d'enseignants du premier degré afin de leur permettre de se l'approprier et de les préparer à la mise en œuvre avec leurs étudiants. Ces questions nous ont amené à concevoir une mise en abyme du JdR consistant à faire vivre aux formateurs un JdR sur la mise en œuvre de ce JdR avec

¹ Pour plus d'information sur cette approche, on pourra se référer à la conférence de Lajoie dans ce même volume.

des formés. C'est ce dispositif que nous présentons dans ce texte ainsi que son expérimentation avec des formateurs au cours d'un atelier lors du colloque COPIRELEM de Lausanne en 2019. Dans une première partie, nous rappelons le scénario de formation élaboré dans (Lajoie *et al.*, 2019). Dans une deuxième partie, nous présentons le dispositif de mise en abyme du JdR — un JdR *pour formateurs* — Dans une troisième partie, nous présentons l'expérimentation de ce dispositif et rapportons le contenu des échanges à propos des potentialités du scénario et du rôle du formateur. La dernière partie présente nos conclusions.

LE SCÉNARIO DE FORMATION « AIDER UN ÉLÈVE EN DIFFICULTÉ SUR LES NOMBRES DÉCIMAUX »

Un *JdR* correspond à la mise en scène d'une situation problématique impliquant des acteurs ayant un rôle donné. Lorsqu'il est utilisé dans l'enseignement, l'objectif du *JdR* est d'amener les étudiants-acteurs, et le reste de la classe, à apprendre quelque chose à propos des protagonistes eux-mêmes et/ou de la situation (Van Ments, 1989). Suivant l'approche développée à l'UQAM (voir par exemple Lajoie et Pallascio, 2001), chaque *JdR* est structuré de la même manière. Le scénario de formation élaboré prend appui sur cette approche. Il s'adresse à des futurs enseignants pour lesquels le thème des nombres décimaux, la réflexion sur les aides à apporter aux élèves et celle sur l'utilisation de supports variés en classe n'ont pas fait l'objet d'une intervention spécifique du formateur dans les cours précédents. Il se structure en cinq grandes étapes précisées dans ce qui suit.

Prélude

Le scénario commence par une phase de rappel à propos des nombres décimaux et de certains obstacles liés à leur apprentissage. Par groupes, les formés (futurs enseignants) complètent un questionnaire portant sur les nombres décimaux (définition, distinction nombre et écriture, continuités et ruptures avec les nombres entiers, lien avec les fractions décimales). Puis le formateur organise une discussion collective et une synthèse prenant appui sur les réponses des différents groupes. Cette phase permet aux formés de faire le point sur la notion elle-même et au formateur de s'assurer d'un certain état des connaissances des formés sur la notion considérée. La synthèse constitue une référence commune pour des connaissances mathématiques et didactiques mobilisables au moment d'aider un élève, dans le contexte du scénario élaboré ou dans tout autre contexte. Elle a pour but de soutenir les formés dans la préparation et la mise en œuvre futures du *JdR*.

Présentation de la situation problématique au cœur du *JdR*

Le formateur présente aux étudiants, placés en équipes de trois ou quatre, une mise en situation problématique associée au *JdR*. Celle-ci implique un ou des « élèves » (selon le jeu) et un « enseignant » et appelle une solution :

Vous avez proposé à vos élèves de CM1 ou de CM2² des tâches qui font toutes intervenir des nombres décimaux. Vous trouverez dans le document des productions d'élèves. Dans un premier temps, vous analyserez ces productions. Dans un second temps, vous vous préparerez à intervenir auprès d'un élève qui a fait des erreurs. Il s'agit d'identifier les difficultés de l'élève et de l'aider à les dépasser. Vous avez à votre disposition différents supports matériels usuellement utilisés en classe. »

Le formateur présente le déroulement du *JdR* (les différentes phases), la production de différents élèves pour chacune des six tâches mathématiques (annexe 1), ainsi que les supports à disposition : carrés quadrillés de 100 carreaux, rectangles de longueurs différentes (rapports 10 et 100), droite graduée avec des graduations de pas différents (rapports 10 et 100), pièces de monnaie (en euros et centimes) et deux tableaux de numération (annexe 2).

² Elèves de 9/10 ans ou 10/11 ans (6H ou 7H Suisse ; 4^{ème} ou 5^{ème} primaire en Belgique et au Canada).

Préparation en deux temps

Toutes les équipes se préparent, ne sachant pas à l'avance si l'un de ses membres devra jouer l'un des rôles devant tout le groupe. Au sein des équipes, les formés analysent tout d'abord des productions d'élèves : ils cherchent à comprendre les raisonnements, à repérer les erreurs, à identifier leur logique, font des hypothèses sur l'origine de ces erreurs dans le but d'intervenir de manière adaptée. Ensuite, ils préparent leur intervention pour une ou plusieurs tâches, non seulement pour intervenir auprès d'un élève en tant qu'enseignant, mais aussi pour jouer le rôle d'un élève en anticipant ses comportements et réactions.

Mises en scène

Le formateur désigne les équipes qui vont envoyer une personne à l'avant de la classe pour jouer un rôle (il fait en sorte que les différents acteurs proviennent d'équipes différentes, de manière à éviter que ceux-ci ne s'entendent préalablement sur le déroulement). Puis les mises en scène ont lieu et les autres formés, tout comme le formateur, ont l'occasion d'observer l'enseignant et son(s) élève(s) en action. Trois mises en scène se succèdent ainsi, impliquant à chaque fois un nouveau duo enseignant/élève et une nouvelle tâche mathématique, en commençant par les tâches 1, 2 puis 5 (annexe 1). En cas de difficulté (de la part de l'enseignant ou de l'élève), il est possible de faire un « arrêt sur image » (une pause) pour discuter collectivement avant de reprendre la mise en scène.

Les formés ne jouant pas un rôle spécifique, les « observateurs », identifient ce qui émerge, au niveau des pratiques ou des connaissances, en prenant appui sur certains critères amenés progressivement par le formateur. Ces critères orientent l'observation vers différents aspects des pratiques et connaissances émergentes, comme par exemple la pertinence du choix par l'enseignant du support matériel ou encore celle de certains de ses gestes professionnels pour aider l'élève (prend-il appui sur le support matériel ? amène-t-il l'élève à comprendre son erreur ? évite-t-il de guider l'élève « pas à pas » ? fait-il en sorte que l'élève puisse réinvestir ce qu'il a appris ?).

Retours

Les mises en scène sont entrecoupées de discussions collectives animées par le formateur. Chaque discussion peut porter sur tout aspect pertinent ayant retenu l'attention des observateurs ou des acteurs : identification de moments clés, clarification de concepts mathématiques ou didactiques, discussion à propos des choix faits par l'enseignant ou des réactions de l'élève éventuellement accompagnée de propositions d'alternatives. Ces discussions sur ce qui a été fait par les acteurs et sur des alternatives possibles peuvent nourrir les mises en scènes ultérieures et éclairer ce qui pourrait se passer dans une « vraie » classe. En ce sens, les retours collectifs sont une occasion d'attirer l'attention sur les pratiques et connaissances qui ont émergé grâce à la mise en scène dans l'intention de les faire évoluer.

Synthèse et institutionnalisation

Une nouvelle discussion à l'issue des trois jeux et des échanges successifs aboutit à une synthèse des éléments à retenir, voire à une institutionnalisation de certains outils ou concepts de la part du formateur. Cette synthèse s'appuie sur les critères d'observation et s'organise sous forme de conseils généraux pour aider un élève en difficulté et pour choisir des supports pertinents relativement à la tâche proposée, aux difficultés rencontrées par l'élève et aux savoirs en jeu.

LE DISPOSITIF CONÇU POUR LA FORMATION DE FORMATEURS

Nous visons l'appropriation de la modalité de formation *JdR* par des formateurs tout en les amenant à interroger le rôle du formateur dans ce dispositif. Nous faisons le choix d'une mise en abyme : leur faire vivre un *JdR* portant sur la mise en œuvre d'un *JdR* avec des formés. Ainsi les formateurs sont amenés à partir de la mise en scène d'une situation problématique (pour le formateur lui-même), à envisager et discuter des alternatives qui pourront émerger. Le travail se déroule en six temps présentés ci-après.

Appropriation du *JdR* « Aider un élève – tâche 2 »

Le formateur-de-formateurs qui anime la séance place les formateurs par équipes de quatre et met à leur disposition une partie du *JdR* présenté dans la partie précédente (seule la tâche 2 avec la production de l'élève nommé Paul est traitée), ainsi que la situation problématique associée (annexe 1). Pour leur permettre de s'approprier ce dispositif de formation, il propose dans un premier temps la même tâche que celle des formés : analyser la production de Paul, c'est-à-dire comprendre son raisonnement, repérer ses erreurs et faire des hypothèses sur leur origine. Dans un deuxième temps, il leur demande d'anticiper l'aide qu'un enseignant pourrait proposer à Paul. En les plaçant dans leur posture de formateur, il leur demande également d'anticiper les difficultés que des formés pourraient rencontrer dans le cadre de ce *JdR* lors de la préparation et de la mise en scène. Une fois ce premier travail réalisé, les formateurs sont amenés à s'interroger davantage sur leur rôle, en tant que formateurs, dans la mise en œuvre de ce *JdR* en formation en les plaçant eux-mêmes dans un *JdR pour formateurs*.

Présentation de la situation de formation problématique

Pour le *JdR pour formateurs* nous avons choisi de mettre en scène un moment particulier de la mise en œuvre du *JdR* dont la préparation vient d'être exposée (à propos de la tâche 2). Il se joue entre quatre acteurs : un formateur, un formé-enseignant, un formé-élève ainsi qu'un formé-observateur. Ces différents rôles, la situation de formation problématique ainsi que le déroulement sont présentés. La consigne est la suivante :

Vous faites vivre ce *JdR* (tâche 2) à vos formés. Le travail de préparation a été réalisé, et la mise en scène a eu lieu. Vous avez à votre disposition la transcription de cette mise en scène. Vous devez réaliser le retour sur la mise en scène. Vous souhaitez aider vos formés à faire évoluer leurs pratiques autour de l'aide à un élève dans le cadre de la comparaison des nombres décimaux. Vous cherchez donc à faire émerger et analyser les choix réalisés par « l'enseignant » concernant l'aide qu'il a pu apporter à « l'élève ».

Préparation en deux temps

En s'appuyant sur la transcription de la mise en scène réalisée entre un formé jouant le rôle de l'enseignant et un autre formé jouant le rôle de Paul (annexe 3), les formateurs, toujours par équipes de quatre, doivent préparer la discussion collective que pourrait animer le formateur en essayant d'anticiper les réponses que pourrait fournir le formé qui joue l'enseignant, les réactions que pourrait avoir le formé qui joue l'élève, les commentaires que pourrait faire le formé qui a été observateur. Tous les rôles doivent être préparés puisque les participants ne savent pas à l'avance qui viendra jouer, ni pour quel rôle.

Durant cette phase, le formateur-de-formateurs circule dans la salle en portant attention au contenu des discussions entre les membres de chaque groupe (les éléments de débat, ceux qui font consensus, ce sur quoi porte les interrogations) : ses observations le conduisent à déterminer dans quel groupe sera choisi quel rôle (dans l'idéal il y a exactement quatre équipes, soit une par rôle). Une dizaine de minutes avant la fin de la préparation, le formateur-de-formateurs indique à chacune des équipes le rôle que l'un de ses membres aura à jouer et les laisse échanger, négocier, affiner leurs analyses et leurs choix.

Mise en scène

Dès que les différents rôles sont attribués, la mise en scène peut débiter. Tous les autres participants (formateur-de-formateurs compris) sont observateurs du jeu.

Retour

Le formateur-de-formateurs engage une discussion collective qui prend appui sur une analyse « à chaud » du jeu, par les acteurs mais aussi par les observateurs. Il revient en particulier sur les objectifs du *JdR*, le rôle du formateur dans les différentes phases, les points de vigilance et les limites des *JdR*.

EXPÉRIMENTATION DU DISPOSITIF AVEC DES FORMATEURS LORS D'UN ATELIER DU COLLOQUE COPIRELEM

Lors d'un atelier du colloque de la COPIRELEM à Lausanne nous avons eu l'occasion de mettre en œuvre ce dispositif auprès de formateurs francophones d'enseignants du premier degré en mathématiques. Trois d'entre nous ont animé cet atelier de 2h30 en jouant le rôle de formateurs-de-formateurs. Nous proposons ici une synthèse du travail, des discussions et des réflexions des participants à cet atelier³.

Déroulement de la phase d'appropriation du JdR

Dans le temps imparti, la tâche des participants est complexe avec différentes échelles à considérer. Globalement ils analysent ce que les formés pourraient évoquer à propos de l'erreur de l'élève et des hypothèses relatives à sa production, la nature des supports et leur intérêt en lien avec les difficultés rencontrées par Paul et avec la tâche proposée, ce qui prépare les rôles de l'enseignant et de l'élève. Ils évoquent peu ce qui relève de la mise en actes effective de l'aide, ce que dirait exactement le formé-enseignant, ce que pourrait répondre le formé-élève, la manière de présenter les supports.

Déroulement de la mise en scène

La mise en scène dure environ quinze minutes. Le « formateur »⁴ choisit de ne pas changer de place et de garder la même disposition de salle (les tables sont disposées en cercle). Il lance la discussion en s'adressant d'abord à « l'enseignant ». Il lui demande de revenir sur ce qui a été prévu comme intervention dans le travail de groupe qui a précédé la mise en scène, ce qui permettra de mieux comprendre les choix effectués lors de la mise en scène. « L'enseignant » explique que, lors de ce travail, le groupe avait réfléchi aux procédures, difficultés et conceptions des élèves sur les décimaux et identifié deux interprétations possibles de l'erreur de Paul. C'est pourquoi il a demandé à Paul d'expliquer son résultat. Le groupe avait envisagé en premier lieu le tableau de numération, puis les bandes. Le « formateur » demande une justification de ces choix (prendre en compte les conceptions de l'élève, mobiliser tel outil, etc.). « L'enseignant » revient alors sur un autre type de matériel évoqué dans son groupe (la monnaie), puis justifie le choix du tableau par le fait qu'il l'utilisait en tant qu'élève. Le « formateur » résume certains éléments sur lesquels se sont fondés les « formés » pour préparer leur intervention : usage du « concret », « déjà vu en classe », « vécu en tant qu'élève ». « L'enseignant » fait remarquer qu'il faudrait aller plus loin et se questionner sur ce que ces matériels peuvent apporter.

Le « formateur » ouvre le questionnement aux autres groupes et sollicite leur avis sur les choix de préparation du groupe de « l'enseignant » ainsi que sur son intervention. « L'observateur » explique qu'il lui avait semblé que « l'enseignant » n'était pas sûr de ces choix pendant l'intervention et que « l'élève » ne paraissait pas convaincu par l'aide apportée. « L'élève » précise que lors du travail de préparation, son groupe n'avait pas bien compris les difficultés de l'élève. Il explique ensuite que lors de la mise en scène il n'avait pas l'impression de comprendre ce qu'était un nombre décimal : il suivait les instructions de « l'enseignant » (prendre des bandes, colorier, ...) sans comprendre où il voulait l'emmener. Il émet un doute sur l'intérêt de l'usage des bandes mais aussi sur celui du tableau de numération.

Le « formateur » demande ensuite comment anticiper les erreurs des élèves dans la classe et sur quoi il est possible de s'appuyer. « L'observateur » fait remarquer que certaines questions importantes sont apparues lors des arrêts sur image, notamment concernant le matériel proposé dans cette activité et les choix à faire : faut-il découper les bandes ? Peut-on « fabriquer » tous les nombres avec ces bandes ? Le « formateur » rappelle alors qu'il n'était pas obligatoire d'utiliser le matériel et revient sur sa question précédente en

³ Pour une présentation détaillée des travaux des groupes, se reporter au compte-rendu de l'atelier figurant dans les actes du colloque (Guille-Biel Winder, Lajoie, Mangiante-Orsola, Masselot & Tempier, 2020).

⁴ Dans ce qui suit, nous utilisons les guillemets pour souligner qu'il s'agit d'un rôle joué par les participants.

demandant sur quoi les formés s'appuient pour faire leurs choix, en essayant de dépasser le cadre de cette aide particulière. « L'enseignant » propose de regarder ce qu'il y a comme matériel dans les classes et revient sur l'importance de réfléchir à la nature du support, sur ce qu'il prend en charge à la place de l'élève et ce qu'il laisse à la charge de l'élève. À la question du « formateur » sur ce qui est attendu de la part d'un enseignant, « l'enseignant » évoque les références institutionnelles. Le « formateur » conclut la discussion en expliquant qu'il faut s'appuyer sur d'autres références, notamment en appui sur la recherche.

Déroulement de la phase de discussion collective

Voici les échanges et interrogations à propos des objectifs du *JdR* formulés par les participants :

- bousculer les pratiques, les croyances, revenir sur les conceptions erronées que peuvent avoir les formés, comme par exemple ici des conceptions en lien avec l'utilisation du tableau de numération ;
- faire sentir l'intérêt et les limites de l'usage du matériel ;
- mettre en avant la nécessité pour l'enseignant d'appuyer ses choix sur des textes issus de la recherche.

Les participants soulèvent certains fils qu'ils auraient tenté de tirer s'ils avaient été dans la position du formateur :

- un retour sur certains moments de classe : comment faire par exemple lorsqu'on se trouve dans une impasse (un élève en difficulté, un matériel non adapté) ? L'intérêt de l'enseignement spiralé est alors souligné par une participante ;
- un retour sur les « fausses réussites » : il est important pour l'enseignant de relever les erreurs mais il est tout aussi important de relever les « fausses réussites » (par exemple, lorsqu'on compare 2,3 et 2,45 on peut trouver la bonne réponse sans que la procédure soit adaptée) ;
- une référence à des documents d'accompagnement comme points d'appui pour l'enseignant, tant pour travailler sur les conceptions des élèves que sur les siennes (un document ressource sur les fractions et décimaux est mentionné).

La discussion amène ainsi les participants et les animateurs à échanger à propos des intentions du formateur lorsqu'il anime le retour. Selon une participante, deux intentions doivent guider le formateur : revenir au thème de la séance et se servir de la tribune des *JdR* pour travailler des questions vives du métier. Pour elle, la force du dispositif est qu'il permet de jouer sur ces deux intentions à la fois. D'autres forces du dispositif sont relevées : permettre de travailler à un « grain très fin » en particulier des blocages ; aborder des questions importantes à propos du langage employé par l'enseignant (les questions posées à l'élève, la reformulation permettant de passer du langage de la manipulation – par exemple en lien avec les bandes – au langage mathématique) ; questionner des évidences professionnelles (par exemple l'idée que l'utilisation d'un tableau de numération va nécessairement aider l'élève) ; mettre en évidence la nécessité de l'analyse *a priori* des tâches ; rendre visibles plusieurs gestes professionnels et permettre par le fait même de discuter de ces gestes avec les formés. La question des limites du dispositif est très brièvement abordée. Par exemple, la dimension de la gestion d'un élève en difficulté pendant le déroulement de l'activité n'est pas prise en compte dans le *JdR*, du moins pas dans celui qu'ont pu expérimenter les participants au cours de l'atelier.

CONCLUSION

Nous avons conçu un dispositif de formation de formateurs proposant une mise en abyme du *JdR* à travers la mise en scène d'une séance de formation qui s'appuie elle-même sur un *JdR* et en se focalisant sur le moment de la discussion collective qui suit la mise en scène où un formé-enseignant aide un formé-élève. En s'appuyant sur une transcription de cette mise en scène en formation, les formateurs doivent se préparer à intervenir en tant que formateur, formé-enseignant et formé-élève. Ceux qui ne jouent pas la scène ont un rôle d'observateurs. La phase de discussion collective qui suit la mise en scène doit permettre des échanges à propos des potentialités du scénario et du rôle du formateur.

Lors de l'expérimentation de ce dispositif auprès de formateurs, dans le premier temps de préparation (familiarisation avec le dispositif), les équipes ont plus ou moins fait la même analyse de l'erreur de Paul et envisagent à peu près les mêmes raisonnements pouvant se cacher derrière cette erreur. Elles se sont entendues sur le fait que le tableau de numération pose un certain nombre de difficultés (entre autres il ne fait travailler que des automatismes), de même que les pièces de monnaie pour trois équipes sur quatre (en particulier parce qu'on ne voit pas dans la vie de tous les jours des montants tels que 6,4 €). À cette première étape de préparation, des participants ont commencé à anticiper les questions que pourrait poser le formé-enseignant à Paul (pour confirmer/infirmier son diagnostic ou pour le faire cheminer dans son intervention), les réponses de Paul, le support que le formé-enseignant pourrait choisir pour l'aider, la manière dont Paul utiliserait ce support et les difficultés qui pourraient advenir au cours de l'intervention.

Dans le deuxième temps de préparation (lecture du verbatim et préparation de la mise en scène), différentes stratégies ont été envisagées pour l'animation du retour (discussion collective) : se centrer sur l'enseignant, ses connaissances, ses intentions, ses interprétations, ses choix ; se centrer sur les supports, leurs avantages/inconvénients, les risques qu'ils comportent ; se centrer sur les nombres décimaux, leur désignation, les savoirs en jeu. Cette diversité témoigne de l'ouverture de ce dispositif de formation en lien avec la variété de ses possibilités de mise en œuvre par le formateur selon ses préoccupations principales, ses objectifs, ses expériences de formation, ...

La mise en scène du *JdR* pour formateurs, sur un moment spécifique du dispositif initial en appui sur une transcription d'une mise en scène entre un formé-enseignant et un formé-élève, montre un exemple simulé d'utilisation du *JdR en formation* à travers les interactions entre ces quatre acteurs. Dans cette mise en scène, le formateur est revenu sur les choix de préparation qui ont guidé les actions du formé-enseignant pendant l'intervention auprès du formé-élève, puis a cherché à faire émerger certaines raisons de ces choix. Plusieurs arguments sont apparus (comme l'utilisation du tableau de numération en tant qu'élève) et ont amené le formateur à souligner l'importance de faire des choix raisonnés, en s'appuyant notamment sur certaines références théoriques.

La discussion finale en grand groupe, à laquelle participaient les animateurs de l'atelier, a permis de pointer certaines potentialités du *JdR* en formation. Pour les participants, ce dispositif peut permettre de dégager certaines conceptions des formés (par exemple relativement à l'usage du tableau de numération pour aider un élève) mais aussi de travailler sur des gestes professionnels ainsi que des connaissances mathématiques et didactiques en relation avec des questions d'enseignement.

Ce dispositif original de mise en abîme du *JdR* a permis aux participants de s'approprier ce type de dispositif tout en les amenant à s'engager dans une réflexion approfondie sur les comportements des formés dans un *JdR* et sur le rôle du formateur. Il a permis de faire émerger des alternatives pour une mise en œuvre par le formateur que l'on peut mettre en lien avec les enjeux qu'il se fixe en proposant cette modalité de formation et même plus généralement avec les enjeux plus généraux qu'il donne à la formation (tension entre une approche normative et travail réflexif, place accordée aux savoirs mathématiques, didactiques et pédagogiques, prise en compte de la diversité des situations professionnelles, etc.).

Cette modalité nous semble donc une piste à approfondir pour la formation de formateurs.

BIBLIOGRAPHIE

- Butlen, D., Mangiante, C. & Masselot, P. (2017). Routines et gestes professionnels, un outil pour l'analyse des pratiques effectives et pour la formation des pratiques des professeurs des écoles en mathématiques. *Recherches en Didactiques*, 24, 25-40.
- Charles-Pézard, M., Butlen, D. & Masselot, P. (2011). *Professeurs des écoles débutants enseignant les mathématiques en ZEP : quelles pratiques ? Quelle formation ?* Grenoble : La pensée Sauvage.
- COPIRELEM (2019). *Construire une expertise pour la formation à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire : Situations-Ressources-Analyses, Tome 1*. ARPEME.

- Lajoie, C. (2010). Les jeux de rôles : une place de choix dans la formation des maîtres du primaire en mathématiques à l'UQAM. Dans J. Proulx & L. Gattuso (dir.), *Formation des enseignants en mathématiques : tendances et perspectives actuelles* (p.101-113). Sherbrooke : Éditions du CRP.
- Lajoie, C. (2018). Learning to act in-the-moment: Prospective Elementary Teachers' roleplaying on numbers. Dans K. Hino & G. J. Stylianides (dir.), *Research Advances in the Mathematical Education of Pre-service Elementary Teachers: An International Perspective* (p.231-244). ICME-13 Monographs. Springer, Cham.
- Lajoie, C., Maheux, J.-F., Marchand, P., Adihou, A. & Bisson, C. (2012). Le jeu de rôles comme approche de formation à l'enseignement des mathématiques. Quels choix ? Pour quelles intentions ? Pour quelle formation ? Dans *Actes du colloque du GDM 2012, Université Laval, Québec, 23 - 25 mai 2012*, (p.48-56).
- Lajoie, C., Mangiante-Orsola, C., Masselot, P., Tempier, F. & Winder-Guille-Biel, C. (2019), Former à aider un élève en mathématiques. Une étude des potentialités d'un scénario de formation basé sur un jeu de rôles. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 19(2), 168-188.
- Lajoie, C. & Pallascio, R. (2001). Role-play by pre-service elementary teachers as a means to develop professional competencies in teaching mathematics. *Proceedings of SEMT '01 - International Symposium Elementary Mathematics Teaching*. Prague, Czech Republic: Charles University.
- Robert, A. (2005). Des recherches sur les pratiques aux formations d'enseignants de mathématiques du second degré : un point de vue didactique, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 10, 209-249.
- Van Ments, M. (1989). *The effective use of role-play: A handbook for teachers and trainers*. New York: Nichols Publishing.

ANNEXES

Annexe 1 : Les six tâches mathématiques et les réponses des élèves

TÂCHE PROPOSÉE EN FORMATION : JEU DE RÔLES SUR LES NOMBRES DECIMAUX

Vous avez proposé à vos élèves de CM1 ou de CM2 une tâche qui fait intervenir des nombres décimaux. Vous trouverez dans le document la production d'un élève.

- Dans un premier temps, vous analyserez cette production.
- Dans un second temps, vous vous préparerez à intervenir auprès de l'élève (appelé.e Paul.e) qui a fait des erreurs. *Il s'agit d'identifier les difficultés de Paul.e et de l'aider à les dépasser.*

Vous avez à votre disposition différents supports matériels usuellement utilisés en classe.

TÂCHE MATHÉMATIQUE DONNÉE À L'ÉLÈVE PAUL

Sur chaque ligne, entoure le plus petit des trois nombres (réponse en gras, case grisée)

3,7	7,1	5,1
5,21	5,15	5,12
7,3	7,28	7,401
6,04	6,4	6,44

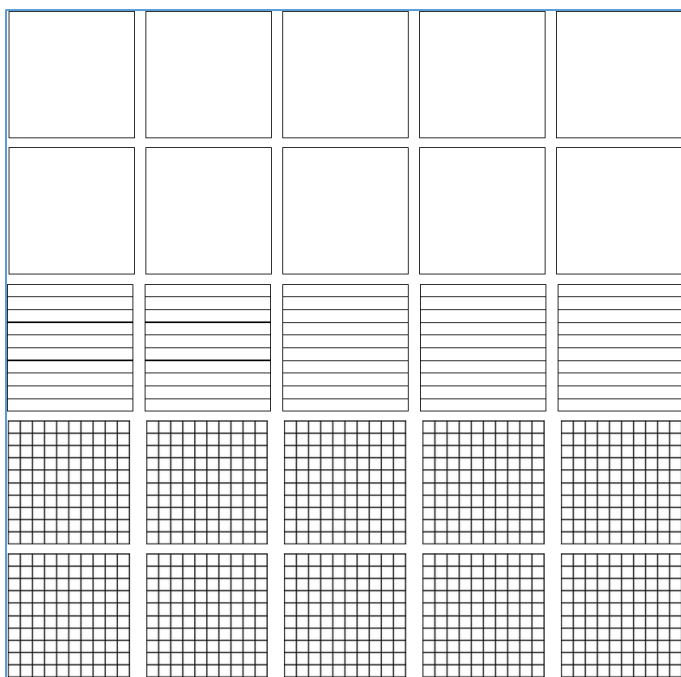
Annexe 2 : Les supports proposés en formation

La monnaie

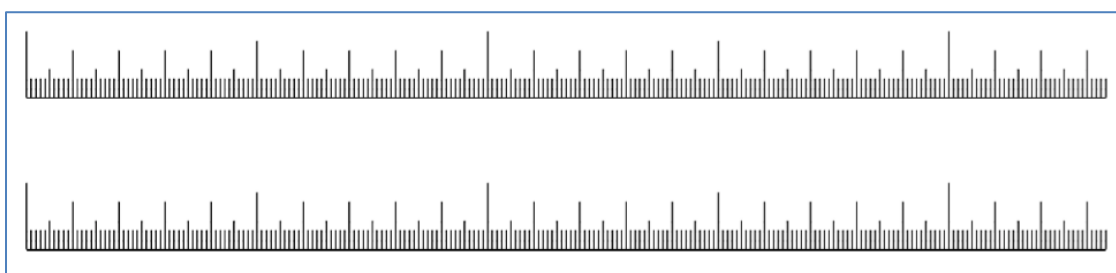


1 000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	
milliers	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes	
Partie entière			Partie décimale				
Millions		Milliers		Unités			
c	d	u	c	d	u	Dixième 0,1	Centième 0,01

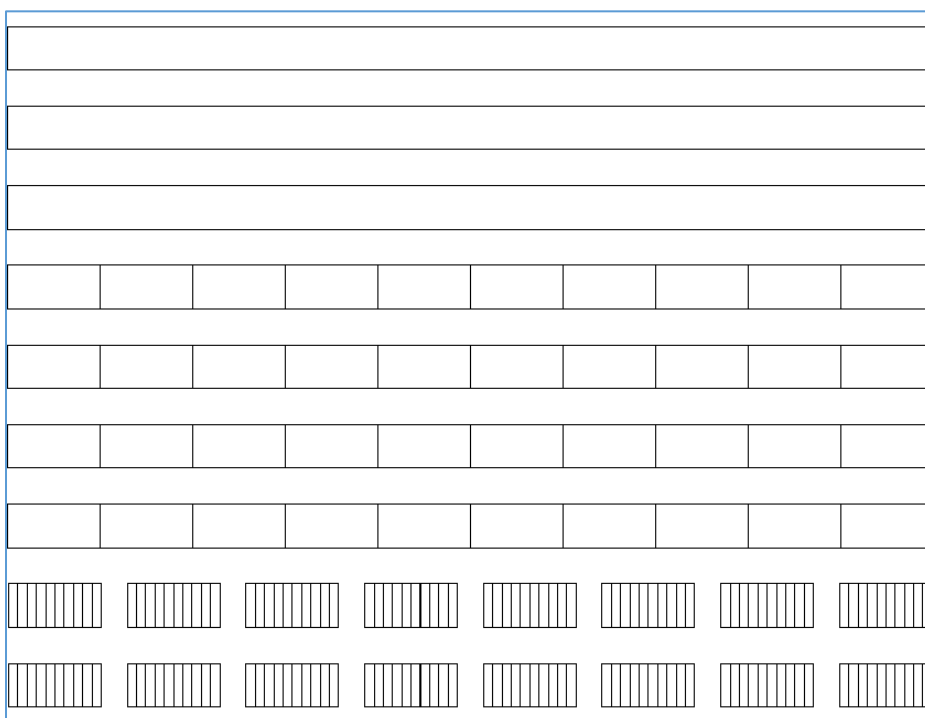
Surfaces quadrillées



Droites quadrillées



Bandes



Annexe 3 : La transcription de la mise en scène sur la tâche mathématique n°2 (en surligné gris, les « arrêts sur image »)

1. P : alors pourquoi t'as choisi de mettre ce nombre là, six virgule quatre ?
2. El : pourquoi j'ai choisi de mettre ça ? Bah parce que y'a un chiffre après la virgule.
3. P : D'accord.
4. El : donc c'est plus petit
5. P : OK. Alors si tu devais le représenter sur le tableau, ici, tu mettrais quoi ?
6. El : Sur le tableau là ?
7. P : oui ce tableau
8. El://
9. P : alors déjà/ Vas-y. [El écrit correctement 6,4 dans le tableau]
10. P : D'accord. Et si tu devais représenter six virgule zéro quatre. Parce que là tu dois comparer six virgule zéro quatre, six virgule quatre et six virgule quarante quatre. Maintenant tu peux m'écrire le nombre six virgule zéro quatre. [El écrit correctement dans le tableau]
11. P : d'accord. Pourquoi tu l'as représenté comme ça ? Par rapport à six virgule quatre ? Pourquoi tu as écrit six virgule zéro et quatre ? Pourquoi tu l'as représenté comme ça ? Comment tu pourrais expliquer ?
12. El : bah parce que y'a deux chiffres après la virgule.
13. P : d'accord. Si tu devais le représenter maintenant avec les bandes qui sont ici [montre les bandes affichées au tableau]. Comment tu pourrais représenter ce nombre ? Six virgule quatre. // Comment tu pourrais le représenter ? [El ne sait toujours pas quoi faire] On imagine que ///
14. For : c'est quoi le problème ?
15. P : Je veux pas trop lui donner de ... Si je lui donne trop après ...
16. St (souffleur) : faut que tu dises ce qui représente les centièmes et les dixièmes ensuite tu ...
17. P : OK mais dans ce cas là j'explique tout alors.
18. For : Oui il faut savoir xxx
19. P : alors si les grandes bandes ça correspond à des unités, un carré ... un rectangle correspond à une dizaine//un dixième, et un petit rectangle comme ça à un centième. Donc si t'avais des bandes, combien t'aurais besoin de bandes comme ça, de grandes bandes pour faire une unité ?
20. El : pour faire lequel ?
21. P : pour faire six virgule quatre, pour représenter six virgule quatre.
22. El : bah j'en prends six comme ça [montre grande bande].
23. P : donc six unités. Et combien de/
24. El : bah quatre.
25. P : quatre combien ? ça ça représente quoi ?
26. El : un dixième.
27. P : donc ça ferait combien de dixièmes en fait ?
28. El : bah quatre dixièmes.
29. P : quatre dixièmes. D'accord. Alors maintenant si tu dois représenter six virgule zéro quatre. Donc combien t'aurais besoin de bandes unités ?
30. El [s'adressant au formateur] : faut que je dise la vérité ou pas ?
31. For : non faites l'élève ! ARRET car problème avec matériel affiché.
32. El : ce qui est gênant c'est d'avoir uniquement trois unités pour l'élève. Parce que du coup il se dit, même en tant qu'adulte on se dit c'est un peu idiot parce que comment on le représente ?
33. P : toi tu voudrais qu'on ait six bandes avec des couleurs.
34. El : parce que du coup on a l'impression qu'on ne peut pas aller plus que trois.
35. For : ou alors il faut juste en montrer une seule et dire combien il en faudrait des comme ça ?
36. El : oui
37. For : c'est vrai que le fait de n'en avoir que trois ça perturbe plus qu'autre chose. On peut faire comme si y'en avait qu'une.
38. P : on fait comme si y'en a qu'une.
39. El : oui en fait c'est mieux. Une comme ça, une comme ça et en fait une comme ça.
40. P : avec des couleurs différentes. Ce qui serait bien c'est que l'unité ça correspond à une couleur, un dixième ça correspond à une autre couleur et un centième à une autre couleur. Que ça soit visuel.
41. For : allez on reprend avec ce matériel là.
42. El : oui mais c'est pas évident en fait.
43. El : donc en fait j'en prends six comme ça et quatre comme ça [montre 4 ?].
44. P : alors j'avais dit ... Quatre comme ça ?
45. El : oui
46. P : Ces quatre là si tu devais les comparer avec celles qui sont au-dessus. Elles sont plus petites ou... ?

47. El : oui elles sont plus petites ?
48. P : Pourquoi ... est-ce que dans ce cas là ... tu peux changer ta réponse ? Par rapport à ce que t'as mis là. T'as dit que c'était six virgule quatre qu'était plus petit. Est-ce que là maintenant tu penses que tu as changé d'avis ? Par rapport à ce que tu viens de me dire ?
49. El : non. [Rires ...]
50. P : par exemple là maintenant t'as ton tableau là. Est-ce que, si on pouvait les transférer. Ces bandes là si tu pouvais les mettre, si on pouvait les déplacer, tu fais des dessins qui correspondent aux bandes. [El dessine les bandes dans le tableau de numération, dans les colonnes, en-dessous de l'écriture en chiffres] Maintenant ces bandes qui correspondent à un dixième. Tu les dessines avec les couleurs, je ne sais pas quelle couleur, jaune. Voilà. Et pour les centièmes pareil. Et pareil pour le deuxième aussi. Pour le deuxième nombre. Dessous, dessous.
51. El : dessous qu'est-ce que je fais ? Là je peux rien faire parce que ...
52. P : tu fais pareil pour le deuxième nombre.
53. El : alors je fais la même chose.
54. P : pour pouvoir comparer. Mais tout en conservant les colonnes qui sont au-dessus. Là. Voilà six unités.
55. El : Je fais comme ça ? Là voilà. Et puis là/ [El dessine 4 bandes de 1 dixième découpées en 10].
56. P : ça représente quoi ça ?
57. El : bah quoi je fais quatre.
58. P : D'accord mais tu viens de me dire que en fait ce que je t'ai expliqué c'est qu'un petit rectangle comme ça ~~ça~~ fait un centième.
59. El : ah d'accord.
60. P : Donc là est-ce que ... tu m'en as fait combien des centièmes ?
61. El : plein. A mon avis y'en a ... [El efface]
62. P : donc combien il faut de centièmes ?
63. El : quatre.
64. P : y'en a combien de centièmes en fait là ?
65. El : quatre.
66. P : maintenant si tu veux comparer, quand tu as ton tableau de numération, donc t'as d'un côté les unités, hein, et après la partie décimale. Où se trouve la partie décimale dans ton tableau ? Pour les deux nombres. Tu peux la montrer ?
67. El : après la virgule, là.
68. P : d'accord. Donc si tu compares les deux nombres au niveau du dixième. Qu'est-ce que tu peux remarquer ?
69. El : dixièmes ?
70. P : c'est à dire la première colonne après la virgule.
71. El : là y'en a quatre et là y'en a pas.
72. P : D'accord, donc est-ce que tu peux comparer ces deux nombres, en sachant ... quel est le plus petit ? Tu compares quoi en fait après ? T'as comparé les unités. Est-ce que les unités sont les mêmes ? T'as le même nombre d'unités ou pas dans ces deux nombres ?
73. El : dans les dixièmes ?
74. P : dans les six virgule quatre et six virgule zéro quatre
75. El : oui y'a le même nombre d'unités
76. P : D'accord, donc après quand t'as comparé les unités, qu'est-ce que tu dois comparer ?
77. El : bah les dixièmes.
78. P : D'accord.
79. El : la colonne d'après.
80. P : Et quel est le plus petit chiffre des dixièmes ?
81. El : c'est celui-là.
82. P : D'accord. Donc qu'est-ce que tu peux en conclure ? Est-ce que tu peux conclure quelque-chose ou pas ? Est-ce que tu peux conclure qu'il y en a un qui est plus petit que l'autre ? [El est sceptique]
83. P : C'est pas très clair ? [les acteurs sortent de la mise en scène]
84. El : euh, oui mais je trouve pas ça ...
85. P : c'est pas clair ?
86. El : bah euh en fait. Non mais je dis pas ça pour toi.
87. For : on va en discuter après. Finissez quand même.
88. El : oui bah c'est plus petit oui.
89. Après quand on fait ça je trouve pas ça super clair.
90. For : Merci on va s'arrêter là.

USAGES D'OUTILS DE QUESTIONNEMENT EN FORMATION MATHÉMATIQUE DE FUTURS ENSEIGNANTS DU PREMIER DEGRÉ

Jean-François Bergeaut, Christophe Billy, Pierre Danos, Cédric Fruchon

ÉSPÉ Toulouse Midi-Pyrénées, Université Toulouse 2 Jean Jaurès

Désireux de questionner nos étudiants de Master MEEF (Métiers de l'Enseignement de l'Éducation et de la Formation) sur les mathématiques pour et à enseigner (COPIRELEM, 2018), nous avons commencé à introduire dans nos travaux dirigés des outils de questionnement (boîtiers de vote, application *elastic*) motivant un apprentissage par les pairs (Mazur, 1997). Après une présentation des dispositifs employés, nous avons proposé de travailler dans l'atelier sur la recherche de questions permettant, en s'inspirant des catégories de Loewenberg Ball, Hoover Thames et Phelps (2008), d'enrichir les connaissances mathématiques pour et à enseigner. Les participants ont également été sollicités pour envisager comment l'usage accompagné de tels dispositifs par des enseignants novices pourrait être un levier pour accélérer leur développement professionnel.

CONTEXTE

L'École Supérieure du Professorat et de l'Éducation Toulouse Midi-Pyrénées (devenue depuis Institut National Supérieur du Professorat et de l'Éducation Toulouse Occitanie-Pyrénées) est implantée dans chacun des huit départements de la Région Midi-Pyrénées. Ses activités de formation initiale, continue et continuée sont ainsi dispensées sur tout le territoire de l'Académie.

En formation initiale, l'équipe académique des formateurs de mathématiques conçoit des contenus de TD communs qui sont de la sorte proposés à l'ensemble des étudiants.

Lors du printemps 2015, Jean-François Parmentier, Ingénieur de recherche en pédagogie à l'Université Paul Sabatier de Toulouse, présente à l'IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) l'utilisation des boîtiers de vote en cours en amphithéâtre avec environ 200 étudiants. Au-delà de l'outil, deux concepts clés émergent : celui de *peer learning* (Mazur, 1997) ou apprentissage par les pairs et celui de questions-clés lié aux *misconceptions* ou conceptions erronées en mathématiques.

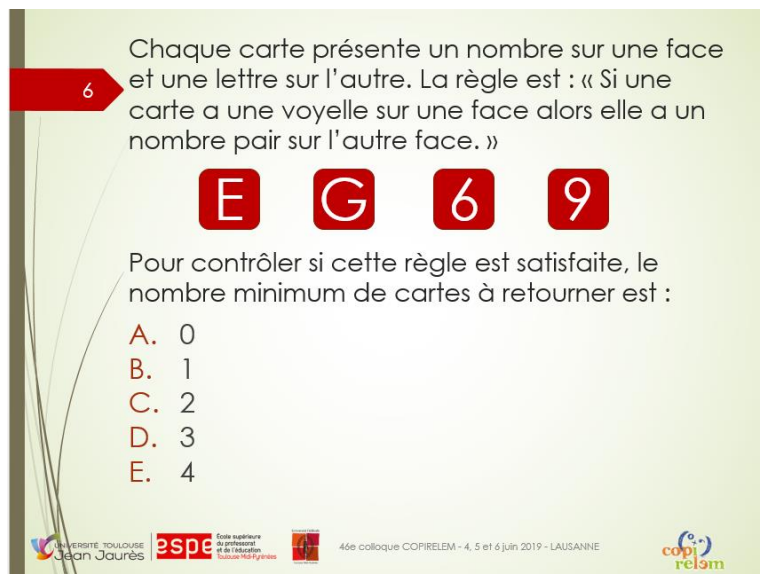
À la rentrée 2015, l'équipe décide d'introduire ces outils de questionnement dans ses TD de Master 1 (M1). À la rentrée 2018, ils sont mis en lien avec la nature de notre évaluation d'une UE de didactique des mathématiques en Master 2 (M2) sous forme de QCM.

Un budget de la mention 1^{er} degré a permis à l'ensemble des sites de s'équiper d'une mallette de boîtiers de vote Turning Point® (une trentaine de boîtiers, une clé de réception et un boîtier de commande).

ATELIER PHASE 1

Questionnement

Dans l'atelier, les participants ont été répartis en groupes pour favoriser les interactions entre pairs. Afin de présenter le dispositif, nous les sollicitons pour répondre à une première question :



6

Chaque carte présente un nombre sur une face et une lettre sur l'autre. La règle est : « Si une carte a une voyelle sur une face alors elle a un nombre pair sur l'autre face. »

E **G** **6** **9**

Pour contrôler si cette règle est satisfaite, le nombre minimum de cartes à retourner est :

A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

UNIVERSITÉ TOULOUSE Jean Jaurès | **espe** Ecole supérieure du professorat et de l'éducation Toulouse-Midi-Pyrénées | 46e colloque COPIRELEM - 4, 5 et 6 juin 2019 - LAUSANNE | **copirelem**

Fig. 1 : Première question

L'organisation du questionnement reprend celle adoptée dans les TD et illustrée lors de l'atelier par la projection d'un extrait vidéo.

ÉTAPE 1 : RECHERCHE INDIVIDUELLE ET PREMIER VOTE

Elle vise à forcer chaque participant à s'engager dans la recherche d'une réponse afin de se prononcer sur la question posée. Wang, Chung et Yang (2014) indiquent, et nous l'avons noté dans nos TD, que la participation des étudiants approche les 100 %. Cela est dû en partie à l'anonymat des réponses, à la facilité d'utilisation du matériel et à la possibilité pour les étudiants de confronter statistiquement leur réponse à celles du groupe tout entier.

ÉTAPE 2 : PROJECTION DES RÉSULTATS DU VOTE

Les résultats obtenus conditionnent la suite des étapes. C'est bien l'absence de consensus qui provoque la nécessité de débattre des choix proposés et de confronter son point de vue à celui de ses pairs. C'est l'occasion d'évoquer le choix des questions et des réponses à soumettre. Pour certains auteurs, il en va de la pertinence même de l'utilisation des boîtiers de vote « More important than the technology, is the need to ask the right questions. Poorly structured questions or ones that do not focus on key concepts or reveal misunderstandings can undermine the value of clickers (Wang *et al.*, 2014, p 4) ». Crouch et Mazur (2001) précisent que les réponses erronées doivent être plausibles et lorsque cela est possible basées sur des conceptions erronées des étudiants : « incorrect answer choices should be plausible, and, when possible, based on typical student misunderstandings » (p 974). Ils poursuivent en classant les questions suivant le pourcentage de bonnes réponses obtenu : si celui-ci se situe en deçà de 35 %, trop peu d'étudiants maîtrisent le concept en jeu et il est peu probable que la discussion soit fructueuse sans une intervention assez forte de l'enseignant ; si plus de 70 % d'étudiants répondent correctement alors il y a aussi peu de bénéfice à attendre de la discussion. C'est donc dans le cas d'un pourcentage de bonnes réponses compris entre 35 % et 70 % que l'intérêt de l'étape 3 est le plus manifeste.

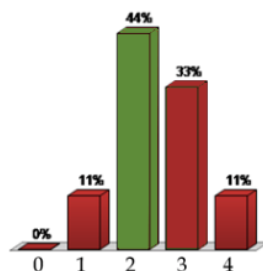


Fig. 2 : Etape 2

Pour cette première question, les résultats (Fig. 2) ont été particulièrement propices à une confrontation.

ÉTAPE 3 : CONFRONTATION ENTRE PAIRS

La discussion s'engage et chacun essaie de convaincre les membres de son groupe en développant son argumentation. Nous pensons, suivant Mazur (1997) ou Kay et LeSage (2009), que ces interactions entre pairs favorisent, lorsque dans le groupe la réponse correcte émerge et s'impose, la construction d'apprentissages.

ÉTAPE 4 : SECOND VOTE

On note (Fig. 3) une évolution des résultats illustrant les points évoqués dans l'étape 3.

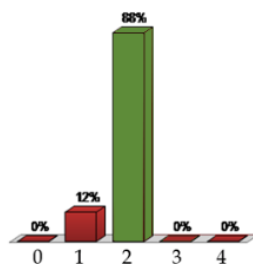


Fig. 3 : Etape 3

Les participants témoignent de leur ressenti sur l'ensemble du déroulé : le débat s'est installé dans tous les groupes, l'argumentation a permis à chacun de confronter son point de vue à celui des autres membres et d'éventuellement le faire évoluer.

Dans l'atelier, des limites sont pointées sur cet exemple. En particulier, la possibilité de répondre juste sans avoir le bon raisonnement interroge le statut du QCM et sa construction, la place de l'argumentation, le choix des distracteurs de façon à ce qu'ils permettent de révéler des erreurs riches pour l'apprentissage en faisant émerger des conceptions erronées. On reviendra dans la deuxième partie sur des outils permettant d'analyser les questions que l'on soumet.

La deuxième question posée aux participants, extraite du Learning Mathematics for Teaching (LMT) Project¹, interroge cette fois-ci des choix du professeur. Cette étude, centrée autour des connaissances mathématiques nécessaires pour enseigner, nous semble fournir un type de questionnement intéressant à proposer en formation de futurs enseignants. Là encore, la confrontation entre pairs provoquée par le questionnement nous semble être un vecteur efficace dans la construction de compétences professionnelles.

¹ Learning Mathematics for Teaching Project (LMT). <http://www.umich.edu/~lmtweb/history.html>

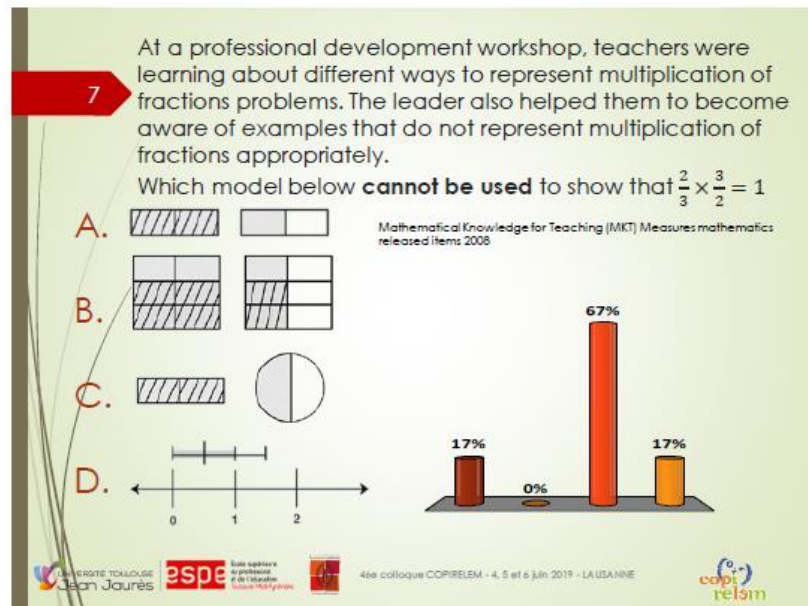


Fig. 4 : Deuxième question

Comme pour la question précédente, les deux premières étapes (recherche individuelle et vote) sont reconduites mais du fait du résultat du vote (Fig. 4), il n'en est pas proposé de second. La discussion s'anime cependant sur le choix des distracteurs, certains participants évoquent la difficulté à reconnaître la bonne représentation.

Premier bilan en lien avec des résultats de la recherche

À partir de cette première expérience vécue par les participants, nous mettons en exergue l'apprentissage par les pairs (Mazur, 1997) et le point de vue de Dehaene (2014) sur des facteurs déterminant la vitesse et les facilités d'apprentissage parmi lesquels l'engagement actif (importance de l'évaluation et de la métacognition) et le retour d'information (signaux d'erreurs, motivation et récompense). L'usage des boîtiers de vote nous offre, semble-t-il, l'opportunité d'agir sur ces deux facteurs, d'ordre essentiellement cognitifs.

Au-delà l'expérience vécue lors de l'atelier, nous présentons les bénéfices pointés par Thienpont (2010) citant Kay et LeSage (2009) au nombre desquels nous notons :

- Taux de présence élevé ;
- Attention, participation et engagement accrus durant le cours ;
- Interactions entre pairs ;
- Discussions entre pairs pour construire la connaissance (constructivisme pédagogique) ;
- Adaptation du cours par l'enseignant suivant les retours d'informations (contingent teaching) ;
- Meilleures performances aux examens ;
- Plus-value qualitative des savoirs acquis (meilleure compréhension) ;
- Retours d'informations (feedback) réguliers entre étudiants et professeur ;
- Évaluation formative ;
- Retours d'informations entre le groupe d'étudiants et un étudiant.

RETOUR SUR L'UTILISATION DES BOÎTIERS EN FORMATION, RÉSULTATS ET QUESTIONNEMENT

Choix initiaux dans nos TD

Les supports de TD conçus collectivement présentent toujours peu ou prou la même structure : deux parties « Exercices » et « Analyse didactique » précédées d'une partie nommée « Activités mentales ». C'est dans cette dernière que nous avons principalement choisi d'utiliser les boîtiers de vote. Au début de notre mise en œuvre de ce dispositif, les questions posées visaient à contrôler des connaissances de base, essentiellement en mathématiques, correspondant dans la classification de Loewenberg Ball *et al.* (2008) à la seule catégorie du CCK². Nous développerons ce point dans la partie suivante. Un exemple de TD et une question à choix multiples issue de la partie « Activités mentales » sont fournis en annexe 1.

Les retours des étudiants

Désireux de connaître le point de vue de nos étudiants de M1 et M2 sur ces différents aspects, nous les avons interrogés sur l'utilisation des boîtiers en formation. Nous présentons, en annexe 2, les résultats obtenus sur près de 150 questionnaires complétés (étudiants des sites d'Albi, Auch et Toulouse). Nous retenons dans les grandes lignes les points suivants :

RESSENTI

L'attractivité et la projection dans une utilisation future en situation d'enseignement dominant largement.

ENRÔLEMENT

Nous retrouvons l'engagement accru des étudiants et l'impact du dispositif sur la nécessité d'argumenter ses choix.

APPRENTISSAGE

Nous n'avons pas mesuré l'effet réel du dispositif sur les apprentissages. Cependant, les étudiants semblent notamment en pointer l'efficacité dans la prise de conscience des erreurs et leur dépassement. Ce ressenti nécessiterait d'être confirmé par une étude permettant de distinguer le perçu du réel. Toutefois, ils nous encouragent à poursuivre l'utilisation, dans nos cours, de ce matériel et du dispositif associé.

ATELIER PHASE 2

Nous proposons ensuite aux participants de l'atelier d'élaborer par groupe une question dans un des domaines enseignés à l'école primaire.

Le travail sur les questions

Consigne : Vous préparez un TD pour des étudiants de M1 pour l'équipe de Toulouse (!) et pour cela vous devez proposer des QCM sur un des domaines de l'école. Chaque groupe choisit son domaine et doit produire trois questions sur la notion de son choix.

Pour rappel les thèmes du cycle 4 (de 11 à 15 ans) du programme de mathématiques de l'Éducation Nationale française sont :

- Thème A – Nombres et calculs
- Thème B – Organisation et gestion de données, fonctions
- Thème C – Grandeurs et mesures
- Thème D – Espace et géométrie

² CCK : Common Content Knowledge.

- Thème E – Algorithmique et programmation

Productions

Les trois groupes de l'atelier ont retenu chacun un thème et ont produit les questions suivantes :

THÈME A : NOMBRES ET CALCULS

Je suis un nombre. J'ai trois cent quarante-six dixièmes et 3 milliers. Qui suis-je ?

- A. 300014610
- B. 314,6
- C. 3034,6 et 3034,600
- D. 334,06
- E. 3034,600
- F. Je ne sais pas

THÈME D - ESPACE ET GÉOMÉTRIE

Parmi ces propositions, qu'est-ce qui vous paraît être moins prioritaire lorsque vous enseignez la géométrie ?

- A. La précision des tracés
- B. L'usage d'un vocabulaire adapté
- C. La connaissance des propriétés
- D. La justesse des constructions
- E. Aucune de celles-ci : autres

THÈME C – GRANDEURS ET MESURES

La figure A est un rectangle, on « retire un carré à chaque coin » pour obtenir la figure B.

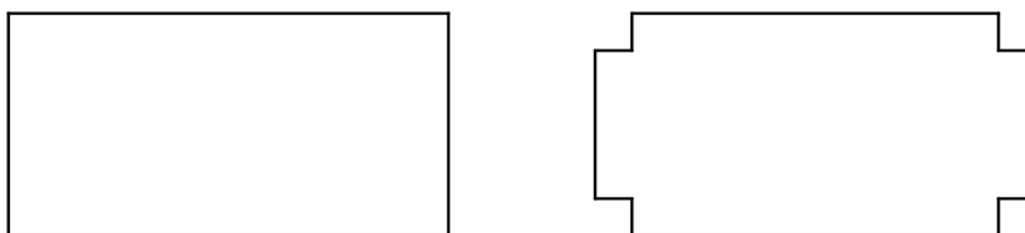


Fig. 5 : Figures A et B

Version 1

<p>Voici plusieurs affirmations,</p> <p>I. la figure A a une aire plus grande que la figure B</p> <p>II. la figure A a un périmètre plus grand que la figure B</p> <p>III. la figure A a une aire égale à la figure B</p> <p>IV. la figure A a un périmètre égal à la figure B</p> <p>V. la figure A a une aire plus petite que la figure B</p> <p>VI. la figure A a un périmètre plus petit que la figure B</p>	<p>Parmi les affirmations ci-contre, laquelle est correcte ?</p> <p>A. I et II sont vraies</p> <p>B. I et IV sont vraies</p> <p>C. I et VI sont vraies</p> <p>D. III et II sont vraies</p> <p>E. III et IV sont vraies</p> <p>F. III et VI sont vraies</p> <p>G. V et II sont vraies</p> <p>H. V et IV sont vraies</p> <p>I. V et VI sont vraies</p>
--	--

Version 2

<p>Voici plusieurs affirmations,</p> <p>I. la figure A a une aire plus grande que la figure B</p> <p>II. la figure A a une aire plus petite que la figure B</p> <p>III. la figure A a une aire égale à la figure B</p> <p>IV. la figure A a un périmètre plus grand que la figure B</p> <p>V. la figure A a un périmètre plus petit que la figure B</p> <p>VI. la figure A a un périmètre égal à la figure B</p>	<p>Parmi les affirmations ci-contre, laquelle est correcte ?</p> <p>A. I et IV sont vraies</p> <p>B. I et V sont vraies</p> <p>C. I et VI sont vraies</p> <p>D. II et IV sont vraies</p> <p>E. II et V sont vraies</p> <p>F. II et VI sont vraies</p> <p>G. III et IV sont vraies</p> <p>H. III et V sont vraies</p> <p>I. III et VI sont vraies</p>
--	--

Analyse des productions**ÉLABORATION DES QUESTIONS**

Avant d'aller plus loin, les participants pointent la difficulté de penser les questions et peut-être encore davantage la proposition des distracteurs qui doivent rester plausibles et, idéalement, convoquer des représentations erronées fréquentes chez les formés.

Dans un groupe, une participante opte spontanément pour une question en géométrie qu'elle pose lors de ses séances avec des M2. Même si elle propose des réponses à choisir, la question reste toutefois très ouverte, elle permet en fait de révéler des conceptions initiales sur l'enseignement de la géométrie plane, pas nécessairement erronées. Un travail est donc nécessaire pour que cette question entre dans les contraintes du QCM, notamment avec la présence d'une réponse correcte. L'outil permet la mise en évidence de plusieurs réponses correctes mais une seule réponse de chaque votant est prise en compte avec les boîtiers, la dernière qui a été saisie. La discussion pourrait alors s'engager sur la justification du choix de la réponse.

On retrouve ici les éléments évoqués par Wang, Chung et Yang (2014) d'une part et Crouch et Mazur (2001) d'autre part, que nous citons plus haut, concernant la réflexion à engager sur la conception des questions et des réponses à proposer lors de l'utilisation des boîtiers de vote.

Cette réflexion sur les questions est peu présente dans la littérature. Thienpont (2010) pointe que « les discours des chercheurs accordent tellement d'importance à l'interactivité et aux techniques de questionnement que nous regrettons le faible nombre de recherches se penchant sur l'étude des questions projetées » (p 11).

Nous présentons aux participants de l'atelier, une méthodologie proposée par Li (2007) mettant en évidence un cheminement possible de conception de questions pour un enseignant adoptant ce dispositif.

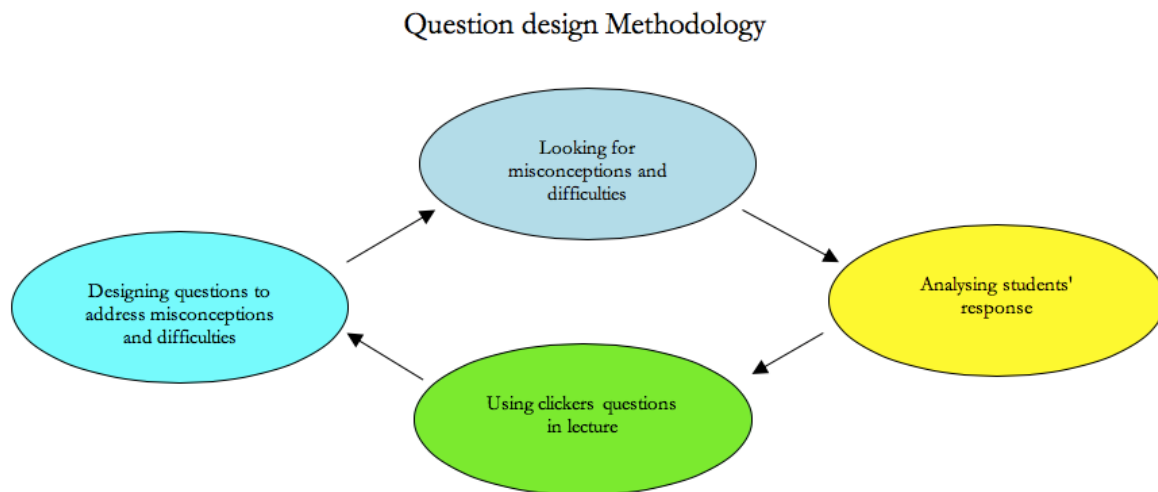
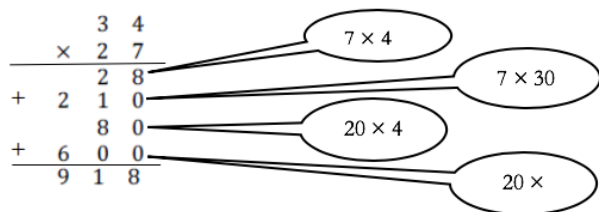


Fig. 6-a : Li (2007), p.69

OUTIL D'ANALYSE

Pour analyser la nature des questions produites, nous proposons la grille fournie en annexe 3. Élaborée par Hurrell (2013), elle fournit quelques exemples de questions illustrant l'appartenance des questionnements à tel ou tel domaine de connaissance au sens de Ball *et al.* (2008). Afin de s'approprier les différents domaines de connaissance élaborés par Ball *et al.* (2008), nous proposons, durant l'atelier, de l'illustrer sur l'exemple de la technique opératoire de la multiplication.

Dans l'enseignement de la technique opératoire de la multiplication de deux entiers, la première connaissance de l'enseignant mise en jeu est celle relative au niveau de l'école au cours duquel cette technique est rencontrée (CE2, élèves de 8-9 ans, s'agissant de la France). Cette connaissance est indéniablement curriculaire et relève donc du KCC (connaissances du programme et des moyens d'enseignement). Lorsqu'il propose à ses élèves un tel calcul et qu'il s'attache à vérifier leurs productions, un enseignant utilise ses connaissances des tables de multiplication (répertoire multiplicatif) et de la technique opératoire enjeu. Ce faisant, il mobilise des connaissances relevant du CCK (connaissances mathématiques communes). Pour expliquer aux élèves l'addition finale, l'enseignant s'appuie sur sa connaissance, *a minima* en-acte, de la propriété de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition, connaissance appartenant au SCK (connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement). L'un des choix de l'enseignant relatifs à la progressivité de l'apprentissage de cette technique opératoire peut consister à proposer aux élèves d'écrire dans un premier temps sur une ligne distincte chaque produit partiel (voir l'exemple ci-dessous). La connaissance sur laquelle s'appuie ce choix relève du KCT (connaissances du contenu et l'enseignement du sujet mathématique). Enfin, les connaissances permettant à l'enseignant d'anticiper les erreurs des élèves telles que la confusion entre la technique opératoire visée avec d'autres techniques opératoires connues ou une gestion défectueuse des retenues s'apparentent au KCS (connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet mathématique).



Cette rapide analyse, inspirée de Deruaz et Clivaz (2018), montre les différents types de connaissances mises en œuvre par un enseignant au cours d'une phase classique d'enseignement.

CLASSEMENT D'UNE QUESTION PRÉCÉDENTE

Nous revenons sur la seconde question posée en début d'atelier (Fig. 6-b), non plus en attendant la réponse à la question posée mais en demandant la catégorie à laquelle elle appartient. L'interrogation engage rapidement un débat dans un groupe ; dans le dispositif utilisant les boîtiers de vote, il est nécessaire de rappeler l'importance d'un choix préalable individuel avant toute discussion entre participants.

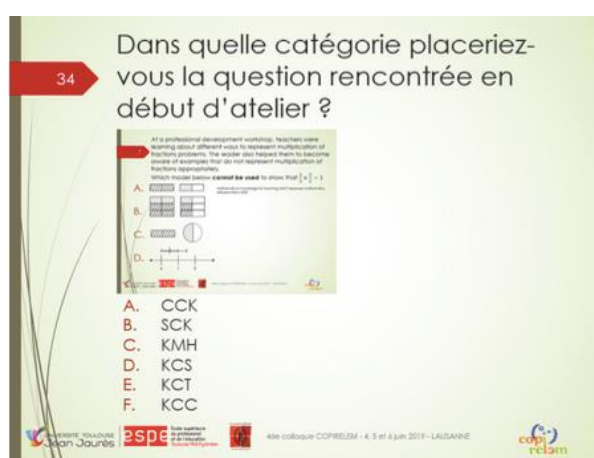


Fig. 6-b : Retour sur la deuxième question

Les résultats du premier vote sont extrêmement répartis (Fig. 7), un débat est convoqué dans chaque groupe puis un second vote est réalisé (Fig. 8).

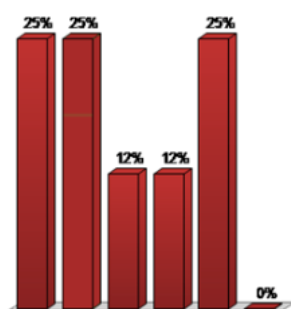


Fig. 7 : Premier vote

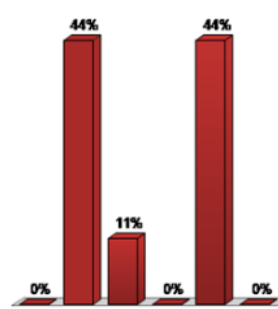


Fig. 8 : Second vote

Les deux exemples de capacité « Identifier ce qu'implique d'utiliser une représentation particulière ? » (SCK) et « Choisir des exemples pour permettre aux élèves d'approfondir les contenus mathématiques ? » (KCT) sont mis en regard dans la discussion d'un groupe qui finit par choisir la première classe.

Lors de la discussion en grand groupe, l'interprétation du classement dans KMH suscite un débat. Il est avancé que la justification peut se placer relativement au niveau de la classe dans laquelle la question est posée. Dans tous les cas, il ressort une certaine porosité des « domaines de connaissances pour enseigner les mathématiques ».

Nous illustrons sur cet exemple comment, à partir d'un même sujet de problème, le questionnement peut être double pour le formateur : d'une part, identifier lui-même la bonne réponse et être capable en formation de justifier que tel ou tel choix est pertinent et d'autre part, identifier le domaine dont il relève en termes de compétences professionnelles.

ANALYSE DES QUESTIONS DES GROUPES

Nous reprenons alors les questions des participants pour les classer. Pour les questions des thèmes A (nombre et calculs) et C (grandeurs et mesures), la classe est CCK. Par contre, pour le thème D (espace et géométrie), l'intention de recueillir les représentations de l'enseignement de la géométrie chez les futurs enseignants place la question dans la catégorie KCC si on considère que le futur enseignant pourrait trouver des éléments de réponse dans les programmes d'enseignement mais aussi dans KCT si la réponse s'appuyait sur des connaissances ouvragées (Vause, 2010).

Revenant ensuite sur les questions construites par l'équipe des formateurs de Toulouse, nous constatons, qu'à l'image de ce qui a été produit dans l'atelier, une majorité de questions figurent dans la classe CCK.

La quête de l'équipe est donc actuellement, d'une part, de diversifier les domaines interrogés au sens de Ball *et al.* (2008) et d'autre part de privilégier des questions interrogeant des conceptions erronées des étudiants tant sur des notions mathématiques que sur des notions didactiques. Nous nous inspirons des travaux du Learning Mathematics for Teaching Project qui propose des questions non seulement sur les mathématiques pour enseigner mais aussi à enseigner engageant les futurs enseignants dans une réelle posture professionnelle réflexive. Deux exemples sont fournis en annexe 4.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Dans cet atelier, nous avons présenté un dispositif permettant de solliciter en temps réel un groupe de formés au cours de séances de mathématiques à l'aide de boîtiers de vote électronique. Au-delà de l'outil, la réflexion porte sur l'élaboration des questions de type QCM : quel choix de questions mais aussi de distracteurs pour interroger les conceptions initiales des formés sur des concepts clés en mathématiques. La diversité des questions peut être assurée en ayant recours à la classification de Ball *et al.* (2008) qui se placent du point de vue de l'enseignant et des mathématiques convoquées dans l'élaboration de ses cours.

Des points restent à interroger :

- L'anonymat des réponses : une enquête au lycée tend à prouver que l'anonymat est important afin de favoriser les réponses sans crainte de se tromper. « L'idée de se soustraire au regard d'autrui est très présente pour les élèves qui préfèrent répondre de façon non-nominative. » (Faillet, Marquet et Rinaudo, 2013, p 20). Mais un élève de terminale annonce au cours d'un entretien : « Quand c'est anonyme, il y en a beaucoup qui répondent au hasard sans vraiment réfléchir, et donc, ça devient presque inutile » (op. cit, p 21). En ce qui concerne l'expérimentation à l'ÉSPÉ Toulouse Midi-Pyrénées, un seul site fonctionne avec des boîtiers attitrés. Au-delà de la réponse instantanée, un étudiant nous interroge sur le traitement *a posteriori* des informations recueillies si le vote est nominatif. Un autre étudiant dit préférer le vote anonyme qui peut éviter de s'abstenir de répondre. En situation, le traitement de la nature de la réponse de chacun n'est pas possible, on peut simplement porter un regard sur le fait que l'étudiant a répondu ou non (cela permet de le solliciter sur le moment) voire s'il a changé d'avis au cours de la phase d'interrogation. Dans l'absolu, le recueil numérique des réponses autoriserait un traitement individuel des étudiants. Dans les faits, nous n'avons pas exploité cette potentialité. On pourrait envisager que l'analyse des réponses produites puisse conduire à la constitution de groupes de besoin par exemple.
- La nature de la réponse. L'outil présenté est principalement dédié à une réponse fermée (type QCM, Vrai/Faux...). D'autres dispositifs permettent de poser des questions ouvertes, sur lesquelles le formé peut estimer son degré de certitude (Deruaz & Clivaz, 2012). Une application comme « elastic » (<http://questions.elastic.com/>) propose ces deux fonctionnalités et mérite d'être testée. L'avantage est de pouvoir ici non seulement fournir une réponse textuelle mais

également, dans une deuxième phase, de se prononcer sur les réponses formulées par des pairs. Outre la nécessité de passer par une étape d'inscription à cette plateforme, l'inconvénient de ce dispositif repose sur l'infrastructure matérielle nécessaire : le terminal individuel (smartphone ou ordinateur de l'étudiant, tablette fournie...) et le réseau qui doit supporter le nombre de connexions.

- L'intégration par des enseignants débutants d'un tel outil dans leur pratique de classe. Certains se sont lancés mais il est intéressant de noter que la nature des questions renvoie très souvent à la restitution de faits numériques. Il nous semblerait intéressant d'accompagner des enseignants débutants dans l'appropriation de l'outil à la lumière des éléments d'analyse fournis dans ce texte notamment. Malgré nos sollicitations, ce travail n'a été qu'amorcé au sein de notre ESPÉ.

BIBLIOGRAPHIE, WEBOGRAPHIE

- Clivaz, S. (2011). *Des mathématiques pour enseigner : Analyse de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire*, thèse de doctorat de l'Université de Genève. Doi: <https://doi.org/10.13097/archive-ouverte/unige:17047>
- COPIRELEM (2018). *Quelles mathématiques pour une formation initiale des professeurs des écoles ?* ARPEME Repéré à <http://www.univ-irem.fr/spip.php?article1457>
- Crouch, C. H. & Mazur, E. (2001). Peer Instruction: Ten years of experience and results. *American Journal of Physics*, 69(9), 970-977. Doi <https://doi.org/10.1119/1.1374249>
- Dehaene, S. (2014). *Fondements cognitifs des apprentissages scolaires*. Repéré à https://www.college-de-france.fr/media/stanislas-dehaene/UPL8196986955284719122_Cours_3_Fondements_cognitifs_des_apprentissages_scolaires.pdf
- Deruaz, M. & Clivaz, S., (2018). *Des mathématiques pour enseigner à l'école primaire* (1^{re} éd.). PPUR.
- Deruaz M. & Clivaz S. (2012) Un cours de savoirs disciplinaires en mathématiques en formation des maîtres primaires. Dans J.-L., Dorier. & S. Coutat, (dir.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21^e siècle – Actes du colloque EMF2012* (GT1, 183-194). repéré à <http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012>
- Faillet, V., Marquet, P. & Rinaudo, J.-L. (2013). L'élève invisible : Recherche sur l'utilisation des boîtiers de vote au lycée. *Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Éducation et la Formation*, 20(1), 531-552. Doi: <https://doi.org/10.3406/stice.2013.1082>
- Hurrell, D. (2013). What Teachers Need to Know to Teach Mathematics : An argument for a reconceptualised model. *Australian Journal of Teacher Education*, 38(11). Doi: <https://doi.org/10.14221/ajte.2013v38n11.3>
- Kay, R. H., & LeSage, A. (2009). Examining the benefits and challenges of using audience response systems : A review of the literature. *Computers & Education*, 53(3), 819-827. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2009.05.001>
- Li, P. (2007). *Creating and evaluating a new clicker methodology*. Ph.D. Thesis. The Ohio State University, 2007
- Loewenberg Ball, D., Hoover Thames, M. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59. Doi: <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Mazur, E. (1997). *Peer instruction: A user's manual*. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.
- Thienpont, M. (2010). Recherches sur les Boîtiers de Votes Électroniques : Théories, contenus et méthodes. *Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Éducation et la Formation*, 17, 145-173.

Vause, A. (2010). Le processus de construction de la connaissance ouvragée des enseignants. *Les cahiers de Recherche en Éducation et Formation*, 82.

Wang, Y., Chung, C.-J., & Yang, L. (2014). Using Clickers to Enhance Student Learning in Mathematics. *International Education Studies*, 7(10), 1-13. Doi: <https://doi.org/10.5539/ies.v7n10p1>

ANNEXE 1

Extrait d'un support de TD donné en M1 avec trois parties Activités mentales/Analyse didactique/Exercices

UE 75/78 – 2018-2019 UE 75 Td 4 : Résolution de problèmes numériques Page 9 de 59

UE 75 Td 4 : RÉSOLUTION DE PROBLÈMES NUMÉRIQUES

I. ACTIVITÉS MENTALES

Les questions seront posées en séance.

II. ANALYSE DIDACTIQUE

1. Résoudre le problème suivant en utilisant deux méthodes dont l'une est accessible à un élève de Cycle 3.

Dans la ferme d'Anna, il y a des poules et des lapins. Elle a compté 10 têtes et 32 pattes. Combien a-t-elle de lapins ?

2. La question sera posée en séance.

III. EXERCICES

Exercice 1.

- Un père a 40 ans de plus que son fils ; dans 15 ans son âge sera le triple de celui de son fils. Quel est l'âge actuel de ce dernier ?
- Trouver l'âge d'une personne sachant que si du triple de cet âge on retranche le double de l'âge que la personne aura dans 10 ans, on obtiendra l'âge qu'elle avait il y a 20 ans.
- Trouver l'âge d'une personne sachant que si du triple de cet âge on retranche le double de l'âge que la personne aura dans 10 ans, on aura pour résultat l'âge qu'elle aura dans 3 ans.

Fig. 1 : Extrait TD M1

Titouan a deux fois plus de livres que Margaux. Lola a six livres de plus que Margaux. Sachant que le nombre total de livres des trois enfants peut être exprimé par $4x + 6$, que représente x dans cette expression ?

- A. Le nombre de livres de Titouan
- B. Le nombre de livres de Margaux
- C. Le nombre de livres de Lola

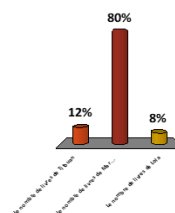


Fig. 2 : Exemple de question posée dans la partie "Activités mentales"

ANNEXE 2

Résultats de l'enquête menée auprès de 150 étudiants de Master MEEF1 & 2 (Métier de l'enseignement, de l'éducation et de la formation) des sites d'Albi, Auch et Toulouse.

RESSENTI

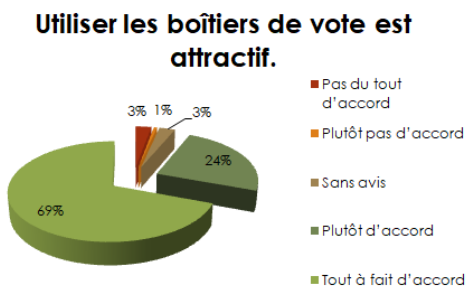


Figure 19 : Ressenti

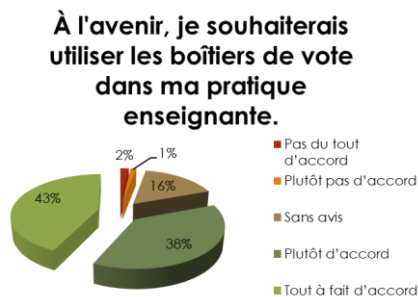


Figure 20 : Ressenti

ENRÔLEMENT

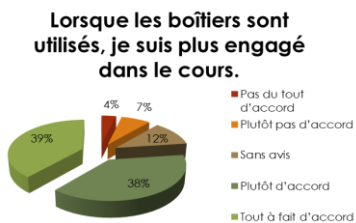


Fig. 21 : Enrôlement

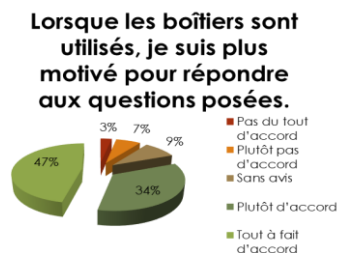


Fig. 4 : Enrôlement

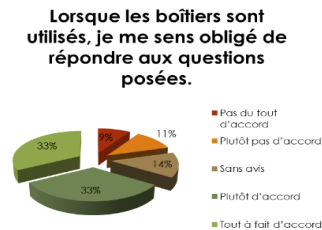


Fig. 5 : Enrôlement

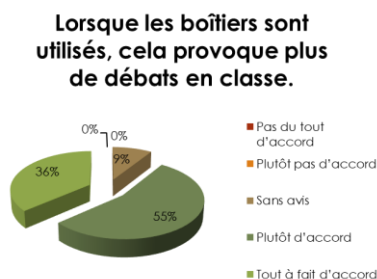


Fig. 6 : enrôlement

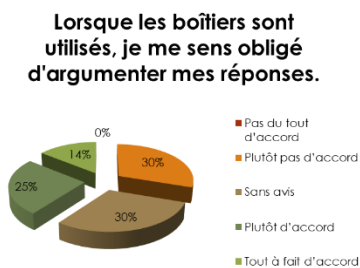


Fig. 7 : enrôlement

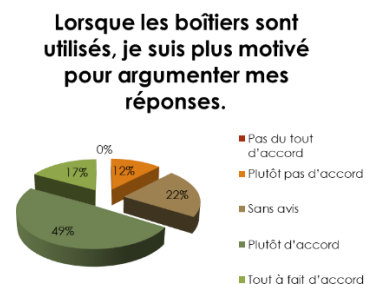


Fig. 8 : enrôlement

APPRENTISSAGE

L'utilisation des boîtiers de vote au cours des TD m'a permis d'apprendre de nouvelles connaissances.

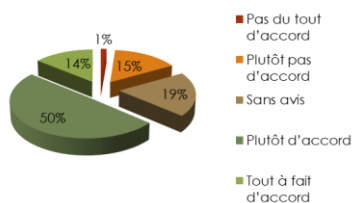


Fig. 9 : Apprentissage

L'utilisation des boîtiers de vote au cours des TD m'a permis de prendre conscience de mes erreurs.

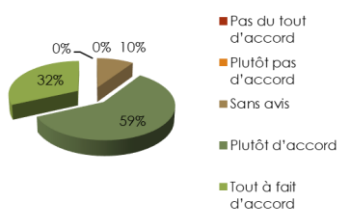


Fig. 10 : Apprentissage

L'utilisation des boîtiers de vote au cours des TD m'a obligé à étayer et renforcer mes propres connaissances.

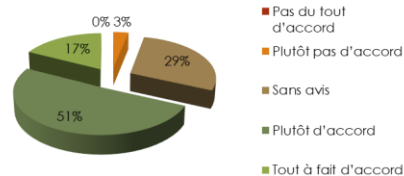


Fig. 11 : Apprentissage

La phase d'argumentation en petit groupe m'a permis de construire des connaissances plus solides.

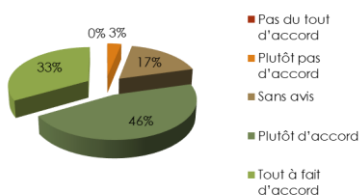


Fig. 12 : Apprentissage

Dans des séances utilisant les boîtiers, j'ai consolidé des connaissances exposées par d'autres étudiants.

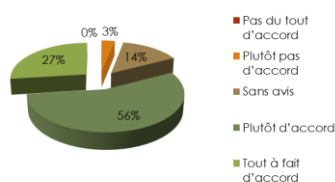


Fig. 13 : Apprentissage

Dans des séances utilisant les boîtiers, j'ai consolidé des connaissances en les exposant à d'autres étudiants.

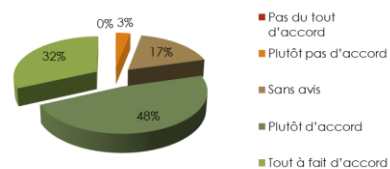


Fig. 14 : Apprentissage

ANNEXE 3

Grille élaborée par Hurrell (2013) fournissant quelques exemples de questions illustrant l'appartenance des questionnements à tel ou tel domaine de connaissance au sens de Ball *et al.*(2008).

Domaine	Exemples : Êtes-vous capable de ...
CCK, Common Content Knowledge ou Connaissances mathématiques communes (*)	<ul style="list-style-type: none"> • Calculer une réponse correctement ? • Résoudre un problème mathématique correctement ? • Comprendre les mathématiques que vous enseignez ? • Identifier qu'un élève fournit une réponse erronée ? • Identifier lorsqu'un manuel est inapproprié ou fournit une ou des définitions erronées ? • Utiliser le vocabulaire et les notations appropriées ?
SCK, Specialised Content Knowledge ou Connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement (*)	<ul style="list-style-type: none"> • Présenter des idées mathématiques ? • Répondre aux questions du type « Pourquoi ? » formulées par les élèves ? • Trouver un exemple illustrant un point mathématique ? • Identifier ce qu'implique d'utiliser une représentation particulière ? • Lier les représentations et ce qu'elles permettent de souligner et les lier entre elles ? • Lier les sujets enseignés à ceux des années passées et à venir ? • Expliquer les enjeux mathématiques aux parents ? • S'approprier et adapter les contenus mathématiques des manuels ? • Complexifier ou simplifier une tâche ? • Évaluer la pertinence des demandes des élèves ? • Donner ou juger une explication mathématique ? • Choisir et développer une définition utilisable ? • Utiliser des notations et un langage mathématique et critiquer ses usages ? • Poser des questions mathématiques productives ? • Choisir des représentations dans un but précis ?
KMH Knowledge at the mathematical horizon ou Connaissance de l'horizon mathématique (*)	<ul style="list-style-type: none"> • Établir des connexions à travers les différents sujets de mathématiques ? • Établir des liens à travers les différents domaines des mathématiques ? • Articuler les maths enseignées avec celles rencontrées plus tard ?
KCS Knowledge of Content and Students ou Connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet mathématique (*)	<ul style="list-style-type: none"> • Anticiper ce que les élèves peuvent penser ? • Prévoir ce que les élèves peuvent trouver intéressant et motivant dans les exemples proposés ? • Anticiper ce que les élèves peuvent trouver difficile et facile dans la réalisation d'une tâche ? • Entendre et interpréter les idées émergentes et incomplètes des élèves ?

	<ul style="list-style-type: none">• Reconnaître les conceptions erronées des élèves sur certains contenus mathématiques ?
KCT Knowledge of Content and Teaching ou Connaissances du contenu et l'enseignement du sujet mathématique (*)	<ul style="list-style-type: none">• Organiser en séquences l'enseignement des mathématiques ?• Choisir des exemples pour permettre aux élèves d'approfondir les contenus mathématiques ?• Choisir des représentations adaptées pour illustrer des contenus ?
KCC Knowledge of content and Curriculum ou Connaissances du programme et des moyens d'enseignement (*)	<ul style="list-style-type: none">• Faire ressortir les composantes du programme ?• Articuler/Énoncer les compétences du programme ?• Comprendre la structure des programmes ?

(*) traduction de Ball *et al.* (2008) proposée par Clivaz (2011)

ANNEXE 4

Deux exemples de questions issues du LMT Project

15. Mrs. Jackson is getting ready for the state assessment, and is planning mini-lessons for students around particular difficulties that they are having with subtracting from large whole numbers. To target her instruction more effectively, she wants to work with groups of students who are making the same kind of error, so she looks at a recent quiz to see what they tend to do. She sees the following three student mistakes:

I	II	III
$\begin{array}{r} 412 \\ 802 \\ - 6 \\ \hline 406 \end{array}$	$\begin{array}{r} 415 \\ 38008 \\ - 6 \\ \hline 34009 \end{array}$	$\begin{array}{r} 69815 \\ 7888 \\ - 7 \\ \hline 6988 \end{array}$

Which have the same kind of error? (Mark ONE answer.)

- a) I and II
- b) I and III
- c) II and III


Fig. 1 : Exemple issu du LMT Project


24. Ms. Miller wants her students to write or find a definition for triangle, and then improve their definition by testing it on different shapes. To help them, she wants to give them some shapes they can use to test their definition.


She goes to the store to look for a visual aid to help with this lesson. Which of the following is most likely to help students improve their definitions? (Circle ONE answer.)


a)

Shapes


square

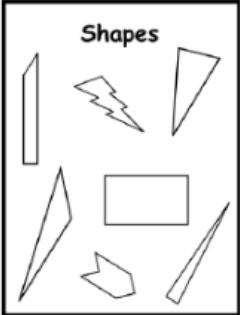

triangle


circle


rectangle

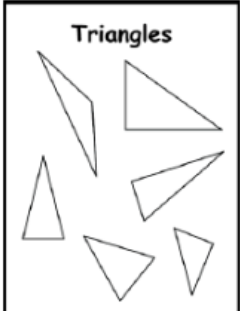
b)

Shapes






c)

Triangles



d)

Triangles

A triangle has 3 corners, 1 on the top and 2 on the bottom.

A triangle is a polygon.

A clown's hat is like a triangle.

Fig. 2 : Autre exemple issu du LMT Project

FORMER DES ENSEIGNANTS PAR UN SIMULATEUR INFORMATIQUE D'INTERACTIONS HUMAINES : L'EXEMPLE DU LOGICIEL VTS

Fabien Emprin, Hussein Sabra, Patrick Gadat

Université de Reims, CEREP (EA 4692), IREM de REIMS et Serious Factory

INTRODUCTION

La simulation est une méthode reconnue dans le monde de la formation, c'est pourquoi cet article vise à réfléchir à son usage dans la formation des enseignants. Plus généralement nous questionnons le fait de simuler des interactions humaines dans l'enseignement, pour former des enseignants, mais aussi pour enseigner aux élèves. Nous nous centrons dans cet article sur l'usage d'un outil spécifique : Virtual Training Suite (VTS)¹ qui permet aux formateurs ou aux enseignants de concevoir leurs propres simulations. En effet, l'hypothèse qui sous-tend l'atelier présenté au colloque de la COPIRELEM 2019, et donc cet article, est que pour que de tels outils soient pertinents il est essentiel que les formateurs d'enseignants et les enseignants soient impliqués au plus près de leur conception. L'outil que nous prenons en exemple ici permet, sans connaissances de la programmation, de concevoir des outils de formation. Avant le temps d'atelier, les participants ont reçu un lien de téléchargement comprenant : le logiciel VTS editor avec une licence étudiant et trois exemples de simulations. L'atelier s'est déroulé en cinq temps : une première réflexion générale sur les usages de la simulation, une présentation des simulations déjà réalisées qui ont pu être également testées par les participants, un temps de présentation rapide du fonctionnement de VTS editor, un temps de conception durant lequel les participants ont pu essayer de fabriquer leur propre simulation et une conclusion / retour d'expériences. Nous commençons par présenter une première réflexion sur les simulateurs en général puis nous décrivons trois usages des simulateurs d'interactions humaines. Enfin, nous donnons un aperçu des raisons qui nous ont amenés à utiliser VTS.

QUELQUES RÉFLEXIONS SUR LA SIMULATION POUR COMMENCER

Dans son introduction à un numéro de thématique de la revue « recherche et formation », Audran (2016) met en avant que « la formation par la simulation s'est banalisée sans toujours avoir suffisamment subi l'analyse critique de la recherche en sciences de l'éducation. » Notre démarche va dans ce sens en proposant à la communauté des didacticiens des mathématiques et de celle des formateurs d'enseignants de s'emparer de la question de l'usage des outils disponibles pour simuler les interactions humaines, de proposer des usages et de les questionner. Il s'agit d'examiner les potentialités non seulement pour la formation des enseignants, mais aussi les apprentissages des élèves en regardant les processus d'enseignement apprentissage donc du point de vue didactique. Pastré (2005) met en avant plusieurs raisons qui poussent à utiliser les simulateurs : ils sont moins risqués et moins coûteux que la pratique réelle, les cas les plus évidents sont les simulateurs de vol ou de conduite de centrales nucléaires, de plus ils permettent d'accélérer et de contrôler l'acquisition d'expérience. En effet, comparée à l'expérience réelle qui est soumise aux hasards des situations que la personne rencontre, la simulation permet de créer des situations extraordinaires (au sens littéral) et ainsi de contrôler l'expérience acquise. Par ailleurs, ce même auteur distingue deux types de simulateurs :

¹ <https://www.seriousfactory.com/virtual-training-suite/>

- Les simulateurs à échelle complète sont caractérisés par le fait que tous les éléments de la situation sont reproduits dans le simulateur. Ils sont à échelle 1 : 1, le plus réaliste possible, avec un déroulement en temps réel des événements (choix de l'utilisateur et effets de ces choix) et permettent l'entraînement à réaction en situation réelle.
- Les simulateurs à échelle partielle sont caractérisés par la centration sur un aspect de la pratique. Ils ne sont pas à échelle 1 : 1 ce qui veut dire que la situation peut être déployée sur un écran de tablette ou d'ordinateur, le temps n'est pas le temps réel pour permettre à l'utilisation de réfléchir à ses choix et il peut récupérer des informations sur le résultat de ses choix sans en voir le déroulement réel. Ce type de simulateur se situe plus dans une démarche de résolution de problème et vise la réflexivité (au sens de Schön [1994]).

Si des simulateurs existent dans beaucoup de formations professionnelles leur usage dans la formation des enseignants peut poser question.

Les simulateurs en formation des enseignants : remise en cause de la pratique réelle et des démarches de formation ?

Même dans les formations où une part importante est dédiée à la simulation, cette dernière ne remplace pas la pratique réelle. Par exemple, dans la formation des pilotes d'hélicoptères de l'armée, en 2014, « Près de 40 % des heures de vol dans l'aviation légère de l'armée de Terre (ALAT) sont dorénavant effectuées sur simulateurs. » (Lepinard 2014, p.39). Mais, malgré l'importance de ce type de formation, le même auteur identifie des manques de recherches sur les spécificités de ce type de formation : « [...] il s'agit de combler un gap dans la littérature scientifique qui n'a pas identifié complètement certaines caractéristiques clés de la formation par la simulation » (p. 41). La simulation est donc un nouveau type de formation ayant ses caractéristiques propres. L'objectif de notre travail est d'imaginer de nouveaux dispositifs, permettant de répondre à des limites des formations existantes et de les analyser.

En ce qui concerne la formation des enseignants, l'accent est mis depuis plusieurs années sur le développement de la réflexivité. Des scénarios de formation basés sur l'analyse de pratiques ont été développés par exemple par Robert et Pouyane (2004) mais il y est difficile d'anticiper ce à quoi les enseignants vont être confrontés. Rogalski et Robert (2015) précisent à propos d'une formation de formateurs :

On voit la justification d'un temps long pour cette formation, dans la mesure où chaque analyse a un caractère opportuniste, dépendant de ce qui sort dans la séance. Sur la durée, l'aléatoire des apports des participants amène à rencontrer suffisamment de thèmes pour donner matière aux participants pour les adaptations dont ils auront besoin pour conduire leurs propres formations d'enseignants (Rogalski & Robert, 2015, p 109).

Le déploiement de formations sur un temps long n'étant pas toujours possible. La simulation permet-elle de répondre à cette difficulté ? Y a-t-il d'autres cas où la simulation permet d'apporter des réponses à des problèmes d'enseignement ou de formation ?

Un outil de simulation

Nous avons identifié et expérimenté quatre grandes catégories d'usages de la simulation d'interactions humaines dans l'éducation (les trois premières pour la formation et la dernière pour l'enseignement). La première consiste à simuler la pratique de classe. Plusieurs simulateurs de classes existent et ont été détaillés dans Emprin et Sabra (2019). La deuxième utilisation consiste à simuler la relation tuteur — tuteur, c'est-à-dire l'entretien de formation à partir de la pratique. Ce type de travail permet de former les tuteurs, mais peut également être utilisée en formation des enseignants en les mettant en position de tuteur (virtuel) ils font un pas de côté par rapport à leur pratique. Le troisième type d'usage consiste à faire programmer aux étudiants des simulations. En concevant les interactions, les étudiants utilisent leurs connaissances, mais aussi leurs représentations de l'enseignement, du processus d'apprentissage, etc.

TROIS USAGES DE LA SIMULATION D'INTERACTIONS HUMAINES EN ÉDUCATION ET FORMATION

Les simulateurs informatiques de classe

Nous avons trouvé cinq simulateurs informatiques de classe que nous pouvons classer en trois grandes catégories :

TeachLive² simule à grande échelle et en temps réel les interactions élèves-enseignants en fonction de leur motivation. C'est un outil immersif de réalité virtuelle (Fig. 1).

TeachLive est une simulation de salle de classe utilisée pour préparer les enseignants aux défis du travail en classe de la maternelle à la 12^e année. Son principal usage est de donner aux enseignants l'occasion de répéter leurs compétences en matière de gestion de classe, de pédagogie et de prestation de contenu dans un environnement qui ne nuit pas aux vrais enfants et qui ne fait pas en sorte que l'enseignant soit perçu comme faible ou peu sûr par une véritable classe d'élèves. (Barmaki & Hughes, 2016, p. 663 [traduction personnelle]).

Il est complètement à part des autres outils par le fait qu'il est en temps réel et à échelle complète, mais aussi par sa centration sur un repérage d'indices posturaux, verbaux et psychologiques pour une réaction à chaud de l'enseignant.



Fig. 1 : Exemple de situation de formation avec teachlive tiré de O'Callaghan et Piro (2016, p 106)

Ensuite Tprof (<https://t-prof.fr>) et Simschool (<https://www.simschool.org>) sont caractérisés par leur centration sur des éléments pédagogiques et de gestion de classe, mais aussi par une assez forte indépendance de scénarios d'usages. Ces outils sont aussi utilisés dans plusieurs disciplines d'enseignement. Le premier s'appuie sur les sciences de l'éducation, la psychologie de l'enfant avec une centration des objets de formation qui sont dits « tous centrés sur pédagogie en classe ». Le second se concentre principalement sur les techniques de gestion de classe basées sur ce que les concepteurs définissent comme « des profils d'élèves liés aux styles d'enseignement et aux profils des apprenants » (<https://www.simschool.org/>).

² <http://exceptionaleducation.buffalostate.edu/teach-live>



Fig. 2 : Copies d'écran de simscool (à gauche) et T-prof (à droite)

Lesson Sketch (www.lessonsketch.org) et SIC (cerrep-sic.univ-reims.fr) simulent tous les deux la prise de décisions à portée didactique et pédagogique. Lesson Sketch avec un système de QCM présentant les choix (Fig. 3) et Sic avec une liste de choix (Fig. 4). Ils se caractérisent donc par leur centration sur le processus d'enseignement apprentissage d'un contenu disciplinaire (le triangle enseignant – élèves – savoir) et la forte dépendance à un scénario de formation, en ligne ou en présentiel (ils ne sont pas conçus pour être utilisés indépendamment d'un scénario de formation). Ces deux outils ont la particularité d'être attachés aux mathématiques et aux sciences. Ces deux outils mettent aussi en avant un ancrage dans la pratique avec un recueil *a priori* de scénarios qui peut servir de base à la programmation.

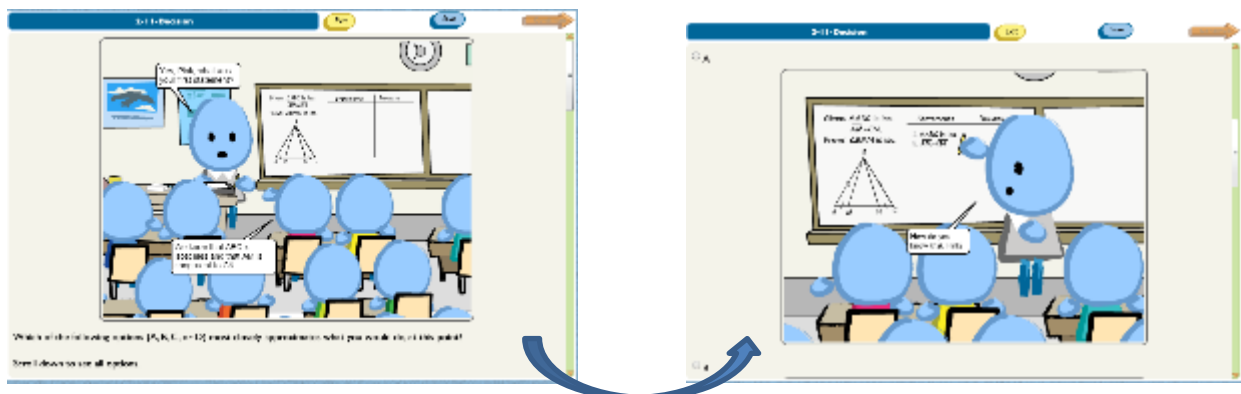


Fig. 3 : Exemple de prise de décision dans Simteach : à droite l'énoncé du choix et en faisant défiler l'écran les choix possibles (<https://www.lessonsketch.org>)

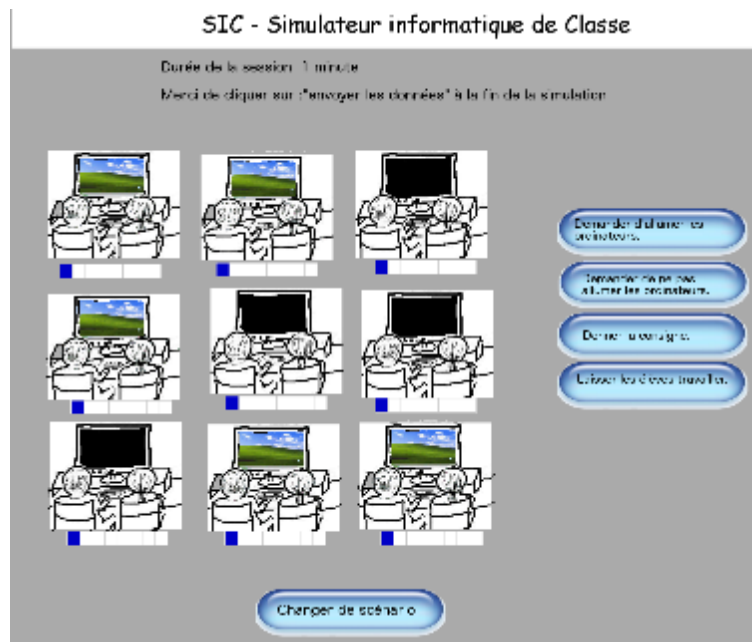


Fig. 4 : Copie d'écran de SIC, à gauche les activités des élèves et à droite les choix des enseignants.

Sans aller plus en détail dans le descriptif de ces outils, nous pouvons remarquer deux éléments. D'abord le niveau d'ouverture de ces outils pour un utilisateur lambda est en général faible. Sans être impliqué dans les projets eux-mêmes, il n'est quasiment pas possible de modifier ces simulations. Ensuite à l'exception de TeachLive les systèmes d'interaction sont assez schématiques : les expressions faciales dans LessonSketch sont des smileys, l'agitation dans SIC est formalisée par un vumètre. Des outils comme VTS sont des environnements ouverts qui permettent aux formateurs de concevoir leurs simulations et ils exploitent les possibilités multimédias actuelles : avatars réalistes avec des émotions, réponses prononcées ou sous forme de vidéos présentant des actions... Actuellement cet outil n'est pas adapté à la simulation de classe, il n'y a que peu d'avatars enfants et les environnements de type classe sont réduits (deux élèves au tableau, environnement avec cinq personnages). Il reste néanmoins possible de simuler des situations particulières de la classe : l'aide individuelle, la gestion d'une mise en commun avec un élève au tableau... Ce sont des possibilités ouvertes et à exploiter.

La simulation de la situation d'entretien professionnel

Lorsqu'il s'agit de former un tuteur, c'est-à-dire un formateur qu'il soit universitaire ou enseignant (en France les enseignants peuvent passer une certification : le CAFIPEMF Certificat d'aptitude aux fonctions d'instituteur ou de professeur des écoles maître formateur) à la situation d'accompagnement de la pratique il faut mobiliser plusieurs acteurs. D'abord un enseignant qui accepte d'accueillir dans sa classe le tuteur (et le ou les formateurs de ce tuteur ou filmés) et d'avoir un temps d'entretien. L'observation de la classe débouche alors sur cet entretien en présence des formateurs (ou filmé). C'est cet entretien qui devient alors l'objet de la formation avec tout le caractère opportuniste de ce qui peut avoir été rencontré dans les deux temps de pratiques (la leçon et l'entretien). Dans ce cadre, comme pour la situation de classe, la simulation permet de contrôler la situation. Nous avons donc conçu un tel simulateur en utilisant le logiciel VTS et en croisant deux cadres qui permettent de mieux définir l'activité d'accompagnement. (Mattei-Mieusset, 2013) identifie quatre dilemmes associés à cette facette du travail qu'est l'analyse de pratiques professionnelles :

Transmettre le métier ou faire réfléchir pour permettre à l'ES (Enseignant Stagiaire) de construire sa réponse, ce qui est caractérisé par des discours du type :

[...] quelles difficultés il a rencontrées, quelles difficultés, ça peut être gestion du groupe », « pour faire passer tel contenu mathématique, comment d'abord il l'a vécue », « Parce que sinon la réflexion forcément elle s'arrête quoi, il ne va pas réfléchir si déjà tu lui donnes la solution » « Euh tu peux lui

demander ce qu'il a pensé de sa séance, comment il l'a vécue (extrait d'entretiens tiré de Matteï-Mieusset, 2013).

Pointer les erreurs et les réussites de l'ES ou l'aider à les faire émerger, ce qui est caractérisé par des discours du type :

je vais essayer de pas lui dire voilà ce que j'ai vu, je vais plutôt l'interroger, tiens j'ai constaté ça, qu'est-ce que tu en penses, comment ça se fait que, est-ce que toi tu as constaté alors je fais quoi là, je lui donne mes solutions ? Après on peut lui donner un éventail de solutions (extrait d'entretiens tiré de Matteï-Mieusset, 2013).

Soutenir l'ES ou l'évaluer, qui est caractérisé par des discours du type :

parce que encore une fois, j'évalue, et ils ont peur qu'on dise qu'ils s'en sortent pas, moi je veux dire, je le comprends bien ça. Psychologiquement, c'est-à-dire que, l'affectif, même si on peut trouver quelqu'un agréable, il faut aussi qu'on garde, c'est pas une distance, je suis le maître [...], mais il faut être bienveillant (extrait d'entretiens tiré de Matteï-Mieusset, 2013).

Guider, imposer un cadre, des outils à l'ES ou le laisser libre de ses choix, ce qui est caractérisé par des discours du type :

Mais dans ce que tu dois transmettre à un futur enseignant, jusqu'à quel point tu dois poser un regard par rapport à ce que toi tu ne tolères pas ou ce que tu tolères, et ça je trouve, ça me pose toujours un problème (extrait d'entretiens tiré de Matteï-Mieusset, 2013).

Ces dilemmes, identifiés dans le cadre de l'activité d'accompagnement pédagogique en France, peuvent être utilisés comme premier cadre pour modéliser les interactions entre l'utilisateur (formateur) et l'enseignant virtuel. Le modèle MERID - MEntor Role In Dialogue (Hennissen *et al.*, 2008) permet quant à lui de qualifier les postures en fonction du type d'interactions. En effet le travail d'accompagnement qui est étudié dans le contexte français renvoie à celui de mentoring dans le contexte anglo-saxon. Dans une étude documentaire (Hennissen & al, 2008), cinq aspects clés ont été identifiés :

En réponse à la première question de recherche, cinq aspects clés des dialogues de mentoring ont émergé des études empiriques sélectionnées, qui sont souvent au centre de la recherche : le contenu du dialogue, le style et les compétences de supervision des enseignants mentors, les commentaires des enseignants mentors, les aspects temporels du dialogue et les phases du dialogue. En réponse à la troisième question de recherche, les données empiriques des études sélectionnées indiquent que trois aspects clés sont liés au comportement distinctif des enseignants mentors dans les dialogues de mentoring : le style/compétences de supervision, les apports et les aspects temporels. Ces trois aspects sont des candidats plausibles pour constituer un cadre conceptuel. Nous avons relié ces aspects clés dans le modèle MERID, qui montre quatre rôles de mentor enseignant pendant les dialogues de mentorat : *imperator*, *initiateur*, *conseiller* et "encouragement" (Hennissen & al, 2008, [traduction personnelle]).

Ce modèle est représenté par la Fig. 5.

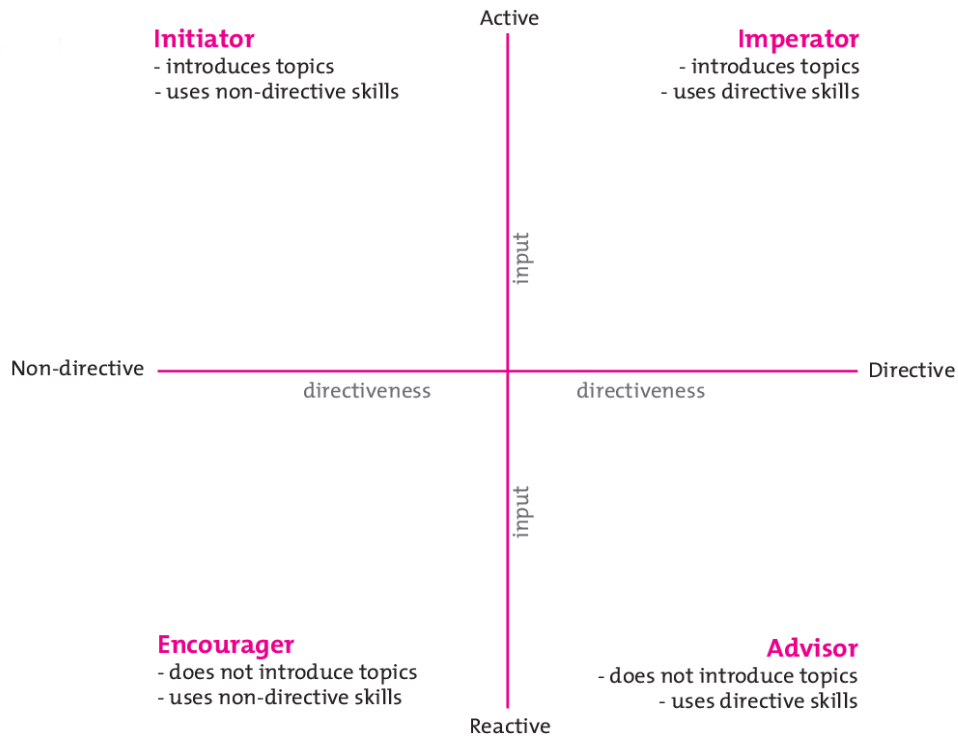


Fig. 5 : Modèle MERID (Crasborn & Hennissen, 2010, p 48)

Le modèle MERID offre un nouveau regard sur l'activité de mentorat. En superposant le modèle de Brau-Antony & Mieuxset (2013), on se rend compte qu'ils sont complémentaires : en plaçant les dilemmes de la situation de conseil sur le modèle MERID précédent, on se rend compte qu'ils permettent d'obtenir des analyses sur des dimensions transversales (ils représentent des diagonales sur la figure ci-dessous). En coordonnant ces deux modèles, il est possible de modéliser l'interaction construite par le formateur au cours de l'activité de conseil.

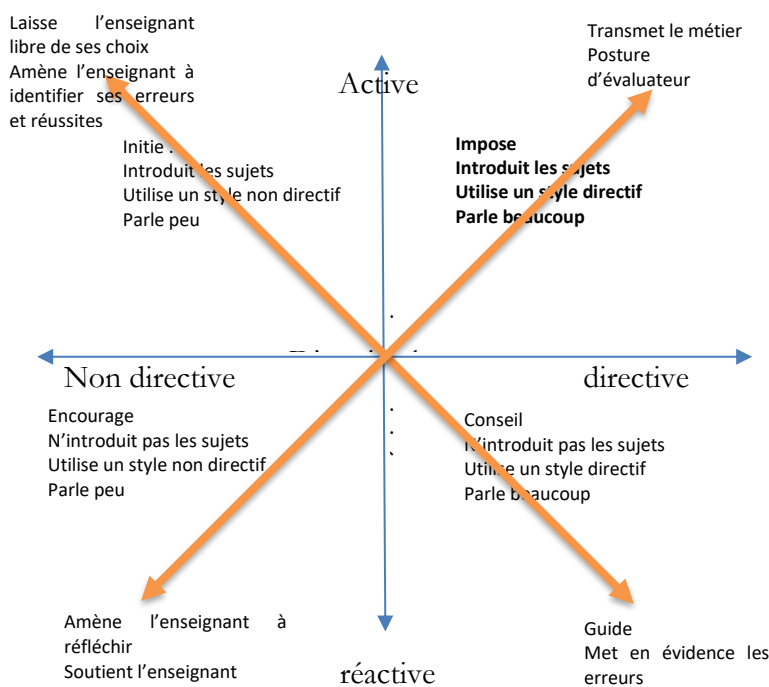


Fig. 6 : Croisement du modèle MERID et de dilemmes de Brau-Antony & Mieuxset (2013)

Le croisement de ces deux approches nous fournit donc une grille d'analyse très fine des pratiques professionnelles du tuteur/mentor en situation d'entretien.

Nous avons donc conçu et expérimenté un simulateur d'entretien professionnel dans le logiciel VTS. Il débute par l'analyse d'une séance censée avoir été menée par l'enseignante virtuelle. Des extraits de préparation de classe et d'échanges prof-élèves sont disponibles. Une fois que l'utilisateur a suffisamment d'informations sur la séance, il commence l'entretien. Il dispose alors d'une liste de choix (Fig. 7 à gauche). L'enseignant virtuel (à droite) lui répond verbalement en prenant des attitudes faciales reflétant ses émotions.

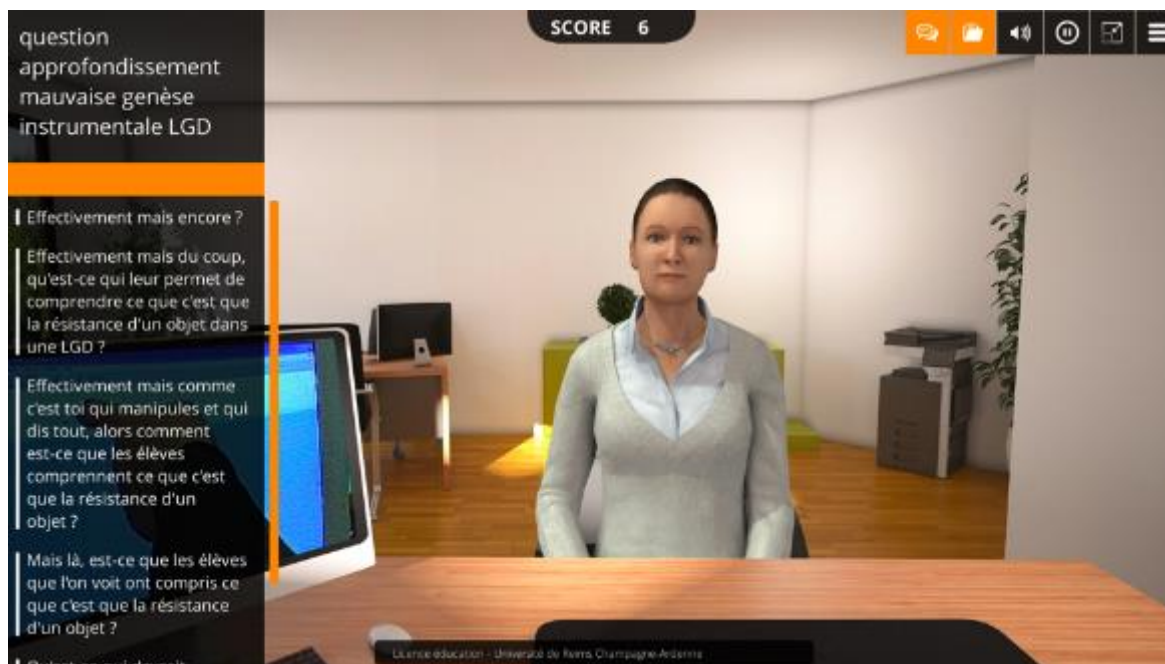


Fig. 7 : Capture d'écran de la simulation d'analyse de pratiques (SAP)

À la fin du scénario, l'utilisateur doit dire s'il pense que l'enseignante virtuelle s'est approprié certains concepts en lien avec la situation puis il reçoit une analyse du logiciel qui le positionne suivant les différents dilemmes (Fig. 8). L'entretien qui a été mené dans l'exemple relève d'une posture de transmission (transmettre au centre et faire réfléchir à l'extérieur), pointe les erreurs et guide l'enseignant. La posture est moins tranchée sur le dilemme soutenir/évaluer. Très peu de concepts didactiques ont été abordés dans l'entretien (2).



Fig. 8 : Capture d'écran de la simulation d'analyse de pratiques (SAP)

Un des enjeux de la formation est alors d'amener les utilisateurs à discuter ce positionnement, à refaire des simulations pour modifier leur profil. Il n'y a pas de velléités à vouloir affirmer que ce positionnement est

absolu, mais bien au contraire à amener les utilisateurs à comprendre et discuter les choix de programmation. SAP a été expérimenté en formation de formateurs, mais aussi en formation d'enseignants. En effet, il permet aux enseignants de faire un pas de côté par rapport à leurs pratiques et la questionner. En formation d'enseignants, les dilemmes sont moins centraux par rapport aux questions didactiques soulevées. L'intérêt de la simulation informatique est qu'elle permet la formation à distance. Ce simulateur est implanté sur une plateforme Moodle™ et sur la plateforme M@gistère de l'éducation nationale française. Cela nous permet d'associer à l'utilisation du SAP, un scénario de formation : analyse de la séance, anticipation des questions didactiques et des dilemmes, test sur simulateur, mise en commun et discussion. Par questionnaire, nous avons vérifié plusieurs points : l'acceptabilité de l'outil, le réalisme de situation, le fait que l'utilisateur pense avoir travaillé des compétences sur l'enseignement des mathématiques ou de tuteur et enfin un niveau de satisfaction. Le petit nombre de répondants actuellement ne permet pas de dégager des résultats significatifs, mais toutes les réponses actuellement recueillies sont positives sur ces quatre points.

Faire concevoir des simulations

Dans le cadre d'une formation de troisième année de licence sciences de l'éducation dont l'objet est les modèles d'analyse des pratiques enseignantes, nous avons fait le choix de remplacer les évaluations classiques par la conception d'une simulation. Les étudiants utilisent un cadre théorique pour décrire les choix possibles de l'enseignant. Durant le cours sont étudiés différents cadres permettant de comprendre et décrire les pratiques d'enseignement : la double approche (Robert & Rogalski, 2002), le multiagenda (Bucheton & Soulé, 2009), ... À partir de ces cadres, les étudiants sont ensuite amenés à analyser des situations d'enseignement. Si les étudiants sont, à ce stade, capables de restituer des connaissances et des analyses nous avons voulu les amener à une compréhension plus approfondie, pour cela nous avons consacré la seconde partie du module et notamment les travaux dirigés à concevoir des simulations de pratiques. À partir d'une situation de départ, d'un contexte d'enseignement ou de formation, les étudiants doivent concevoir une simulation d'interactions en utilisant un des modèles de leur choix.

L'utilisation du logiciel VTS a deux avantages : l'ergonomie du logiciel aide les étudiants à visualiser le système d'interactions. La copie d'écran (Fig. 9) montre le graphe construit dans une simulation.



Fig. 9 : Graphe représentant les différentes décisions et relation dans une simulation VTS

Chaque chemin correspond à une possibilité, une décision. Les blocs correspondent à des interactions : choix de l'utilisateur, réponse du logiciel... cette modélisation est éclairante pour l'étudiant qui peut la manipuler, déplacer les blocs, créer de nouvelles arborescences de façon dynamique.

Le deuxième intérêt de l'usage du logiciel réside dans le processus de validation de la production. Cette validation se fait en testant la simulation. Lors des travaux dirigés les étudiants compilent leur simulation, échangent leur production avec un pair qui la teste et la discute. Une mise en commun permet de revenir sur les choix.

Aider à la formation à distance

De plus en plus de temps de formation sont menés à distance que ce soit en distance intégrale ou en formation hybride avec des allers-retours présentiels/distanciels. Dans tous les cas l'arrivée sur une plateforme de cours à distance nécessite, de la part de l'utilisateur un temps d'appropriation, de lecture, de visionnage de vidéo, etc. En tant que responsable d'un master intégralement à distance (parcours Ingénierie des e-Formations et des usages du numérique – IeFUN) au sein de l'INSP (Institut National Supérieur du Professorat) de l'académie de Reims (France), nous sommes confrontés à ces difficultés de transmission de l'information. Notre choix s'est porté sur l'usage d'un avatar pour accueillir et orienter les étudiants dans certains modules de formation. La copie d'écran (Fig. 10) montre la page sur laquelle arrivent directement les étudiants quand ils ouvrent le module « conception et mise en œuvre d'une FOAD » du semestre 1 sur la plateforme Moodle de l'université de Reims.



Fig. 10 : Copie d'écran de la page d'accueil du module « conception et mise en œuvre d'une FOAD »

Un avatar sonorisé et doublé d'une annonce textuelle leur présente le contenu et leur propose de choisir de commencer par une des trois parties. Tout au long de ce module, l'avatar apparaît pour accompagner le parcours. Ce master venant de se terminer l'analyse de cette organisation du module est en cours.

Pourquoi ce logiciel de simulation ?

Le logiciel VTS editor développé par la société Serious Factory n'est pas spécifique à l'éducation, il est payant avec une licence annuelle ou permanente. Il existe une licence éducation à tarif réduit. Ce logiciel « editor » permet de concevoir les simulations. En revanche une fois qu'elles sont construites elles peuvent être exportées et utilisées gratuitement. Cette démarche permettant de diffuser gratuitement les simulations nous semble bien adaptée à l'éducation. Les formats d'exportation sont de trois types : VTS (avec un player gratuit), web (pour être installé sur un site web) ou SCORM (pour être implanté dans une plateforme à distance type Moodle). Pour lire format VTS il faut installer un player gratuit. Il en existe pour les principaux systèmes d'exploitation : Window, Mac OS, Android, IOS. Ainsi les simulations peuvent être utilisées sur ordinateurs, tablettes ou smartphones. Là encore cela permet un usage en classe avec une classe de tablettes ou en formation avec les smartphones, tablettes, ordinateurs personnels des étudiants.

La conception de la simulation se fait en insérant des blocs d'action, d'interaction ou de logique et en les reliant par des chemins. Plusieurs blocs d'action existent et permettent, en plus de l'animation de l'avatar

(paroles, attitudes faciales, ...), d'intégrer des images, des sons et des vidéos. Les blocs d'interaction permettent des QCM, des choix parmi une liste, des clics sur des zones d'images, ... Les blocs de logique permettent d'orienter le déroulement de la simulation en fonction de variables booléennes ou entières et même de choix aléatoires. Les phrases que l'avatar ou le joueur doivent dire sont saisies au clavier, elles peuvent être générées par synthèse vocale (payant) ou enregistrées par le concepteur. Nous ne détaillons pas plus ici les fonctionnalités qui ont été présentées et testées lors de l'atelier, l'important étant pour nous qu'un formateur ou un enseignant intéressé puisse comprendre le fonctionnement global et se référer ensuite aux didacticiels disponibles en ligne.

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES.

L'enjeu de l'atelier de la COPIRELEM et de cet article était double : présenter et analyser le rôle que peut jouer la simulation d'interactions humaines dans la formation des enseignants, mais aussi montrer qu'il est possible pour un formateur non informaticien de concevoir ses propres simulations. *In fine* nous espérons inciter des collègues formateurs à utiliser ce type d'outil et constituer ainsi une base ressource pour la formation et l'enseignement. Nous sommes essentiellement revenus dans cet article sur le premier enjeu, le second étant plus technique, mais nous exposons quelques éléments clés dans cette conclusion.

Nous avons présenté trois usages qui ont d'ores et déjà été expérimentés au travers du logiciel VTS : la simulation de classe, la simulation d'entretien professionnel et l'accompagnement de la formation à distance. Nous avons, pour ces trois usages, conçu des prototypes qui ont permis de valider nos premières hypothèses d'acceptabilité et de fonctionnalité. Des tests à plus grande échelle et la programmation de nouvelle simulation pour cela l'outil que nous avons pris comme support (VTS) nous semble adapté.

Quels sont les retours des participants de l'atelier ?

Les retours à chaud des participants montrent que le logiciel est facile à utiliser et qu'il ne nécessite pas de compétences spécifiques en programmation. Néanmoins le travail prévu durant cet atelier était trop important et n'a pas permis à tous de produire une simulation opérationnelle. En effet, le temps d'installation, de prise en main et de test des propositions déjà existantes a limité le temps réel de travail avec l'éditeur.

Plusieurs questions ergonomiques ont été posées notamment la compatibilité des simulations avec la réalité virtuelle (VR) ainsi que la possibilité d'interagir avec le logiciel via la synthèse vocale (l'utilisateur parle et son discours est interprété par la machine). Si la VR est bien accessible dans les nouvelles versions du logiciel, la partie synthèse vocale n'est qu'à l'étude. Cela nous amène à poser la question des études indispensables pour analyser les effets réels de ce type d'innovation. Comment savoir ce qu'apporterait réellement la VR dans le cadre de la simulation de classe ou d'entretiens ? Est-ce que cela changerait le processus de formation ? Est-ce que tout ce qui est possible est souhaitable et va dans le sens de l'amélioration du processus d'apprentissage ? Ce sont des questions complexes qui pourront être abordées notamment en relation avec d'autres champs de recherche comme la psychologie par exemple.

Nous espérons, au travers de cet article et de cet atelier pourvoir initier un travail commun entre didacticiens pour développer et analyser de nouveaux outils et même de nouveaux usages.

BIBLIOGRAPHIE

- Audran, J. (2016). Se former par la simulation, une pratique qui joue avec la réalité. *Recherche et formation*, 82, 9-16.
- Barmaki, R. & Hughes, C. E. (2016). Towards the Understanding of Gestures and Vocalization Coordination in Teaching Context. *EDM*. 663-665.
- Brau-Antony, S. & Miesusset, C. (2013). Accompagner les enseignants stagiaires : une activité sans véritables repères professionnels. *Recherche et formation*, 72, 27-40.
- Bucheton, D. & Soulé, Y. (2009). Les gestes professionnels et le jeu des postures de l'enseignant dans la classe : un multi-agenda de préoccupations enchâssées. *Éducation et didactique*, 3(3), 29-48.
- Crasborn, F. J. A. J. & Hennissen, P. (2010). *The skilled mentor. Mentor teachers' use and acquisition of supervisory skills*. Eindhoven: Eindhoven School of Education.
- Emprin, F. & Sabra, H. (2019). Les simulateurs informatiques, ressources pour la formation des enseignants de mathématiques. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 19(2), 204-216.
- Hennissen, P., Crasborn, F., Brouwer, N., Korthagen, F. & Bergen, T. (2008). Mapping mentor teachers' roles in mentoring dialogues. *Educational research review*, 3(2), 168-186.
- Lépinard, P. (2014). Du serious gaming au full flight simulator : proposition d'un cadre conceptuel commun pour la formation des formateurs en simulation. *Systemes d'information management*, 19(3), 39-68.
- Mattei-Miesusset, C. (2013). *Les dilemmes d'une pratique d'accompagnement et de conseil en formation. Analyse de l'activité réelle du maître de stage dans l'enseignement secondaire*, Thèse de doctorat, Université de Reims.
- Pastré, P. (2005). *Apprendre par la simulation : de l'analyse du travail aux apprentissages professionnels*. Octarès.
- Schön, D. (1994). *Le praticien réflexif. À la recherche du savoir caché dans l'agir professionnel*. Montréal : Éditions Logiques.
- Robert, A. & Pouyanne, N. (2004). *Formateurs d'enseignants de mathématiques du second degré : éléments pour une formation*. Paris : IREM, Université Paris 7.
- Rogalski, J. & Robert, A. (2015). De l'analyse de l'activité de l'enseignant à la formation des formateurs Le cas de l'enseignement des mathématiques dans le secondaire. Dans V. Lussi Borer (dir.), *Analyse du travail et formation dans les métiers de l'éducation* (p. 93-113). Louvain-la-Neuve, Belgique : De Boeck Supérieur. Doi: 10.3917/dbu.lussi.2015.01.0093
- Robert, A. & Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Canadian Journal of Math, Science & Technology Education*, 2(4), 505-528.

QUEL BILAN D'UNE ACTION DE FORMATION CONTINUE SUR LES FRACTIONS POUR LES ENSEIGNANTS DE L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE ?

Eric Mounier, Nicolas Pelay

INSPE de l'académie de Créteil, Université Paris-Est Créteil, Laboratoire de didactique André Revuz, Université de Paris et Plaisir-Maths R&D

INTRODUCTION

La proposition d'un atelier au colloque de la COPIRELEM 2019 a été motivée par la conjonction de deux « nouveautés ». D'un côté, l'élaboration récente par des membres de la COPIRELEM (Mangiante *et al.*, 2017) d'un nouveau cadre d'analyse qui permet d'étudier *a priori* et *a posteriori* des formations d'enseignants. D'un autre côté, une formation de professeurs des écoles (PE) sur les fractions (cf. annexe 1), que nous proposons pour la première fois. L'approche était nouvelle pour nous dans le sens où nous utilisons le levier du jeu pour enrôler les participants dans les tâches que nous leur proposons (le support est le jeu l'atelier des potions¹ (Pelay & Boissière, 2018, voir annexe 3) et en outre nous choisissons une entrée notionnelle spécifique pour l'apprentissage des fractions qui peut être source de discussion (cf. annexe 2).

Nous avons alors poursuivi trois objectifs dans l'atelier proposé au colloque de la COPIRELEM (appelé dans la suite atelier COPIRELEM), s'appuyant sur trois niveaux d'analyse non indépendants :

- faire découvrir le cadre d'analyse aux participants de l'atelier pour leur permettre d'en disposer comme outil professionnel (pour élaborer *a priori* un scénario de formation et/ou pour l'analyser *a posteriori*),
- éprouver ce cadre pour analyser *a priori*² notre formation sur les fractions (enjeux didactiques, levier ludique) : que permet-il de « dire » ?
- éprouver l'utilisation de ce cadre pour la formation de formateurs (atelier COPIRELEM).

Le but de l'article est de rendre compte de résultats selon ces trois objectifs. Afin de pouvoir aborder le dernier (formation de formateur), qui nous semble particulièrement intéressant dans le cadre du colloque de la COPIRELEM, nous avons choisi et synthétisé les points les plus importants pour répondre à chacun des premiers et deuxièmes objectifs.

Dans la suite de ce texte, nous allons alors présenter le scénario de formation sur les fractions en direction des PE, puis le cadre d'analyse de situations de formation de la COPIRELEM, son utilisation dans notre atelier COPIRELEM et les résultats obtenus concernant l'analyse de la formation sur les fractions. Ceci nous permettra en conclusion de proposer des éléments de réponse concernant les trois niveaux d'analyse.

¹ www.atelier-potions.fr

² La formation a déjà été menée, mais nous proposons d'en faire une analyse *a priori* au sens où elle se base sur un scénario *a priori*, celui prévu par les concepteurs de cet atelier. Nous donnerons cependant dans l'article quelques éléments d'analyse *a posteriori* qui rendront compte d'une certaine façon de la robustesse du scénario.

PRÉSENTATION DU SCÉNARIO DE FORMATION EN DIRECTION DES PE

La formation s'est adressée à douze PE enseignant en CM1 ou CM2 (Cours Moyens 1^{ère} et 2^e année, Grades 4 et 5, élèves âgés de 9 à 11 ans) d'une même circonscription³ de l'académie de Créteil, certains débutant en CM1 (voire titulaires pour leur première année), d'autres ayant déjà eu le niveau CM au moins une année. Elle s'est déroulée sur trois demi-journées de 3h chacune (novembre 2018, décembre 2018 et avril 2019), dans les locaux de la circonscription. Les PE étaient volontaires pour participer à cette formation inscrite dans le cadre des 18 heures annuelles de formation continue obligatoire. Les objectifs étaient de (re)visiter l'apprentissage des fractions et d'apporter des outils d'enseignement.

La notion de fraction est nouvelle pour les élèves de CM1, bien qu'ils aient pu fréquenter les écritures telles que $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{4}$. Les opérations avec les fractions ne sont pas visées au CM, si ce n'est une approche de l'addition, mais sans institutionnalisation d'une règle. Outre le moyen d'introduire les nombres décimaux, ce sont plutôt des aspects conceptuels qui sont visés ; les écritures fractionnaires devant pouvoir être associées à des situations qui leur donne du sens (Ministère de l'Education Nationale, 2018). Nous ne détaillons pas ces enjeux didactiques dans cet article et renvoyons par exemple aux travaux de Brousseau (2011), ceux de Rouche (1995) ou plus récemment de Allard (2015)⁴. Dans la formation, nous visons prioritairement la compréhension d'une fraction comme notation d'un nouveau nombre (indiquant le cardinal d'une quantité discrète), nombre qu'il était nécessaire de mobiliser dans des situations nouvelles proposées par l'enseignant : nous en proposons une aux PE à travers la situation « pizza » (cf. annexe 2). Nous faisons remarquer que cet objectif de formation, que ce soit pour les PE ou pour les participants à l'atelier de la COPIRELEM, n'est pas connu au début de l'atelier, et sera révélé plus tard, nous y reviendrons.

L'Atelier des potions (Pelay & Boissière, 2018) est un jeu de société didactique et ludique, qui permet aux élèves de travailler les fractions dans un univers ludique. Dans la formation des PE, il a été utilisé comme levier pour enrôler les enseignants, en leur indiquant une utilisation possible en classe qui débute par une découverte du jeu avec des cartes spécifiques pour la formation (cf. annexe 3).

Le scénario détaillé de la formation des PE est donné en annexe 1 (c'est ce même document qui est donné aux participants de l'atelier COPIRELEM) : il s'agit de la première demi-journée articulée avec le début de la deuxième qui a été étudiée. Le lecteur pourra ainsi se rendre compte du premier travail d'analyse proposé dans l'atelier, travail que nous décrivons dans le paragraphe suivant.

DU CADRE D'ANALYSE A SON UTILISATION DANS L'ATELIER DE LA COPIRELEM

Le cadre d'analyse de situations de formation

Le cadre proposé par des membres de la COPIRELEM a été élaboré en convoquant la double approche (Robert & Rogalski, 2002) articulant des éléments ergonomiques (le travail en conditions réelles) et didactiques (avec donc une prise en compte de l'épistémologie des objets d'apprentissage). Cinq types d'activités sont alors prises en compte dans une situation de formation :

[...] activité mathématique » lorsque le formé convoque des mathématiques dans la résolution d'une tâche mathématique ; « activité d'analyse mathématique » lorsque le formé analyse les mathématiques en jeu dans la résolution d'une tâche mathématique ; « activité didactique et/ou pédagogique » lorsque le formé met en lumière les choix didactiques et/ou pédagogiques liés à la tâche mathématique ;

³ En France, une circonscription est une entité administrative qui regroupe plusieurs écoles d'un même territoire géographique. C'est ici que peuvent avoir lieu des actions de formation réunissant des PE de la circonscription.

⁴ Concernant les obstacles épistémologiques qui sont sources de difficultés d'apprentissage et d'enseignement, le lecteur peut en voir des « conséquences » sur les résultats dans différentes évaluations nationales en France et à l'internationale.

« activité d’analyse didactique et/ou pédagogique » lorsque le formé analyse ces choix didactiques et/ou pédagogiques ; « activité de problématisation » lorsque le formé identifie et investigate une question professionnelle, en mobilisant des concepts mathématiques, didactiques et pédagogiques Guille-Biel Winder *et al.* (2019, p. 3).

Ces types d’activités sont alors reliés à trois dimensions : le type de connaissances convoquées, le degré de décontextualisation de ces connaissances et la posture attendue du formé dans l’activité (Mangiante *et al.*, 2017). Le cadre permet d’identifier des paliers : cf. Fig. 1, extraite de Guille-Biel Winder *et al.* (2019).

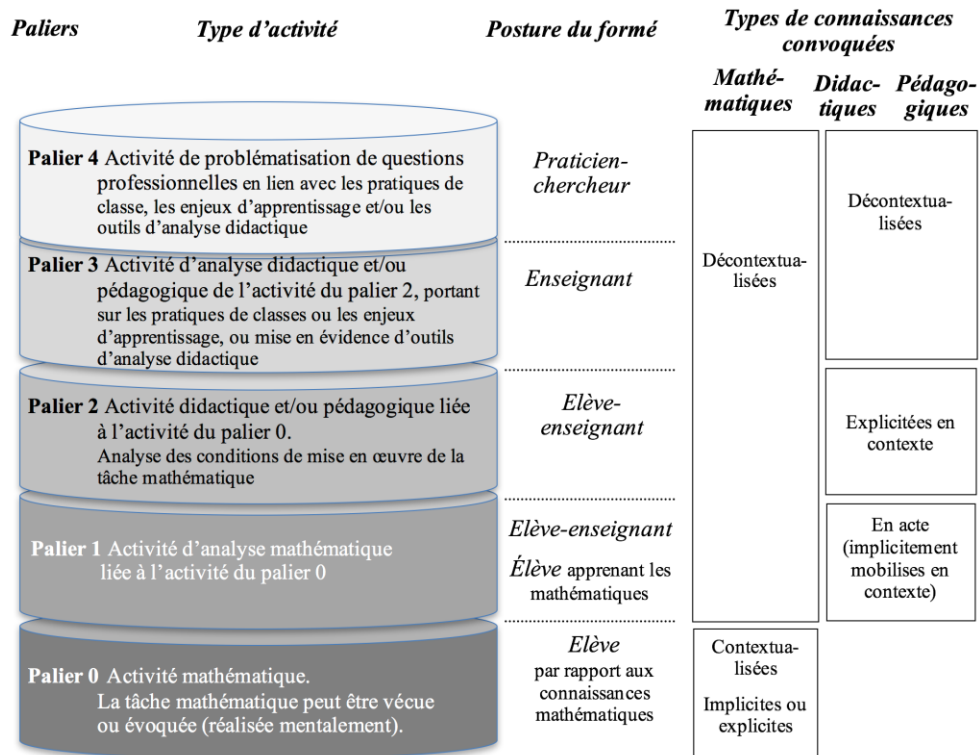


Fig.1 : Présentation du cadre d’analyse

Pour une description détaillée, notamment des fondements théoriques et des utilisations visées, nous renvoyons le lecteur aux articles précités.

Utilisation du cadre dans l’atelier COPIRELEM

Après une présentation via un diaporama que les auteurs du cadre nous ont fournis, nous avons donné aux participants de l’atelier un glossaire qui résume les grands principes.

Le cadre permet d’analyser la nature et l’articulation des tâches successives données en formation en tenant compte des aspects épistémologiques des notions visées dans l’enseignement. Nous avons aussi voulu l’utiliser comme un outil de formation entre formateurs. Nous avons donc proposé aux participants de l’atelier COPIRELEM de le mobiliser pour analyser la formation sur les fractions données aux PE. Il s’agit d’éprouver ce cadre dans sa capacité à mettre en relief certains éléments du scénario, mais aussi d’engager des débats autour des leviers de formation. Il nous a semblé pertinent de ne pas détailler dans un premier temps les tâches proposées aux PE afin de focaliser l’analyse sur les paliers : c’est aussi le choix fait par Guille-Biel Winder *et al.* (à paraître) et Mangiante-Orsola et Petitfour (2015). C’est donc le document en annexe 1 qui a été d’abord fourni aux participants. Ensuite, après une première mise en commun et un premier bilan, ces derniers ont été confrontés aux tâches proposées au PE permettant ainsi un deuxième niveau d’analyse. Une deuxième mise en commun et un deuxième bilan ont clôturé la formation.

RÉSULTATS DE L'ANALYSE DE LA FORMATION SUR LES FRACTIONS

Analyse a priori

1ER TEMPS : ANALYSE EN TERMES DE PALIERS DU SCÉNARIO DU JOUR 1 SANS LE DÉTAIL DES TÂCHES PROPOSÉES (CF. ANNEXE 1)

Les analyses faites par les participants (en petits groupes) et par nous ont convergé.

Phase 1 : activité sur les fractions avec le jeu de l'atelier des potions.

Palier 0 vers palier 1 : connaissances mathématiques sur les fractions contextualisées au moment de jouer (palier 0) puis décontextualisées lors des échanges entre pairs et avec les formateurs (connaissances didactiques et pédagogiques implicites en contexte ; palier 1)

Phase 2 : mise en commun sur l'activité précédente et bilan.

Palier 1 pour le point sur la notion de fraction : connaissances mathématiques décontextualisées et didactiques/pédagogiques implicites en contexte.

Palier 1 vers palier 2 concernant l'analyse des conditions de mise en œuvre du jeu en classe : connaissances mathématiques décontextualisées et didactiques/pédagogiques explicites en contexte.

Palier 3 concernant la nécessité d'une situation pour présenter l'aspect « nombre » : connaissances mathématiques décontextualisées et didactiques/pédagogiques décontextualisées.

Paliers 3 (voire 4) concernant la place du jeu dans les apprentissages (pratiques de classe).

Phase 3 : étude de séquences d'introduction des fractions

Paliers 0 à 2 pour l'étude de chaque séquence, vers palier 3 (voire 4) pour la comparaison des situations lors de la discussion entre pairs et avec les formateurs (phases d'une situation didactique).

2E TEMPS : ANALYSE A PRIORI DES TÂCHES PROPOSÉES LE JOUR 1 (CF. ANNEXES 2 ET 3)

Les tâches ont été données à vivre aux participants de l'atelier, tout d'abord le jeu « atelier des potions » avec des cartes du jeu et d'autres élaborées spécifiquement pour la formation (cf. annexe 3), puis la situation « pizza » (cf. annexe 2). La méthode d'analyse n'était pas imposée. Les discussions ont porté essentiellement sur deux sujets : d'une part ce que chaque tâche permettait de mettre en avant pour les PE au niveau notionnel et d'autre part la cohérence avec l'analyse *a priori* en paliers faite auparavant. Il n'est pas possible de retranscrire ici tous les échanges, nous en donnons une synthèse.

Un consensus est apparu sur le fait que les tâches ludiques de l'atelier des potions permettaient potentiellement d'atteindre les objectifs identifiés précédemment en termes de paliers (paliers 0 et 1), les discussions entre pairs amenant des questions sur l'enseignement (palier 1 vers 2). Ceci permet d'orienter la mise en commun (phase 2) et son contenu (notionnel en particulier) pour atteindre les paliers 3, voire 4. Il a été signalé le rôle prépondérant des formateurs dans cette phase pour mener les débats à partir des tâches effectuées, alors que le scénario ne précisait pas son activité à ce moment. Les tâches proposées dans la phase 3 du jour 1 (la séquence « pizza » à analyser) sont considérées comme une prolongation pertinente aux deux premières phases pour aborder le palier 3 voire le 4. Elles sont signalées comme reposant des questions sur la notion même de fraction, certaines ayant été abordées dans les phases précédentes mais demandant un approfondissement (la fraction vue comme une écriture de nouveaux nombres, le rôle de l'unité de compte, l'intérêt de considérer dès le début des nombres supérieurs à 1). Ces partis-pris ont auguré alors des débats entre les formateurs de l'atelier sur les différents aspects des fractions, ceux à enseigner et ceux à mettre en avant lors de leur introduction au CM1.

Analyse *a posteriori* : que s'est-il passé lors de la formation des PE ?

Nous avons alors évoqué pendant l'atelier l'analyse que nous avons faite *a posteriori* en la confrontant à celle *a priori*. D'un point de vue méthodologique nous avons enregistré (jour 1) ou filmé les déroulements (jour 2) afin d'étudier les activités engendrées et les discours.

Il ressort essentiellement que les paliers identifiés dans l'analyse *a priori* sont atteints, avec cependant des fluctuations bien plus importantes que celles envisagées : nous retrouvons un résultat de Guille-Biel Winder *et al.* (2019). Ainsi, même si les tâches proposées relèvent par exemple du palier 0, les PE peuvent aborder rapidement entre eux des questions qui relèvent des paliers supérieurs. Il est également significatif de noter que des phases de palier supérieur, font intervenir des questions de palier inférieur trouvant leur origine ou leur réponse dans l'expérience partagée des tâches mathématiques de palier 0 soumises précédemment (les tâches du jeu de l'atelier des potions, celles de la situation « pizza »).

En outre, la nature de ces tâches de palier 0 a influencé la dynamique de formation. En effet, les participants ont joué à l'atelier des potions avec les mêmes règles que les élèves mais les cartes ont été adaptées (variables didactiques) pour susciter des « obstacles » pour les adultes. La conservation de l'aspect ludique, associée pour les enseignants à une perspective d'utilisation en classe, a joué un rôle d' enrôlement important.

Ces cartes ont généré des procédures qui ont mis en jeu les connaissances reprises dans la mise en commun. Même si ces connaissances ont permis de faire le lien avec les éléments de savoirs prévus, comme signalé dans l'analyse *a priori*, le formateur a joué un rôle médiateur prépondérant pour orienter les discussions vers ce savoir. Cela n'est pas sans rappeler ce qui se passe en classe lorsque l'enseignant doit faire le lien entre les activités des élèves et le savoir visé (Mounier, 2013).

Par ailleurs, l' enrôlement par le jeu a permis d'aborder des aspects notionnels sans que les PE se soient sentis « en position d'élève » par rapport aux mathématiques. Il nous semble que cela a aussi facilité l'abord d'un autre palier 0, le moment où les PE ont vécu la situation « pizza ».

CONCLUSION À DIFFÉRENTS NIVEAUX

La découverte et l'appropriation du cadre d'analyse par les participants de l'atelier de la COPIRELEM

Bien que des compléments de lecture sur le sujet restent nécessaires pour mieux en comprendre les fondements théoriques, la présentation assez rapide du cadre d'analyse à l'aide du diaporama des auteurs et de la mise à disposition après discussion d'un glossaire nous a semblé une première entrée suffisante pour le faire fonctionner de manière pertinente. Il est en effet remarquable que l'outil d'analyse ait fourni un résultat consensuel en termes de paliers, quels que soient les participants de l'atelier (formateurs de terrains ou INSPE, didacticiens des mathématiques). En ce sens nous avons pu éprouver une certaine robustesse de ce cadre d'analyse. Le fait de disposer d'un outil solide, et dont l'appropriation apparaît assez aisée, nous semble un élément favorable à sa diffusion comme outil professionnel pour faire une analyse *a priori* d'un scénario de formation destiné aux enseignants. Nous avons fait ici une analyse *a priori* « après coup », ce qui permet de la confronter avec les déroulements réels et de souligner si les objectifs en termes de paliers sont atteints. Il nous semble tout à fait envisageable d'utiliser une telle analyse pour aider à l'élaboration d'un scénario de formation.

Eprouver ce cadre pour analyser *a priori* la formation sur les fractions qui a été donnée (enjeux didactiques, levier ludique) : que permet-il de « dire » ?

Le cadre a permis de faire émerger la structure du scénario de formation en termes de paliers. Il a mis en lumière certains rouages que les auteurs de la formation avaient pu penser de manière implicite. Il a permis alors de distinguer certains rôles assignés à des phases du scénario (qui peuvent être communs à toute formation d'enseignants) et les tâches données pour les atteindre. Cet élément nous semble important, ils

permettent selon nous de penser les tâches en fonction de ces paliers⁵. Il nous semble possible (et utile) de faire une analyse des tâches proposées avec une double visée : les contenus précis envisagés et les paliers à atteindre. Il s'agit alors ici de tendre à une double robustesse contenus/paliers.

L'outil d'analyse nous apparaît particulièrement pertinent pour penser l'articulation des tâches proposées dans le scénario comme levier pour atteindre les enjeux de la formation. Cependant, nous n'avons pas pu saisir l'aspect « motivationnel » ou « enrôlement » que nous avions envisager avec l'aspect ludique de nos tâches (de palier 0) et qui s'est avéré un moteur très efficace. D'ailleurs, la position des PE ne nous a pas semblé être celle d'élèves face aux mathématiques (cf. Fig. 1) dans le sens où la situation proposée n'était pas vécue comme une situation d'apprentissage formelle, puisque sous le joug d'un double contrat didactique et ludique (Pelay, 2011). En fait, nous pensons que des leviers concernant ces aspects « motivationnels » et « enrôlement » sont identifiables « en creux » avec les différents paliers. En effet le palier 4 nous apparaît différent des autres du fait qu'il problématise des enjeux d'apprentissage « du côté de l'enseignant » : il permet d'identifier des questions que se pose chacun des enseignants présents en formation (et non pas un enseignant générique). Selon nous, ces questions « personnelles » et plus générales (dans le sens où elles abordent des aspects de l'enseignement qui dépassent celui des seules fractions⁶) qui émergent dans le palier 4, n'apparaissent pas explicitement dans les autres paliers. Leur importance pour les enseignants pourrait éclairer le fait qu'en formation ils abordent rapidement entre eux des questions qui relèvent des paliers supérieurs. L'outil d'analyse permettant d'envisager de travailler dès le début de la formation au palier 4, une des possibilités pour enrôler les participants pourrait aussi être de commencer la formation par la formulation d'un problème professionnel partagé. Il resterait à élaborer les tâches, informations et discours adéquats.

L'utilisation de ce cadre pour la formation de formateurs

En permettant de ne pas donner tout de suite aux participants de l'atelier le détail des tâches données aux PE dans le scénario à étudier, le cadre d'analyse de la COPIRELEM a permis de constituer et d'utiliser un langage commun pour discuter de certains aspects des dispositifs de formation. En effet, exposer d'emblée de manière détaillée les contenus, les tâches, les objectifs ne favorise pas un focus sur les ressorts du dispositif de formation tels que ceux mis en évidence avec les paliers. Ceci nous apparaît comme un « gain » dans la formation de formateur par rapport à une focalisation sur les tâches en fonction des objectifs notionnels et didactiques. En d'autres termes, les formateurs peuvent ainsi parler « dispositif de formation ». Notons cependant que les aspects de la formation sur les fractions qui ont été mis en évidence grâce à l'analyse via le cadre de la COPIRELEM, et objets de discussion entre formateurs, sont liés à une approche didactique de l'apprentissage donc de la formation. Ceci n'est pas surprenant car dans ce cadre, le point de vue « développement professionnel » est prioritairement abordé via son articulation avec les aspects didactiques des notions mathématiques à enseigner (variables, procédures, connaissances, etc.). Il nous semble que d'autres aspects peuvent aussi être abordés en formation de formateurs, liés à l'enrôlement des formés et à la position du formateur. Pour ce faire, on pourrait poser la question de la place et l'ordre des paliers (peut-on mettre le palier 4 en premier ?). Pour notre part, nous avons choisi de proposer de vivre et d'étudier des situations ludiques, ce qui attire l'attention sur ce possible ressort en formation. Pour aller plus loin nous pourrions aussi analyser notre dispositif d'atelier de formation de formateurs avec le cadre COPIRELEM ...

⁵ Rappelons que l'analyse en termes de paliers a pu être faite à partir d'une description de la formation qui ne détaille pas les tâches proposées. Une question pour de futures recherches : de manière plus générale, pour entreprendre une analyse d'un scénario de formation à l'aide du cadre COPIRELEM, quel niveau de description dans le scénario faut-il fournir (détails des tâches, articulation des phases, objectifs) ?

⁶ En France le professeur des écoles est un enseignant polyvalent (il enseigne toutes les disciplines scolaires). Il a toute l'année la responsabilité d'une seule classe, à raison de 24h par semaine.

Le retour que nous avons fait ici sur l'atelier COPIRELEM ne rend compte que très imparfaitement de la richesse et de la qualité des échanges. Les échanges qui ont continué bien au-delà du temps imparti, et ceci est pour nous un signe de la richesse de l'outil d'analyse. Nous remercions chaleureusement la bienveillance des participants. Bien que court, le nécessaire temps d'appropriation de cet outil, associé ici avec la complexité de l'enseignement de la notion de fraction, ne permet pas d'en apprécier toutes les qualités dans le temps limité d'un atelier. Gageons que son indéniable intérêt œuvrera pour sa popularité.

BIBLIOGRAPHIE

- Allard, C. (2015). *Etude du processus d'Institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : le cas de l'enseignement des fractions*. Thèse de doctorat. Université Paris Diderot, Paris.
- Brousseau, G. (2011). Dossier n°9 « Les expériences sur l'enseignement des Rationnels et des décimaux 1973-1998 ». Repéré à [http://guy-brousseau.com/1878/dossier-n°c2%b010-%c2%ab-les-experiences-sur-lenseignement-des-rationnels-et-des-decimaux-1973-1998°c2%bb/](http://guy-brousseau.com/1878/dossier-n%C2%b010-%c2%ab-les-experiences-sur-lenseignement-des-rationnels-et-des-decimaux-1973-1998%C2%bb/)
- Guille-Biel Winder, C., Mangiante-Orsola, C., Masselot, P., Petitfour, E. & Simard, A. (2019). Identification des potentialités d'un jeu de rôles dans le cadre d'une formation de professeurs des écoles. Dans M. Abboud (dir.), *Actes du colloque EMF 2018, Paris*.
- Mangiante, C., Masselot, P., Petitfour, E., Simard, A., Tempier, F. & Winder, C. (2017). Proposition d'un cadre d'analyse de situations de formation de professeurs des écoles. Dans *Actes du colloque ARCD 2016, Toulouse*.
- Mangiante-Orsola, C. & Petitfour, E. (2015). L'analyse de manuels en formation : pour quoi faire ? Dans COPIRELEM, *actes du 4^{ième} colloque de la COPIRELEM*, Mont de Marsan : ARPEME.
- Ministère de l'Education Nationale (2018). *Programme du cycle 3*. Repéré à https://cache.media.eduscol.education.fr/file/programmes_2018/20/2/Cycle_3_programme_consolide_1038202.pdf
- Mounier, E. (2013). Y a-t-il des marges de manœuvre pour piloter la Classe durant une phase de bouclage ? *Recherches en didactique des mathématiques*, 33(1), 79-113.
- Pelay, N. (2011). *Jeu et apprentissages mathématiques : élaboration du concept de contrat didactique et ludique en contexte d'animation scientifique*. Thèse de doctorat. Université Claude Bernard - Lyon I.
- Pelay, N. & Boissière, A. (2018). L'atelier des potions, un jeu didactique et ludique pour l'apprentissage des fractions. *Actes du séminaire de didactique de l'ARDM, mars 2018*.
- Robert, A. & Rogalski, J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques de enseignants de mathématique : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, 2(4), 505-528.
- Rouche N. (1995). *Le sens de la mesure*. Paris : Didier Hatier.

ANNEXE 1 : SCÉNARIO DE FORMATION SUR LES FRACTIONS

JOUR 1 : NOVEMBRE 2018

Phase 1 (1h) : activité sur les fractions avec l'Atelier des potions

Les participants disposent d'un jeu sur les fractions destiné aux élèves de CM1 et CM2 : l'atelier des potions. Ce jeu mobilise l'association des écritures fractionnaires (données sur des cartes) avec des représentations manipulables d'objets unitaires prédécoupés. Les PE participants de la formation doivent y jouer par binôme ou par quatre, réaliser les défis posés par les différentes cartes, et en indiquer l'intérêt pour l'apprentissage des élèves.

Sont ensuite proposées des écritures fractionnaires qui ne sont pas présentes dans le jeu initialement et qui sont potentiellement sources de recherches voire de difficultés pour les participants.

Phase 2 (40 min) : mise en commun sur l'activité précédente et bilan

Mise en commun initiée à partir des questions : « Qu'est-ce qu'un jeu permet de travailler sur les fractions ? Qu'est-ce que ce jeu permet de travailler sur les fractions ? ».

Bilan prévu :

Les potentialités de ce jeu dans l'apprentissage des fractions et décimaux.

Une définition de la fraction en tant que représentation de nouveaux nombres (rationnels).

La nécessité de situations d'introduction adéquates pour présenter cet aspect « nombre » aux élèves (importance de la notion d'unité).

Phase 3 (1h) : étude de séquences d'introduction des fractions

Trois situations sont proposées par les formateurs (dont la situation « pizza », annexe 2)). L'analyse didactique *a priori* qui en a été faite révèle des potentialités pour présenter l'aspect « nombre » des fractions : dans le cadre de partage de quantités (fraction vue comme moyen de noter un nombre d'unités non entier), dans le cadre de la mesure de longueurs (fraction vue comme moyen de donner une mesure non entière d'une longueur), dans le cadre de la résolution d'un problème numérique (fraction vue comme solution à une équation $bx=a$).

Les PE participants doivent étudier les tâches données aux élèves afin de discuter de leur intérêt et limites par rapport à l'objectif visé par les formateurs, c'est-à-dire introduire les fractions comme moyen de noter des nombres non forcément entiers.

Les PE ont à disposition le matériel pour tester les tâches proposées aux élèves. Le travail se fait individuellement puis par groupe, les formateurs passent dans les groupes.

Il n'y a pas de mise en commun mais un bilan est distribué sur le fait qu'une écriture fractionnaire désigne un nombre (un nombre rationnel) et la possibilité d'introduire cette notation dans trois cadres différents.

JOUR 2 (DÉCEMBRE 2018) ET 3 (AVRIL 2019)

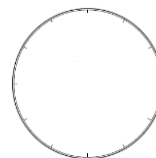
Retour sur les 3 situations de la phase 3 de la 1^{ère} séance, préparation de séances et de séquences pour la classe, retour sur les séances réalisées par les enseignants.

ANNEXE 2 : SITUATION « PIZZA »

Exercices à destination des élèves, donnés à vivre et à analyser ; d'une part aux PE (phase 3 du scénario en annexe 1) pour une transposition en classe, et d'autre part aux participants de l'atelier pour une analyse de leur pertinence en termes de palier(s) et de notion(s) visée(s). Les interventions de l'enseignant ne sont pas précisées, ni le fait de donner les exercices à la suite ou de ne donner que le premier. Ce sont des objets de discussion dans les groupes des formés.

Matériel distribué pour les exercices : des « pizzas » rondes en papier de diamètre 8 cm environ (des ciseaux sont mis à disposition selon demande).

La tâche se réalise par groupe de quatre personnes.



Exercice 1 :

Vous devez partager équitablement huit pizzas entre les quatre personnes du groupe.

Faire ce partage et indiquer en utilisant des chiffres le nombre de pizzas obtenues par chaque personne (tout le monde doit en avoir autant). Vous devez vous mettre d'accord sur l'écriture utilisée.

Exercice 2 :

C'est le même exercice que le précédent mais cette fois-ci vous avez trois pizzas à vous partager.

Exercice 3 :

C'est le même exercice que le précédent mais cette fois-ci vous avez sept pizzas à vous partager.

Exercice 4 :

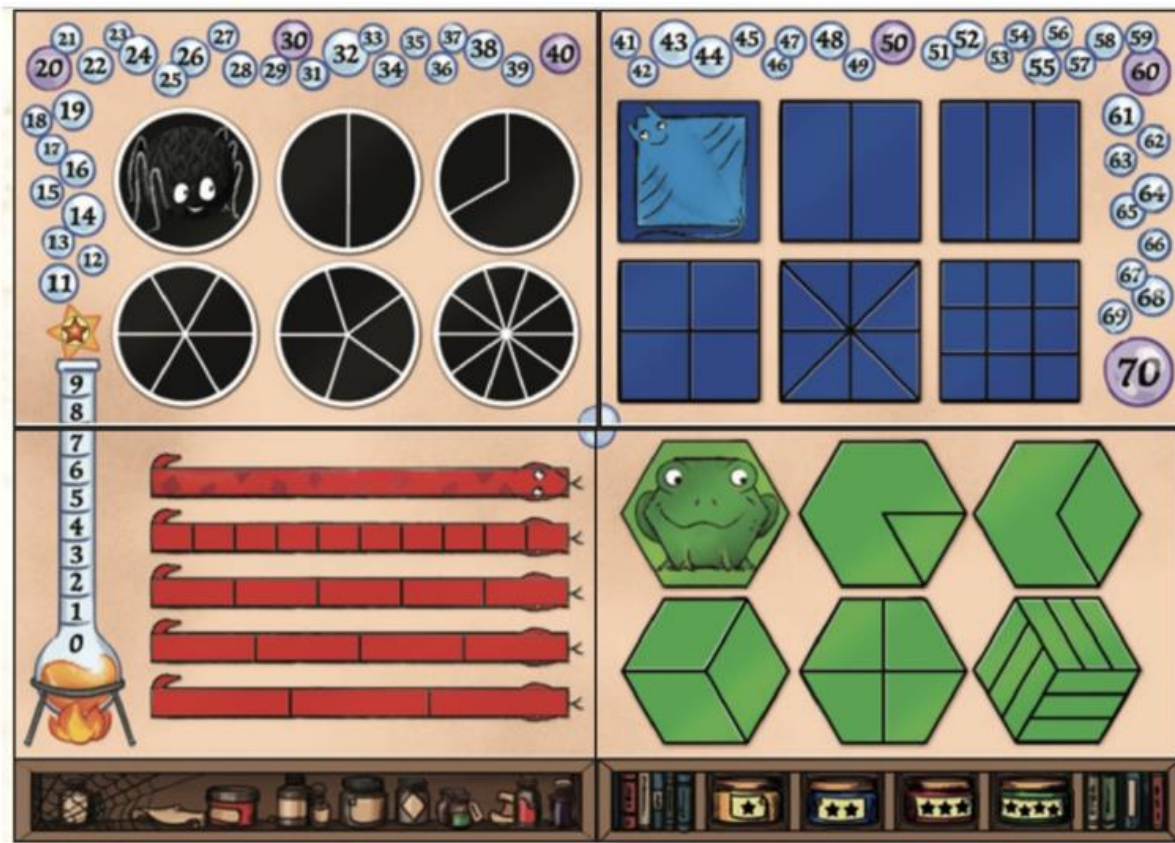
C'est le même exercice que le précédent mais cette fois-ci vous avez cinq pizzas à vous partager.

A retenir :





ANNEXE 3 : L'ATELIER DES POTIONS

Exemples de tâches données à vivre aux PE (phase 1 du scénario en annexe 1) pour une transposition en classe, et aux participants de l'atelier pour une analyse de sa pertinence en termes de paliers et de notions visées.

Un joueur dispose d'un tableau avec quatre « ingrédients » pour faire des potions magiques (en temps limité ou non) : araignée, raie, serpent, grenouille. La réussite permet de gagner des points (des étoiles) et d'avancer sur la piste dessinée en bordure du tableau.



Les éléments sont aimantés et détachables, par exemple l'ingrédient araignée se trouve en 1, en 1/2, en 1/3 et 2/3, en 1/6, en 1/5, en 1/10.

<p>Potion</p>	<p>Il s'agit de réaliser la potion demandée (en temps limité) avec les morceaux d'ingrédients à disposition sur le plateau. Un grimoire des solutions permet de valider sa réponse par superposition des éléments sélectionnés sur une surface.</p>
<p>$\frac{5}{6}$ </p>	<p>L'exemple ci-contre est une carte élaborée pour la formation. Il a été aussi demandé en formation 17/12 grenouille, 5/3 raie et 7/4 avec l'ingrédient de son choix.</p>
<p>$\frac{2}{3}$  **</p>	
<p>$\frac{11}{12}$  ***</p>	
<p>$\frac{3}{4}$  ****</p>	

UN DISPOSITIF DE FORMATION CONTINUE EN GEOMETRIE POUR LES ENSEIGNANTS DU PRIMAIRE

Jimmy Serment, Thierry Dias

HEP Vaud

Dans le contexte de la formation des enseignants en didactique des mathématiques, nous avons régulièrement constaté que les futurs enseignants rencontrent des difficultés dans leur enseignement de la géométrie. Boublil-Ekimova (2010) pointait déjà ces difficultés avec des étudiants, futurs enseignants de l'école primaire, grâce à l'analyse d'une vingtaine d'études de référence depuis 1949. Dans son travail, elle catégorise ces difficultés selon quatre types : difficultés visuelles, difficultés langagières, difficultés à raisonner et difficultés lors de la résolution de problèmes. Les études utilisées pour l'analyse montrent toutes que les enseignants du primaire ne sont pas suffisamment formés pour bien comprendre et enseigner cette discipline que ce soit en termes de connaissances scientifiques ou de connaissances didactiques. Le domaine de la géométrie semble en particulier celui dans lequel les enseignants ont le plus de mal à assurer un enseignement efficient d'autant qu'il est souvent considéré comme un domaine des mathématiques dont les connaissances sont déclaratives (qu'il suffit donc d'apprendre et de réciter). En conséquence, les élèves semblent construire des connaissances très contextuelles aux tâches scolaires et peu disponibles lors de la résolution de problèmes plus complexes *in fine*. Il faut également noter que la géométrie fait souvent l'objet d'un traitement mineur dans les programmations des enseignants en mathématiques, et que les tâches scolaires construisant des connaissances spatiales sont encore plus rares.

L'atelier proposé aux enseignants lors du colloque de la COPIRELEM que nous relatons ici, est construit sur des mises en situation de recherche qui mobilisent leurs connaissances géométriques. Il est conçu pour leur permettre de prendre conscience que l'enseignement de la géométrie ne se limite pas à l'apprentissage de connaissances déclaratives, qu'il nécessite des phases d'exploration avec un matériel spécifique, des problématisations sous forme de contraintes et qu'il permet d'exhiber les enjeux d'un dispositif collaboratif s'appuyant sur des interactions langagières. Nous retrouvons ainsi les types de situations d'action, de formulation et de validation dans la lignée des travaux en didactique des mathématiques de la théorie de Brousseau (1999).

UN DISPOSITIF DE FORMATION CONTINUE EN GÉOMÉTRIE POUR LES ENSEIGNANTS DU PRIMAIRE

La conception pédagogique de l'atelier s'appuie sur des résultats obtenus lors d'une précédente expérience en formation continue relatée dans un article centré sur la construction de polyèdres géants (Dias & Serment, 2018). Pour l'heure, deux objectifs sont poursuivis avec cet atelier conduit à Lausanne et dédié aux formateurs d'enseignants. Le premier porte sur la notion de milieu (au sens de l'environnement didactique) et le suivant sur l'ingénierie de formation :

1. Explorer le potentiel d'un environnement matériel de géométrie spatiale pour créer des situations d'enseignement/apprentissage de géométrie plane.
2. Elaborer des dispositifs de formation continue pour aider des enseignants en difficulté avec la géométrie.

Nous relatons ci-dessous le déroulement en quatre étapes amenant progressivement ses participants à explorer des activités de découverte dans un milieu matériel spécifique, jusqu'à la création et l'élaboration d'un dispositif de formation.

Etape 1 : Exploration guidée du milieu matériel

Les participants sont d'abord séparés en deux groupes. Chaque groupe a plusieurs tâches à réaliser mais les deux équipes ont des tâches avec des objectifs différents (Annexe 1).

Le premier groupe doit construire un dodécaèdre géant à l'aide de baguettes en bois (de 1m) et de connecteurs rigides. *In fine*, le solide fera plus de 2 mètres de hauteur ce qui permettra aux participants de changer leur point de vue sur un tel polyèdre en pouvant par exemple y pénétrer complètement. Il s'agit de faire vivre des expérimentations dans des tailles d'espaces plus importantes, dans le méso-espace ou le macro-espace (Berthelot & Salin, 1992). En immersion à l'intérieur des solides, les repères habituels sont modifiés et c'est l'appel aux connaissances mathématiques qui est nécessaire pour retrouver les propriétés des objets (isométrie des côtés, parallélisme, perpendicularité notamment). La reconnaissance des polygones même les plus élémentaires (carré, rectangle, triangles), devient complexe dans le méso-espace qui n'offre pas une vision panoramique, complète et directe des objets. Ce sont tous les repères construits lors des tâches papier/crayon qui sont également absentes. Pour reconnaître ces figures, ce sont alors des connaissances théoriques sur ces objets (et plus particulièrement leurs propriétés) qui sont nécessaires : on peut parler d'un passage du signifiant au signifié, de la représentation iconique à une mobilisation des propriétés de l'objet. Avec ce type de tâche, nous voulons confronter les participants à la notion de difficultés visuelles (Boublil-Ekimova, 2010). Les difficultés visuelles se manifestent par des erreurs dans la reconnaissance de figures géométriques qui ne sont pas liées à la connaissance des propriétés de ces figures mais à des images mentales stéréotypées. Reconnaître des figures non-prototypées demande par exemple une capacité de rotation mentale (Duval, 1995). Les élèves, mais aussi les enseignants, sont souvent en difficulté lorsqu'il s'agit de reconnaître une figure disposée inhabituellement (par exemple ayant une orientation non prototypique). Or, on sait que les différentes visualisations des figures sont nécessaires à la compréhension des propriétés de tels objets géométriques (Yakimanskaya, 1971). Enfin, et sans recherche d'exhaustivité à ce sujet, nous pouvons également citer les travaux de Laborde (1988) qui portent eux-aussi sur l'importance de la perception des figures dans la construction des savoirs théoriques. Ces travaux insistent notamment sur la complexité qui existe entre perception des objets du monde réel, représentation graphique de ces mêmes objets et références théoriques à leur propos.

Pour pallier à cette difficulté d'ordre visuelle, nous avons fait le choix de contraindre les participants de notre atelier à une observation différente des figures planes notamment du fait de leur immersion possible à l'intérieur des polyèdres construits. Cette rencontre avec cette représentation des figures permet une visualisation radicalement différente : notion de face moins prédominante, importance de la notion de plan (non inscrit dans une feuille de papier et donc à reconstruire car non donné), changement de point de vue sur les angles par exemples.

La deuxième tâche confiée à ce premier groupe consiste ensuite à inscrire des polygones (puis des polyèdres) dans le dodécaèdre en utilisant de la laine (qui remplace ici le tracé avec un crayon) tout en répondant à quelques questions guides (chercher un triangle isocèle, un rectangle, un carré par exemples). L'objectif de cet atelier de découverte n'est donc pas la construction du solide de base (il est érigé rapidement du fait de l'environnement matériel fourni) mais plutôt d'explorer des questionnements relatifs aux propriétés de ce solide. Nous souhaitons montrer ainsi la potentialité d'un objet en trois dimensions comme repère pour effectuer des tâches relatives à la dimension deux. L'enseignement de la géométrie est souvent liée à la production d'exercices sur feuilles, cela implique des tâches dans une géométrie en 2D et donc déjà une abstraction par rapport à une géométrie plus intuitive en 3D. Dans ce cas, les liens entre géométrie spatiale et géométrie plane ne sont pas évidents à faire et les connaissances spatiales sont donc souvent séparées des connaissances géométriques (Berthelot & Salin, 1993). Il est essentiel que les apprenants fassent des allers-retours entre ces deux types de connaissances, qu'ils créent des liens entre la perception réelle et les objets théoriques géométriques. Il nous semble fondamental de montrer aux enseignants qu'il est plus important d'avoir « un système cohérent de connaissances » plutôt qu'une somme de savoirs tous déconnectés les uns des autres (Boublil-Ekimova, 2010).

Au contraire du groupe 1, les tâches du deuxième groupe sont dédiées à la rencontre des contraintes qui permettent ou non la construction de solides. Le questionnement n'est donc pas guidé par un ou plusieurs énoncés mais c'est la rencontre des faits et des phénomènes qui problématise la situation de formation. Les constructions sont aussi grandes en taille (avec des baguettes de 1m. ou de 50 cm.), mais les connecteurs (sommets) à disposition sont plus complexes. Certains sont souples et ne donnent pas d'indication sur l'angle de référence, d'autres sont rigides mais proposent plusieurs angles (au sein d'un même connecteur).

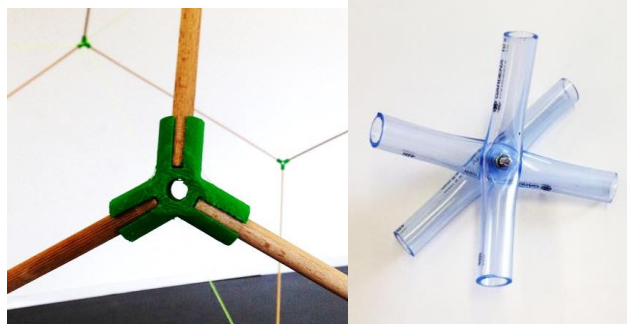


Fig. 1 : Connecteur rigide (dodécaèdre) à gauche et souple à droite

La particularité de l'environnement matériel est qu'il contraint les participants à collaborer, et donc à communiquer, pour réussir les tâches. En obligeant les participants à interagir sur le plan langagier, nous souhaitons leur faire prendre conscience de l'une des quatre difficultés (Boublil-Ekimova, 2010) en géométrie que rencontrent les apprenants. Le langage est en effet un élément clé dans l'acquisition des concepts en mathématiques (e.g. Vergnaud, 1991). De nombreuses difficultés dans l'apprentissage en mathématiques peuvent s'expliquer par une mauvaise maîtrise du lexique et/ou de la sémantique géométrique en impliquant par exemples une lecture de consignes incorrecte, une compréhension erronée de l'énoncé, mais également relever d'une difficulté à interagir oralement. Selon Yakimanska (1971), il est de la responsabilité de l'enseignant de créer des situations de communication où les élèves doivent échanger entre eux afin d'utiliser un langage géométrique en situation d'interaction. De plus, et toujours selon Yakimanska, cela est également nécessaire pour dépasser les conséquences d'un enseignement parfois trop formaliste de la géométrie. En développant à la fois une écoute bienveillante et une attention **rigoureuse** l'enseignant sera en mesure de mieux repérer les difficultés de ses élèves.

Lors de cette phase de l'atelier, certains participants se sont isolés pour travailler individuellement, mais ils se sont confrontés rapidement à des difficultés de construction ou de résolution de problèmes dans les tâches à effectuer. Il est en effet périlleux de construire un de ces solides sans partager son travail avec les autres membres du groupe (la mise en commun peut révéler quelques surprises). Un des groupes a essayé mais a constaté au moment de la mise en commun des productions des doublons d'arêtes et de connecteurs lors de l'assemblage collectif du solide. Au final, ces participants ont choisi de construire les solides en commun en reprenant la tâche depuis le début.

Le deuxième groupe a construit collectivement le solide demandé, puis les participants ont répondu au questionnement en gardant un dispositif collectif en multipliant les interactions (vérifications) avec le milieu matériel. « Les échanges, les interactions verbales ont lieu en situation d'expérimentation. » (Bronckart, 1997).

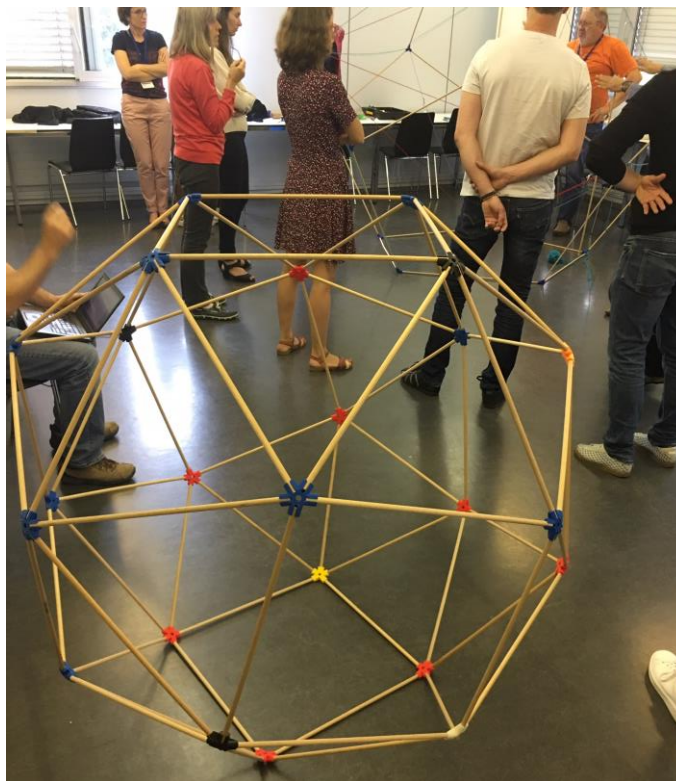


Fig. 2 : Solides des ateliers découvertes

Sur le cube adouci du premier plan, on remarque les différents angles (60° et 90°) que le connecteur rigide propose. Pour réussir à fermer ce solide semi-régulier, il faut que les participants observent l'agencement des polygones réguliers sur chaque sommet et reproduisent systématiquement cet arrangement, ce qui est assez complexe et demande une importante collaboration. Au second plan, on peut observer le travail collaboratif, tous les participants sont autour du même objet et discutent ensemble.

Etape 2 : Mise en commun des ateliers découvertes

Le but de cette étape est l'échange entre participants sur leurs activités respectives, un partage qui permet une réflexion sur les potentialités du matériel et la prise de conscience des liens qu'il y a entre les objets de la géométrie plane et ceux de la géométrie spatiale. Dans l'atelier découverte 1, le rapport entre ces géométries est guidé par les questions suite à la construction. Dans le cas de l'atelier découverte 2, ce rapport se joue surtout dans la communication entre les participants, à propos de l'agencement de faces, des angles, des distances et du vocabulaire spécifique de géométrie plane.

La riche discussion a permis à tous les participants d'explorer le potentiel du matériel utilisé notamment pour :

1. analyser les processus de construction,
2. formuler des questions de géométrie plane en utilisant un référentiel en trois dimensions (en immersion dans un solide : sections),
3. choisir un type de connecteur adapté à la tâche demandée,
4. mettre en lien les connaissances spatiales et géométriques.

Etape 3 : Elaborer un dispositif de formation continue

Une fois la mise en commun effectuée, les groupes se sont reformés comme lors de l'étape 1. L'objectif étant désormais d'élaborer, de créer un dispositif de formation continue pour des enseignants du primaire en utilisant le matériel baguettes et connecteurs de l'étape 1.

Pour faciliter l'étape suivante devant permettre la présentation des travaux, un fichier pour l'élaboration d'un diaporama (Annexe 2) a été proposé afin de structurer l'élaboration du dispositif de formation. Cinq diapositives constituaient ce fichier guide :

1. Le titre (finalité).
2. Le cycle des enseignants formés et les objectifs de formation (cibler le public de la formation continue).
3. Les modalités de formation (programmation, dispositifs, etc.).
4. La liste des tâches et de(s) objectif(s) poursuivi(s).
5. Une liste des ressources complémentaires éventuellement nécessaires.

Les deux groupes ont élaboré une présentation en fonction des cinq diapositives proposées. Les annexes 3 et 4 présentent les travaux des participants ainsi que leurs diaporamas.



Fig. 3 : Travail d'un groupe sur l'élaboration du dispositif de formation continue

Etape 4 : Présentation des dispositifs

Une plateforme de stockage en ligne nous a permis de mettre à disposition de tous les participants les PowerPoint, les références théoriques, les fichiers pour imprimer les connecteurs, le fichier des tâches, les photos.

GROUPE DE TRAVAIL 1 (ANNEXE 3)

Ce groupe juge l'activité suffisamment pertinente et porteuse pour la mettre en place pour tous les futurs enseignants. Bien que la grande taille des polyèdres construits soit relevée comme pertinente, les membres du groupe sont critiques sur les valeurs de ces grandeurs. Le temps nécessaire à la construction des solides est assez important et ils prennent *in fine* également beaucoup de place. Pour éviter de perdre du temps à construire un même objet plusieurs fois, ou par manque de place pour entreposer les solides, ce groupe propose de faire l'expérimentation sur une journée entière de formation dédiée à cette thématique géométrique.

Les participants du groupe mettent en avant deux objectifs, le premier étant similaire à celui de l'atelier, à savoir les liens entre l'espace et le plan, mais ils privilégient l'observation des différences plutôt que des analogies, ce qui était sous-jacent dans notre atelier. L'autre objectif concerne les variables didactiques en jeu dans la construction des solides. Le fait de proposer les deux types de connecteurs, rigides et souple, a permis aux participants de remarquer que les stratégies (et les contraintes) de constructions sont différentes en fonctions des connecteurs choisis. Les connecteurs souples n'offrent aucun indice quant aux angles des faces, ni quant au nombre d'arête par sommet (alors que les connecteurs rigides fournissent ces indices).

De plus, les connecteurs souples ne permettent que la formation de solides avec un grand nombre de triangles équilatéraux, sinon les solides ne sont pas stables (ils s'écroulent), alors que les connecteurs rigides permettent la construction de tous les solides. Les stratégies pour construire un même solide changent donc en fonction de la variable type de connecteur choisie.

La première tâche proposée par les participants est la construction de deux dodécaèdres avec des contraintes différentes qui sera conclue par une discussion sur les variables didactiques inhérentes à chaque construction. La deuxième tâche consiste à utiliser le même milieu matériel pour la construction de segments et de triangles équilatéraux dans le but d'étudier les isométries de segments dans l'espace et de faire ensuite des liens avec le plan. L'objectif énoncé de cette tâche est de faire raisonner les élèves. Il nous semble intéressant de constater à cette occasion que le raisonnement en géométrie est une des quatre difficultés pointées par Boubilil-Ekimova (2010). L'analyse du raisonnement de l'élève permet de le situer dans la progression de l'acquisition des concepts. Pour la géométrie, nous pouvons faire référence aux niveaux de Van Hiele (1959). La géométrie est un lieu riche pour entraîner les élèves au raisonnement, elle permet de faire des « vraies » mathématiques, par l'utilisation de plusieurs types de raisonnement : déductif, inductif et heuristique. Ces raisonnements décrits notamment par Dias (2011, 2017) s'inscrivent dans la dimension expérimentale des mathématiques et sont possibles grâce aux allers et retours entre objets sensibles et théoriques, par la manipulation, et par le recours à différents types de registres de représentations des objets mathématiques. Pour initier des pratiques d'enseignement permettant de construire des raisonnements en géométrie, on peut par exemple faire observer et analyser des figures géométriques porteuses de propriétés, puis dans un second temps offrir des activités permettant de mettre en relation les propriétés elles-mêmes et entre différentes figures (Wirszup, 1976).

En ce qui concerne le raisonnement visé par l'enseignement primaire, on peut décrire son emploi en référant aux processus mentaux qui favorisent la formation des idées et des jugements destinés à construire la connaissance, à mettre de l'ordre dans la connaissance, à choisir et appliquer les concepts et les processus appropriés à la tâche, à justifier, à convaincre, à prouver ou à réfuter et à développer des relations de dépendance entre des propositions pour aboutir à une conclusion. (Boubilil-Ekimova, 2010, p.104)

La dernière tâche proposée par ce groupe de participants a pour objet l'étude du parallélisme et des quadrilatères inscrits dans le dodécaèdre. L'objectif étant de faire remarquer que quatre points ne sont pas forcément coplanaires et de saisir ainsi l'intérêt de travailler avec un matériel de grande taille.

GROUPE DE TRAVAIL 2 (ANNEXE 4)

Ce groupe propose des activités de géométrie dans le méso-espace afin de montrer notamment aux enseignants l'importance de proposer différentes représentations d'un même objet mathématique. La formation peut être offerte en formation initiale ou en formation continue dans un dispositif de trois heures.

L'objectif des trois tâches proposées est basé sur les variables didactiques et leur influence sur les stratégies. Le groupe propose des constructions en parallèle d'un même solide avec du matériel différent, soit les Polydrons, soit les connecteurs/baguettes. Une mise en commun est ensuite effectuée dont la finalité est d'étudier les articulations entre variables didactiques et stratégies. Pour clore ce moment de formation, on propose *in fine* de travailler sur les patrons des solides, soit avec les Polydrons, soit avec les baguettes et connecteurs. Cette proposition de formation s'appuie sur la différence entre la construction de solides avec des connecteurs et baguettes et la construction avec des plaques en plastique de type Polydrons. La construction avec des objets 0D (connecteurs) et 1D (baguettes) est capitale (Serment, 2019). La déconstruction dimensionnelle (Duval & Godin, 2005) des objets géométriques ne peut pas se faire en assemblant du matériel en deux dimensions, pour arriver à saisir les propriétés des figures en jeu, il faut que l'élève puisse « déconstruire mentalement » les objets, qu'il puisse voir les relations de parallélisme ou d'isométrie des côtés par exemple. Avec le matériel connecteurs et baguettes, les constructions vont amener les élèves plus facilement vers les propriétés des objets étudiés.

Il est à noter que ce groupe propose des ressources numériques complémentaires afin de passer au registre numérique à la suite des tâches prévues. Un tel changement de registre (Duval, 1995) nous semble tout à fait pertinent tel que nous l'avons présenté dans une étude plus complète (Serment & Dias, 2017).

CONCLUSION

Nous concluons cet article afin de ne pas laisser le lecteur avec des interrogations quant à la quatrième difficulté cernée par Boublil-Ekimova (2010). La résolution de problèmes demande une activité cognitive complexe et exigeante ainsi que la mobilisation de connaissances en situation (Ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2006). Face à une situation de résolution de problème, l'apprenant (qu'il soit apprenti enseignant ou élève) doit faire preuve d'autonomie et d'initiative, ce qui peut poser des difficultés à tous ceux qui ne l'ont pas suffisamment entraîné au cours de leur formation ou de leur scolarité. Progresser dans la compréhension des concepts passe par un entraînement à chercher, à prendre des initiatives (même lorsqu'elles s'appuient sur des démarches provisoirement erronées) à exercer les activités plus complexes, bref à faire des « vraies » mathématiques comme le propose Lockhart (2017). Cette posture d'enseignement est néanmoins spécifiquement complexe (notamment dans le domaine de la géométrie), car elle fait le pari d'une autonomie des élèves qu'il faudra néanmoins accompagner, rassurer et étayer au moment opportun. Le milieu matériel et humain que nous avons mis à l'étude dans le cadre de cet atelier de formation est une première esquisse de cette recherche entre un juste équilibre entre autonomie et étayage dans le cadre de la résolution de problème en géométrie.

BIBLIOGRAPHIE

- Berthelot, R. & Salin, M.-H. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*. Thèse de Doctorat. Université Sciences et Technologies - Bordeaux I.
- Berthelot, R. & Salin, M.-H. (1993). L'enseignement de la géométrie à l'école primaire. *Grand N*, 53, 39–56.
- Boublil-Ekimova, H. (2010). Lacunes mathématiques des futurs maîtres du primaire. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 15, 95-116.
- Bronckart, J.-P. (1997). Action, discours et rationalisation ; l'hypothèse développementale de Vygotsky revisitée. Dans C. Moro, B. Schneuwly, & M. Brossard (dir.), *Outils et signes : Perspectives actuelles de la théorie de Vygotsky* (p. 199-221). Berne : Peter Lang.
- Brousseau, G. (1999). Education et Didactique des mathématiques. Dans *Educacion y didactica de las matematicas*.
- Dias, T. & Serment, J. (2017). Formation à la géométrie dans l'espace par la construction de polyèdres. Dans COPIRELEM, *actes du 43^{ème} colloque de la COPIRELEM*, Le Puy-en-Velay : ARPEME.
- Dias, T. (2017). *Manipuler et expérimenter en mathématiques*. Paris: Magnard.
- Dias, T. (2011). À la recherche des polyèdres réguliers. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, 14(1), 29-48.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine : registre sémiotique et apprentissages intellectuels*, Berne : Peter Lang.
- Duval, R. & Godin, M. (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N*, 76, 7-27.
- Lockhart, P. (2017). *La lamentation d'un mathématicien*. Boitsfort : L'arbre de Diane.
- Laborde, C. (1988). L'enseignement de la géométrie en tant que terrain d'exploration de phénomènes didactiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, 9(3), 337–364.
- Ministère de l'Éducation de l'Ontario. (2006). *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e. Fascicule 2*.

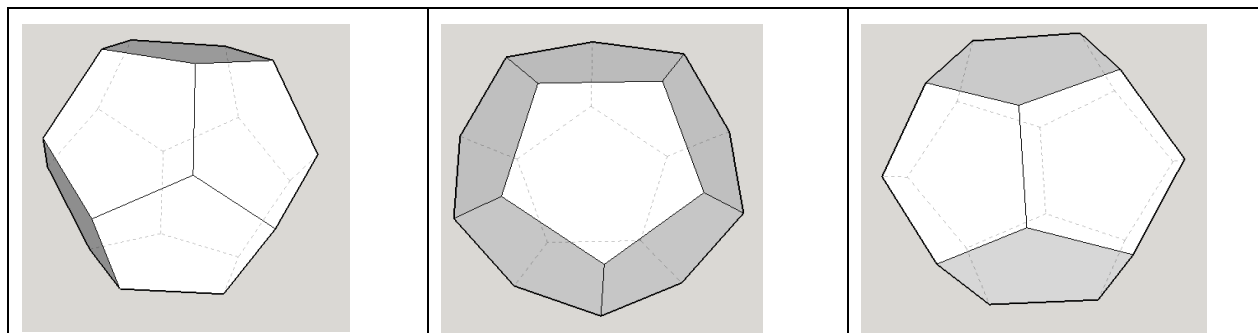
- Serment, J. (2019). Dispositif pour aborder la notion d'angle avec des élèves de 11-12 ans dans une classe d'enseignement spécialisé dans le canton de Vaud (Suisse). Dans M. Abboud (dir.) *Actes du colloque EMF 2018*.
- Serment, J. & Dias, T. (2018). Représenter un polyèdre : d'un registre à un autre en géométrie dans l'espace. Dans COPIRELEM, *actes du 44^{ème} colloque de la COPIRELEM*. Epinal : ARPEME. Repéré à <http://hdl.handle.net/20.500.12162/2891>
- Van Hiele, P.M. (1959). La pensée de l'enfant et la géométrie, *Bulletin de l'APMEP*, 198, 199-205.
- Vergnaud, G. (1991). La théorie des champs conceptuels, *Recherches en didactique des mathématiques*, 10(2-3), 133–170.
- Wirszup, I. (1976). Breakthroughs in the psychology of learning and teaching geometry, Dans J. L. Martin & D. A. Bradbard. (dir.), *Space and geometry, Papers from a research workshop*, (p. 75–97) Athens, GA: University of Georgia, Georgia Center for the Study of Learning and Teaching Mathematics.
- Yakimanskaya, I.S. (1971). The development of spatial concepts and their role in the mastery of elementary geometric knowledge, Dans J. Kilpatrick & I. Wirszup (dir.), *Soviet studies in the psychology of learning and teaching mathematics*, 5, (p. 145–168), Chicago: University of Chicago.

ANNEXE 1

Atelier découverte 1 : Faire de la géométrie plane en utilisant un milieu matériel spatial.

Dodécaèdre :

1. Construire un dodécaèdre avec des baguettes de 1m. et des connecteurs rigides.
2. Tracer avec de la laine des polygones à l'intérieur des solides.
3. Tracer avec de la laine un cube, un tétraèdre régulier et un octaèdre régulier à l'intérieur du dodécaèdre.
4. Calculer la longueur de l'arrête du cube, du tétraèdre et de l'octaèdre.
5. Reproduire les polygones et polyèdres des point 2. et 3. dans les squelettes du dodécaèdre.



Atelier découverte 2 : Problème de construction dans l'espace.

Construire :

1. Un icosaèdre avec des baguettes de 1m. et des connecteurs souples.
2. Un octaèdre tronqué avec des baguettes de 50 cm. et des connecteurs rigides.
3. Un snubcube avec des baguettes de 50 cm. et des connecteurs rigides.
4. Un cuboctaèdre avec des baguettes de 50 cm. et des connecteurs rigides.
5. Un rhombicuboctaèdre avec des baguettes de 50 cm. et des connecteurs rigides.

ANNEXE 2

<p style="text-align: center;">Titre</p>	<p>Niveau de formation des enseignants (cycle 1, 2 ou 3)</p> <ul style="list-style-type: none">• Objectifs de formation des enseignants
<p>Modalités de formation</p> <p>Soit:</p> <ul style="list-style-type: none">• formation continue nx3h• formation continue longue durée (Lesson Studies)• Formation en lien avec le référent (mesure Torossian)• ...	<p>Liste des tâches:</p> <p>Chaque tâche avec objectifs poursuivis, matériel, temps à disposition, dispositif de formation, éventuellement références théoriques...</p>
<p>Ressources complémentaires à élaborer</p> <ul style="list-style-type: none">• Numérique• Matériel• Impression 3D• ...	

ANNEXE 3

Niveau de formation des enseignants (cycle 1, 2 ou 3)

- Objectifs de formation des enseignants
 - Partie disciplinaire (les maths pour l'adulte):
 - Lien entre l'espace et le plan : remarquer qu'il y a des propriétés qui sont vraies dans le plan et qui ne sont plus vraies dans l'espace.
 - Transposition
 - Construction de solides : quelles variables didactiques associées à la construction d'un solide par les élèves?
 - Quels objectifs ?

Modalités de formation

Formation initiale de professeurs des écoles
Une journée complète pour garder les solides construits.

Liste des tâches:

Chaque tâche avec objectifs poursuivis, matériel, temps à disposition, dispositif de formation, éventuellement références théoriques...

- Faire construire 3 dodécaèdres avec différentes contraintes
 - photo + trop de matériel /
 - matériel nécessaire et suffisant / description
 - trop de matériel / le solide en bois miniature)
- Débat sur les variables didactiques associées à la construction de solide

Liste des tâches:

- triangle

- Construire des segments dans le solide, qui ont comme extrémités des sommets du solide et qui ne soient pas des arêtes. 1- De trois longueurs différentes et de trois couleurs différentes (le premier peut proposer un segment, le deuxième en propose un autre et on ordonne etc..)
- Construire des triangles équilatéraux

OBJECTIF : passer de l'espace au plan, raisonner dans différents plan pour démontrer qu'on a la même longueur.

Liste des tâches:

2- coplanarité de 4 points

- Chercher des segments parallèles à ceux déjà construits
- Construire un carré
- En partant de deux segments de même longueur non coplanaires, montrer que les arguments pour démontrer qu'on a un rectangle « tombent »

OBJECTIF :

- saisir que 4 points ne sont pas forcément coplanaires et que 3 points le sont...
- Percevoir l'intérêt de travailler avec du matériel grandeurs nature, de « rentrer dedans », de les modalités possibles de ce type de séance, les contraintes matérielles etc...

Ressources complémentaires à élaborer

- Numérique
- Matériel
- Impression 3D
- ...

ANNEXE 4

Vivre l'espace

Niveau de formation des enseignants (cycle 3)

- Objectifs de formation des enseignants : travail sur différentes représentations de solides et propositions d'activités dans leurs classe

Modalités de formation

Soit :

- formation initiale
- Formation continue 3h
- ...

Liste des tâches:

Chaque tâche avec objectifs poursuivis, matériel, temps à disposition, dispositif de formation, éventuellement références théoriques...
 Objectif : réfléchir à l'influence des variables didactiques en fonction du matériel (1/2D ou uniquement 2D)
 Modalité : 5 groupes (un ou deux solides de Platon sera à travailler par groupe)
 Matériel : exactement ce qu'il faut en connecteurs/tiges, puis polydron

En groupe :

- 1/ Construction de solides avec tiges et connecteurs (Platon)
- 1bis/ Construction avec matériel type Polydron,

En collectif :

- 2/ Retour sur vocabulaire et nombre faces/arêtes/sommets, nom du polyèdre

En groupe :

- 3/ Faire un patron d'un des solides avec polydrons
- 3bis/ Tracer au sol à la craie un patron du même solide

Ressources complémentaires à élaborer

- Numérique : geogebra 3D, paint 3D
- Matériel : voir diapo avant
- Impression 3D : ?
- Ressources théoriques :
 - Déconstruction dimensionnelle de Duval (anales de sciences cognitives)
 - Revue Grand N

RMÉ POUR CELLES EST CEUX QUI
S'INTÉRESSENT À L'ENSEIGNEMENT DES
MATHÉMATIQUES !

Vous êtes invité à proposer des contributions en rapport avec l'enseignement des mathématiques ou des sciences (articles, narrations, expériences, comptes rendus, réflexions).

Les articles doivent parvenir en version électronique à la rédaction (voir www.revue-mathematiques.ch, consignes aux auteurs). Chaque article est examiné par le rédacteur responsable et envoyé anonymisé à deux relecteurs pour avis.

Les auteurs sont informés des décisions de la rédaction à propos de leurs contributions, qui peut les accepter avec ou sans demande(s) de modifications ou les refuser.

Tous les numéros sont consultables en ligne à partir du n° 1 depuis la rubrique *Consultation*.

Contact : revue.mathematiques@gmail.com

Site internet : www.revue-mathematiques.ch

Fondateur

Samuel Roller

Comité éditorial

Valérie Batteau

Cédric Béguin

Julie Candy

Sylvia Coutat

Stéphanie Dénervaud

Thierry Dias

Céline Vendeira Maréchal

Laura Weiss

Comité de rédaction

Charlotte Bertin (HEP Fribourg)

Luc Olivier Bünzli (HEP Vaud)

Pierre François Burgermeister (Université de Genève)

Maud Chanudet (Université de Genève)

Stéphane Clivaz (HEP Vaud)

Alain Collioud (HEP BEJUNE)

Sylvie Coppé (Université de Genève)

Audrey Daina (HEP Vaud)

Christine Del Notaro (Université de Genève)

Michel Déruaz (HEP Vaud)

Marina De Simone (Université de Genève)

Jean-Luc Dorier (Université de Genève)

Nicolas Dreyer (HEP Fribourg)

Nataly Essonier (Université de Genève)

Stéphane Favier (Université de Genève)

Francesca Gregorio (HEP Vaud)

Claude Hauser (HEP BEJUNE)

Jana Lackova (Université de Genève)

Ismail Mili (HEP Valais)

Sarah Presutti (HEP Vaud)

Maquette

Sylvia Coutat