RMé 235

235

RMé

Revue de mathématiques pour l'école

Mai 2021

Numero special

Moyens d'enseignement

ISSN : 2571-516X

SOMMAIRE

Chères lectrices, chers lecteurs,

Nous sommes heureux de vous proposer ce numéro thématique de RMé sur les moyens d'enseignement romands en mathématiques. Ces ressources ont été renouvelées en 2011 pour le cycle 3 (élèves de 12 à 15 ans) et sont en cours de renouvellement depuis 2018 pour les cycles 1 (élèves de 4 à 8 ans) et cycle 2 (élèves de 8 à 12 ans). Ces nouvelles ressources sont progressivement introduites dans les différents cantons et sont accompagnées du nouvel espace numérique des moyens d'enseignement romands (ESPER, https://www.ciip-esper.ch/#/). Les sept articles de ce numéro vous proposent des éclairages historiques et didactiques sur ces nouvelles ressources et des réflexions en appui de connaissances didactiques. Ces articles s'intéressent également à leur mise en œuvre en classe du cycle 1 au cycle 3.

Nicolas Dreyer dresse un aperçu historique des moyens d'enseignement romands dans son article « 50 ans de moyens d'enseignement romands de mathématiques ». Cet article vous révèlera la structure de ces moyens, leurs évolutions, leurs conceptions plus ou moins en lien en fonction des époques avec le travail des enseignant·e·s. L'auteur prend l'exemple de la construction du nombre en 3H pour illustrer les évolutions de ces moyens en lien avec les connaissances issues de la didactique des mathématiques.

Comment apprendre par le jeu en 1-2H ? Julie Candy et Ismaïl Mili vous proposent une réflexion sur l'enseignement par le jeu et l'utilisation des moyens de 1-2H dans leur article « Faire une passerelle entre les jeux libres et les MER ». Sur la base des travaux d'Anne Clerc-Georgy (2017), ils analysent les gestes professionnels d'une enseignante expérimentée du cycle 1 sur cette problématique.

Comment intégrer une sortie à visée pédagogique dans une séquence de mathématiques ? Cédric Béguin et Clara Rittiner proposent un « enrichissement d'une séquence des moyens d'enseignement romand de mathématiques par des sorties à visée pédagogique ». Cette séquence porte sur les formes géométriques en 1H (élèves de 4-5 ans).

Marie-Line Gardes, Anouk Déglon, Stéphanie Javet-Schlegel, Claudia Turcotte et Marie-Caroline Croset proposent un article intitulé « analyse des activités proposées dans Nombres & Opérations des MER 1-2P ». Cet article rend compte de la mise en place d'une formation continue sur les nouveaux Moyens d'Enseignement Romands pour le cycle 1 dans le Canton de Vaud et utilise la *carte des connaissances pour construire le concept du nombre* développé par Croset & Gardes (2020) dans une recherche prenant place à l'école maternelle en France.

Céline Vendeira, auteur de recherches autour d'activités de géométrie sur la reconnaissance de formes et de leurs caractéristiques au cycle 1, propose ici une analyse de la « mise en œuvre de nouvelles activités de géométrie en 3H par quatre enseignantes ». La confrontation des enseignantes à ces nouvelles ressources va permettre à l'auteur d'identifier d'une part les obstacles qu'elles rencontrent et d'autre part des signes éventuels de leur développement professionnel.

Sylvie Coppé, auteur de nombreuses recherches sur l'enseignement par résolution de problèmes en France et en Suisse, questionne ici : « faut-il savoir ce qu'est un problème pour le résoudre ? ». Elle s'intéresse à l'« aide à la résolution de problème », nouveau chapitre proposé dans l'ESPER de la 3H à la 5H. Elle s'interroge sur l'intérêt didactique de certaines activités déconnectées de la résolution effective de problèmes et met en perspective ce type d'activités avec des activités similaires proposées dans les années 90 en France.

Sayeh Hosseinian vous propose un article issu de son travail de mémoire de Master dans son article « A la recherche d'une didactique mathématique en algèbre adaptée - Étude comparative des manuels de maths de Suisse romande et d'Iran au niveau 11H ». Cette recherche inscrite dans le cadre de la Théorie Antropologique du Didactique a pour objectif de constater un éventuel impact des manuels sur la construction des connaissances des élèves en mathématiques et en particulier en algèbre.

Pour terminer, partons au cycle 3 à la découverte des concepts de démarche, raisonnement, stratégie et expérimentation. Stéphane Favier et Maud Chanudet s'intéressent aux « démarches et modes de raisonnement en jeu dans les problèmes de *Recherche & Stratégies* en 10H ». Leur article, fruit de leurs recherches doctorales, s'intéresse aux connaissances mises en jeu par les élèves dans les problèmes issus du chapitre *Recherches et stratégies*.

Nous vous souhaitons une agréable lecture !

Pour le comité RMé,

Valérie Batteau

Clerc-Georgy, A. (2017). Pas d'apprentissage sans imagination ni d'imagination sans apprentissage, dans Apprendre à comprendre dès l'école maternelle, Réflexions, pratiques et outils sous la coordination de Isabelle Lardon. In *GFEN Maternelle, Apprendre à comprendre dès l'école maternelle. Réflexions, pratiques, outils*. Lyon : Chronique Sociale.

Croset, M.-C. & Gardes, M.-L. (2020). Une carte des connaissances pour la construction du nombre à l'école maternelle. *RMé, 233*, 117-127.

50 ANS DE MOYENS D'ENSEIGNEMENT ROMANDS DE MATHEMATIQUES

Nicolas Dreyer

Professeur retraité de la HEP Fribourg

Alors qu'une nouvelle génération de moyens d'enseignement des mathématiques est apparue dès 2018 dans les classes de 1H-2H[1] de Suisse romande et que leur introduction s'est poursuivie dans les degrés de 3H à 6H, il m'a semblé utile de rappeler que ces moyens sont le fruit d'une collaboration romande de plus de 50 ans. En effet, c'est en 1967 que la CIIP (2001) a institué une Commission interdépartementale romande de coordination de l'enseignement (CIRCE). Celle-ci est à l'origine des premiers plans d'études d'abord pour les 4 premiers degrés de la scolarité primaire (3H-6H) en 1972 ; puis pour les degrés 7H-8H en 1979. C'est en 1986 que quelques disciplines du secondaire inférieur ont fait l'objet d'une première harmonisation. Finalement, c'est en 1991 que cette commission a défini des objectifs romands pour l'école enfantine (1H-2H)[2].

En 1973, les premiers moyens romands de mathématiques, communs à l'ensemble des cantons romands, ont été introduits en 3H, puis dans les degrés subséquents durant les années qui ont suivi. Une deuxième édition, passablement remaniée, est apparue à partir de 1979. Dès 1997, c'est une collection entièrement nouvelle qui est introduite de 3H à 6H. Une quatrième génération est disponible depuis 2018. Notons que celle-ci est la première à ne pas être introduite simultanément dans tous les cantons romands.

Durant ma carrière de formateur dans le canton de Fribourg, impliqué dans les commissions de lecture des moyens introduits dès 1997, j'ai pu œuvrer, pour ces différentes collections, dans le cadre de la formation des enseignant·e·s. Cet article m'offre donc l'opportunité de partager un bilan sur l'évolution de l'enseignement des mathématiques en Suisse romande.

1973 : UN ENSEIGNEMENT DE LA MATHÉMATIQUE MODERNE

Si les cantons de Suisse romande ont uniformisé leurs programmes au début des années 1970, il faut se rappeler qu'avant cette période, ils utilisaient des moyens qui leur étaient propres, basés sur des programmes cantonaux. Ainsi, les élèves du canton de Fribourg suivaient des cours de « calcul » à l'aide de manuels qui s'appelaient « Arithmétique ». Dans leur bulletin scolaire, ils obtenaient des notes de « calcul écrit » et « calcul oral ». Il n'y avait aucune référence à la géométrie. En revanche, dans d'autres cantons, les cours s'appelaient déjà « Mathématiques » et les élèves étudiaient aussi bien l'arithmétique que la géométrie. Ce premier moyen romand a donc apporté et unifié un changement important : l'apparition du mot « mathématique » dans les grilles horaires des classes. Cela marquait l'avènement de la « mathématique moderne » au singulier, selon l'expression utilisée par Nicolas Bourbaki[3] dans son traité (1939). Les contenus enseignés s'éloignaient également de l'aspect essentiellement numérique voulu jusqu'alors. Ce moyen (1972) est structuré en 4 avenues :

ER (Ensembles et relations)
NU (Numération)

[1] Par souci de lisibilité du texte, nous avons pris le parti d'utiliser la dénomination Harmos y compris lorsque celle-ci n'était pas en vigueur au siècle passé.

[2] Rappelons qu'en 1991, l'école enfantine ne durait qu'une seule année dans la plupart des cantons et qu'elle n'était pas obligatoire. De plus, il n'y avait pas de moyens d'enseignement prévus pour ce degré. Il faudra attendre le début des années 2000 pour que les cantons de Vaud, puis Genève éditent des ouvrages.

[3] Je rappelle que Nicolas Bourbaki est le pseudonyme pris par un collectif de mathématiciens.

OP (Opérations)
DE (Découverte de l'espace)

Pour chaque degré de scolarité, le moyen comporte 2 ouvrages : une « méthodologie-commentaire » pour l'enseignant·e[4] et un fichier de l'élève. Chaque avenue propose des jeux qui sont pratiqués collectivement et des fiches individuelles. Comme on peut le constater dans la figure 1, l'avenue ER est la plus importante que ce soit en nombre de pages, en jeux ou en fiches. On y trouve tout ce qui caractérise la mathématique moderne avec les différents types de diagrammes ou de relations. On observe que la dernière notion mathématique rencontrée dans cette avenue s'intitule « Nombres cardinaux ». Ceci est en pleine cohérence avec le postulat didactique du moment qui voulait qu'on enseigne aux élèves une mathématique en accord avec une construction académique des connaissances.

PLAN DE L'OUVRAGE

AVENUES	NOTIONS MATHÉMATIQUES	MÉTHODOLOGIE pages	jeux	FICHES
ER	Généralités	1		
	Ensembles-Eléments-Appartenance	2 à 7	1 à 4	1 à 15, 22, 24, 26
	Symboles	8, 9	5, 6	
	Négation	10	7	19, 20, 59, 60, 65, 66
	Déduction	11, 12	8, 9	19 à 26
	Conjonction d'attributs-Intersection d'ensembles	13 à 32	11 à 19	10, 15 à 18, 25, 26, 67 à 74
	Relations	33		
	Ressemblances, différences	34, 35	20	
	Sériation	36, 37	21, 22	27 à 30, 60, 62, 64
	Ordre	38, 39	23, 24	31, 32, 45, 46, 60, 62, 64
	Equivalence	40 à 43	25, 26	33 à 35, 45 à 48 51, 52, 55
	Couples	44 à 47	27 à 29	36 à 40
	Nombres cardinaux	48 à 57	30 à 34	41 à 64
NU	Généralités	58		
	Codage	59, 60	1, 2	1 à 4
	Décodage-Comparaison	61, 62	3, 4	5 à 15
	Dix	63, 64	5, 6	16 à 34
	Echanges	65	7	
OP	Addition	66 à 74	1 à 3	1 à 20, 28, 30, 31
	Soustraction	75 à 77	4	21 à 27, 29, 30, 31
	«Problèmes»	78	5	32
DE	Généralités	79		
	Position	80 à 83	1 à 3	
	Intérieur-Extérieur	84 à 86	4, 5	1 à 10
	Domaines-Frontières	87 à 92	6 à 10	11 à 14
	Ouvert-Fermé	93 à 96	11 à 13	15 à 22
	Déplacements	97 à 102	14 à 16	23 à 26
	Réseaux	103 à 107	17, 18	27 à 32
	Solides-Surfaces	108 à 109	19	

Fig. 1 : Plan de l'ouvrage (Mathématique, 3H, 1972)

Et dans la suite de ce postulat, l'avenue NU est le lieu où les élèves font connaissance avec le système de numération de position aussi dans des bases autres que 10.

L'avenue OP se travaille uniquement en base 10, du moins en 3H et est proche de ce qui était enseigné jusqu'alors. Par contre, l'avenue DE représente une nouveauté non négligeable pour les enseignant-e-s, puisque ce sont principalement des éléments de topologie qui font leur apparition dans le cursus scolaire et ceci dans un contexte où la géométrie ne s'enseignait que peu à l'école primaire.

[4] Il est amusant de constater que les auteurs utilisent le mot « institutrice » partant ainsi du principe qu'il n'y avait pas d'hommes qui enseignaient en 3e.

Dès 1973, le travail de l'enseignant·e généraliste a donc fortement évolué, la plupart des contenus à enseigner lui étant inconnus. Ce sont dès lors de grandes séances de formations continues, les « recyclages », qui ont lieu en Suisse romande. Avant d'enseigner, les enseignant·e·s doivent se mettre à niveau, travailler l'ensemble de ces nouvelles connaissances mathématiques. Plusieurs classes « pilotes » utilisent les moyens dès 1972 afin que les titulaires de ces classes puissent participer à la formation de leurs collègues. L'enseignement des maths modernes laissera un grand impact dans les familles et le grand public en général.

Rédiger un moyen d'enseignement d'une discipline, en quelque sorte nouvelle, afin que les premiers utilisateurs suivent exactement les préconisations des auteur·e·s, implique de former les utilisateurs à son contenu, mais également à la manière de l'utiliser. En précurseurs de l'analyse de l'erreur, les auteur·e·s décident de décrire le déroulement des jeux avec les questions de l'enseignant·e et les réponses potentielles des élèves. La figure 2 illustre ce principe avec la description du jeu 30 de l'avenue ER qui aborde la correspondance terme à terme. Si, avec notre recul d'aujourd'hui, on voit bien les avantages apparents de cette manière de faire, on en devine plus aisément qu'autrefois les limites. Par exemple, comment réagir si les élèves ne répondent pas ce qui est attendu ou prévu ?

JEU 30

Matériel: «dînette» d'enfants: – assiettes (15);
– tasses (12);
– cuillères (12).

a) Les assiettes et les tasses sont disposées en désordre.
 – Que faire pour savoir s'il y a le même nombre de tasses que d'assiettes?
 Si les enfants proposent de compter, il est intéressant de les laisser faire: il est fort probable qu'ils se trompent et soient amenés à chercher un autre procédé, par exemple celui qui consiste à placer une tasse à côté de (ou sur) chaque assiette. Puisque le nombre d'assiettes est supérieur à celui des tasses, les élèves font les constatations suivantes:
 – Il y a **plus** d'assiettes **que** de tasses.
 – Il y a **moins** de tasses **que** d'assiettes.
 – Que faire pour en avoir le même nombre de chaque sorte? (retirer trois assiettes ou, éventuellement, ajouter trois tasses).
 – Maintenant y a-t-il plus d'assiettes que de tasses?
 – Y a-t-il moins de tasses que d'assiettes?
 – Que peut-on dire?
 Il y a **autant** d'assiettes **que** de tasses.

b) La maîtresse retire toutes les tasses ainsi que trois des quinze assiettes et propose de jouer avec les cuillères. Les enfants en placent une dans chaque assiette restante, et constatent qu'il y a autant de cuillères que d'assiettes.

 La maîtresse demande alors s'ils pensent qu'il y a aussi autant de cuillères que de tasses. Le raisonnement permettant de répondre correctement à cette question n'est pas à la portée de tous les élèves. On suscite cependant une petite discussion, puis on vérifie par la mise en correspondance terme à terme des cuillères et des tasses.

 Suggestions:

 Chercher s'il y a:
 – autant de chaises que d'enfants;
 – autant de crayons que d'enfants;
 – autant de cahiers que d'enfants;
 – autant de crayons que de cahiers;
 – autant de garçons que de filles.

Fig. 2 : Exemple de description d'un jeu (Mathématique, 3H, 1972)

La figure 3 donne le cadre général de l'organisation des activités. On y retrouve l'influence des théories de Dienes (1965) sur l'enseignement des mathématiques, avec les activités libres, le jeu ou la manipulation. On y voit également des références très explicites à des aspects figurant maintenant dans les capacités transversales du PER (la communication, la créativité…).

ORGANISATION DES ACTIVITÉS

Il est certain que le renouvellement du programme de mathématique favorise une nouvelle prise de conscience au niveau de la pédagogie. L'épanouissement de l'enfant est la préoccupation dominante des enseignants; c'est pourquoi il est indispensable de susciter et de développer constamment:

- l'activité libre et spontanée;
- le jeu;
- la manipulation de matériels variés, liée à une recherche;
- la recherche individuelle ou par groupe;
- la communication orale et écrite;
- l'expression et la créativité;
- le respect de l'opinion des autres.

Dans la pratique scolaire cela signifie que les situations présentées aux enfants sont riches en possibilités de recherche et ouvertes à des solutions variées et parfois inattendues. De cette manière chacun y trouve de l'intérêt et peut progresser selon ses aptitudes intellectuelles et en accord avec le rythme de son développement psychologique.

L'organisation des activités doit par conséquent être souple et variée:

- leçons collectives;
- recherche en groupe;
- travail individuel.

La recherche en groupe peut être conduite de différentes manières:

- l'institutrice réunit huit à dix enfants autour d'elle tandis que les autres élèves sont occupés à des travaux individuels;
- la classe est partagée en équipes de deux ou trois enfants qui étudient simultanément une même situation.

Quant aux fiches d'élèves, pour en tirer le meilleur profit, on les exploite en animant des discussions avec les enfants et en comparant collectivement les travaux terminés. En cours de réalisation, la maîtresse doit être disponible pour intervenir judicieusement, guider les élèves lorsque cela s'avère nécessaire et mettre à leur portée certaines expressions utilisées dans les consignes. Si les fiches permettent à la maîtresse d'évaluer les progrès et les acquisitions de chacun de ses élèves, elles ne sont toutefois pas uniquement des travaux de contrôle que l'on se contente de corriger après exécution.

Fig. 3 : Principes de gestion des activités

Pour clore cette partie consacrée à la première édition des moyens de 3H, il me paraît essentiel de s'arrêter sur le 3e paragraphe de l'avant-propos. « Compte tenu de l'évolution scientifique et pédagogique, ce matériel est édité pour peu d'années. Il sera ensuite continuellement mis à jour et renouvelé, avec le concours de l'Institut romand de recherches et de documentation pédagogiques, récemment créé. » (CIIP, in Mathématique 1ère, 1972, p. IV). Quelle belle intention ! Et les autorités romandes de l'époque ont tenu parole. En effet, en 1979, une deuxième édition de ces moyens, avec des changements importants, a été mise à disposition des enseignant-e-s.

1979 : Un enseignement de la mathématique moderne – suite

Dès l'introduction des moyens romands en 1973, la CIIP et l'IRDP ont lancé un vaste chantier consacré à l'évaluation des connaissances des élèves et à l'accueil de ces moyens par les enseignant-e-s. Cela a débouché sur une 2e édition introduite dès 1979 (Ferrario, 1979). Les mêmes auteur-e-s que pour la 1re édition ont été engagés par la CIIP et ceci jusqu'à ce que les moyens de 6H soient achevés. Une nouvelle équipe d'auteurs a rédigé la 2e édition des moyens de 7H et 8H succédant à la première équipe qui aspirait à d'autres projets après plus de 10 ans d'un intense travail. Je ne m'arrêterai pas ici sur cette 2e édition des moyens 7H-8H qui pourrait faire à elle seule l'objet d'un article.

À noter tout d'abord, la disparition du mot « jeu » dans l'organisation des moyens. En marge de l'effervescence due à l'arrivée de la mathématique moderne, l'utilisation de ce mot a suscité de solides discussions entre ceux (parents-enseignants-autorités scolaires) qui trouvaient que l'usage de ce mot n'était pas approprié puisqu'on allait à l'école pour travailler et non pas pour jouer. D'un autre côté, il y avait ceux qui défendaient l'idée que le jeu est source d'apprentissage si on va plus loin que « simplement jouer ». Le terme d' « activités » a été finalement retenu comme étant plus passe-partout et permettant de regrouper ces jeux en activités.

C'est ainsi que l'on passe de 34 jeux dans l'avenue ER à 8 activités ou de 19 jeux dans l'avenue DE à 7 activités. En réalisant ces regroupements, les auteur-e-s ont également précisé les buts de chacune de ces activités, proposé un plan de l'activité et rédigé des « remarques » qui sont les prémices des commentaires didactiques que l'on trouvera dès les moyens de 1997. (Mathématique 1ère, 1979, p. 85 et suivantes). Il est également intéressant de comparer la figure 2 avec la figure 4 qui montre le déroulement du début de l'activité 8 des moyens de 1979.

a) Correspondance terme à terme

Matériel: – trois collections d'une quinzaine d'objets chacune, par exemple des tasses, des assiettes et des cuillères;
– des jetons.

1. Construction de collections équipotentes

Le matériel est en vrac sur la table à la disposition d'une dizaine d'enfants environ.

– Nous allons mettre le couvert; préparez «juste assez» d'assiettes et «juste assez» de tasses pour les enfants qui sont autour de la table.

On laisse les enfants s'organiser comme ils le désirent; toutefois s'ils utilisent le comptage, on les incite à chercher un moyen différent. Ils sont ainsi amenés à établir des correspondances terme à terme (entre l'ensemble des enfants et celui des assiettes, entre l'ensemble des enfants et celui des tasses, entre l'ensemble des assiettes et celui des tasses).

Lorsque la vaisselle est préparée:

– A-t-on mis assez d'assiettes?
– Y en a-t-il trop?
– Y a-t-il autant (le même nombre) d'assiettes que d'enfants?

On vérifie aussi, sans compter, qu'il y a le même nombre de tasses que d'enfants.

– Y a-t-il autant de tasses que d'assiettes?

Les enfants discutent puis vérifient, si nécessaire, par la mise en correspondance terme à terme des tasses et des assiettes.

On dispose les tasses en ligne, à côté des assiettes, comme ci-dessous:

– Y a-t-il encore autant de tasses que d'assiettes?

On place les assiettes l'une sur l'autre en laissant les tasses alignées:

– Et maintenant, y a-t-il plus de tasses que d'assiettes?

2. Comparaisons de collections

Quinze assiettes, douze tasses et dix cuillères sont disposées en désordre sur la table.

– Que faire pour savoir s'il y a le même nombre (autant) de tasses que d'assiettes?

Si les enfants proposent à nouveau de compter, il est intéressant de les laisser faire: il est fort probable qu'ils se trompent et soient amenés à chercher un autre procédé, par exemple celui qui consiste à placer une tasse à côté de (ou sur) chaque assiette. Puisque le nombre des assiettes est supérieur à celui des tasses, les élèves font les constatations suivantes:

– il y a **plus** d'assiettes **que** de tasses;

– il y a **moins** de tasses **que** d'assiettes.

– Que faire pour en avoir le même nombre de chaque sorte? (retirer trois assiettes ou, éventuellement, ajouter trois tasses).

Après avoir retiré trois assiettes:

– Maintenant, y a-t-il plus d'assiettes que de tasses?
– Y a-t-il moins de tasses que d'assiettes?
– Que peut-on dire?

Il y a **autant** d'assiettes **que** de tasses.

La maîtresse retire toutes les assiettes et propose de jouer avec les cuillères. Les enfants en placent une dans chaque tasse et constatent qu'il y a moins de cuillères que de tasses.

– Pensez-vous qu'il y a autant de cuillères que d'assiettes?

Le raisonnement permettant de répondre correctement à cette question n'est pas à la portée de tous les élèves. On suscite cependant une petite discussion, puis on vérifie par la mise en correspondance terme à terme des cuillères et des assiettes.

La situation présentée ici fait appel au raisonnement suivant (1):

– il y a moins de tasses que d'assiettes;
– il y a moins de cuillères que de tasses;
– donc, il y a moins de cuillères que d'assiettes.

On peut également proposer d'autres situations, par exemple:

– douze assiettes, douze tasses, dix cuillères;
– douze assiettes, douze tasses, douze cuillères.

Les raisonnements correspondants sont, dans le premier cas:

– il y a autant de tasses que d'assiettes;
– il y a moins de cuillères que de tasses;
– donc, il y a moins de cuillères que d'assiettes.

Dans le second cas:

- il y a autant de tasses que d'assiettes;
– il y a autant de cuillères que de tasses;
– donc, il y a autant de cuillères que d'assiettes.

Fig. 4 : Exemple de description d'un jeu (Mathématique, 3H, 1979)

Le scénario devient plus guidant, avec beaucoup plus de questions, mais également plus de propositions jouant avec ce que les didacticiens appelleront plus tard des « variables didactiques ». Ces scénarios guidants étaient manifestement dans l'air d'un temps influencé par une pédagogie behavioriste. Ils avaient également le mérite de rassurer les enseignant·e·s. Un autre élément remarquable est l'apparition en fin de chaque activité de « Suggestions » qui se veulent des activités souvent originales, plus riches, annonciatrices d'une pédagogie constructiviste. Relevons que certaines d'entre elles sont reprises dans les moyens qui ont été écrits dans les années 90.

Au début de ma carrière, j'ai pu observer que les enseignant·e·s suivaient au pied de la lettre les scénarios ne permettant que difficilement un enseignement des mathématiques plus ouvert et plus attentif aux difficultés des élèves. Et pourtant, les auteur·e·s ont anticipé cette dérive en précisant dans l'introduction de l'ouvrage :

> La nécessité de conserver au texte de méthodologie suffisamment de clarté empêche de rendre constamment compte de toute la part de recherche et d'invention que les élèves manifestent au cours d'une leçon. Les scénarios proposés peuvent donner l'impression qu'il s'agit d'un travail programmé dans lequel tous les détails sont prévus. Certaines constatations sont présentées comme des réponses présumées des élèves ; elles n'ont d'autre but que celui de fournir au maître des renseignements complémentaires, notamment en ce qui concerne les expressions qui peuvent être acceptées de la part des enfants. La méthodologie doit être considérée comme une suite ordonnée d'indications montrant des cheminements possibles, mais non obligatoires. Libre à l'enseignant de choisir la présentation qui lui convient et le déroulement qui correspond aux aptitudes de ses élèves. (Ferrario, M., Waridel, F. & Wetzler, J., 1979, p. VI).

Ce paragraphe me semble sur le fond toujours d'actualité 40 ans plus tard. Il montre toute la difficulté, pour des auteur·e·s de moyens, de communiquer avec les enseignant·e·s au travers d'un texte écrit, figé et dont le destinataire n'a sans doute pas toujours les mêmes conceptions ni de l'enseignement ni des mathématiques.

Les derniers élèves à avoir utilisé ces moyens en Suisse romande ont effectué leur 1re année d'école primaire en 1996. Les enseignants âgés aujourd'hui de plus de 32 ans ont connu, comme élèves, un enseignement des mathématiques centré sur les diagrammes, sur les bases, sur quelque chose de très différent de ce qu'ils doivent enseigner à l'heure actuelle avec leurs élèves. C'est dire qu'aujourd'hui une grande partie des enseignant·e·s de Suisse romande est liée à l'enseignement de la mathématique moderne pour l'avoir vécu comme enfant à l'école. Il se trouve certainement encore quelques sexagénaires ayant travaillé avec les moyens de la 1re édition. L'influence de l'enseignement de la mathématique moderne en Suisse romande est donc encore présente aujourd'hui et nous ne pouvons l'ignorer. Une forte proportion d'enseignants, ayant travaillé avec ces moyens, attend encore aujourd'hui que ces derniers guident leur travail, précisent les activités à faire et le moment de leur passation, ceci afin de faciliter la cohérence de l'enseignement pour les élèves qui, par exemple, déménagent en cours d'année. Les moyens des années 1970 le permettaient. Cela a même été un argument lors de leur mise en place et reste, 50 ans plus tard, le vœu d'une bonne partie du corps enseignant. Et dans le même sens, on pourrait relever l'importance de la structuration, celle donnée aux algorithmes, etc.

1997 : Un enseignement moderne des mathématiques

C'est en 1990 que la CIIP a donné mandat à la Commission Romande des Moyens d'Enseignement (COROME) d'élaborer, avec l'aide de l'IRDP, une conception d'ensemble pour une nouvelle collection de moyens d'enseignement pour les degrés 3H à 6H. La 2e édition des moyens 7H-8H étant récente, il n'était pas question de les changer à ce moment-là. Cette conception d'ensemble a été adoptée en 1992 et le travail d'écriture des nouveaux moyens a débuté dans la foulée. J'ai eu la chance de pouvoir vivre la réalisation de l'intérieur en tant que membre de la commission de lecture. Ce qui a guidé les travaux, avec plus ou moins de conscience selon les intervenants, a été la volonté de rompre avec certains excès du passé, de rompre avec les dérives liées aux diagrammes, aux bases… La confusion entre outils et objets d'études a mené souvent à des excès de drill qui n'étaient nullement dans les intentions des auteur·e·s de ces moyens.

Les moyens des années 70 étaient considérés par beaucoup comme behavioristes avec des scénarios guidés et contraignants qui allaient du simple au complexe. Il y a eu alors une volonté de les remplacer par des ouvrages « ressources » et « constructivistes ».

Il y avait beaucoup d'interrogations chez les enseignants et les parents sur la nécessité pour les élèves d'apprendre à faire des diagrammes, à calculer en différentes bases… dès lors le maître-mot des échanges de la commission devient « donner du sens aux apprentissages ».

Ces considérations ont guidé les échanges de la commission de lecture et influenceront les fondements de cette collection publiés dans le document « Apprentissage et Enseignement des Mathématiques » (1996) aux pages 13 et suivantes. Dans cette perspective, le quatrième fondement assure clairement qu'une notion n'est à introduire à un moment donné que si elle s'avère absolument nécessaire. Cela aura plusieurs conséquences sur l'enseignement de certains contenus. Par exemple, la soustraction est introduite ultérieurement du fait que l'élève est d'abord amené à réaliser des additions lacunaires. Ou encore, l'enseignement des algorithmes écrits est retardé car, par exemple, avec les nombres et les problèmes en jeu en 4H, l'élève peut s'en sortir avec le calcul réfléchi.

Il faut se rappeler que, des années 1970 à 1990, les bases d'une nouvelle discipline se sont développées, appelée bientôt didactique des mathématiques. Les premiers travaux de Guy Brousseau (1986) étaient diffusés et il y avait un consensus pour se tourner vers un enseignement des mathématiques fondé sur la théorie des situations didactiques.

Les moyens de 3H de 1997 (1996) sont structurés en 6 modules :

des problèmes pour apprendre à conduire un raisonnement
des problèmes pour approcher le nombre et lui donner du sens
des problèmes pour connaître l'addition
des problèmes pour explorer et organiser l'espace
des problèmes pour approcher les figures géométriques et les transformations du plan
des problèmes pour mesurer

Dès la 4H, le module « des problèmes pour connaître la multiplication » est venu s'ajouter à cette liste.

Chaque module est subdivisé en champs d'activités qui abordent, chacun, une compétence particulière. Selon un choix des auteur·e·s, toutes les activités d'un champ visent la même compétence. Il n'y a pas de hiérarchie entre ces activités, même si ceux-là ont choisi, pour chaque champ, une activité qui leur semblait plus emblématique que les autres.

On voit dans cette structuration l'influence de la didactique de par l'utilisation systématique du mot « problèmes » dans le titre de chacun des modules. Quant aux champs d'activités, ils rappellent la théorie des champs conceptuels de Vergnaud (1986). Mais surtout, on distingue la rupture entre un moyen guidé et un ouvrage où l'enseignant·e va puiser ce dont il-elle a besoin pour les apprentissages de ses élèves. Cette rupture sera un véritable défi pour la formation des enseignant·e·s.

Les activités sont décrites en donnant diverses indications (matériel, consigne, mise en œuvre…). Il n'y a plus de description « pas à pas » de la leçon. Par contre, les auteur-e-s proposent des éléments d'analyse *a priori* avec des démarches possibles de l'élève (Annexe 1).

À côté du classeur du maître, on trouve un fichier de l'élève (puis un livre de l'élève dès la 5H), du matériel de classe, mais également, ce qui a été appelé le « volet informatisé ». En effet, dès le début des années 90, la commission de lecture a insisté pour que l'outil informatique soit mis à disposition des élèves. Des jeux informatiques en lien avec chaque module ont donc été développés et intégrés les classes.

Si une majorité de modules abordent des contenus mathématiques bien définis, le module 1, concernant le raisonnement, représente une relative curiosité. Il s'agit dans ce module de permettre aux élèves de construire des outils intellectuels au service de la résolution de problèmes. Ce module est également un héritier direct de l'avenue ER des moyens « maths modernes ». Une des questions qui a occupé la commission de lecture concernait la place qui allait être donnée à la logique, c'est-à-dire à tout ce qui était travaillé dans cette avenue ER. Ce n'est pas le lieu d'entrer dans trop de détails ici, mais une analyse comparative des activités « module 1 » et « avenue ER » montre cet héritage direct.

La réalisation de cette collection a été caractérisée par sa mise à l'épreuve en temps réel. En effet, avant que le manuscrit de 3H ne soit édité, une quinzaine de classes en Suisse romande (2 par canton) ont eu à disposition ce moyen complet (livre du maître, fichier élève, jeux de classe…), mais non définitif. Les enseignant·e·s n'utilisaient plus avec leurs élèves les moyens 1979, mais uniquement leurs successeurs en version provisoire. Ces enseignant·e·s rencontraient régulièrement les auteur·e·s des moyens, faisaient leurs remarques, leurs critiques, parlaient des apprentissages des élèves, de leurs pratiques… Ce dispositif fut d'une richesse insoupçonnable. L'apport des enseignant·e·s a permis une co-construction indéniable avec les auteur·e·s du moyen. Cela a également été un lieu de co-formation considérable pour tous les partenaires. Ce dispositif fut reconduit pour les degrés 4H à 6H. Il semble que jamais en Suisse romande une telle opération n'ait été menée. Jamais des enseignant·e·s de plusieurs cantons de Suisse romande n'ont eu l'occasion d'échanger avec les auteur·e·s, tout au long de plusieurs années, à propos des apprentissages de leurs élèves, sur des activités pratiquées en classe, apportant ainsi une pierre à la réalisation d'un moyen d'enseignement.

L'introduction en Suisse romande de cette nouvelle collection a généré beaucoup d'enthousiasme auprès des enseignant·e·s qui remplissaient parallèlement leur besoin de formation continue. Dans la suite du colloque mathématiques de 1993 à La Chaux-de-Fonds, beaucoup de didacticiens français sont intervenus dans toute la Suisse romande. Nommons principalement Gilbert Arsac, Jean-Pierre Astolfi, Jean Brun, Roland Charnay et Michel Mante. Un concept romand de formation a été élaboré avec l'aide de Roland Charnay et Michel Mante. Le lancement de cette formation a eu lieu à Lausanne avec plus de 200 enseignant·e·s de tous les cantons. Il était fréquent que des formateur·trice·s interviennent dans un autre canton que le leur. Des conférences ont été mises sur pied pour les enseignant·e·s avec beaucoup de succès. À côté de cela, des documents à destination des parents ont également été édités. 20 ans plus tard, je me dis que tous les partenaires (Autorités scolaires, instituts de formation, enseignant·e·s) avaient manifestement pris conscience des enjeux véhiculés par cette collection.

Le 9e fondement adopté par la CIIP en 1992 précise « qu'une collection de moyens d'enseignement ne peut être conçue comme un ensemble immuable… », avec comme conséquence que ces moyens soient intégrés « dans un processus d'élaboration continu… ». Mais à la fin de la décennie (avec le départ de quelques chefs de service), les décisions ont provoqué un fort ralentissement de la réflexion en Suisse romande. On a d'abord assisté à la suppression des Commissions de branches, dont la CEM (Commission romande pour l'Enseignement des Mathématiques). La commission de lecture des moyens a abordé la CIIP à la fin de son mandat en 2000 afin de mettre sur pied un organe, une sorte de veille scientifique, chargé de la mise en œuvre de ce 9e fondement. Cela ne s'est finalement pas fait. Certes, il y a eu des évaluations de ces moyens auprès des enseignant·e·s et des élèves, mais elles n'ont pas été exploitées. Finalement, ce n'est que vers 2015 qu'un groupe, dont j'ai fait partie, a été chargé d'élaborer un Concept éditorial pour de nouveaux moyens d'enseignement.

2018 : Un enseignement moderne des mathématiques – suite

Ce Concept éditorial pour la nouvelle collection de moyens d'enseignement devait intégrer les degrés 1H-2H et permettre une homogénéisation des moyens 3H à 8H. Le mandat a consisté principalement à délimiter le travail des rédacteur·trice·s (terme qui remplace dorénavant celui d'auteur·e·s). Concrètement, ce concept définit le pourcentage d'activités des anciens moyens qui sont repris, le nombre d'activités que comporte chaque chapitre, le nombre de pages… Il s'agissait essentiellement de donner des outils pour déterminer le coût de ces nouveaux moyens. Le groupe a également plaidé pour le développement d'outils informatiques à destination des élèves. Ceux-ci ne seront pas développés, du moins pour le moment à ma connaissance.

Aujourd'hui, la partie « maître » du moyen (CIIP, 2019) se trouve directement en ligne, sur internet. Le moyen est structuré par les domaines du PER (Plan d'Études Romand) ; chaque domaine est subdivisé en chapitres, par exemple, 1. « Dénombrement » et 2. « Comparaison et représentation du nombre » pour le domaine Nombres de 3H. Les apprentissages visés par les différents chapitres expriment les éléments de progression des apprentissages du PER et sont en lien avec différents types d'activités :

- activités de tuilage, qui font le lien avec des apprentissages précédents, activités d'introduction, qui sont les activités où se construisent les apprentissages
- activités d'entraînement où l'on va consolider les apprentissages
- problèmes transversaux

Comme pour les moyens de 1997, les activités sont décrites en donnant plusieurs informations aux enseignant·e·s (apprentissage visé, enjeu, matériel, gestion de l'activité, etc.). L'annexe 2 montre un exemple d'activité de 3H.

On peut se réjouir de la mise en ligne de ce moyen d'enseignement qui doit lui permettre une évolution continue. Il faudra, pour cela, que la CIIP mette sur pied, le moment venu, cet organe de veille scientifique qui est souhaité depuis 20 ans.

Cette mise en ligne comporte, cependant, un inconvénient. En effet, s'il était possible à tout un chacun de se procurer relativement facilement les moyens de 1972, 1979 ou 1997, il semble difficile pour une personne extérieure à l'école romande ou plus simplement à la Suisse d'avoir accès aux nouveaux moyens mis en ligne. J'y vois le danger de perte d'une vision de l'évolution d'un enseignement au travers des générations.

Autour de la formation initiale des enseignant·e·s

Parallèlement à l'évolution des moyens, c'est bien évidemment la formation des enseignant·e·s qui s'est développée. Au début de ma carrière, je formais les étudiant·e·s à l'utilisation des moyens « math moderne » de 1979. Un des aspects de mon « contrat moral » vis-à-vis des étudiant·e·s était de ne pas les mettre dans des situations impossibles avec leurs formateur·trice·s de terrain. Ceux-ci étant très attachés aux moyens et à leurs scénarios, il était difficile pour les formateur·trice·s de l'institut de formation de proposer des activités plus ouvertes, plus proches de ce que proposaient les didacticien·ne·s. C'était en définitive beaucoup plus un travail de méthodologues qui prenait le dessus. Les grands domaines rencontrés dans les cours étaient la gestion d'un travail de groupes, le questionnement, la définition et l'opérationnalisation des objectifs, leur hiérarchisation… Nous étions en plein dans une perspective behavioriste ce qui, je l'avoue, ne m'enthousiasmait guère. À côté de cela, il fallait également mettre à niveau les connaissances des étudiant·e·s : diagrammes, bases, topologie, algorithmes…

L'arrivée de nouveaux moyens au milieu des années 90 a considérablement modifié les objets de formation des futur·e·s enseignant·e·s. Certes, la mise à niveau des connaissances mathématiques était toujours présente dans le cursus, mais dans mon institution (École normale, puis HEP), le focus a été mis sur deux aspects nouveaux. Tout d'abord, c'est la compétence à faire des mathématiques, à résoudre des problèmes ouverts, à formuler des hypothèses et les vérifier… qui a fait l'objet d'un intense travail. Il s'agit de permettre aux étudiant·e·s de travailler les compétences et les attitudes que leurs élèves devront développer. Ensuite, dans une optique didactique, et non plus méthodologique, il s'agit de permettre aux étudiant·e·s de comprendre les activités qu'ils·elles proposent à leurs élèves, d'en saisir les enjeux, de comprendre les procédures mises en œuvre par les élèves. Ce sont les outils propres à la théorie des situations (analyse a priori, variables didactiques, dévolution du problème…) qui sont travaillés avec les étudiant·e·s. La préparation de leçon prend alors un caractère didactique et il revient aux étudiants d'en tirer, le cas échéant, des conséquences sur les aspects organisationnels. L'arrivée des moyens de 2018 ne change pas ces choix de formation.

En guise de conclusion

L'école romande, celle du terrain, de la classe, des élèves, doit une grande partie son développement, notamment scientifique, à l'enseignement des mathématiques. C'est la première discipline dans laquelle il y a eu des moyens communs à toute la Suisse romande, d'abord pour l'école primaire, puis le secondaire inférieur (au début des années 2000). Fort d'une collection maintenant quasi complète, allant des degrés 1H à 11H, cette aventure dure depuis 50 ans ; il revient aux autorités de Suisse romande de faire en sorte qu'elle puisse perdurer et se développer encore.

J'espère que des outils informatiques seront développés et mis à disposition des élèves dans un avenir proche. L'école romande a pu le faire il y a 25 ans ; on ne voit pas ce qui pourrait l'en empêcher aujourd'hui. D'autant plus que les connaissances didactiques et informatiques permettent, aujourd'hui, d'aller plus loin que les activités d'entraînement d'antan.

L'élaboration des moyens romands a été, notamment, le fruit d'un travail d'équipes où les enseignant·e·s du terrain ont eu leur rôle à jouer que ce soit dans les classes pilotes des années 70 ou lors de la mise à l'épreuve des moyens dans les années 90. Pour diverses raisons, cette implication du terrain ne s'est pas retrouvée pour l'élaboration des nouveaux moyens. C'est regrettable, tant pour la qualité du moyen que pour la formation des enseignant·e·s.

La place manque ici pour faire une analyse plus fine des activités et de l'évolution de l'enseignement de concepts. Les documents proposés permettent au lecteur de faire une partie de cette analyse sur le concept de nombre en 3H. Des comparaisons analogues peuvent se faire avec l'enseignement de la numération ou des algorithmes. Elles montreraient comment, même si on ne parle plus des « bases », les moyens des années 70 influencent encore aujourd'hui des choix réalisés par les rédacteurs des nouveaux moyens. Ainsi, même si ces moyens 70 peuvent, aujourd'hui, paraître dépassés ou désuets, ils étaient extrêmement novateurs tant sur les objets d'apprentissage que sur les intentions pédagogiques que les auteur·e·s voulaient faire passer auprès des enseignant·e·s.

Bibliographie

Bourbaki, N. (1939). *Eléments de mathématique*, tome 1 théorie des ensembles. Paris : Hermann

Brousseau, G. (1986). *Théorisation des phénomènes d'enseignement des Mathématiques.* https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00471995/

CIIP (2001). *Bulletin no 9 de la CIIP.* https://www.ciip.ch/La-CIIP/Portrait/Bulletins-CIIP/Bulletins-CIIP-1997-2011

CIIP (2019). *Maths 3e.* www.ciip-esper.ch

Dienes, Z. (1965). *Les mathématiques modernes dans l'enseignement primaire*. OCDL, https://www.icem-pedagogie-freinet.org/node/33097

Ferrario, M., Brunelli, F., Burdet, C., Guillet, N., Waridel, F. & Wetzler, J. (1972). *Mathématique : première année.* Genève : Office romand des éditions et du matériel scolaires.

Ferrario, M., Waridel, F. & Wetzler, J. (1979). *Mathématique : première année* . Lausanne : Office romand des éditions et du matériel scolaires.

Ging, E., Sauthier, M-H. & Stierli, E. (1996). *Mathématiques première année.* Neuchâtel : COROME.

Gagnebin, A., Guignard, N. & Jaquet, F. (1996). *Apprentissage et enseignement des mathématiques.* Neuchâtel : COROME.

Vergnaud, G. (1986). Psychologie de développement cognitif et didactique des mathématiques : un exemple : les structures additives. *Grand N, 38*, 21-40.

ANNEXE 1

Les cousins

Description

Nombre d'élèves : 1

2

Matériel

- livre du maître pp. 97, 98 et 99 (à photocopier)
- livre du maître p. 100 (à photocopier, à découper et à placer dans des paniers)
- trois jetons par élève

Consigne

Chacun de vous va recouvrir toutes les cases blanches de son personnage avec des petits cartons de couleur. Vous allez les chercher dans les paniers là-bas et en prendre juste ce qu'il faut, pas plus, pas moins.

Vous recevez chacun trois jetons. Chaque fois que vous allez vers les paniers, vous devez me donner un jeton. Vous n'êtes pas obligés de les utiliser tous. Lorsque vous n'avez plus de jetons, vous n'avez plus le droit d'aller vers les paniers.

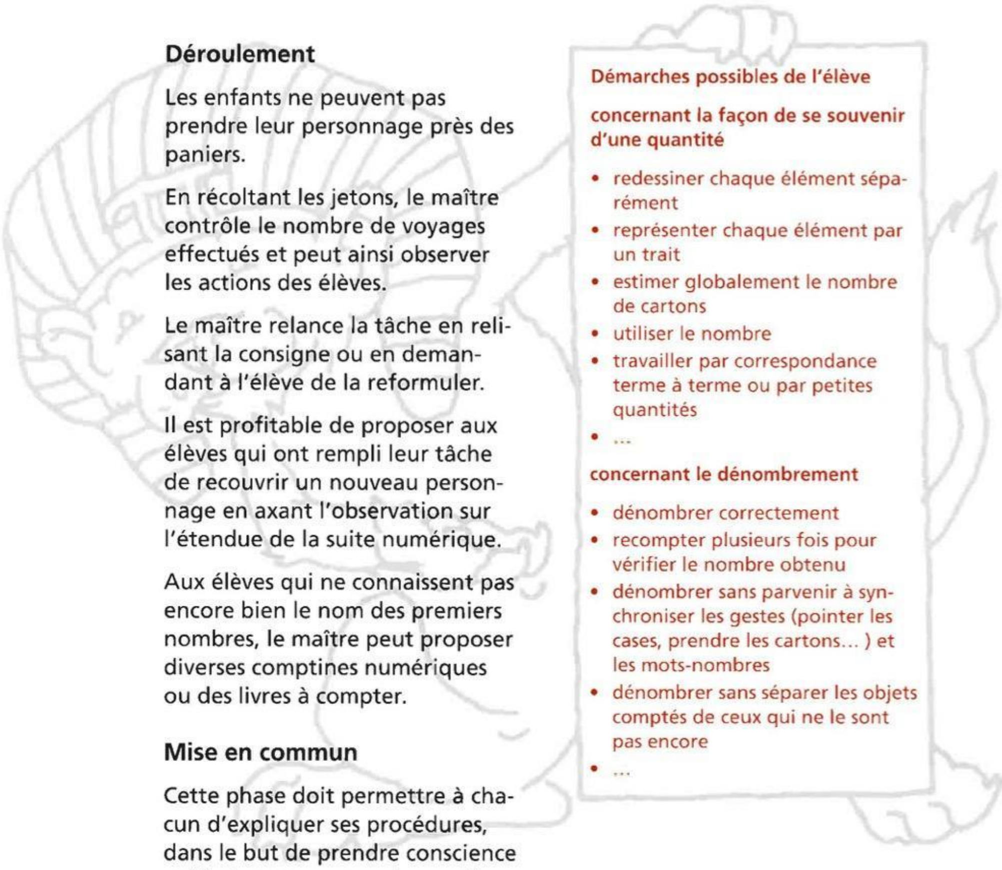
Gestion

Mise en œuvre

Chaque élève reçoit un personnage à recouvrir en fonction de l'étendue de sa comptine numérique.

Les paniers remplis de petits cartons sont placés dans un endroit suffisamment éloigné des enfants.

95



Déroulement

Les enfants ne peuvent pas prendre leur personnage près des paniers.

En récoltant les jetons, le maître contrôle le nombre de voyages effectués et peut ainsi observer les actions des élèves.

Le maître relance la tâche en relisant la consigne ou en demandant à l'élève de la reformuler.

Il est profitable de proposer aux élèves qui ont rempli leur tâche de recouvrir un nouveau personnage en axant l'observation sur l'étendue de la suite numérique.

Aux élèves qui ne connaissent pas encore bien le nom des premiers nombres, le maître peut proposer diverses comptines numériques ou des livres à compter.

Démarches possibles de l'élève

concernant la façon de se souvenir d'une quantité

- redessiner chaque élément séparément
- représenter chaque élément par un trait
- estimer globalement le nombre de cartons
- utiliser le nombre
- travailler par correspondance terme à terme ou par petites quantités
- ...

concernant le dénombrement

- dénombrer correctement
- recompter plusieurs fois pour vérifier le nombre obtenu
- dénombrer sans parvenir à synchroniser les gestes (pointer les cases, prendre les cartons...) et les mots-nombres
- dénombrer sans séparer les objets comptés de ceux qui ne le sont pas encore
- ...

Mise en commun

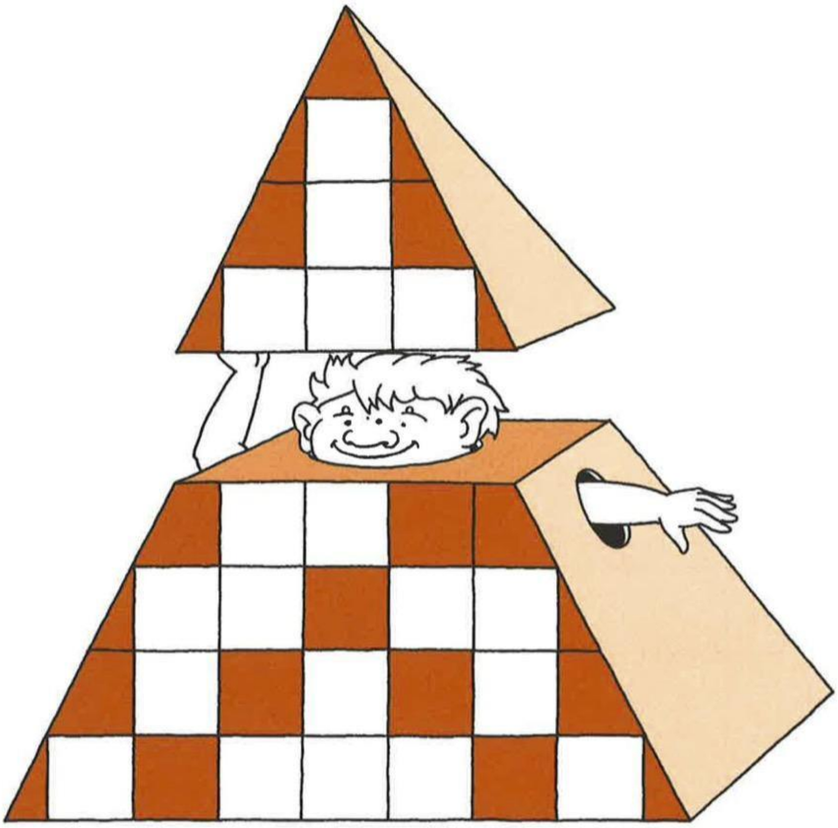
Cette phase doit permettre à chacun d'expliquer ses procédures, dans le but de prendre conscience qu'il n'y a pas une seule manière de résoudre ce problème, mais plusieurs. Le maître ne valorise pas une démarche au profit d'une autre.

Variable

Pour faire évoluer les stratégies des élèves qui n'utilisent pas le nombre comme outil, le maître peut proposer de recouvrir un nouveau personnage avec la contrainte suivante :
« Aujourd'hui, vous ne recevez qu'un jeton. »

96

Les cousins



2

99

Annexe 2

Le parking

Introduction Année(s) 3^e

Apprentissage visé

Dénombrer et constituer une collection ayant un nombre d'objets inférieur à 50 et estimer le nombre d'objets d'une collection

Enjeu

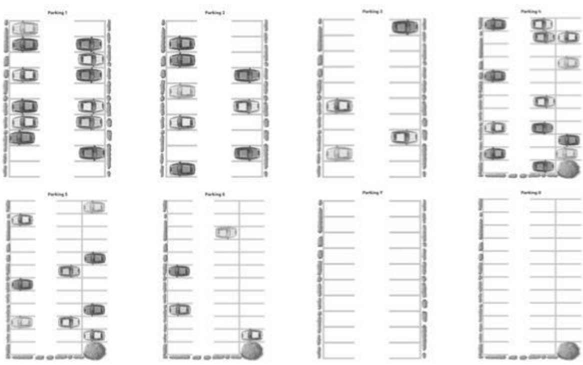
Procédure visée pour la constitution d'une collection ayant le même nombre d'objets : le dénombrement par comptage

Nombre d'élèves

1 élève

Matériel

- 8 plans de jeu « Parking », dont 2 vierges ;



- jetons pour symboliser les voitures ;
- boîtes ;
- cartes « Parking ».

Remise du matériel

L'élève reçoit un plan de jeu qui reste à sa place.

Les jetons sont mis dans une boîte, loin des élèves.

Consigne (ou règle)

« Prends juste ce qu'il te faut de jetons pour remplir le parking. Attention, des places sont déjà occupées. Tu ne peux pas prendre le plan de jeu avec toi. »

1er temps

« Tu reçois trois cartes « Parking » et tu m'en donnes une à chaque voyage vers les boîtes. Tu n'es pas obligé de toutes les utiliser. »

2e temps

« Tu reçois une seule carte « Parking » pour faire la même activité. »

Gestion de l'activité

L'activité se gère mieux avec une demi-classe pour éviter trop de matériel et de temps d'attente vers les boîtes.

Les boîtes doivent être éloignées des élèves pour éviter la procédure par mise en correspondance terme à terme.

L'enseignant donne un des trois premiers plans de jeu « Parking ». Il peut ensuite proposer un autre plan de jeu « Parking » en fonction des besoins et des niveaux des élèves.

Les plans de jeux utilisés dans le 1er temps peuvent être réutilisés dans le deuxième.

Mise en commun : elle va porter sur les stratégies gagnantes utilisées dans le 2e temps, la seule efficace étant le dénombrement.

Deux plans de jeux vierges sont disponibles pour varier les propositions. L'enseignant remplace les voitures par des pastilles autocollantes ou des étiquettes type "post-it".

Variables didactiques

Le nombre d'objets de la collection.

- **Plan de jeu 1** : 20 places de parc dont 12 places occupées et 8 places vides.
- **Plan de jeu 2** : 20 places de parc dont 8 places occupées et 12 places vides.
- **Plan de jeu 3** : 20 places de parc dont 4 places occupées et 16 places vides.
- **Plan de jeu 4** : 35 places de parc dont 13 places occupées et 22 places vides.
- **Plan de jeu 5** : 35 places de parc dont 9 places occupées et 26 places vides.
- **Plan de jeu 6** : 35 places de parc dont 4 places occupées et 31 places vides.

Éléments de différenciation

Les plans de jeu « Parking » doivent être choisies en fonction de la connaissance de l'étendue numérique de l'élève.

Procédures

1er temps

Elle permet aux élèves de se familiariser avec les contraintes de la situation. Au cours de cette phase, les élèves peuvent procéder par approximation sans forcément dénombrer. Ils peuvent passer par l'estimation et prendre beaucoup de jetons au premier voyage et ramener ceux en trop lors du deuxième. Ils peuvent au contraire en prendre peu lors du premier voyage, peu lors du deuxième et compter les places libres pour le troisième voyage (il n'en restera que quelques-unes).

2e temps

Elle oblige l'élève à dénombrer une collection en comptant de un en un.

Erreurs / Blocages

Certains élèves n'arrivent pas à imaginer une autre procédure que l'estimation. C'est souvent en observant des camarades qui réussissent ou en écoutant certains d'entre eux présenter leur méthode que ces élèves arrivent à s'approprier une procédure efficace.

ARP

- Communiquer le résultat de sa recherche (procédure, calculs, réponse,...)

Faire une passerelle entre les jeux libres et les MER : analyse des gestes professionnels d'une enseignante

Julie Candy, Ismaïl Mili

Haute École Pédagogique du Valais

Introduction

Il y a environ 6 ans, le Service de l'Enseignement du canton du Valais a demandé aux enseignant·e·s des classes de 1-2H du canton du Valais de proposer aux élèves de longues périodes quotidiennes de jeux d'une part (de manière à employer le jeu comme *source* d'apprentissage) et de recourir aux nouveaux Moyens d'Enseignements Romands de mathématiques (MER) d'autre part. Pour comprendre en quoi ces injonctions sont compatibles, nous citerons Clerc-Georgy (2017) :

> Le jeu, comme l'imagination, se nourrit des apprentissages que l'enfant réalise par ailleurs. Il est donc important de proposer aux élèves des activités d'apprentissage structurées qui rejoignent leurs intérêts, les ouvrent à de nouvelles possibilités d'exploration et leur donnent accès au sens des apprentissages scolaires.
>
> Par ailleurs, pour accompagner l'entrée dans les apprentissages scolaires, les enseignant·e·s devraient pouvoir identifier les savoirs que les tâches d'apprentissage propres aux premiers degrés de la scolarité permettent de construire et les mettre en œuvre non pas comme des procédures vides de sens, mais de façon à accompagner l'entrée dans les disciplines scolaires par la construction de la signification des savoirs proposés. […] Cette articulation entre jeu et apprentissage structuré est potentiellement la plus propice au développement de l'imagination et de l'usage de l'imagination dans les apprentissages. (Clerc-Georgy, 2017, p. 34-35)

En somme, le moyen d'enseignement romand 1-2H en mathématiques y est institutionnellement reconnu comme générateur d'activités d'apprentissage structurées. Ainsi, il est attendu que l'enseignant·e sache non seulement identifier les savoirs mathématiques que les tâches proposées dans ce moyen peuvent mobiliser, mais qu'elle ou il soit également en mesure de rattacher ces activités et ces savoirs aux jeux des élèves. Et ce de manière à proposer des activités qui rejoignent leurs intérêts.

Dès lors, nous soulevons la question suivante : quels outils professionnels ces enseignant·e·s de 1-2 H mobilisent-ils pour effectuer cette dialectique attendue entre jeux et tâches structurées en mathématiques ? Ces outils professionnels peuvent-ils être reliés à des savoirs didactiques ?

Pour apporter des éléments de réponses à ces questions de recherche, nous avons suivi et interviewé une enseignante de 1-2H pendant sa classe. Dans cet article, nous présenterons les différents contextes institutionnels c'est-à-dire à la fois l'interrelation entre jeux et enseignement en 1-2H, mais aussi le profil et les besoins exprimés par l'enseignante. Ensuite, nous présenterons la méthodologie (à la fois du recueil et de l'analyse) ainsi que les cadres théoriques qui guideront l'analyse. Enfin, nous consacrerons une partie à nos résultats qui comprendra la description d'une production d'élève, un entretien de l'enseignante sur cette production et l'analyse de cet entretien dans l'optique de comprendre les gestes professionnels qui sous-tendent ses choix.

Contextes institutionnels

Jeux et enseignement en 1-2H

Comme l'explique Clerc-Georgy, pour autant que l'enseignant propose un matériel adapté à la construction de situations diverses, le jeu libre, vu comme « toute situation imaginaire créée par les enfants eux-mêmes, dans laquelle ils adoptent et interprètent des rôles et appliquent un ensemble de règles qui correspondent aux rôles qu'ils se sont attribués » (2017, p.32), permet le développement de l'imagination de l'enfant. Et c'est notamment pour cette raison que, en dépit du fait que le Plan d'Etude Romand (PER) du cycle 1 ne fasse pas explicitement référence au rôle du jeu dans l'enseignement, plusieurs périodes quotidiennes de jeux libres ont été introduites dans la grille horaire, sur injonction du Service de l'Enseignement valaisan, dans toutes les classes de 1-2H du canton.

Depuis, toutes les matinées[1] débutent par des rituels (dénombrement des élèves, situation sur le calendrier) avant d'amorcer une période de jeux libres d'environ 45 minutes. Chaque élève peut alors évoluer librement dans la classe et user du matériel qui lui sied. Selon Clerc-Georgy (2017, p. 33), durant ces temps de jeux libres l'enseignant·e doit éviter de porter un regard évaluatif sur ce qui est fait, même valorisant, car il risque sinon d'entraver l'exploration des élèves. Les enseignant·e·s sont alors invité·e·s, en plus de maintenir les conditions pour que les élèves puissent jouer, à observer les jeux libres des élèves de manière à pouvoir ensuite animer des réunions. Les réunions qui s'ensuivent sont des moments d'échanges en plenum durant lesquels l'enseignant·e se focalise sur une production d'élève(s) : à l'aide d'interrogations et de relances ; il ou elle va amener les élèves à verbaliser leurs procédures, à trouver des solutions, à coopérer ou élaborer une entente consécutive à un désaccord, etc. Ainsi, la réunion cherchera parfois à satisfaire un objectif plus axé sur la socialisation ou la coopération alors que ce seront parfois les procédures des élèves qui en seront le cœur.

Choisir une activité mathématique des MER qui prolongerait une phase de réunion demanderait, dans ce deuxième cas de figure, d'être à la fois capable d'identifier le savoir en jeu dans les procédures des élèves, mais également de relier ces procédures à celles mobilisables lors de tâches des moyens d'enseignement. Si le plan d'études de l'institution cantonale en charge de la formation initiale des enseignants – Haute École Pédagogique du Valais – intègre actuellement des modules dédiés à la didactique des apprentissages fondamentaux d'une part et de mathématiques d'autre part, les enseignant·e·s ayant étudié à l'École Normale ont, pour leur part, été depuis formé·e·s à penser cette articulation au travers d'une formation continue obligatoire. Au cœur de cette formation, on retrouve l'évaluation dynamique, la pédagogie de la transition et la pédagogie du jeu, ce qui questionne les gestes professionnels mobilisables par les enseignant·e·s non formés à la didactique des mathématiques pour, en partant du jeu, identifier les savoirs mobilisés dans les procédures des élèves et les relier à des activités d'apprentissage structurées.

Cadre théorique et Méthodologie

Pour apporter quelques éléments de réponse à nos questions de recherche, nous avons observé et questionné une enseignante expérimentée (plus de 30 ans de carrière), formée à l'École Normale, ayant exprimé le besoin de thématiser l'arrimage du jeu et des activités de construction du nombre afin de proposer à ses élèves des activités « qui aient du sens ».

Pour préciser l'acception de Clerc-Georgy (2017), nous prendrons pour postulat que la prise de sens, en mathématiques, peut se lire d'une part en termes de savoirs, mais également en termes de procédures (par exemple, un enfant qui utilise le subtizing pourrait ne pas réussir à se projeter dans une tâche qui demande une représentation symbolique du nombre alors qu'en soi, l'enseignante ou l'enseignant pourrait identifier un même savoir : le dénombrement).

Lors d'une rencontre préalable avec cette enseignante afin de découvrir la salle, nous avons parcouru plusieurs activités des moyens d'enseignement (« Immeuble », « Jardins de Fleurs », « Enfants », « Nombres », « Pochettes Surprise ») et l'enseignante nous expliquait leur potentielle mise en place dans la classe. Ces activités avaient été sélectionnées en amont sur la base de la largeur du spectre d'aspects du nombre qu'elles balayent (cardinal, énumération, ordinal et sémiotisation).

[1] Les élèves de 1H n'ont école que le matin.

A titre d'exemple, « Immeuble » fait écho à la situation des œufs et des coquetiers crée par Margolinas & Wozniak (2012) dans laquelle, après que l'enseignant·e a déposé un nombre déterminé de coquetiers, l'élève a pour but de placer un œuf dans chacun d'eux. Par la modulation de variables didactiques (une définition est donnée ci-après) dans l'activité, comme par exemple l'éloignement des coquetiers ou le nombre de trajets autorisés, les auteures engendrent alors un ensemble de situations correspondant au caractère cardinal du nombre. Nous notons qu'elles décrivent une situation fondamentale, à savoir, « un schéma de situation capable d'engendrer par le jeu des variables didactiques qui la déterminent, l'ensemble des situations correspondant à un savoir déterminé » (Brousseau, 1998a, p.3).

De ce fait, nous plaçons notre analyse dans le cadre de la théorie des situations didactiques de Brousseau (1998b). Pour mener l'analyse des gestes professionnels de l'enseignante via son discours, nous mobiliserons donc le concept de variables didactiques, défini comme suit :

> Un champ de problèmes peut être engendré à partir d'une situation par la modification des valeurs de certaines variables qui, à leur tour, font changer les caractéristiques des stratégies de solution (coût, validité, complexité...etc.) [...] Seules les modifications qui affectent la hiérarchie des stratégies sont à considérer (variables pertinentes) et parmi les variables pertinentes, celles que peut manipuler un professeur sont particulièrement intéressantes : ce sont les variables didactiques. (Brousseau, 1982 cité dans Bessot, 2004, p. 13)

Lors de cet entretien initial, l'enseignante, qui avait pris préalablement connaissance des différents énoncés, était ainsi amenée à verbaliser et identifier les savoirs hébergés (selon elle), tout en les reliant à un objectif visé. Ceci dans la perspective, pour le chercheur observateur, de possiblement comprendre ses futurs choix lors de la mise en commun.

Suite à cette rencontre, une observation en classe s'est déroulée sans réelle contrainte calendaire, lors d'une matinée ordinaire au cours de laquelle, comme à l'accoutumée, une articulation entre jeu libre et réunion était ritualisée.

Le chercheur s'est ici contenté d'un rôle de simple observateur : toutes les interventions y étaient à la charge de l'enseignante afin de ne pas biaiser ses habitudes de pratiques professionnelles. Cette observation a fait l'objet d'une seule captation filmée d'une durée d'environ 45 minutes.

Il a donc été convenu de filmer les élèves en jeu libre et l'entretien qui s'ensuivit pour relever ce qu'elle a pu identifier comme tâche dans le jeu des élèves et comment elle prendrait appui sur ce jeu pour lancer une activité mathématique structurée. Dans cet article, nous analyserons des extraits de la transcription de cette interview (dont l'intégralité figure en annexe). Pour amorcer cette interview, nous avons posé la question suivante : quel serait l'énoncé d'une activité mathématique que tu pourrais lancer avec ta classe sur la base de ce jeu ? Comment organiserais-tu la réunion si tu avais choisi de l'organiser autour de ce jeu ?

Ainsi, dans cet article, nous analysons le discours de l'enseignante tenu lors de l'entretien. Cette analyse vise d'une part la mise en lumière des savoirs mathématiques identifiés par l'enseignante dans le jeu des élèves, mais également d'autre part celle des gestes professionnels qui guident le choix d'une activité des moyens d'enseignement romands s'appuyant sur les intérêts des élèves.

Répondant aux besoins de l'enseignante et à notre questionnement sur l'étude des gestes, nous avions convenu que ce moment permettrait de travailler avec elle l'articulation entre la phase de jeu, la mise en commun et le choix de l'activité structurée amenant l'enseignante à une réflexion méta sur ses gestes professionnels ; ceci de manière à éclairer les outils théoriques qui les sous-tendent et lui permettre de guider ses choix en matière d'activités structurées.

RÉSULTATS

Dans cette partie, nous présentons tout d'abord une production d'élève, puis nous présentons la transcription de l'entretien de l'enseignante relative à cette production. Enfin nous analysons le discours de cette enseignante sous l'angle des gestes professionnels mobilisés pour effectuer le lien entre ce jeu et une activité structurée en mathématiques.

Jeu des élèves

Lors de cette période de jeu libre, les élèves avaient accès à l'ensemble du matériel de la classe (épicerie, jeux de société, puzzles …) ainsi qu'à un certain nombre de matériels disposés par l'enseignante dans la classe, par exemple des plateaux avec des billes plates, des boîtes d'œufs ou encore des bacs à glaçons avec des pompons. Comme dans toute phase de jeu libre, aucune consigne sur l'usage de ce matériel n'avait été fournie aux élèves. Ce faisant, aucun objectif préalablement anticipé par l'enseignante n'avait été communiqué aux élèves.

Fig. 1 : Jeu d'une élève de 1-2H

Un certain nombre d'élèves s'est alors mis à jouer spontanément à un jeu où ils doivent remplir des cases (bac à glaçons ou boîte à œufs) avec des objets (pompons, marrons ou bouchons) qu'ils tiennent à l'aide d'une pince (cf. Fig. 1). La transcription de l'interview de l'enseignante, qui se trouve au paragraphe suivant, va nous permettre de comprendre la présence de ce matériel dans la classe, mais également la suite qu'elle envisagerait de donner si elle s'en servait pour proposer une activité structurée en mathématiques.

Analyse : mise en lumière des savoirs et gestes évoqués par l'enseignante

Dans l'interview qui suit la matinée d'enseignement, Héloïse explique que le matériel des bacs à glaçons à remplir avec la pince est un matériel qu'elle met à disposition des élèves lors des phases de jeux, et cela de manière à favoriser le développement de la motricité fine. Cependant, lorsqu'on lui demande à quoi elle aurait pu relier, dans le cadre des mathématiques, cette activité, elle identifie immédiatement la possibilité d'en faire une activité de construction du nombre qui pourrait avoir comme objectif l'apprentissage du dénombrement (l. 13-14, « je vais arriver dans le dénombrement »).

1

Fig. 2 : Le matériel de l'activité Glaçons

Il nous semble important de relever, dans le discours de l'enseignante, le fait qu'elle identifie par elle-même, même de manière implicite, que pour que le dénombrement soit un objectif de cette activité elle doit effectuer des modulations dans les variables didactiques. En effet, elle envisage plusieurs modulations qui ne sont pas sans faire écho au dispositif proposé par Margolinas et Wozniak (2012). Pour effectuer ces modulations, tout comme dans le livre précité, elle joue avec les valeurs de deux variables didactiques :

- *Disposition dans l'espace du matériel :* elle propose un éloignement du matériel pour amener l'élève à avoir des stratégies d'estimation (l. 7, « alors là (Fig. 5) je vois qu'il m'en reste encore tout plein donc je peux retourner chercher »), mais également pour forcer le passage au nombre, en lien avec la variable didactique « objectif du jeu » décrite ci-dessous.
- *Spécificité du dernier voyage* : l'enseignante propose, pour forcer le passage au nombre, de demander aux élèves de ne jamais rapporter plus de pompons qu'il reste de cases vides. Elle décrit l'effet de cette variable sur les procédures des élèves :

  « Et puis au bout d'un moment quand j'arrive je peux reprendre encore bon j'en ai pas assez (retourne en chercher), mais je n'ai pas le droit de prendre plus. Si j'en ai plus j'ai perdu. […] Ça veut dire qu'au bout d'un moment je ne vais plus pouvoir prendre une poignée […] Bah je vais arriver dans le dénombrement » (l. 8-14).

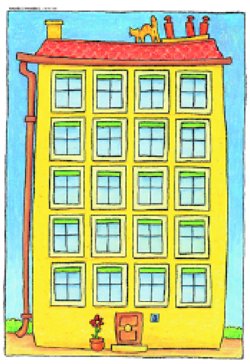
Bien que l'enseignante n'identifie pas explicitement la possibilité qu'un élève finisse la tâche en ramenant les pompons un par un, ce qui ne mobiliserait pas le dénombrement, sa remarque sur l'intervention qu'elle penserait dispenser met en lumière le fait qu'elle se substituerait, par ses interventions, à la variable didactique du nombre de voyages autorisés identifiée dans Margolinas & Wozniak (2017) :

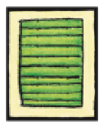
> Par contre, je pense, des 2H qui sont déjà bien dans le nombre, certainement qu'ils vont aller un bout et puis le défi ça va être de compter car ils sont dans le comptage. La démarche va être certainement différente. Je vais avoir aussi des enfants […] qui vont mettre les pompons de manière aléatoire et qui vont compter les espaces vides pour pouvoir arriver sur le bon nombre. Et là, de nouveau, c'est à l'enseignante de voir où en est l'enfant puis je trouve que tu lances un défi à l'enfant. Si tu vois un enfant qui arrive jusque-là (montre la dernière ligne laissée vide comme sur la figure 5) et qui a besoin de compter que les quatre derniers je pense que la prochaine fois tu peux lui dire : « écoute, aujourd'hui tu as fait ça, moi j'aimerais que la prochaine fois tu me laisses deux lignes ou trois lignes de vide, et puis tu vas essayer de compter combien il t'en faut » (l. 20-29).

Nous remarquons donc que l'un des gestes de l'enseignante est de jouer sur les variables didactiques de manière à orienter les procédures des élèves vers l'objectif d'enseignement qu'elle identifie : le dénombrement d'une collection.

Matériel

- Une planche représentant un immeuble avec 20 fenêtres;
- 30 caches représentant des stores.





Remise du matériel

L'enseignant place un store sur certaines fenêtres et place le solde des stores loin du jeu (ce solde doit être supérieur au nombre de stores manquants sur l'immeuble).

Fig. 3 : Matériel et disposition du matériel de l'activité Immeuble 1

Par ailleurs, dans l'interview, elle rapproche l'activité qu'elle propose à une activité des moyens d'enseignement romand : Immeuble 1 (l. 8). L'apprentissage visé identifié par le moyen d'enseignement est le suivant « dénombrer et constituer une collection d'objets ». Le matériel et son placement sont décrits dans la figure 3. La consigne est la suivante « va chercher juste ce qu'il faut de stores pour fermer toutes les fenêtres. Tu n'as droit qu'à un seul voyage ».

Dans cette activité, la variable didactique de disposition dans l'espace du matériel est la même que celle proposée par l'enseignante. Par contre, la variable didactique du nombre de voyages, non identifiée comme telle par l'enseignante dans son discours, est ici fixée à la valeur 1. Comme (Margolinas & Wozniak, 2012) l'analysent, fixer cette variable didactique à 1 a ainsi pour objectif de forcer le passage au dénombrement.

Bien que les valeurs des variables didactiques proposées par l'enseignante ne soient pas les mêmes que celles fixées dans l'activité immeuble 1, l'enseignante a immédiatement relié Immeuble 1 à l'activité qu'elle propose. A l'aune de son discours et des différences qu'elle fait entre les 1H et les 2H on peut faire l'hypothèse que proposer cette activité, avec ces choix de valeurs de variables, permet que toute la classe travaille avec des objectifs différents, mais sur la même tâche. Elle permet ainsi que les 1H puissent réussir cette activité seulement avec de l'association terme à terme (l. 19, « l'enfant qui n'est pas du tout dans le nombre il va faire comme je viens de faire »), tout en orientant vers le dénombrement pour les plus grands. Pour cela, elle prend plus appui sur une consigne explicite que sur la valeur de la variable nombre de trajet.

Ainsi pour passer du jeu libre à l'activité structurée prenant appui sur les intérêts des élèves l'enseignante convoque plusieurs gestes professionnels : l'un lui permet de reconnaître dans les jeux libres des élèves des savoirs relatifs à la construction du nombre – ce geste est ainsi relié à ses connaissances didactiques et épistémologiques y afférentes ; le deuxième consiste en l'anticipation de procédures d'élèves possibles et leurs liens avec l'apprentissage visé ; enfin, le troisième consiste en la modulation de certaines variables didactiques afin d'atteindre l'apprentissage visé tout en restant dans une activité qui part de l'intérêt des élèves.

Conclusion

Dans le cas de notre enseignante, on constate que l'identification du savoir en jeu est affinée par l'étude des procédures : l'enseignante reconnaît immédiatement une activité de construction du nombre, mais s'appuie sur les procédures des élèves pour affiner, même implicitement, leurs intérêts vis-à-vis de ce savoir. En effet, la mise en lumière des procédures lui permet d'identifier deux stades possibles : celui de l'association terme à terme et celui du dénombrement par comptage. Implicitement, dans son interview, elle fait varier les valeurs de variables didactiques et explique les impacts de ces variations. La non-identification de la variable didactique du nombre de trajets (à laquelle elle substitue une variable didactique de la spécificité du dernier trajet) apparait comme un manque dans sa possibilité de faire évoluer les procédures des élèves vers le dénombrement par comptage sans devoir intervenir, au risque de faire descendre l'intérêt des élèves. Elle choisit à la place de mettre en place un challenge, mais qui découle d'une injonction de l'enseignant et pas de l'intérêt direct de l'élève. Ainsi, il apparaît après cette analyse que former cette enseignante à un geste d'analyse *a priori* professionnel (qui comprendrait notamment une identification des procédures, mais également une analyse des variables didactiques et de leur impact) lui permettrait d'améliorer encore le lien entre le jeu des élèves et les activités structurées.

Ce besoin de formation est renforcé par le texte d'accompagnement des moyens d'enseignement romands 1-2H en mathématiques qui mentionne :

> Il va […] falloir déterminer les conditions pour que ce passage [en l'occurrence, un saut informationnel] soit rendu indispensable. Pour cela, il sera nécessaire de se livrer à une analyse a priori des activités qu'on propose aux élèves (voir texte analyse a priori) et identifier les choix à faire (variables didactiques) pour « forcer » ce passage (extrait du fichier Le nombre – premiers apprentissages – cycle 1).

Ainsi, ce texte lie l'analyse *a priori*, en tant que geste professionnel, à la capacité de l'enseignant à générer des apprentissages via un saut informationnel. Cependant, notre étude met en lumière que l'analyse *a priori* permet également, dans un apprentissage au cycle 1 basé sur le jeu, de proposer des activités proches des intérêts des élèves au sens de Clerc-Georgy (2017, p.34) et cela qu'elles soient inventées par l'enseignant·e ou issue des moyens d'enseignement romands.

De plus, pour spécifier les propos de Clerc-Georgy, en mathématiques, il apparaît que l'identification des procédures possibles face à une tâche est au cœur de l'identification des savoirs que les tâches d'apprentissages permettent de construire. En effet, Candy et Mili (2019) montrent que les activités des moyens d'enseignement dans le thème « numération » proposent un grand nombre de tâches où diverses procédures, porteuses de divers savoirs sont possibles. Cette diversité avait été identifiée comme intéressante dans l'optique de partir des intérêts des élèves et de proposer des activités structurées au plus proche. Cependant, cela ramène au besoin de contrôler l'évolution des apprentissages dans une classe hétérogène sur deux niveaux au travers d'une même activité et donc de hiérarchiser les procédures via le contrôle des valeurs des variables didactiques.

Ainsi, même si cette étude s'appuie sur le discours d'une seule enseignante, elle met en lumière le potentiel de former les enseignant·e·s à conduire une analyse *a priori* en formation des enseignantes et enseignants. Cependant, cela questionne sur la transposition didactique de ce savoir didactique issu de la recherche à l'enseignement et sur sa place en tant que geste professionnel. Nos recherches en cours visent à apporter des réponses à ce questionnement.

Bibliographie

Bessot, A. (2004). Une introduction à la théorie des situations didactiques (Master "Mathématiques, Informatique" de Grenoble 2003-2004).

Brousseau, G. (1982). Les objets de la didactique des mathématiques. *Actes de la Troisième école d'été de didactique des mathématiques*, 5-17.

Brousseau, G. (1998a). Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations. *Repéré à http://guy-brousseau.com/wpcontent/uploads/2010/09/Glossaire_V5. pdf.*

Brousseau, G. (1998b). *Théorie des situations didactiques.* Grenoble : La pensée sauvage.

Candy, J. & Mili, I. (2019). L'apport de l'étude de modèles épistémologiques de référence à la formation des enseignants du primaire ou du secondaire, pp. 679-687. *Actes du 46ème colloque international sur la formation en mathématiques des professeurs des écoles.* Lausanne : Suisse. http://www.arpeme.fr/documents/Actes-Lausanne-e.pdf

Clerc-Georgy, A. (2017). Pas d'apprentissage sans imagination ni d'imagination sans apprentissage, dans Apprendre à comprendre dès l'école maternelle, Réflexions, pratiques et outils sous la coordination de Isabelle Lardon. In *GFEN Maternelle, Apprendre à comprendre dès l'école maternelle. Réflexions, pratiques, outils.* Lyon : Chronique Sociale.

Margolinas, C. Wozniak, F. (2012). *Nombre à l'école maternelle : Une approche didactique.* Bruxelles : De Boeck.

Annexes

Transcription de l'interview de l'enseignante

Héloïse : Là (Fig. 2) on est parti dans de la motricité fine […]. Donc je leur ai présenté ça par rapport au…vraiment purement moteur. […] La suite, [pour les maths], ce serait que le matériel il soit ailleurs. Je choisis par exemple ce matériel, j'ai le matériel qui est posé ailleurs dans la classe (Fig. 4), j'ai un plateau et puis je dois remplir mes glaçons avec mes pompons (Fig. 4), mais je dois arriver juste au nombre. J'ai pas le droit de prendre plus. Ça veut dire que, là je me dis pour l'instant c'est tout vide, je vais partir et puis je vais prendre plein de pompons et puis je vais arriver là et […] je remplis.

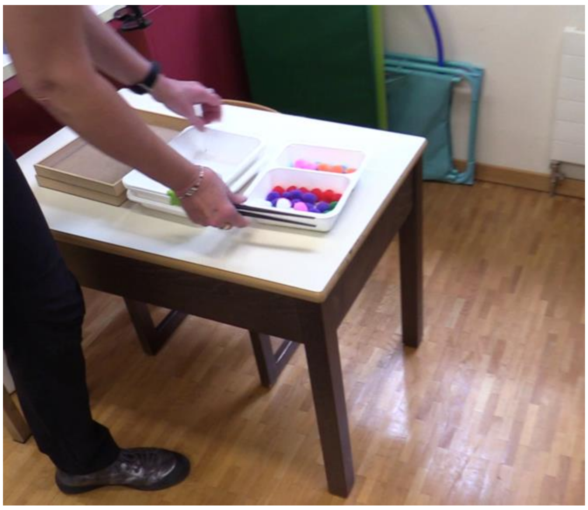


Fig. 4 : L'enseignante qui éloigne le matériel

Alors là (Fig. 5) je vois qu'il m'en reste encore tout plein donc je peux retourner chercher. Et puis du coup cela fait un peu celui des stores, ou des volets, ou de l'immeuble. Et puis au bout d'un moment quand j'arrive je peux reprendre encore bon j'en ai pas assez (retourne en chercher), mais je n'ai pas le droit de prendre plus. Si j'en ai plus j'ai perdu. […] Ça veut dire qu'au bout d'un moment je ne vais plus pouvoir prendre une poignée. Parce qu'il ne faut pas que je prenne plus. Donc je me dis je vais encore prendre trois là pour…ok. (va en chercher trois). […] Un, deux, trois. Là je suis sûre de pas prendre plus. Là je mets mes trois. Ah il ne me reste plus qu'une ligne (Fig. 6). Euh. Bah je vais arriver dans le dénombrement. Un, deux, trois quatre et je vais chercher : j'ai quatre et j'ai gagné. […]

Fig. 5 : Remplissage du bac à glaçon avec les pompons

Fig. 6 : L'élève compte pour le dernier voyage

I [1]: Pourquoi tu forcerais pas ça avant ? C'est-à-dire, par exemple, quand l'élève a rempli cette zone-là (Fig. 7) pourquoi ne pas forcer l'affaire en disant : « maintenant vous ne faites plus qu'un seul voyage » ou des choses comme ça ?

Fig. 7 : Désignation de l'observateur

[1] Personne qui mène l'entretien.

Héloïse : Alors moi je pense que typiquement je n’aurais pas besoin de le faire, parce que d’après moi l’enfant qui n’est pas du tout dans le nombre il va faire comme je viens de faire. C’est-à-dire j’imagine plutôt des premières (1H) ou des enfants qui sont pas du tout dans le nombre. […]. Par contre, je pense, des 2H qui sont déjà bien dans le nombre, certainement qu’ils vont aller un bout et puis le défi ça va être de compter car ils sont dans le comptage. La démarche va être certainement différente. Je vais avoir aussi des enfants […] qui vont mettre les pompons de manière aléatoire et qui vont compter les espaces vides pour pouvoir arriver sur le bon nombre. Et là, de nouveau, c’est à l’enseignante de voir où en est l’enfant puis je trouve que tu lances un défi à l’enfant. Si tu vois un enfant qui arrive jusque-là (montre la dernière ligne laissée vide comme sur la figure 5) et qui a besoin de compter que les quatre derniers je pense que la prochaine fois tu peux lui dire : « écoute, aujourd’hui tu as fait ça, moi j’aimerais que la prochaine fois tu me laisses deux lignes ou trois lignes de vide, et puis tu vas essayer de compter combien il t’en faut ».

ENRICHISSEMENT D'UNE SEQUENCE DES MOYENS D'ENSEIGNEMENT ROMANDS DE MATHEMATIQUES PAR DES SORTIES A VISEE PEDAGOGIQUE

Cédric Béguin et Clara Rittiner

HEP-BEJUNE et Ecole obligatoire de La Chaux-de-Fonds

Dans le Plan d'Etude Romand – ci-après PER - (CIIP, 2010), les sorties scolaires à visée pédagogique n'apparaissent que dans de rares objectifs d'apprentissages et pour seulement quelques disciplines (Arts visuels, Sciences de la nature et dans le domaine des Sciences humaines et sociales). Par sortie scolaire à visée pédagogique, nous entendons ici des « sorties qui ont pour but de faire acquérir des connaissances, et qui se définissent en termes de stratégie d'apprentissage » (Gonnin-Bolo, Bouchon, & Pedemay, 1989, p. 30). Cette pratique, selon ces auteurs, « permet d'installer plus solidement des acquis, de faire découvrir en vraie grandeur ce qu'il est difficile de montrer à l'école, de faciliter le passage du concret à l'abstrait » (p. 35).

Dans le cas particulier des mathématiques, aucune allusion n'est faite à des sorties. Pourtant, ces activités extramuros devraient permettre de fournir des situations de référence conceptuelle au sens de Vergnaud. Rappelons que pour étudier le développement et le fonctionnement d'un concept, au cours de l'apprentissage ou lors de son utilisation, ce dernier donne une définition de concept comme un triplet de trois ensembles (1990, p. 145) :

- *l'ensemble des situations qui donnent du sens au concept (la référence) ;*
- *l'ensemble des invariants sur lesquels repose l'opérationnalité des schèmes (le signifié) ;*
- *l'ensemble des formes langagières et non langagières qui permettent de représenter symboliquement le concept, ses propriétés, les situations et les procédures de traitement (le signifiant).*

Ce rappel du développement d'un concept au cours de l'apprentissage souligne à quel point une sortie à visée pédagogique peut être emblématique de la recherche de référence :

- Ces sorties reposent entre autres sur des arguments de « nature didactique et évoquent l'importance accordée au *réel*, au *concret*, au *sensoriel* comme point de départ de la conceptualisation, l'activité mentale des apprenants, le respect des styles cognitifs différents, et s'enracinent dans les thèmes de l'apprentissage (Gonnin-Bolo, Bouchon, & Pedemay, 1989, p. 31).
- Les sorties concourent ainsi à faire évoluer les représentations des apprentissages scolaires en les confrontant avec la réalité. Elles illustrent l'intérêt et la diversité des manières d'apprendre qui font une part prépondérante à l'activité des élèves sollicités, aussi bien sur les plans moteur, social, sensible que cognitif. Les sorties scolaires mobilisent des savoirs et des savoir-faire constitutifs de disciplines différentes. Elles constituent enfin des occasions propices à l'apprentissage de la vie collective. (Chauvin, 2003, pp. 92-93)
- À l'école, ce qui rend l'apprentissage difficile est qu'il s'agit d'un *monde sur papier*. Ce monde abstrait est sans relation directe avec l'expérience des apprenants. La difficulté consiste justement à savoir comment on peut relier le savoir empirique et le savoir conceptuel (Barth, 2013, p. 55).

Malheureusement comme le souligne Thoraval (2013), les sorties sont en perte de vitesse bien qu'elles soient entrées dans les esprits et débats actuels. Différents facteurs freinent les sorties, tels que la peur des accidents, la charge administrative, l'horaire, le manque de formation des enseignants, le coût parfois (Gonnin-Bolo, Bouchon, & Pedemay, 1989, pp. 23-24).

De plus, tout est de nos jours aménagé pour que nous puissions tout réaliser en classe. A l'heure où, grâce à internet, on peut voir en quelques clics le monde entier, à quoi bon sortir ? Comme le relève Ivanoff

(2013), « c'est paradoxalement, parce que les enfants ont accès à tous ces documents et ces informations virtuelles qu'il est aujourd'hui encore plus essentiel d'organiser ces sorties scolaires et des rencontres avec le réel. »

Dans cet article, nous souhaitons illustrer que l'enrichissement d'une séquence des nouveaux moyens d'enseignement romands de mathématiques par des sorties à visée pédagogique peut amener dès les premiers degrés de la scolarité des éléments parfois essentiels aux apprentissages :

- « In the affective domain, the most important impacts of learning in school grounds/community settings include greater confidence, renewed pride in community, stronger motivation toward learning, and greater sense of belonging and responsibility. » (Rickinson, et al., 2004)
- « En diversifiant les modes d'approche, on crée aussi de la motivation, et chez certains élèves la sortie pourra créer un déclic et donner du sens aux apprentissages. » (Gonin Bolo, 2014)

Dans un premier temps nous présentons la séquence d'enseignement qui comprend trois interventions en classe et deux interventions extramuros dans un milieu urbain. L'expérience a été réalisée dans une demi-classe de 1ère année de scolarité obligatoire de la Chaux-de-Fonds comportant onze élèves (sept garçons et quatre filles), âgés de 4 à 5 ans.

Pour l'analyse de la mesure de l'enrichissement de la séquence par les sorties, nous avons observé les postures des élèves, en classe comme à l'extérieur, selon les six catégories de postures proposées par Bucheton et Soulé (2009). Nous montrerons en particulier que les postures dogmatiques et de refus sont absentes des interventions en extérieur, alors qu'elles apparaissent en classe.

Nous conclurons en laissant la parole aux élèves et à l'enseignante qui a mené la séquence. Nous espérons convaincre le lecteur de la plus-value de l'intégration de sorties à visée pédagogique dans une séquence construite sur la base de moyens officiels, mais dont l'objectif final est redirigé vers une référence conceptuelle explicite, ici un travail issu de la prévention routière.

La séquence

La séquence proposée ici reprend des activités du chapitre *Figures et transformations géométriques* de l'axe thématique *ESPACE* du moyen d'enseignement romand (www.ciip-esper.ch) et contribue à deux *apprentissages visés* de ce moyen :

a) *reconnaître des formes géométriques simples* ;
b) *construire une forme géométrique avec du matériel divers.*

A ces deux *apprentissages visés*, la séquence prévoit deux sorties pour enrichir ce qui est proposé par un apprentissage qui vise explicitement la référence conceptuelle :

c) faire le lien entre la forme des panneaux de signalisation et leur signification : danger=triangle, prescription=rond, indication=rectangle.

Les élèves concernés n'ont jamais été confronté en classe à la notion de formes géométriques, la séquence ne suppose donc aucun prérequis pour ces apprentissages. La séquence est constituée de cinq interventions dont les troisième et cinquième sont des sorties.

1. Durant la première leçon, grâce à l'activité « Baguette et boulettes » tirée du moyen d'enseignement romand, les élèves découvrent quatre formes géométriques planes : rond, triangle, rectangle, carré. Les élèves vont se familiariser avec du matériel (baguettes et pâte à modeler) afin de construire des formes géométriques de toutes sortes, puis ils devront être capables d'associer les quatre formes géométriques (carré, rectangle, triangle et rond) et leur reproduction dessinée.
2. La deuxième intervention est inspirée de l'activité « Recopie mes figures » du moyen d'enseignement romand. Le matériel proposé aux élèves est ici différent : allumettes, pailles, ficelles.

3. La troisième intervention se passe en extérieur et s'inspire de l'activité « le photographe » du moyen d'enseignement romand. Cette leçon est ludique puisqu'elle ressemble à une chasse au trésor. Les élèves doivent chercher dans l'environnement extérieur les formes découvertes lors des deux premières interventions. Une trace de leur découverte est conservée sous la forme de photographies.
4. La quatrième intervention est un réinvestissement de la troisième. Les élèves doivent classer les formes qui auront été prises en photo durant la leçon précédente. Ils doivent ensuite comparer les différentes photos d'un groupe de formes et observer s'il y a des ressemblances dans un même groupe. Cette dernière tâche a pour objectif de les amener à réaliser que, pour les panneaux de signalisation, le triangle est principalement un signal d'attention ou de danger, que le rond est un signal d'obligation ou d'interdiction (prescription) et que le rectangle, principalement une indication. Notons qu'au début de la leçon, toutes les formes photographiées restent présentes, qu'elles soient des panneaux de signalisation ou non.
5. Une dernière intervention est menée à nouveau à l'extérieur. Cette fois-ci, il est demandé aux enfants de trouver les panneaux de signalisation de formes ronde, triangulaire et rectangle et d'y associer les significations de dangers, prescriptions ou indications.

Mesure de l'enrichissement par les sorties

Nous utilisons pour notre analyse la classification des postures proposée par Bucheton et Soulé (2009). Pour ces auteurs, dans la suite de la théorie des concepts en acte de Vergnaud, une posture est un schème préconstruit du « penser-dire-faire », que le sujet convoque en réponse à une situation ou à une tâche scolaire donnée. Bucheton et Soulé (ibid.) identifient six différentes postures d'élèves :

- Par posture **première** on décrit la manière dont les élèves se lancent dans la tâche sans trop réfléchir, laissant jaillir toutes sortes d'idées ou de solutions sans y revenir davantage.
- La posture **scolaire** caractérise davantage la manière dont l'élève essaie avant tout de rentrer dans les normes scolaires attendues, tente de se caler dans les attentes du maître.
- La posture **ludique-créative** traduit la tentation toujours latente et plus ou moins assurée de détourner la tâche ou de la re-prescrire à son gré.
- La posture **dogmatique** manifeste une non-curiosité affirmée. Le « je sais déjà », le « mon ancien maître, ma mère, etc. me l'ont déjà dit ».
- La posture **réflexive** est celle qui permet à l'élève non seulement d'être dans l'agir mais de revenir sur cet agir, de le « secondariser » pour en comprendre les finalités, les ratés, les apports.
- La posture de **refus** : refus de faire, d'apprendre, refus de se conformer est toujours un indicateur à prendre très au sérieux. Elle renvoie souvent à des problèmes identitaires, psycho-affectifs, à des violences symboliques ou réelles subies par les élèves.

Deux remarques préalables sont nécessaires avant de présenter les résultats des observations de ces cinq interventions.

Sur la nature des interventions en classe, nous avons choisi volontairement des activités basées sur de l'expérimentation et la manipulation de matériel. Nous souhaitions ainsi ne pas comparer les effets de la sortie par rapport à des leçons trop structurées, par exemple une intervention ciblée sur l'automatisation d'un savoir ou d'un savoir-faire.

Deux enfants présentent un profil particulier qui influe fortement sur les postures qu'ils peuvent adopter pendant les leçons. L'élève A est hémiplégique et beaucoup d'activités sont difficiles pour lui. Une assistante socio-éducative a été présente lors des cinq interventions pour le soutenir. L'élève B vit une situation familiale très difficile et adopte souvent une posture de refus. Nous citerons les cas où ces situations peuvent influer sur les observations faites.

Avant de présenter un tableau de fréquence de ces postures, il nous parait intéressant de décrire globalement les comportements des enfants lors de chaque intervention.

1. Suite à la présentation du matériel à utiliser (baguettes et pâte à modeler), les enfants sont très curieux des tâches qui les attendent. Après les consignes, chaque enfant construit une forme plane, avec une grande variété de propositions de polygones. Seul l'élève A a une grande difficulté à participer. La mise en commun permet une institutionnalisation locale des termes *sommet* et *côté*. Dans un deuxième temps de nouvelles formes (rond, triangle, carré et rectangle) sont proposées et chaque enfant doit retrouver la forme qui correspond à une image reçue sur une feuille individuelle. Les termes *rond*, *triangle*, *carré* et *rectangle* sont institutionnalisés localement et les enfants prennent conscience de l'absence de sommet et de côté pour le rond. Cette leçon vise à introduire la nomenclature et quelques caractéristiques des formes étudiées (le signifiant de Vergnaud), éléments qui seront repris au début de l'intervention suivante. Ce deuxième temps a vu une nette baisse de concentration globale.


Fig. 1 : Illustration de Baguette et boulettes

2. La deuxième intervention a lieu une semaine après la première. Un premier atelier permet aux enfants de se rappeler les termes introduits précédemment. Cinq enfants identifient 4 formes, quatre enfants 3 formes, un enfant 1 forme et l'élève B n'entre pas en matière (posture de refus). Dans un second atelier les enfants doivent reconstruire les formes par groupe de deux avec du matériel différent (allumettes, pailles et ficelle). Trois groupes y parviennent sans difficulté. Le groupe avec l'élève A peine à entrer dans l'activité, mais parvient finalement à accomplir la tâche. L'élève seul (prévu avec l'élève B) construit trois formes. Cette leçon vise à consolider et entraîner les schèmes de reconnaissance des formes géométriques étudiées (le signifié de Vergnaud). Sur un plan didactique, nous soulignerons ici que ces schèmes de reconnaissance qui seront ensuite exploités par la suite sont ceux de la géométrie naturelle (Houdement & Kuzniak, 2006) : le mode de validation privilégié est la perception, même si quelques caractéristiques des formes ont déjà pu être formalisées. « L'expérience, l'intuition et le raisonnement (principalement inductif) s'y exercent sur des objets qui renvoient en principe directement au réel » (Tanguay & Geeraerts, 2012).

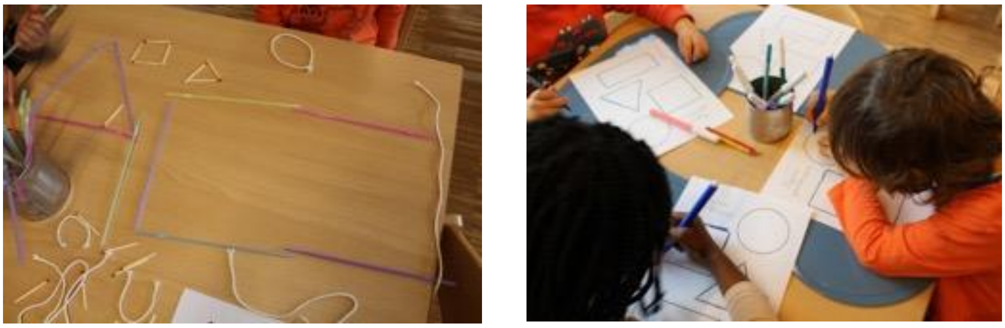


Fig. 2 : Exemples d'atelier

3. La chasse aux formes qui suit en extérieur remporte un franc succès. Les enfants identifient quarante-neuf formes et tous sont actifs. Quatre enfants sortent du lot par l'originalité et le nombre des supports trouvés, mais tous font des propositions, y compris l'élève B qui était en posture de refus la leçon précédente. Voici quelques exemples de traces dans la figure 3.

Fig. 3 : Exemples de formes récoltées lors de la Chasse aux formes

Le succès de l'activité se confirme lors du retour en classe à la fin de la période, puisque tous poursuivirent instantanément l'activité dans la classe.

4. Une semaine s'écoule à nouveau après la chasse aux formes en extérieur. Les quarante-neuf images sont disposées sur une grande table et les élèves par groupes de deux ou trois ont pour consigne de regrouper les images comme bon leur semble. Tous les groupes utilisent la forme comme critère de regroupement. Deux groupes de trois enfants effectuent sans difficulté la tâche. Le groupe de trois avec l'élève B doit être soutenu, ce dernier n'écoutant pas la consigne. Quant au groupe de deux incluant l'élève A, il est en échec, le coéquipier de A se positionnant en posture de refus. La mise en commun se fait ensuite en se restreignant aux traces des panneaux de signalisation. La signification d'une partie d'entre eux permet à l'enseignante une institutionnalisation locale de la bijection rond→prescription (obligation ou interdiction), triangle→danger, rectangle/carré→indication. Cette restriction aux panneaux de signalisation dont la forme porte une signification spécifique formalise la situation donnant sens au concept étudié (la référence de Vergnaud), situation qui sera vécue intégralement par les enfants lors de la dernière leçon.

5. Lors de la chasse aux formes de panneaux de signalisation qui suit, le succès est similaire à la troisième intervention. Les enfants identifient surtout des panneaux de formes ronde et triangulaire, leur signification leur étant plus familière que celle des panneaux rectangulaires. Dans l'après-midi qui suit, deux enfants montrent même avec fierté les panneaux qu'ils ont identifiés dans leur jeu de petites voitures.

Nous avons répertorié la fréquence de survenue des six postures de Bucheton et Soulé (2009). Nous n'avons volontairement pas pondéré par le nombre d'élèves considérés. Ainsi, si une tâche provoquait la posture première d'un ou de onze élèves à un moment précis, une occurrence simple était comptée. L'idée étant ici de mesurer l'impact du lieu des activités et donc des tâches sur l'apparition de chaque type de posture, c'est cette apparition qui nous intéressait et non les effectifs de chaque occurrence.

Le tableau ci-dessous présente les fréquences observées. Une valeur de 2 signifie donc qu'en moyenne les activités proposées ont provoqué à deux reprises par intervention la posture donnée d'au moins un élève.

Postures	première	Scolaire	ludique-créative	dogmatique	réflexive	de refus
en classe	1	2	1	1/3	1	2/3
en sortie	1	2	2	0	1	0

Tableau 1 : Fréquences des postures observées

Le degré observé étant le premier de la scolarité obligatoire, c'est sans surprise que la posture première apparait à chaque intervention en début d'activité et ceci indifféremment du contexte dans ou hors des murs.

De façon identique, les enfants de cet âge cherchent encore avant tout à répondre aux attentes de leur enseignant et la posture scolaire est la plus présente, à nouveau indifféremment du contexte de localisation.

La posture ludique-créative nécessite une analyse plus approfondie, car non seulement les fréquences sont différentes entre la classe et la sortie, mais de plus les causes et conséquences de ces postures méritent d'être précisées :

- En classe, cette posture apparait
  - lorsqu'une tâche est trop longue, que les élèves sont fatigués et que le détournement de celle-ci est une échappatoire ;
  - lorsque le matériel proposé pousse à jouer avec sans trop se préoccuper de la tâche à accomplir.
- En sortie, cette posture apparait
  - lorsque le plaisir de la tâche est suffisant pour qu'elle devienne un jeu, jeu qui se prolonge au-delà de la leçon ;
  - lorsque la tâche est paramétrable et que le choix des paramètres peut simplifier et faciliter la tâche (dans ce cas par exemple, se contenter de chercher des ronds dans la chasse aux formes).

Nous observons ici que le détournement de la tâche n'a pas le même impact sur les apprentissages selon le contexte. Le détournement en jeu a été systématique en extérieur et a été favorable aux apprentissages, puisque dans ce cas le jeu ne dénaturait pas l'objectif opérationnel de l'intervention, même s'il l'a quelque peu réduit parfois. En classe, le détournement ou l'oubli de la tâche a permis aux élèves concernés de s'affranchir de l'objectif d'apprentissage. Sachant que le fait d'associer la sortie à une référence pour la notion mathématique étudiée (ici la signification des panneaux de signalisation) a clairement aussi contribué aux détournements favorables aux apprentissages, il n'est cependant pas clair de déterminer lequel des deux facteurs a été prépondérant.

L'occurrence de postures réflexives est étroitement liée aux tâches proposées. Dans la présente séquence, en classe ce sont en particulier les tâches liées à la manipulation de matériel nouveau qui a occasionné ces occurrences. En sortie, les deux chasses aux formes ont entraîné des postures réflexives liées au besoin de co-validation des découvertes : lorsqu'une forme est découverte, l'enfant veut la montrer à d'autres et souvent un travail réflexif s'engage, soit pour la première sur la nature de la forme, soit pour la seconde sur la signification du panneau.

Nous terminons en traitant simultanément les occurrences des postures dogmatiques et de refus qui ne surviennent qu'en classe.

Pour la première, les activités proposées en extérieur pouvaient difficilement entraîner une telle posture, même si la tâche avait été exécutée à l'intérieur. Rechercher des formes demandées dans son environnement ne semble pas pouvoir induire une posture dogmatique où que ce soit : le facteur de localisation ne semble ici pas aussi prépondérant que la nature de la tâche.

Ce qui, par contre, nous semble plus significatif est l'absence de posture de refus en sortie. Comme précisé par Bucheton et Soulé (2009), ce type de posture renvoie souvent à des problèmes identitaires et psycho-affectifs. Ainsi une posture de refus est-elle provoquée par un sentiment de tristesse (l'élève pleure) et d'impuissance (« L'école c'est trop dur ! »). Cette posture est d'autant plus probable lorsque l'équilibre affectif familial de l'élève est fragile, comme c'était le cas pour l'élève B. Il est remarquable de noter que malgré deux élèves fragilisés, l'un par sa vision de l'école, l'autre par sa situation familiale, aucune posture de refus n'apparait dans les sorties. Nous nous permettons de penser, avec l'enseignante titulaire, que le cadre de la sortie, tout comme l'exploitation d'une référence claire contribuent à cela.

Soulignons encore que nous n'avons pas cherché dans cette étude à analyser la corrélation avec les postures que l'enseignante a pu adopter tout au long des cinq interventions. Les travaux de Bucheton et Soulé (2009) montrent que certaines postures de l'enseignante vont favoriser l'apparition de certaines postures d'élèves dans un jeu d' « ajustement réciproque ». Les postures relevées ont été en lien direct avec les objectifs d'apprentissage choisis. Nous n'avons pas noté, par exemple, des occurrences de postures scolaires d'élèves en réponse à une posture de « contrôle » de l'enseignante au sujet des consignes de sécurité des sorties. Nous noterons tout de même que les activités proposées dans cette séquence ont été pensées pour permettre de longs moments de postures d' « accompagnement » et de « lâcher-prise » de l'enseignante (Bucheton & Soulé, 2009, p. 40).

Conclusion

Nous souhaitions avant de conclure donner la parole aux enfants et à l'enseignante qui ont vécu cette séquence.

Les premiers se sont exprimés spontanément en répondant à deux questions :

- sur l'activité préférée vécue et liée aux formes, six mettent en avant la construction libre de formes avec baguettes et pâte à modeler, alors que cinq ont préféré le travail avec les formes trouvées lors des sorties ;
- sur l'appréciation des sorties, neuf ont vraiment aimé et deux n'ont pas apprécié.

Nous noterons que l'activité préférée en classe est en fait une activité d'appropriation du matériel où aucun des objectifs d'apprentissage n'est encore exercé. Pour les tâches directement liées aux objectifs d'apprentissage, seules les activités liées aux sorties sont citées (nous préciserons ici que nous avons lié aux sorties les réponses des enfants ayant préféré travailler sur leurs formes découvertes lors de celles-ci, même si une partie de ce travail se faisait en classe). Enfin pour les deux élèves qui n'ont pas aimé les sorties, l'un c'est parce qu'il est tombé lors d'une de celles-ci et l'autre car il a eu froid, la sortie ayant eu lieu en novembre.

L'enseignante a été questionnée dans le cadre d'un entretien semi-directif, ce dernier permet d'orienter une partie du discours à l'aide de questions, tout en laissant une ouverture à la personne interrogée. Elle a trouvé dans l'ensemble les élèves davantage motivés à l'extérieur car, pour eux, ne plus être dans le cadre scolaire leur fait découvrir plein de choses. Elle a été surprise de la capacité des élèves à maintenir leur concentration sur la tâche donnée : ils n'étaient pas en balade, mais étaient là pour chercher. Elle indique cependant, que les élèves ayant des difficultés en classe doivent souvent aussi être davantage guidés à l'extérieur car ils sont parfois déconcentrés par tout ce qu'il y a autour d'eux. Sortir ne lui fait pas peur et la préparation n'est pas plus grande qu'une activité en classe pour elle. Cependant, la sécurité est quelque chose qui l'interpelle et, si le comportement de ses élèves posait problème, elle ne prendrait pas le risque de sortir seule mais demanderait à un parent ou un collègue de l'accompagner. Elle mentionne également le fait qu'elle préfère sortir en demi-classe afin de mieux les observer. Elle conclut que les sorties bien intégrées dans une séquence d'apprentissage sont en définitive un gain de temps, une variation naturelle de l'enseignement et pour les enfants une meilleure connaissance de l'environnement proche de l'école.

Nous concluons dans le sillage des propos de l'enseignante qui a mené cette séquence. Si le changement de cadre des sorties a certainement augmenté la motivation intrinsèque des élèves, il a surtout permis aux plus fragiles sur le plan psycho-affectif de ne jamais adopter une posture de refus. Il a également démultiplié les occurrences de posture ludique-créative en détournant en jeu les tâches proposées, mais sans dénaturer les objectifs visés. En effet, une fois les élèves rentrés en classe après la sortie, des formes étaient perçues sans sollicitation de l'enseignante. Précédemment, aucun élève n'avait mentionné la présence de formes dans la classe.

Contextualiser le savoir à l'extérieur a donc permis aux enfants de réaliser la présence omniprésente des formes géométriques, ce qui n'aurait peut-être pas été le cas sans la sortie. Le fait d'avoir également construit la séquence avec une visée de référence conceptuelle dans la signification des formes des panneaux de signalisation a certainement contribué à ce que l'objectif visé reste clair dans le jeu de la chasse aux formes. La preuve la plus évidente restera probablement le fait que la chasse s'est poursuivie bien au-delà de la leçon avec l'identification de ces mêmes panneaux dans les jeux des petites voitures.

Cette dernière remarque peut nous pousser à formuler l'hypothèse qu'amener les élèves à donner du sens dans une situation concrète au concept étudié peut favoriser une posture réflexive presque naturelle : ici les enfants se sont mis à intégrer le concept dans leur jeu de voitures et à adapter leurs actions en fonction de la signification des panneaux rencontrés. Pour observer plus explicitement la validité de notre hypothèse, nous pourrions même rêver que ce parcours entre le concept mathématique de forme géométrique et une référence trouve son aboutissement dans une sixième intervention, celle de la prévention routière de la gendarmerie.

Pour conclure cet article, nous souhaitons qu'il donne la motivation nécessaire à chaque titulaire de classe de bousculer son quotidien et chercher à donner du sens concret à son enseignement et aux apprentissages des élèves.

BIBLIOGRAPHIE

Barth, B.-M. (2013). *Élève chercheur, enseignant médiateur : donner du sens aux savoirs.* Montréal: Chenelière.

Bucheton, D. & Soulé, Y. (2009, Octobre). Les gestes professionnels et le jeu des postures de l'enseignant dans la classe : un multi-agenda de préoccupations enchâssées. *Éducation et didactique*, *3*(3), 29-48.

Chauvin, J. (2003). *Les classes de découverte ; ou l'école hors les murs de l'école.* Paris: L'Harmattan.

CIIP. (2010). *Plan d'études romand* (PER). Repéré à www.plandetudes.ch.

Gonin Bolo, A. (2014, avril 19). Rompre avec l'espace scolaire habituel. Récupéré sur Sorties scolaires / Ecole hors les murs: https://www.snuipp.fr/Rompre-avec-l-espace-scolaire

Gonnin-Bolo, A., Bouchon, M. & Pedemay, F. (1989). Les sorties scolaires : temps perdu ou retrouvé ? Quelques constats et suggestions sur les sorties scolaires. *Rencontres pédagogiques, 24*. Paris: INRP.

Houdement, C. & Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives, 11,* 175-193.

Ivanoff, O. (2013, janvier). Un enjeu éducatif majeur. *Cahier pédagogique : par ici les sorties, 502*, 50-52.

Rickinson, M., Dillon, J., Teamey, K., Morris, M., Young Choi, M., Sanders, D. & Benefield, P. (2004). *A review of Research on Outdoor Learning.* National Foundation for Educational Research and King's College London.

Rittiner, C. (2019). *Établir une séquence didactique mathématique incluant une sortie scolaire pédagogique pertinente au niveau de l'apprentissage.* Mémoire professionnel de Bachelor sous la direction de Cédric Béguin. HEP-BEJUNE.

Tanguay, D. & Geeraerts, L. (2012). D'une géométrie du perceptible à une géométrie déductive : à la recherche du paradigme manquant. *Petit x, 88,* 5-24.

Thoraval, L. (2013, janvier). Un dispositif à relancer. *Cahiers pédagogiques : par ici les sorties, 502*, 52.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques, 10* (2.3), 133-169.

ANALYSE DES ACTIVITES PROPOSEES DANS « NOMBRES & OPERATIONS » DES MER 1-2H

Marie-Line Gardes, Anouk Déglon, Stéphanie Javet-Schlegel, Claudia Turcotte et Marie-Caroline Croset

Haute École Pédagogique du Canton de Vaud, Lausanne, Suisse et Université Grenoble-Alpes, Grenoble, France

Cet article rend compte d'une étude à la croisée de deux chemins : d'une part une recherche portant sur l'enseignement du nombre dans deux institutions (l'école Montessori et l'école maternelle française) (Croset & Gardes, 2020), et d'autre part la mise en place d'une formation continue sur les nouveaux Moyens d'Enseignement Romands (MER) pour le cycle 1 (première et deuxième année de l'école primaire, 1-2H) dans le Canton de Vaud (ESPER CIIP, sd). La préparation de cette formation nous a conduites à nous interroger sur l'enseignement des activités proposées dans les axes thématiques *Nombres* & *Opérations* des moyens d'enseignement. Nous avons alors analysé ces activités grâce à l'outil proposé dans la recherche précitée, à savoir la *carte des connaissances pour construire le concept du nombre* à l'école maternelle.

Dans cet article, nous présentons les résultats de l'analyse des activités proposées dans les axes thématiques *Nombres* et *Opérations* des MER 1-2H. Nous commençons par détailler la *carte des connaissances pour construire le concept de nombre* à l'école maternelle. Puis nous présentons succinctement la structure des MER 1-2H et plus spécifiquement les deux axes thématiques *Nombres* et *Opérations*. Enfin, nous exposons l'analyse des activités proposées dans ces deux axes thématiques.

PRÉSENTATION DE L'OUTIL D'ANALYSE

Dans le cadre d'une recherche portant sur les apprentissages mathématiques à l'école maternelle en France, Croset et Gardes (2019) ont développé un outil didactique sous forme de carte permettant de modéliser les connaissances sur la construction du nombre. Le domaine mathématique étudié, celui de la construction du nombre, est le domaine où le nombre est en jeu. Il précède la connaissance explicite de la « grammaire » de l'écriture des nombres (Margolinas & Wozniak, 2012, p. 109). Les activités de reconnaissance de la correspondance entre la position du chiffre et le nombre de groupements ou celles portant sur un travail sémantique ou syntaxique sur le code symbolique (au sens de Fayol, 2012) ne sont ainsi pas prises en compte. Au niveau institutionnel, cela correspond aux objectifs *Poser et résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres naturels* et *Résoudre des problèmes additifs* du Plan d'Études Romand de cycle 1 en Suisse Romande.

La construction de cette carte (cf. Fig. 1) s'est faite à partir de différents textes de référence sur la construction du nombre chez l'enfant (pour des synthèses sur le sujet, voir Briand, Loubet & Salin (2004), Fayol (2012), Margolinas & Wozniak (2012)).

	Usage cardinal	*Usage ordinal*	*Décontextualisé*
Coder Décoder	Quantité → Code Code → Quantité	Position → Code Code → Position	
Associer	Quantité → Quantité	Position → Position	Code → Code
Comparer Ordonner	Quantités	Positions	Codes
Anticiper	Une quantité après une action	Une position après une action	Calculer avec des codes

Fig. 1 : Carte des connaissances pour la construction du nombre

Cette carte présente donc différents types de tâches faisant appel à l'utilisation du nombre. Notons que Réciter la comptine numérique et Énumérer ne sont pas présents dans cette carte, car ce sont des connaissances préalables au travail de construction du nombre et consubstantielles à plusieurs types de tâches de la carte (Margolinas, Wozniak & Rivière, 2015). La présentation des connaissances sous forme de carte permet de mettre en évidence un regroupement de différents types de tâches :

- en lignes sous un même genre de tâches (coder/décoder, associer, comparer/ordonner, anticiper)
- en colonnes sous un même usage du nombre (cardinal, ordinal et décontextualisé). Pour en savoir plus, le lecteur peut se référer à Croset et Gardes (2020) dans cette même revue.

Explicitons tout d'abord les usages du nombre. Lorsque le nombre est utilisé comme mesure d'une quantité, on qualifie son usage de cardinal. Il s'agit par exemple de dénombrer la quantité d'objets d'une collection : il y a 26 lettres dans l'alphabet. Lorsque le nombre est utilisé comme indication d'une position, on qualifie son usage d'ordinal. Il s'agit par exemple d'indiquer la position d'un objet dans une liste ordonnée d'objets : E est la cinquième lettre de l'alphabet. Lorsque l'utilisation du nombre ne fait appel *a priori* ni à une quantité ni à une position, on qualifie son usage de décontextualisé, par exemple lorsqu'on demande de comparer 6 et 7 ou d'effectuer le calcul 4+5.

Explicitons maintenant les différents types de tâches. Le tableau ci-dessous (cf. Fig. 2) propose une définition et un exemple de chaque type de tâches. Précisons que la volonté de regrouper des types de tâches sous les mêmes dénominations (par exemple Coder/décoder ou Associer), quel que soit l'usage, nous a amenées à faire des choix, non classiques, sur le nom des types de tâches. Par exemple, coder une quantité signifie dénombrer et associer des codes désigne transcoder.

Usage cardinal	Coder	Dénombrer, c'est-à-dire déterminer le nombre d'éléments d'une collection.	Combien y a-t-il de jetons dans cette boîte ?
	Décoder	Construire une collection de cardinal donné.	Donne-moi 5 jetons.
	Associer	Construire une collection de même cardinal qu'une collection donnée.	Va chercher autant de voitures que de garages.
	Comparer Ordonner	Comparer ou ordonner la quantité d'objets de deux ou plusieurs collections.	Dans quelle boîte y a-t-il le plus de jetons ?
	Anticiper	Regroupe des types de tâches où il s'agit d'anticiper une quantité après une action, c'est-à-dire prévoir le résultat avant d'effectuer l'action. Cette action peut être la réunion de deux collections, la décomposition d'une collection en sous-collections, le partage équitable d'une collection, etc.	
Usage ordinal	Coder	Exprimer la position d'un objet dans une liste ordonnée.	A quelle position est le lapin dans le train ?
	Décoder	Identifier la position d'un objet dans une liste ordonnée.	Montre-moi le cinquième wagon du train.
	Associer	Construire une liste ordonnée d'objets dans les mêmes positions qu'une liste donnée.	Place un lapin dans le même wagon que sur le train modèle.
	Comparer/ ordonner	Comparer ou ordonner la position de deux ou plusieurs objets dans une liste ordonnée d'objets.	Sur une piste de jeu, déterminer qui est le plus proche de l'arrivée.
	Anticiper	Regroupe des types de tâches où il s'agit d'anticiper la position d'un objet dans une liste après une action, c'est-à-dire prévoir la position avant de réaliser l'action. Par exemple, sur un plateau de jeu, déterminer la position d'un pion après le lancer de dé et avant de le déplacer.	
Décontextualisé	Associer	Transcoder, c'est-à-dire passer du mot-nombre à l'écriture chiffrée ou inversement	Montre-moi « trwa » sur la bande numérique. Quel est ce nombre (en montrant 3 sur la bande numérique)
	Comparer/ ordonner	Comparer deux nombres ou ordonner plusieurs nombres.	Quel nombre est le plus grand entre 4 et 7 ? Range les nombres du plus petit au plus grand : 3, 6, 2, 7.
	Anticiper	Fait référence aux opérations sur les nombres, au calcul mental ou écrit. Par exemple, combien vaut 4+5 ?	

Fig. 2 : Définitions et exemples des différents types de tâches présentés dans la carte des connaissances pour la construction des nombres

Dans la suite de l'article, nous montrons comment nous avons utilisé cet outil pour analyser les activités des thématiques *Nombres* et *Opérations* des MER 1-2H.

Présentation du PER et des MER 1-2H

Les objectifs du Plan d'Étude Romand (PER) (CIIP, 2010) pour le cycle 1 concernant la construction du nombre sont *Poser et résoudre des problèmes pour construire des représentations des nombres naturels* (MSN12) et *Résoudre des problèmes additifs* (MSN13). Une analyse des contenus réalisée avec la carte des connaissances de la construction du nombre met en évidence les éléments suivants pour les années 1 et 2 :

- Les types de tâches relatifs à l'usage cardinal du nombre sont tous mentionnés. On peut lire par exemple : dénombrement d'une petite collection d'objets et expression orale de sa quantité (coder); estimation du nombre d'objets d'une collection par perception globale (coder) ; comparaison de deux collections ou constitution d'une collection ayant un nombre donné d'objets par correspondance terme à terme (comparer ou décoder), augmentation et diminution du nombre d'objets d'une collection (anticiper) ; résolution de problèmes additifs et soustractifs (EEE, ETE), sans formalisation, en jouant la situation, en dessinant, ou en utilisant du matériel (anticiper). Notons que pour la comparaison de deux quantités, seule la procédure de correspondance terme à terme est attendue, les procédures de dénombrement relèvent des années 3 et 4.
- Les types de tâches relatifs à l'usage ordinal ne sont en revanche pas évoqués.
- Concernant les types de tâches relatifs à l'usage décontextualisé du nombre, seul le recomptage est évoqué comme procédure dans la rubrique *Calculs* (MSN13). Le transcodage (passage du mot-nombre à son écriture chiffrée et inversement) et l'« anticipation du résultat d'un calcul » ne sont mentionnés qu'à partir des années 3 et 4.

Le PER met donc en avant l'usage cardinal du nombre et sa dimension outil (Douady, 1986) : « Dans la 1re partie du cycle, les nombres ne sont pas des objets d'étude en soi, mais des outils pour nommer, lire et écrire des quantités dans des activités fonctionnelles ou dans des situations d'apprentissage » (CIIP, 2010).

Les moyens d'enseignement romands pour le cycle 1 se structurent en cinq axes thématiques (ESPER CIIP, sd.) : Recherche et stratégies, Espace, Nombres, Opérations, Grandeurs et Mesures, reliés aux objectifs du Plan d'Étude Romand (PER) (CIIP, 2010). Chaque axe est ensuite découpé en un ou plusieurs chapitres, puis différents apprentissages sont visés. Par exemple, l'axe thématique *Nombres* est relié à l'objectif *Poser et résoudre des problèmes pour construire des représentations des nombres naturels* du PER et se compose d'un chapitre intitulé *Découverte, construction et utilisation du nombre* qui propose six apprentissages : mémoriser la suite des nombres, passer du mot-nombre à son écriture chiffrée et inversement, énumérer des collections, dénombrer et constituer une collection d'objets, comparer des collections et identifier une position dans une liste ordonnée. Les activités proposées pour atteindre chacun de ces six apprentissages sont classées en activités d'introduction, activités d'entraînement et problèmes (cf. Annexe 1). L'axe thématique *Opérations* est relié à l'objectif *Résoudre des problèmes additifs* du PER et se compose d'un chapitre intitulé *Résolution de problèmes additifs* qui propose un apprentissage spécifique, celui de résoudre des problèmes additifs ou soustractifs (EEE et ETE)[1] avec des nombres inférieurs à 10. Les activités proposées pour atteindre ces apprentissages sont classées en activités d'introduction et problèmes (cf. Annexe 1).

Nous pouvons faire le constat de différences entre le découpage proposé par les MER et le PER. La première concerne *énumérer des collections* qui est explicitement mentionné comme apprentissage dans les MER (2 activités d'introduction et d'entrainement sont proposées) et seulement une indication pédagogique dans le PER (« La réussite du dénombrement par l'élève s'appuie sur plusieurs principes : le fait de considérer chaque élément une seule fois et sans en oublier (…) »). La seconde différence est à propos de l'apprentissage *passer du mot-nombre à son écriture chiffrée et inversement*, proposé dès les années 1 et 2 dans les MER (avec cinq activités d'introduction et d'entrainement) et préconisé dans le PER seulement en années 3 et 4. La troisième différence concerne l'apprentissage *identifier une position dans une liste ordonnée qui relève de l'usage ordinal du nombre*, qui est proposé dans les MER[2] (avec 5 activités d'introduction et d'entrainement) et qui n'est pas mentionné dans le PER. Enfin, concernant la résolution de problèmes additifs, notons que le PER précise que cette résolution de problèmes se réalise « sans formalisation, en jouant la situation, en dessinant, ou en utilisant du matériel », ce qui n'est pas rappelé explicitement dans les MER[3]. Nous analyserons plus précisément ces différences dans la partie suivante.

Les deux axes thématiques *Nombres* et *Opérations* proposent 60 activités aux enseignants (respectivement 46 et 14) pour le domaine de la construction du nombre tel que nous l'avons défini plus haut. Ce sont ces activités que nous avons analysées avec l'outil présenté précédemment.

Analyse des activités proposées dans les thématiques Nombres & Opérations des MER 1-2H

Pour conduire cette analyse, nous avons étudié chaque activité proposée dans ces deux axes thématiques pour identifier les types de tâches potentiellement travaillés par les élèves lors de l'activité. Par exemple, dans l'activité *Immeuble 1*, où la consigne indique « Va chercher juste ce qu'il faut de stores pour fermer toutes les fenêtres », il s'agit d'une tâche associée au type de tâches « Associer des quantités ». Certaines

---

[1] Ces notations font référence aux problèmes de compositions de deux états (EEE) et problèmes de transformation d'un état (ETE) de la classification de Vergnaud (1989).

[2] A noter que l'usage ordinal du nombre est mentionné dans le document « Le nombre – Premiers apprentissages – cycle 1 » présent dans la thématique *Nombres* des MER 1-2.

[3] Par ailleurs, les documents « L'addition et la soustraction dans l'ensemble des entiers naturels » et « Les différents types de calcul » présentent les opérations et les types de calculs de manière assez formelle, ce qui peut sembler contradictoire.

activités, notamment les problèmes, peuvent mettre en jeu plusieurs types de tâches. Par exemple, dans l'activité *Lapins et carottes* (cf. Annexe 2), nous avons identifié quatre types de tâches différents : anticiper une position après une action (pour le choix du sens de déplacement sur la piste de jeu), comparer des quantités (pour déterminer qui a gagné la partie, par exemple qui a le plus de carottes), associer des quantités (pour déterminer le nombre de cases du déplacement) et à nouveau associer des quantités (pour déterminer le nombre de carottes à mettre dans son panier).

Une fois l'analyse de chaque activité effectuée, nous avons comptabilisé le nombre de tâches par type présentes dans l'ensemble de ces deux axes thématiques. A noter que nous avons compté deux fois les types de tâches des activités qui peuvent être proposées en première et en deuxième année. Par exemple, pour *Lapins et carottes*, nous avons compté huit types de tâches. Nous présentons dans la carte ci-dessous (cf. Fig. 3) le nombre de tâches par type présentes dans les axes thématiques *Nombres* et *Opérations* des MER 1-2P.

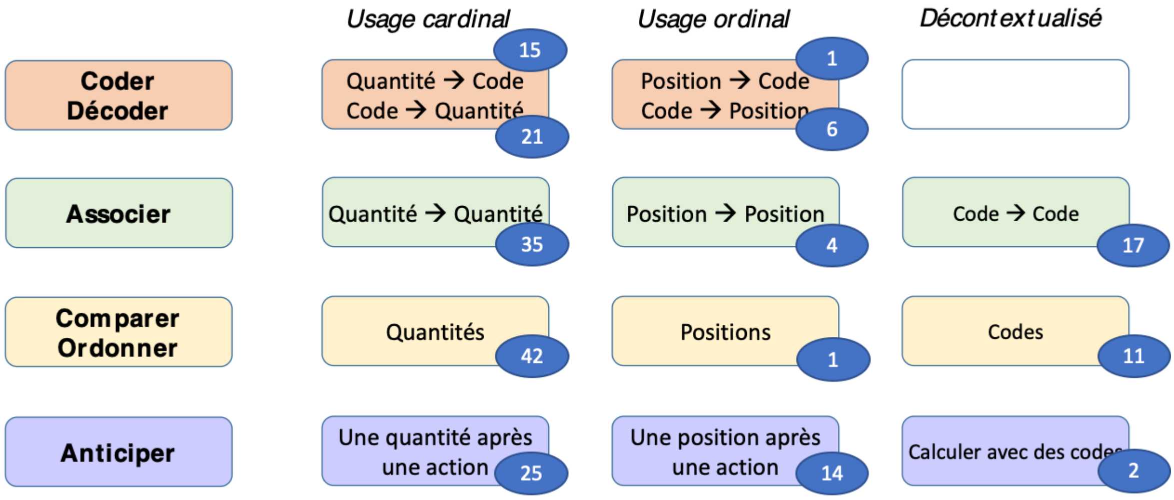


Fig. 3 : Nombre de tâches par type présentes dans les thématiques Nombres et Opérations des MER 1-2H

Nous avons comptabilisé 194 tâches différentes proposées dans les MER, relevant des 11 types de tâches. Concernant l'usage du nombre, elles sont réparties de la manière suivante : 138 proposent un usage cardinal (soit environ 71%), 26 un usage ordinal (soit environ 13%) et 30 un usage décontextualisé (soit environ 16%).

Tous les types de tâches sont représentés, mais certains sont, en proportion, davantage présents. C'est le cas notamment de « Comparer des quantités » qui comptabilise plus de 20% des tâches et de « Associer des quantités » qui comptabilise près de 18% tâches (cf. Fig. 4). Le type « Anticiper un résultat » représente près de 13% des tâches, il s'agit surtout des problèmes proposés dans la thématique *Opérations*. En revanche, les types de tâches « Coder/décoder une position » (3,6%), « Associer des positions » (2%), « Comparer des positions » (0,5%) et « Calculer avec des codes » (1%) sont peu représentés relativement aux autres.

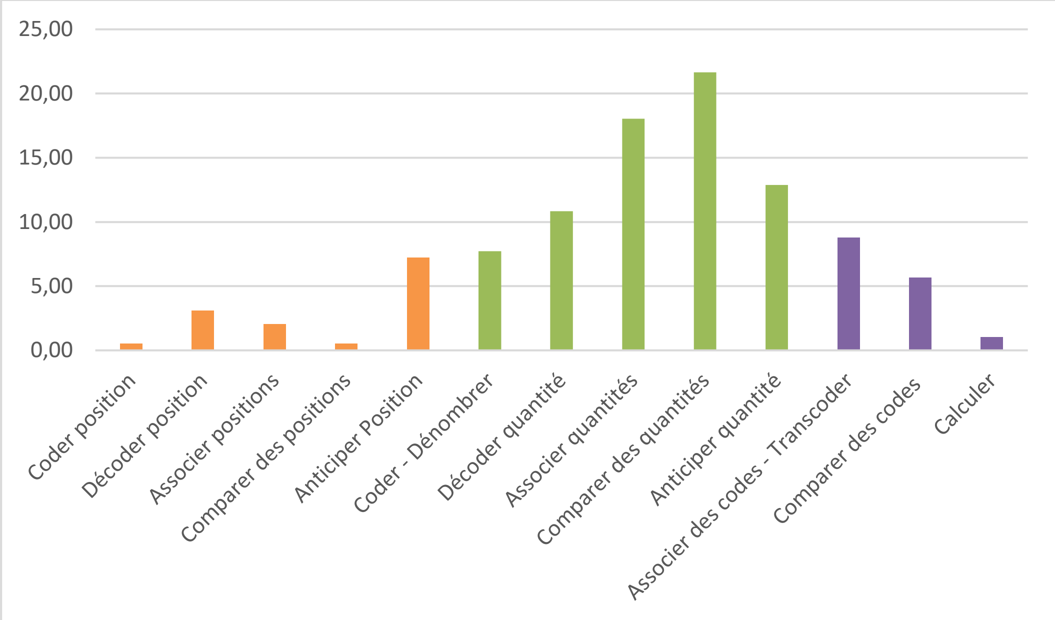


Fig. 4 : Pourcentage des tâches par type dans les thématiques Nombres et Opérations des MER 1-2H. En vert, les types de tâches relevant de l'usage ordinal, en gris de l'usage cardinal et en jaune, usage décontextualisé

Ces résultats confirment les constats effectués dans la partie précédente lors de l'analyse du PER et des différences entre le PER et les MER. En effet, la forte représentation dans les MER des types de tâches relevant de l'usage du nombre dans un usage cardinal est à relier aux exigences du PER qui met l'accent, dans les contenus décrits, sur ces types de tâches-là. Par ailleurs, cela confirme que les MER proposent un travail sur l'usage ordinal du nombre et sur l'usage décontextualisé (dans une moindre proportion) alors que le PER ne l'évoque pas ou peu pour les années 1 et 2. En particulier, le type de tâches « Associer des codes » (transcoder), mentionné uniquement en 3-4 dans le PER représente près de 9% des types de tâches proposés dans les MER 1-2, proportion similaire au type de tâches « décoder une quantité » (dénombrer). Le type de tâches « Anticiper une position » est également dans cette même proportion alors qu'il est absent des MER 1-2.

Pour approfondir cette analyse, on peut étudier les variables didactiques décrivant les tâches, comme par exemple, la taille des nombres (≤ 10 ou >10), le nombre de collections (2 ou >2), l'éloignement de deux collections (proches ou éloignées), *etc.* Deux tâches sont semblables si elles sont décrites par les mêmes valeurs de leurs variables didactiques. En réalisant cette analyse pour des tâches relevant d'un même type, on constate que 40% des tâches du type « Comparer des quantités » sont semblables : il s'agit de comparer deux collections d'objets désorganisées et supérieures à 10 (par exemple des jetons, des cartes, *etc.*) pour déterminer qui en a le plus (et donc gagne le jeu). Notons que les objets des collections sont déplaçables et non éloignés, ce qui rend possible la procédure de correspondance terme à terme. L'analyse des variables didactiques met ainsi en évidence que cette procédure a une place prépondérante dans les activités de comparaison de quantités proposées dans les MER 1-2, comme cela est préconisé par le PER. Concernant le type de tâches « Associer des quantités », environ 34% des tâches sont semblables : il s'agit d'associer la quantité de cases pour effectuer un déplacement sur une piste de jeu, à la quantité de points indiqués par un dé à constellations. Notons, plus globalement, que la variable « nature de la collection de départ » prend comme valeur « constellation de dé » dans près de 62% des tâches de ce type. Outre le déplacement sur un piste, il s'agit de construire une collection (de jetons, de cartes, *etc.*) de même quantité que celle des points représentés sur le dé. Les deux collections étant côte à côte, la correspondance terme à terme est possible, ce qui montre là encore l'importance donnée à cette procédure, dans les MER, conformément au PER. Par ailleurs, environ 10% des tâches sont semblables à la situation fondamentale du nombre dans un usage cardinal décrite par Margolinas et Wozniak (2012), c'est-à-dire la construction d'une collection de même cardinal qu'une collection donnée avec comme valeurs de variables, des collections >10, l'éloignement des deux collections (dans l'espace ou dans le temps) et un seul aller-retour possible entre les deux collections. Notons que ces valeurs de variables rendent le nombre nécessaire pour réussir la tâche[4], ce qui n'est pas le cas lorsque la procédure de correspondance terme à terme est possible. Enfin, nous avons relevé que les MER proposent plusieurs activités sous forme de jeu de plateau, favorisant l'utilisation des dés à constellations et les déplacements sur une piste et relevant du type « Anticiper une position après une action ». L'anticipation de la position du pion est provoquée par le choix laissé à l'élève de déterminer le sens de déplacement, en fonction de la nature de certaines cases (« gagnantes » ou « perdantes ») et la règle « pion touché, pion joué » (cf. Annexe 2, Activité *Lapins et carottes*).

Cette analyse nous a également permis de regarder la pertinence du classement des activités en activité d'introduction, activité d'entrainement et problèmes. Les auteurs des MER (ESPER CIIP, sd.) précisent que les deux premiers visent un apprentissage en particulier (ce qui peut correspondre à un ou deux type(s) de tâches) et que les problèmes concernent essentiellement plusieurs apprentissages visés. Nous avons trouvé que la majorité des activités d'introduction mettent en jeu un ou deux type(s) de tâches (11 sur 12). De même la majorité des activités d'entrainement mettent en jeu un ou deux type(s) de tâches (22 sur 27). *A contrario*, une majorité d'activités classées dans Problèmes mettent en jeu au moins deux types de tâches (19 sur 26). Le classement proposé, semble être, de ce point de vue cohérent.

Pour terminer cette analyse, il est intéressant de noter que le classement des activités proposées par les objectifs d'apprentissage visés est globalement cohérent, même si ces objectifs ne sont pas toujours tous mentionnés. Par exemple l'activité *Qui va le plus loin* (cf. Annexe 3) vise la comparaison de collections, mais notre analyse montre que les types de tâches « anticiper une position après une action », « comparer des positions » et « anticiper une quantité après une action » sont également en jeu et nécessaires pour réaliser la tâche.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

À l'aide d'un outil permettant de catégoriser les types de tâches pour la construction du nombre au cycle 1, nous avons analysé d'une part les contenus du PER 1-2, et d'autre part les activités proposées dans les axes thématiques *Nombres* et *Opérations* des MER 1-2. Ces analyses ont mis en évidence des différences entre les préconisations du PER et les propositions des MER : le PER axe ses contenus sur l'usage cardinal du nombre, mentionne un peu l'usage décontextualisé et pas du tout l'usage ordinal alors que les MER proposent des activités relevant de chaque usage. L'étude détaillée des activités des MER a permis de le confirmer, notamment en comptabilisant les types de tâches les plus présents et ceux qui le sont moins. L'usage cardinal du nombre est davantage représenté (71%) que l'usage ordinal (13%) ou décontextualisé (16%). Les MER proposent ainsi des tâches relevant du type « anticiper des positions », non mentionné dans le PER et des tâches du type « associer des codes » (transcodage), proposé uniquement en 3-4 dans le PER. L'analyse plus fine des tâches, en termes de variables didactiques, a permis de caractériser leur nature. Par exemple les tâches relevant du type « Comparer des quantités » sont majoritairement de la comparaison de collections désorganisées pour déterminer le gagnant d'un jeu. Cela a aussi permis de mettre en évidence l'importance donnée à la procédure de correspondance terme à terme, pour comparer des quantités et pour constituer une collection de même quantité qu'une autre collection, comme cela est préconisé dans le PER.

Précisons qu'une limite de notre analyse est la prise en compte uniquement des tâches proposées aux enseignants, telles qu'elles sont décrites dans les moyens d'enseignement. La mise en œuvre par l'enseignant et les procédures des élèves ne sont pas prises en compte. Cela a d'ailleurs rendu difficile l'analyse de certaines activités, notamment les activités rituelles, où les connaissances visées dépendent beaucoup de la manière dont elles sont menées en classe. Nous pouvons donc conclure uniquement sur

[4] En faisant l'hypothèse ici qu'il n'y a pas d'autres paramètres en jeu qui pourrait éviter l'usage du nombre, comme par exemple le recours à un dessin ou à une collection témoin intermédiaire.

la pertinence (au regard du PER) et la potentialité didactique des activités proposées dans les moyens pour la construction du nombre. De ce point de vue, les MER proposent des activités relevant des différents types de tâches et des différents usages du nombre, et couvrent ainsi tout le domaine, bien que certains sont très peu représentés. En revanche, du point de vue de l'enseignement et de l'apprentissage du nombre, nous ne pouvons pas avancer de résultat. En effet, pour cela, il faudrait *a minima* réaliser une analyse approfondie des apprentissages effectifs des élèves sur la construction du nombre, en étudiant notamment les mises en œuvre en classe, les procédures des élèves, les mises en commun effectuées par l'enseignant, *etc.* Ces différentes phases pourraient sans doute être analysées à l'aide des types de tâches et des variables didactiques associées. Ce sont là des perspectives intéressantes pour des recherches futures.

BIBLIOGRAPHIE

Briand, J., Loubet, M. & Salin, M.-H. (2004). *Apprentissages mathématiques en maternelle*. Paris : Hatier.

CIIP (2010). *Plan d'études romand*. Repéré à www.plandetudes.ch

Croset, M.-C. & Gardes, M.-L. (2019). Une comparaison praxéologique pour interroger l'enseignement du nombre dans l'institution Montessori. *Recherches en didactique des mathématiques*, *39*(1), 51–96.

Croset, M.-C. & Gardes, M.-L. (2020). Une carte des connaissances pour la construction du nombre à l'école maternelle. *RMé, 233*, 117-127.

Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques, 7(2)*, 5-31.

ESPER CIIP (sd). *Espace des moyens d'enseignement romands*. Repéré à www.ciip-esper.ch

Fayol, M. (2012). *L'acquisition du nombre*. Presses universitaires de France.

Margolinas, C. & Wozniak, F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle : Une approche didactique*. De Boeck (Pédagogie et Formation).

Margolinas, C., Wozniak, F. & Rivière, O. (2015). Situations d'énumération et exploration des collections. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 35(2)*, 183-220.

MEN (2015). Programme de l'école maternelle. *Bulletin Officiel Spécial N° 2 Du 26 Mars 2015.*

Vergnaud, G. (1989). Psychologie du développement cognitif et Didactique des mathématiques, un exemple : les structures additives. *Petit x, 22*, 51-69.

Annexe 1 – Plan des chapitres Nombres et Opérations

Source : https://sos-ch-dk-2.exo.io/esper-prod/Sequence/38/File/fffbd2b20679c048f79207e0574b96620d54a7b0.pdf

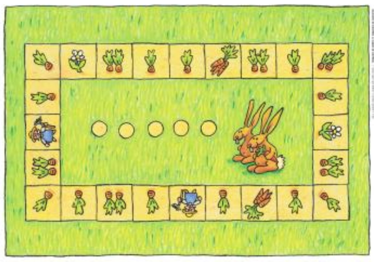
Mathématiques 1-2e - Nombres - Chapitre 1 - Découverte, construction et utilisation du nombre - **Plan du chapitre**						
Apprentissages visés	**1** Mémoriser la suite des nombres	**2** Passer du mot nombre à son écriture chiffrée et inversement	**3** Énumérer des collections	**4** Dénombrer et constituer une collection d'objets	**5** Comparer des collections	**6** Identifier une position dans une liste ordonnée
Activités d'introduction	**- Comptines et jeux de doigts**	**- Le tambourin**	**- Porte-monnaie**	**- Autant de pions que de gommettes - Immeuble 1 - Encore des jetons**	**- Grande Bataille - Qui va le plus loin**	**- Bestiaire**
Activités d'entraînement	**- Attrapons les poissons - Activités quotidiennes rituelles - Calendriers - Marelle - Le nombre caché - La grenouille**	**- Loto - Jeu de Kim - Mémory**	**- Jardin de fleurs**	**- Prés 1 - Boîte chantante - Tous à table - La piste avec pions - Petit poisson de rien du tout - En avant Pipo - Traversée de rivière - Sur ma couleur je gagne**	**- Balles folles - Girafe - Pochettes surprises**	**- Bande de smarties - File de nombres - Bons nombres - Les enfants nombres**
Problèmes	**- Circuit des 4 couleurs - Lapins et carottes - Partage 1 - Pipo part en voyage - Speed**		**- Prés 3 - Les arbres - Le damier numérique - Course au marché - Bandes numériques - Livres à compter - Mon livre à compter**			

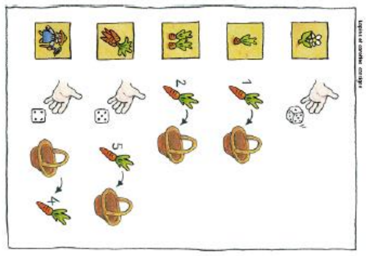
Source : https://sos-ch-dk-2.exo.io/esper-prod/Sequence/40/File/24aa0cdd4ba9ae375d928daa9bf03c10217ce084.pdf

Mathématiques 1re-2e - Opérations - Chapitre 1 - Résolution de problèmes additifs - **Tableau des activités**		
PER Éléments pour la résolution de problèmes	Résolution de problèmes additifs et soustractifs (EEE, ETE), sans formalisation, en jouant la situation, en dessinant, ou en utilisant du matériel (1,5)	Utilisation du recomptage (3)
AV	**AV01** Résoudre des problèmes additifs ou soustractifs (EEE et ETE) avec des nombres inférieurs à 10.	
Activités d'introduction	**- Grelin Grelin (EEE) - Smarties (ETE) - La tirelire (ETE)**	
Problèmes	**- Bon numéro - But - La carte empoisonnée - Halli Galli - Prés 2 - Soleil**	**- La tour - Maillots - Voitures et motos - Poker deux dés - Trésor à partager**

Annexe 2 – Activité Lapins et carottes (extraits)

Problèmes **Année(s) 1^{re} - 2^{e}**





Enjeu

- Utiliser le nombre pour se déplacer sur un plan de jeu.
- Comparer deux collections.

Nombre d'élèves

2 à 5 élèves

Durée de l'activité / Fréquence

À reprendre plusieurs fois pour permettre à l'élève de s'approprier les règles du jeu puis l'enjeu mathématique.

Matériel

- Une corbeille contenant une quarantaine de cartes carotte;
- 2 à 5 pions lapin de différentes couleurs (ou pion standard);
- un petit panier par élève;
- 1 dé à constellation de 1 à 6 points;
- un plan de jeu;
- une consigne de jeu illustrée.

Remise du matériel

- Chaque élève place son lapin sur une case ronde au centre du plan de jeu et prend un petit panier pour la récolte des cartes carotte.
- La corbeille avec la quarantaine de cartes carotte est placée à côté du plan de jeu.

Consigne (ou règle)

«Au premier tour, placez votre lapin sur une case carotte, puis à tour de rôle lancez le dé et avancez sur la piste, dans un sens ou dans l'autre.

Ensuite:

- *si vous tombez sur une case fleur, vous rejouez;*
- *si vous tombez sur une case carotte, vous prenez le nombre de cartes carotte indiqué par la case;*
- *si vous tombez sur une case botte de carottes, vous relancez le dé et vous prenez le nombre de cartes carottes indiqué par le dé;*
- *si vous tombez sur une case jardinier, vous relancez le dé et vous redonnez le nombre de carottes indiqué par le dé.»*

Le jeu se termine lorsqu'il n'y a plus de cartes carotte dans la corbeille. Le gagnant est celui qui a le plus de cartes carotte dans son panier. Pour forcer l'élève à anticiper son déplacement, il est indispensable d'ajouter la règle du pion touché, pion joué.

Annexe 3 – Activité Qui va le plus loin (extrait)

Introduction **Année(s) 1re - 2e**

Apprentissage visé

Comparer des collections.

Nombre d'élèves

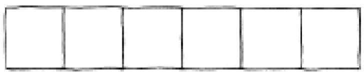
2 élèves

Durée de l'activité / Fréquence

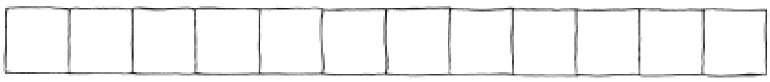
À reprendre plusieurs fois.

Matériel

- Une piste jusqu'à 6 pour deux élèves;
- deux pions;
- 1 dé à constellations de 1 à 6 points;
- des jetons;



- une piste jusqu'à 12 pour deux élèves;
- deux pions;
- 2 dés à constellations de 1 à 6 points et des jetons.



Remise du matériel

Les élèves se placent l'un à côté de l'autre.

Consigne (ou règle)

- Le 1er élève lance le dé et avance son pion sur la piste selon le nombre obtenu.
- Le second fait de même.
- Si le chiffre que montre le dé est le même, il relance.
- Avant d'avancer le pion, il doit annoncer s'il va arriver plus ou moins loin.
- Puis il vérifie en avançant.
- Si son pronostic est juste, il gagne un jeton.
- Puis on recommence au début et c'est à son tour de lancer le dé en premier et à son camarade de faire un pronostic.
- Le jeu se termine après 6 lancers chacun.
- Chaque élève commence 3 fois.
- L'élève qui a le plus de jetons a gagné la partie.

MISE EN ŒUVRE DE NOUVELLES ACTIVITES DE GEOMETRIE DANS LES MER EN 3H PAR QUATRE ENSEIGNANTES

Céline Vendeira

Université de Genève, Equipe DiMaGe

INTRODUCTION

Les nouveaux moyens d'enseignement de mathématiques de 3H sont en vigueur dans le canton de Genève depuis la rentrée scolaire 2020 (CIIP, 2018). Les enseignants les utilisent ainsi depuis peu dans leur classe et se trouvent dans une phase de découverte et de première mise en œuvre. Depuis la rentrée 2020, nous suivons quatre enseignantes dans cette aventure. L'idée étant de se documenter sur la prise en main de cette nouvelle ressource par le biais d'entretiens. Cet article n'a pas la prétention d'être un article de recherche impliquant un cadrage théorique ou une méthodologie spécifique. Il s'agit plutôt d'un témoignage des propos recueillis. Notre démarche consiste à accompagner quelques enseignantes dans la mise en œuvre dans leurs classes des nouveaux moyens d'enseignement romands (MER) en mathématiques alors que la recherche en didactique relève justement des obstacles dans l'appropriation d'une nouvelle ressource par les enseignants (Gueudet et Trouche, 2010). Au-delà de ces obstacles, l'approche instrumentale (Rabardel, 1995) montre que les interactions des enseignants avec une nouvelle ressource peuvent aussi participer à leur développement professionnel.

Ainsi, c'est à partir des remarques, questions, réflexions des enseignantes que nous tentons d'évaluer leurs obstacles ainsi que les signes éventuels d'un développement professionnel.

Parmi l'ensemble des nouvelles tâches proposées dans ces nouveaux moyens d'enseignement, nous nous focalisons sur l'axe thématique « Espace » et plus particulièrement le chapitre 1 « figures et transformations géométriques ». Ce choix est notamment dû à l'apparition d'un nouvel apprentissage visé « Classer des objets selon deux critères » qui n'était pas présent dans les anciens moyens d'enseignement. Cet apprentissage visé est complété par trois autres comme le montre la figure ci-dessous.

Fig. 1 : Plan du chapitre 1 « figures et transformations géométriques » comprenant l'apprentissage visé 2 sur lequel porte cet article

Dans cet article nous serons attentifs à la mise en place des nouvelles activités de classement ainsi qu'aux critères nécessaires à celui-ci.

NOUVELLES ACTIVITÉS

Dans les anciens moyens d'enseignement de 1P (correspondant à la 3H actuelle), le module 5 « Des problèmes pour approcher les figures géométriques et les transformations du plan » était le pendant du chapitre que nous étudions dans cet article. Quatre activités étaient proposées sur les figures du plan. L'objectif annoncé pour ces dernières est « d'habituer l'enfant à analyser les figures avec lesquelles il travaille pour en percevoir les différentes caractéristiques, d'un point de vue géométrique » (Ging et al., 1997). Nous considérons le terme « caractéristiques » figurant dans les anciens moyens d'enseignement comme l'équivalent de celui de « critères » utilisé actuellement. Les caractéristiques dont il était question sont le nombre de côtés des figures à construire et la longueur des côtés, voire des angles (pièces plus ou moins pointues) relevant davantage de l'axe thématique « grandeur et mesures ».

Si l'on regarde de plus près les nouveaux moyens d'enseignement, nous constatons déjà que le nombre d'activités pour travailler les figures du plan est bien plus important qu'auparavant.

Concernant les nouvelles activités de la partie « Classer des objets selon deux critères », on remarque que celles institutionnalisées sont le nombre de côtés des figures géométriques et leur aspect convexe ou non. On trouve à cet effet deux fiches d'élèves.

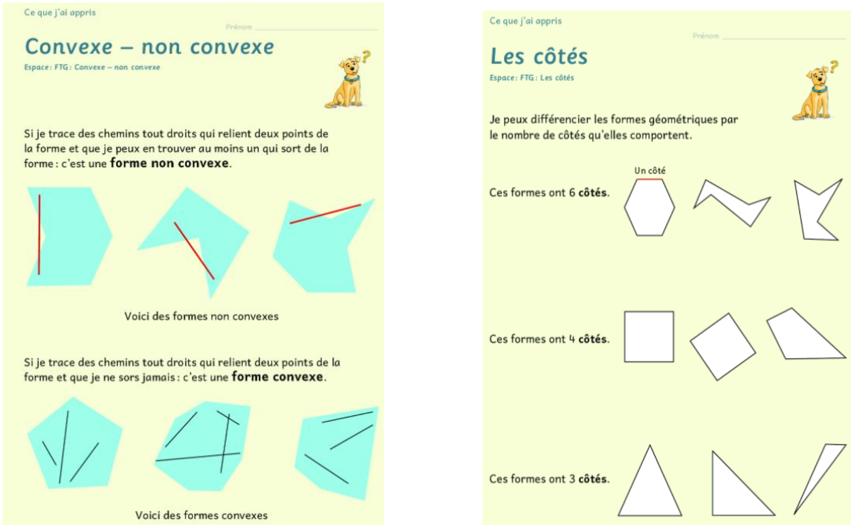


Fig. 2 : Fiches d'élèves « ce que j'ai appris » permettant d'institutionnaliser les deux critères mentionnés

Le critère bords droits ou courbes est aussi abordé, mais dans une autre partie du chapitre et ne donne lieu à aucune institutionnalisation.

Dans les nouveaux moyens d'enseignement, nous trouvons ainsi quatre nouvelles activités de classement. Dans ces dernières, un jeu sur les variables didactiques est opéré. Il est ainsi demandé aux élèves de classer des formes classiques ou non, librement ou sous contraintes, en un certain nombre défini ou non de « familles » et avec la nécessité ou pas de justifier leurs choix. Il s'agit des activités « je classe », « les critères », « tableaux de formes » (figure 9) et « à la queue leu leu ».

Contexte et Recueil des données

Les entretiens ont été menés auprès de quatre enseignantes. Ils ont porté sur l'ensemble des chapitres de l'axe thématique « Espace ». Nous choisissons cependant, dans cet article, de nous focaliser uniquement sur le classement d'objets selon deux critères du chapitre 1 « figures et transformations géométriques ». En effet, cet apprentissage visé étant nouveau par rapport aux anciens moyens d'enseignement, nous pensons que les enseignants auront plus à partager qu'avec des activités davantage connues. Cela permettrait de révéler des aspects et questions en lien avec l'appropriation d'une nouvelle ressource de mathématiques au centre de cet article.

Les quatre enseignantes interrogées travaillent dans trois écoles différentes du canton de Genève. Ces écoles se distinguent géographiquement les unes des autres. La première est en champagne genevoise alors que les deux autres sont pour l'une dans une commune périurbaine et les deux autres dans une commune suburbaine. Les enseignantes ont été choisies selon ce critère et leur expérience d'enseignement.

Le premier entretien a eu lieu en amont de l'enseignement de l'axe thématique « Espace ». Il visait à questionner la prise en main de la ressource avant même son utilisation en classe. Des questions autour de la manière dont les enseignantes se sont approprié la ressource, leur planification, les questions qu'elles se sont posées, le temps investi, l'utilisation conjointe des anciens moyens, etc. ont été posées. À la suite de ce premier entretien, un nouvel entretien a été fixé qui devait avoir lieu à la suite de la passation d'une activité considérée comme *phare* par chacune des enseignantes. Les activités choisies pouvaient ainsi ne pas être les mêmes dans les quatre classes. Lors du second entretien, il était donc prévu de faire un retour sur les différentes activités menées jusque-là et une discussion plus approfondie sur le déroulement de la séance *phare*. Un entretien finalisera la collaboration avec les enseignantes en fin d'année scolaire afin de faire le bilan annuel.

PROPOS DES ENSEIGNANTES

Nous organisons les propos des enseignantes selon quatre entrées qui ont été évoquées de manière récurrente lors des quatre entretiens et qui permettent de structurer la suite de cet article : le matériel, les activités, les critères et l'évaluation. En effet, si ces aspects sont développés systématiquement au cours des entretiens, nous faisons l'hypothèse que c'est parce qu'ils questionnent dans le processus de prise en main de la nouvelle ressource et donc qu'il importe de les relever.

Le matériel

Des aspects relatifs au matériel ont été pointés par les quatre enseignantes. Le fait qu'il y ait des formes à découper et un jeu de formes manipulable a, semble-t-il, créé la confusion. Quelles formes utiliser pour quelles activités ?

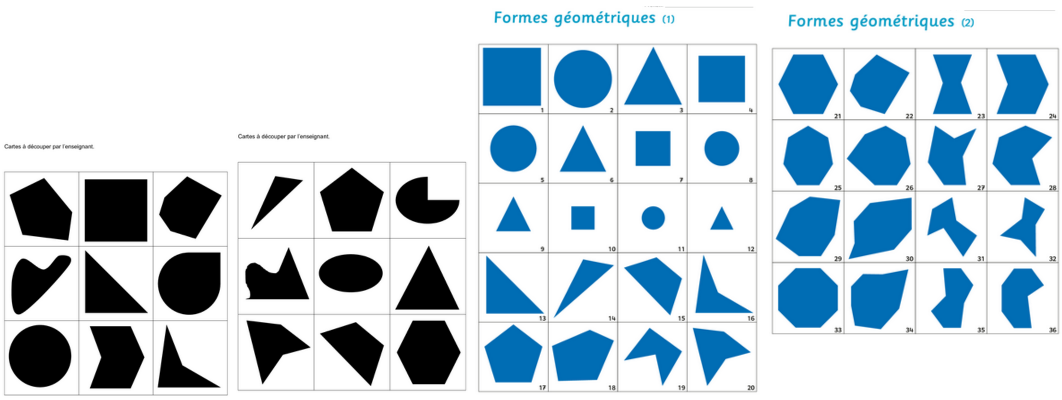


Fig. 3 : En noir le jeu de formes à découper et en bleu le jeu de formes manipulables distribué avec les moyens d'enseignement

Si l'on compare attentivement les deux séries de formes, on constate bien que toutes les formes aux bords droits convexes ou non du jeu à découper sont également présentes dans le jeu de formes manipulables. Dès lors, la présence de bords courbes (autres que le cercle) n'apparaît que dans les fichiers à photocopier. Ainsi, nous pouvons faire l'hypothèse que les concepteurs n'ont introduit dans le jeu de formes manipulables que des pièces dont les caractéristiques sont officiellement institutionnalisées dans l'aide-mémoire. Toutefois, cela n'étant pas formulé explicitement dans la ressource, des confusions sont possibles.

Quant au format du jeu de formes géométriques livré avec les moyens d'enseignement, il est décrit unanimement comme trop petit avec le risque d'égarer des pièces facilement. Il est également mis en évidence que la taille des pièces rend la manipulation difficile pour les élèves, notamment lors du dénombrement des côtés. L'énumération en est rendue difficile. Dans certains cas, il semblerait que la petite taille ne permette pas non plus de bien percevoir si la forme est convexe ou non.

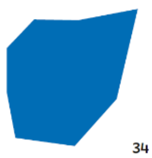


Fig. 4 : Pièce citée à titre d'exemple par une enseignante

De plus, l'absence de numérotation sur les pièces est « un vrai casse-tête » lorsque les activités demandent d'en sélectionner certaines parmi l'ensemble des 36.

Les activités

Lors des premiers entretiens effectués, des activités de classement avaient déjà été réalisées en classe par les quatre enseignantes. Nous avons ainsi pu constater que l'activité « je classe » se déroulait bien et sans difficulté particulière pour les élèves. Il s'agit de l'activité dite « de tuilage » du deuxième apprentissage visé « Classer des objets selon deux critères ». Les élèves doivent classer les formes de la figure 5 en trois familles. Il est attendu un classement selon les formes connues, soit les carrés, les ronds et les triangles. La contrainte du nombre de familles « bloque le classement par la grandeur et favorise celui par les formes » (CIIP, 2018).

Fig. 5 : Formes utilisées dans l'activité « je classe »

L'activité « les critères » assez proche du point de vue de la consigne a, quant à elle, suscité des difficultés d'enseignement dans deux des quatre classes. Il s'agit d'une activité dite d'entrainement où les élèves doivent classer les formes suivantes d'abord librement puis selon deux critères.

Fig. 6 : Formes utilisées dans l'activité « les critères »

Les élèves se sont retrouvés bloqués faute de piste de critères de classement. Une enseignante indique que ses élèves n'ont pas compris qu'il fallait faire un classement selon des critères, ils ont donc simplement divisé les cartes en deux tas pour faire deux familles. Selon l'une d'elles, la complication peut venir de la quantité et variété de formes à classer « il y a trop de formes différentes, ça complique pour les élèves ». Une autre enseignante s'étant trouvée dans la même situation a finalement décidé de donner le principe de classement, tout en se questionnement sur cette manière de procéder. Est-ce que ces critères peuvent émerger seuls ? Est-ce qu'il ne faudrait pas jouer sur la sélection des formes données aux élèves pour faciliter cette émergence ? Une enseignante évoque également l'ordre dans lequel les activités du chapitre sont proposées aux élèves. Il s'agit en effet d'une activité du deuxième des apprentissages visés. Ainsi, elle engendrerait moins de difficultés pour les élèves si les activités du premier apprentissage visé impliquant l'introduction des critères de nombre de côtés et de convexité de manière plus ciblée avaient déjà été introduites.

Une autre remarque concerne les activités impliquant un classement de formes selon deux critères dans un tableau (figure 9). Celles-ci sont pointées comme problématiques dans deux des quatre classes où les élèves étaient en difficulté face à l'utilisation du tableau à double entrée auquel ils ne sont pas habitués. Toutefois, à la fin des commentaires de l'activité nous trouvons le lien avec le chapitre ARP (Aides à la Résolution de Problèmes) « Lire des tableaux, des illustrations présents dans un énoncé » comprenant les activités de la figure 7 qui permettent aux élèves de s'entraîner à remplir ou interpréter des données dans un tableau à double entrée.

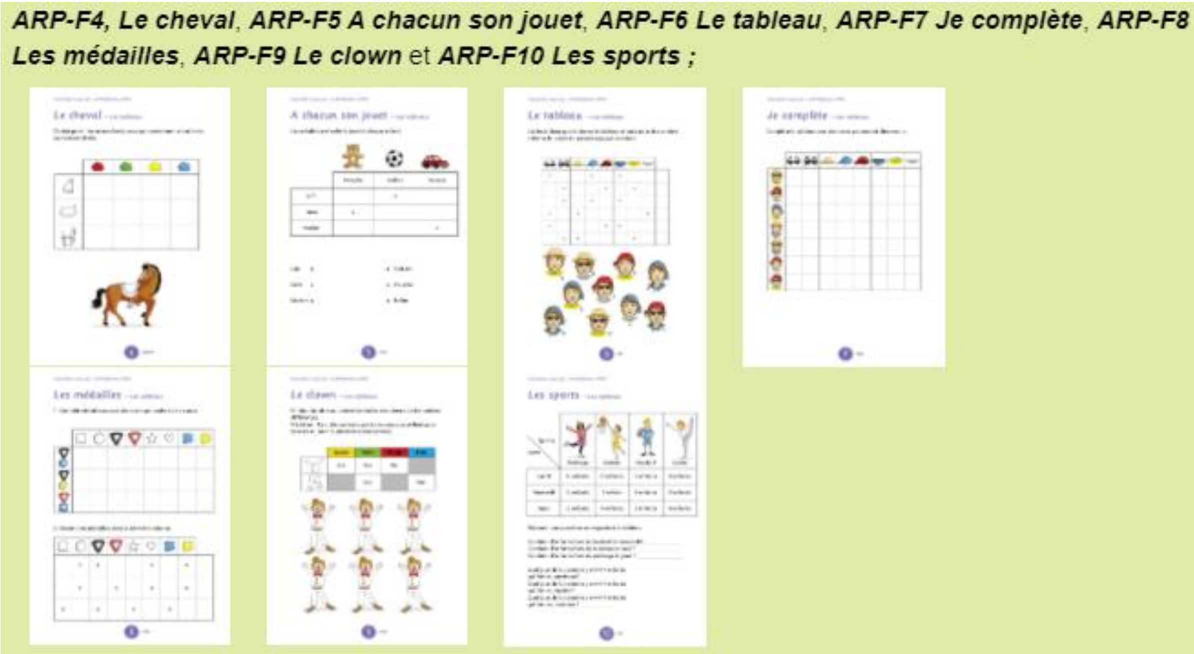


Fig. 7 : Activités sur les tableaux à double entrée proposées dans le chapitre ARP « Lire des tableaux, des illustrations présents dans un énoncé »

Dans les cas où les élèves rencontrent des difficultés, il est donc possible d'aller piocher quelques activités afin de sensibiliser les élèves à cet outil « tableau ».

Les critères

De manière générale, les enseignantes ont été surprises par l'apparition des « critères convexes – non convexes » dans les moyens d'enseignement de 3H. Cela représente « une notion bien peu concrète par rapport aux activités de repérage dans le plan par exemple ». L'une des enseignantes se questionne sur la différence entre non-convexe et concave et la raison pour laquelle il est indiqué dans les commentaires de ne pas utiliser ce deuxième terme. En effet, dans les commentaires des moyens d'enseignement il est spécifié que « le terme « concave » n'est pas le terme mathématique approprié pour les activités proposées » (CIIP, 2018).

Toutefois, l'enseignement de ce nouveau critère n'a posé aucune difficulté particulière dans les quatre classes. Il semble même que les élèves aient apprécié les activités proposées.

L'évaluation

Deux des quatre enseignantes se sont posé la question de l'évaluation. Ci-dessous nous transcrivons leurs propos.

« La question que je me suis posée c'est qu'est-ce qu'on évalue par rapport au PER vu qu'on va très loin avec convexe et non convexe et ce n'est pas forcément dans les objectifs du PER. Qu'est-ce que je vais évaluer ? Donc ça a été une grande question. Finalement avec les personnes avec lesquelles je travaille on s'est dit que c'était vraiment de reconnaitre une forme géométrique par son nombre de côté ».

À la suite de ce choix d'équipe, l'évaluation proposée dans la classe concernée est la suivante : *Découpe et colle les formes dans la bonne colonne selon leur nombre de côtés.*

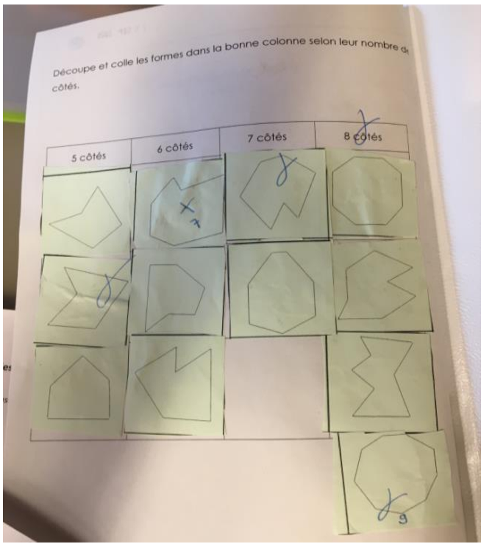


Fig. 8 : L'évaluation proposée par l'une des enseignantes

La seconde enseignante évoque également la question de l'évaluation, mais ne l'a pas encore réalisée ni planifiée au moment de notre entretien.

« Ensuite j'aimerais bien faire une évaluation, mais je ne sais pas du tout comment faire, je ne vois pas encore, je n'ai pas encore d'idée. J'aimerai bien faire une évaluation sur le critère convexe et le nombre de côtés, mais je ne sais pas. Je peux peut-être mettre le tableau en évaluation ».

Le tableau auquel cette enseignante fait allusion est celui de la figure 9 correspondant à une activité proposée dans la ressource. L'idée serait ainsi de reprendre le même format que l'exercice, mais en proposant toutefois d'autres formes géométriques à classer.

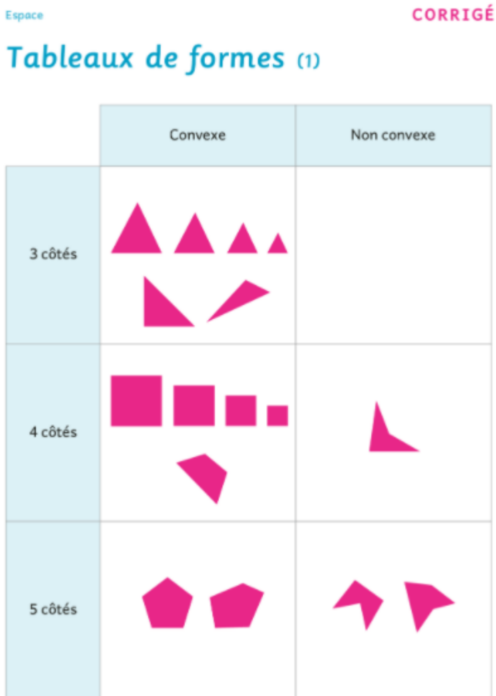
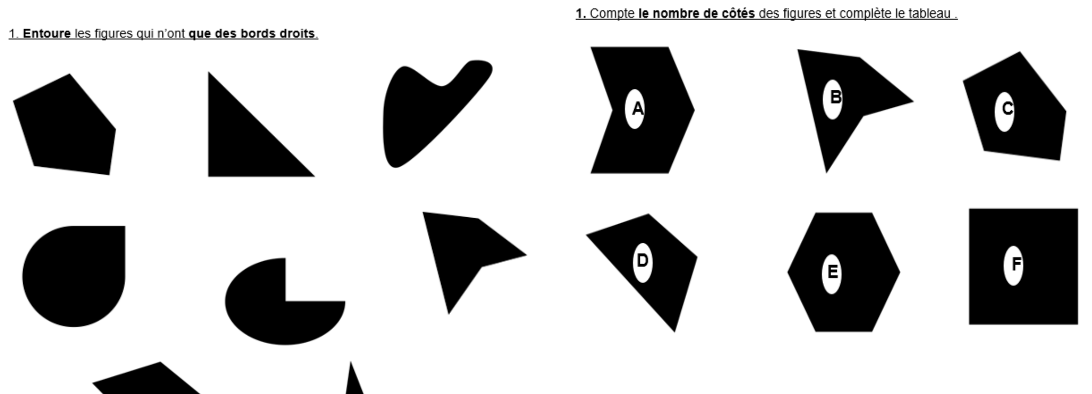


Fig. 9 : La correction d'une des fiches « tableaux de formes » issue des nouveaux moyens d'enseignement avec le tableau à double entrée dont il est fait état dans les propos de l'enseignante ci-dessus

Pour finir, nous avons récolté l'évaluation proposée dans la dernière école. Bien que nous n'ayons pas encore pu nous entretenir avec les deux enseignantes concernées, nous joignons le document pour information.



4 côtés	5 côtés	6 côtés
F	………	………..
………..	……….	……….

Fig. 10 : L'évaluation proposée par les deux enseignantes de la même école

Il ressort de ces premiers entretiens que les enseignantes se questionnent lorsqu'elles rencontrent un obstacle au niveau de leur enseignement (utilisation du tableau à double entrée et critères de classement qui n'émergent pas chez les élèves). À l'inverse, même si l'apparition des critères convexes et non convexes interrogeait initialement les enseignantes, étant donné qu'ils ne provoquent pas de problèmes d'enseignement/apprentissages, ils ne sont pas questionnés davantage.

D'autres difficultés, d'un autre ordre, ont été relevées comme le fait que la grande variété des pièces dans le jeu de formes manipulables ne soit pas numérotée ou encore que la taille des pièces ne soit pas optimale ou pour finir de ne pas savoir quel jeu de pièces utiliser pour quelle activité. Il s'agit ici essentiellement d'aspects pratiques.

De plus, il semble que le processus d'appropriation d'une ressource ne permet pas toujours d'avoir une compréhension et vision globale de celle-ci. Est-ce que les enseignantes doivent proposer les activités en prenant les apprentissages visés dans l'ordre et les uns après les autres ? Et est-ce qu'il y a un ordre dans les activités à proposer entre celles dites de tuilage, introduction, entrainement et problèmes ? Quelle compréhension également du chapitre ARP qui est une nouveauté dans ces moyens d'enseignement (voir article Coppé, S. de ce même numéro) ? Il est vrai que prendre en main une nouvelle ressource nécessite de la consulter sous tous ses angles afin de se l'approprier véritablement. Afin de faciliter ce processus, nous trouvons entre autres une compilation de 63 pages qui présente une « Contextualisation des moyens d'enseignement de Mathématiques de 1re à 8e », des commentaires mathématiques et didactiques pour chaque axe thématique du PER, un plan de répartition des activités permettant une vue d'ensemble des activités des différents chapitres, une brochure de présentation reprenant les différents éléments essentiels à la compréhension des enseignants. Nous trouvons aussi le « tutoriel du guide de navigation dans ESPER 3P » en ligne (https://edu.ge.ch/ep/msn/mathematiques/recyclage) support du recyclage donné aux enseignants du canton de Genève. Bien que loin d'être inutile, cet ensemble de documents d'accompagnement peut s'avérer long à consulter et intégrer. De plus, naviguer dans cet ensemble de documents ou pages internet risque bien de faire passer, dans un premier temps, certains enseignants à côté de quelques informations. A cela s'ajoute encore la nouveauté d'une ressource numérique qui nécessite un changement de paradigme chez les enseignants. Deux des enseignantes interrogées ont d'ailleurs indiqué imprimer toutes les fiches des activités utilisées. La facilité de prendre des notes sur un format papier est l'argument principal évoqué.

Pour finir, concernant l'évaluation de l'apprentissage visé, les quatre enseignantes ont fait part de leurs incertitudes. En effet, les enseignantes mettent en évidence une incohérence entre le Plan d'études romand (PER) et les moyens d'enseignement (MER).

Quelques considérations didactiques sur les aspects pointés par les enseignantes

Dans cette partie nous reprenons les aspects (matériel, activités, critères) mis en évidence par les enseignantes lors des entretiens afin de les analyser sous l'angle didactique. Pour ce faire, nous raccrochons ces aspects aux éléments décrits comme essentiels par Celi (Celi, Coutat-Gousseau, Vendeira-Maréchal, 2019) afin d'accompagner les élèves du cycle 1 vers la construction de connaissances géométriques. Cette chercheuse évoque la nécessité de présenter des problèmes variés[1] aux élèves et d'introduire un lexique approprié, non nécessairement mathématique, de manière progressive. De plus, dans le but d'affiner les représentations mentales, elle suggère de mettre à disposition des élèves une grande variété de formes. Pour finir, afin d'aiguiser le regard des élèves, il importe de diversifier les modalités (visuelle, haptique et verbale) et les appréhensions des formes (globale, séquentielle, opératoire).

Des activités et des critères comme autant de problèmes variés.

Une recherche effectuée en 2015 (Coutat-Gousseau & Vendeira-Marechal, 2015) ayant recensé les activités de géométrie de 12 manuels français met en évidence que le type de tâche le plus représenté pour des élèves de 3-6 ans est celui de classement. L'introduction de ce nouveau type de tâche dans les moyens d'enseignement 3H vient combler un manque et augmenter par conséquent la variété des tâches proposées. Ce type de tâche est important, car il est souvent accompagné d'une demande de justification. Ainsi, les choix opérés dans l'action, souvent inconscients pour les élèves, sont mis en mots, partagés et parfois institutionnalisés.

L'ajout de ce type de tâches a probablement influencé les critères nécessaires à l'accomplissement des classements. En effet, jusque-là, à l'exception du nombre de côtés qui composent une forme classique (carré, rectangle, triangle et rond), seuls des critères non géométriques étaient considérés (mesure, couleur …). Ainsi, l'aspect convexe ou non d'une forme est introduit, offrant un second critère de classement dans les moyens d'enseignement.

Le choix de l'introduction de ce critère en 3H n'est pas abordé dans cet article étant donné qu'il ne semble ni poser de difficulté d'enseignement ni d'apprentissage dans les quatre classes. Nous pourrions toutefois nous demander pourquoi le choix d'aborder la présence de bords droits ou courbes dans une forme n'a pas plutôt été favorisé puisqu'il apparait également dans l'une des activités du chapitre. Nous pouvons également questionner la raison de l'introduction formelle du lexique mathématique associé à ce concept en référence aux propos de Celi (2019) ou encore aux commentaires figurant dans la partie « Espace, cycle 1 » de ESPER. En effet, la terminologie est questionnée au regard des attentes du PER qui se restreignent aux noms des formes usuelles (rond, carré, rectangle, triangle) ainsi qu'à la description de formes géométriques simples.

[Pourtant] la terminologie associée au domaine Espace est bien plus vaste. Or, comme elle n'est pas encore exigée [du moins explicitement dans le PER], il est important de laisser les élèves emprunter des mots du langage commun […] (p.4-5).

Le critère de non-convexité y est d'ailleurs mentionné à titre d'exemple indiquant que des mots tels que « creux » ou « trou » peuvent être utilisés et accompagnés parfois par des gestes afin de combler l'absence de vocabulaire géométrique.

Du matériel avec une grande variété de formes et l'apport de la modalité haptique

L'introduction d'un nouveau critère a probablement impacté la variété des formes proposées aux élèves de 3H. Il était en effet nécessaire d'introduire des formes non convexes. Les nouveaux moyens sont dès

---

1

lors accompagnés d'un jeu de formes manipulables comprenant une grande variété de formes (figure 3). Cette variété est pointée comme essentielle pour affiner les représentations mentales (Celi, Coutat-Gousseau, Vendeira-Maréchal, 2019). De plus, Coutat et Vendeira (2017) ajoutent que lorsque des formes non « nommables » par les élèves sont introduites (ce qui est ici le cas) un travail sur les caractéristiques de ces dernières en découle. En effet, faute de pouvoir les nommer, les élèves sont contraints de les décrire pour les évoquer. Toutefois, il importe de sélectionner de manière réfléchie les différentes pièces proposées aux élèves. Le jeu sur cette variable didactique est primordial (Vendeira, 2019), car il peut impacter directement sur le processus de dévolution, que ce soit en le facilitant ou le bloquant.

Différents travaux (voir Celi, Coutat-Gousseau & Vendeira-Maréchal, 2019) mettent en avant le fait que l'association de la perception visuelle et haptique favorise la reconnaissance des formes. En effet, la perception visuelle implique une reconnaissance globale des objets alors que la perception haptique permet un traitement plus analytique des informations sur la figure, avec la prise en compte de son contour. Pinet et Gentaz (2007), ont montré que des élèves de 5-6 ans ayant bénéficié d'un entrainement multisensoriel développent une meilleure reconnaissance des formes simples (carrés, ronds, triangles) que ceux n'ayant bénéficié que d'un entrainement visuel. Il n'est donc plus nécessaire de démontrer l'importance de la manipulation avec des élèves du cycle 1. Ainsi, afin de profiter de cette perception haptique, il serait souhaitable d'augmenter la taille des pièces qui accompagnent les moyens d'enseignement de 3H. Les élèves doivent pouvoir en faire plus facilement le contour avec leurs doigts.

Lorsqu'il s'agit de superposer deux pièces, si celles-ci sont de petite taille, les parties qui dépassent (permettant d'identifier la similitude ou non des pièces) risquent de ne pas être suffisamment perceptibles.

Et l'évaluation dans tout ça ?

La délicate question de l'évaluation reste à aborder. Si l'on se réfère au PER, il est spécifié que les élèves doivent être capables de classer des objets selon deux critères. Les critères de forme, taille, orientation et couleur sont pointés explicitement, alors que n'apparaît nulle part l'aspect convexe ou non des formes. Nous trouvons toutefois de nombreux points de suspensions dans le PER qui sont très questionnables, mais surtout qui apportent davantage de confusion que de réponses. Par ailleurs, nous trouvons dans les MER la fiche « ce que j'ai appris » qui institutionnalise ce critère. La question reste donc à résoudre et des propositions pourraient être faites aux enseignants afin de les aider à se situer face à cette problématique. C'est probablement pour cette raison que les trois évaluations proposées ou prévues par nos quatre enseignantes sont si différentes en termes d'objectifs. Dans l'un des cas, seul le critère du nombre de côtés est travaillé, dans le second s'ajoute celui de convexe - non convexe. Pour finir, la troisième proposition n'aborde pas la convexité des formes, mais s'intéresse, en plus du nombre de côtés, à la nature de bords (droit ou courbe).

Conclusion

Pour conclure, il semble bien que la mise en œuvre d'une nouvelle ressource apporte bien son lot d'obstacles que ce soit conceptuel, organisationnel ou structurel. En effet, même si les apports de la didactique montrent que les choix effectués par les concepteurs sont cohérents, quelques choix restent implicites et donc questionnables. Il s'agit du choix du critère convexe ou non d'une forme, de son institutionnalisation avec un lexique géométrique formel, de la présence de deux jeux de formes distincts dont l'un est à photocopier et l'autre manipulable puis de la petite taille des pièces de ce dernier.

Par ailleurs, nous avons remarqué qu'intuitivement toutes les enseignantes ont questionné la raison d'être de l'apparition du critère convexe/non-convexe même s'il a finalement été abandonné au profit d'autres obstacles plus gênants. Cependant, bien qu'écartée, cette question est réapparue au moment de penser l'évaluation. Concernant le développement professionnel des enseignantes, nous remarquons que les obstacles rencontrés dans l'interaction avec la nouvelle ressource les ont amenées à se questionner sur de nombreux aspects (la signification mathématique de convexité, la structure du PER et ses nombreux points de suspension, l'ambiguïté entre des éléments du PER et des MER, l'évaluation, la question de l'adéquation du matériel). Au regard de ces nombreuses interrogations, elles ont finalement opéré des choix assumés ayant pour seul guide leurs élèves et leurs apprentissages.

BIBLIOGRAPHIE

Céli, V., Coutat-Gousseau, S. & Vendeira-Marechal, C. (2019). Travailler avec les formes en maternelle : premiers pas vers des connaissances géométriques ? In *Actes du 45ème Colloque de la COPIRELEM. Manipuler, Représenter, Communiquer : Quelle place pour les artefacts dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques ?* (pp.35-55).

Coutat-Gousseau, S. & Vendeira-Maréchal, C. (2015). Quelles ressources pour la reconnaissance de formes en maternelle ? *In Actes du XXXXIe colloque COPIRELEM. Mont de Marsan.*

CIIP (2010). *Plan d'études romand.* Repéré à www.plandetudes.ch

CIIP (2018). ESPER CIIP. Repéré à https://www.ciip-esper.ch/

Gueudet, G. & Trouche, L. (dir.) (2010). *Ressources vives, le travail documentaire des professeurs en mathématiques.* Rennes : Presses Universitaires de Rennes et INRP.

Ging, E., Sauthier, M.-E. & Stierli. E. (1997). *Mathématiques, première année.* Neuchâtel : COROME.

Pinet, L. & Gentaz, E. (2007). La reconnaissance de figures géométriques planes (cercle, carré, rectangle et triangle) chez des enfants de cinq ans. *Grand N, 80,* 17-24.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies : approche cognitive des instruments contemporains.* Paris : Armand Colin. Repéré à https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01017462/document

Vendeira, C. & Coutat, S. (2017). « C'est une montagne ou une trompette ? » entre perception globale et caractéristiques des formes au cycle 1 et 2. *Grand N, 100*, 79-104.

Vendeira, C. (2019). Quelle transférabilité d'un matériel de géométrie d'un contexte d'enseignement à un autre ? *RMé, 232*, 47-57.

FAUT-IL SAVOIR CE QU'EST UN PROBLEME POUR LE RESOUDRE ?

Sylvie Coppé

Université de Genève, Equipe DiMaGe

Nous écrivons cet article à la suite de la publication et de la mise en place des nouveaux moyens d'enseignement romands, actuellement ceux de 1H à 5H. A partir de la classe de 3H, apparait une rubrique intitulée « Aide à la résolution de problèmes » (ARP) qui remplace la rubrique « Recherche et stratégie » des anciens moyens. A travers ce changement, on peut noter une volonté de l'institution scolaire d'organiser un travail sur la résolution de problèmes en partant de l'hypothèse de la difficulté des élèves (puisqu'on propose d'emblée une aide) et certainement d'outiller les enseignant.es. En analysant le point de vue adopté sur la résolution de problèmes et quelques activités proposées dans cette partie ARP en 3H et 4H, nous souhaitons engager une réflexion sur la nature des aides possibles et notamment sur celles qui portent sur les énoncés et les vérifications.

Après quelques rappels sur la résolution de problèmes dans le Plan d'Étude Romand (PER) nous citerons rapidement quelques études traitant de la résolution de problèmes et de ses difficultés. Nous analyserons[1] ensuite la structure des nouveaux moyens concernant la partie ARP puis quelques activités proposées en 3H et 4H.

LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES DANS LE PLAN D'ÉTUDE ROMAND

Suivant les indications du Plan d'Étude Romand (PER) la résolution de problème est au cœur des apprentissages et du processus d'enseignement, comme en témoignent les « visées prioritaires » pour chaque cycle indiquant que les problèmes peuvent être utilisés à la fois pour construire des notions et pour vérifier la compréhension et la maîtrise de ces dernières.

> Se représenter, problématiser et modéliser des situations et résoudre des problèmes en construisant et en mobilisant des notions, des concepts, des démarches et des raisonnements propres aux Mathématiques et aux Sciences de la nature dans les champs des phénomènes naturels et techniques, du vivant et de l'environnement, ainsi que des nombres et de l'espace. (Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique de la Suisse romande et du Tessin (CIIP), 2010)

Mais également, si l'on se réfère à la partie MSN 15 ou 25 « Représenter des phénomènes naturels, techniques ou des situations mathématiques... », les problèmes peuvent être proposés pour eux-mêmes afin de favoriser la recherche des élèves, la prise d'initiative, l'autonomie ou la motivation. Le PER précise que les élèves pourront ainsi développer « des stratégies d'apprentissage ».

Enfin, au début de chaque axe thématique, pour faire porter l'attention sur la résolution de problèmes, on trouve une liste composée d'« Éléments pour la résolution de problèmes » qui met en avant des éléments disparates comme des heuristiques, des stratégies de résolution et qui nous semble peu opérationnelle. Par exemple pour MSN 22 :

- tri et organisation des informations (liste, tableau, schéma, croquis, ...)
- mise en œuvre d'une démarche de résolution

[1] Etude associée au projet : « La résolution de problèmes comme objet ou moyen d'enseignement au cœur des apprentissages dans la classe de mathématiques : un point de vue fédérateur à partir d'études dans différents contextes » Subside n° 100019_173105/1 financé par le Fonds National Suisse.

- ajustement d'essais successifs
- pose d'une conjecture, puis validation ou réfutation
- déduction d'une ou plusieurs informations nouvelles à partir de celles qui sont connues
- réduction temporaire de la complexité d'un problème
- vérification, puis communication d'une démarche et d'un résultat en utilisant un vocabulaire, une syntaxe ainsi que des symboles adéquats. (CIIP, 2010)

Ce rapide survol du PER nous montre que la résolution de problèmes est bien prônée à travers un discours général comme c'est le cas dans une majorité de pays actuellement (Bednarz & Lajoie, 2018) mais il y a peu d'indications plus précises pour les enseignant.es.

ENSEIGNER LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ?

Les chercheur.es et les enseignant.es savent bien que l'activité de résolution des problèmes est d'une part complexe pour les élèves et d'autre part difficile à gérer pour les enseignant.es qui peuvent se sentir démunis face aux difficultés des élèves. En effet, il y a un changement dans les responsabilités de l'enseignant.e (notamment face à la mise en recherche et aux erreurs) et des élèves puisque ceux/celles-ci vont être amené.es à s'engager davantage dans les tâches qui ne sont pas seulement des applications et qui sont moins répétitives. L'observation de classes montrent que certain.es élèves ont du mal avec ce changement de contrat et qu'ils/elles n'entrent pas dans la tâche ou que d'autres restent bloqué.es attendant l'aide de l'enseignant.e.

Pour développer la résolution de problèmes et pallier ces difficultés, diverses modalités d'enseignement peuvent être proposées. La première est une fréquentation importante de la résolution de problèmes en faisant l'hypothèse que c'est par la répétition des activités de recherche que les élèves vont apprendre. Mais rien ne prouve actuellement que c'est le cas. D'ailleurs plusieurs études comme celle de Choquet Pineau (2014) sur les problèmes ouverts en France et celle de Chanudet (2019) sur l'option DMS[2] au cycle à Genève montrent que les enseignant.es (et par suite, certainement les élèves) peinent à dégager des enjeux d'apprentissage ce qui a notamment des effets sur l'évaluation.

Une autre modalité est d'enseigner la résolution de problèmes comme l'a proposé Pólya (1945) dont les travaux restent toujours utilisés. Cet auteur propose une description de l'activité de résolution de problèmes en quatre étapes successives : comprendre le problème, concevoir un plan, mettre le plan à exécution, examiner la solution obtenue. Il a également tenté d'enseigner chacune des étapes mais les résultats n'ont pas été concluants. Dans les années 80, ce modèle a été remis en cause par les psychologues qui lui préfèrent un modèle moins séquentiel dans lequel c'est le processus de représentation d'un problème qui est central (Julo, 1995 ; Richard, 1990).

> On a souvent voulu découper cette démarche en opérations successives : lire l'énoncé, comprendre le problème, définir un plan, ... Pourtant, ni la construction de la représentation, ni la résolution du problème en général, ne sont des processus linéaires. Il est admis, au contraire, que plusieurs processus interviennent simultanément et interagissent pour faire avancer notre compréhension et notre démarche de résolution. (Julo, 1995, p. 29)

Enfin des travaux plus récents tentent de travailler sur des propositions d'aides à la résolution de problèmes comme le font Fagnant & Demonty (2016). Elles proposent ainsi des ressources pour les enseignant.es sous forme de séquences d'enseignement. Cependant, il est à noter que ces chercheuses précisent que si des compétences sont spécifiquement travaillées lors d'une séance, elles ne le sont pas de façon isolée et dans tous les cas, les élèves résolvent les problèmes.

[2] Démarches mathématiques et scientifiques

Ces précisions étant données, nous nous proposons d'analyser certaines activités de l'axe thématique « Aide à la résolution de problèmes » des nouveaux moyens d'enseignement romands.

LA STRUCTURE DE LA RUBRIQUE

Pour étudier la structure de la rubrique et des activités, nous utiliserons les documents proposés sur le site ESPER (https://www.ciip-esper.ch/#/) sur lequel les nouveaux MER sont déposés : les activités accompagnées de leurs commentaires, le texte de cadrage « L'aide à la résolution de problèmes en 3^{e} et 4^{e} » et l'aide-mémoire.

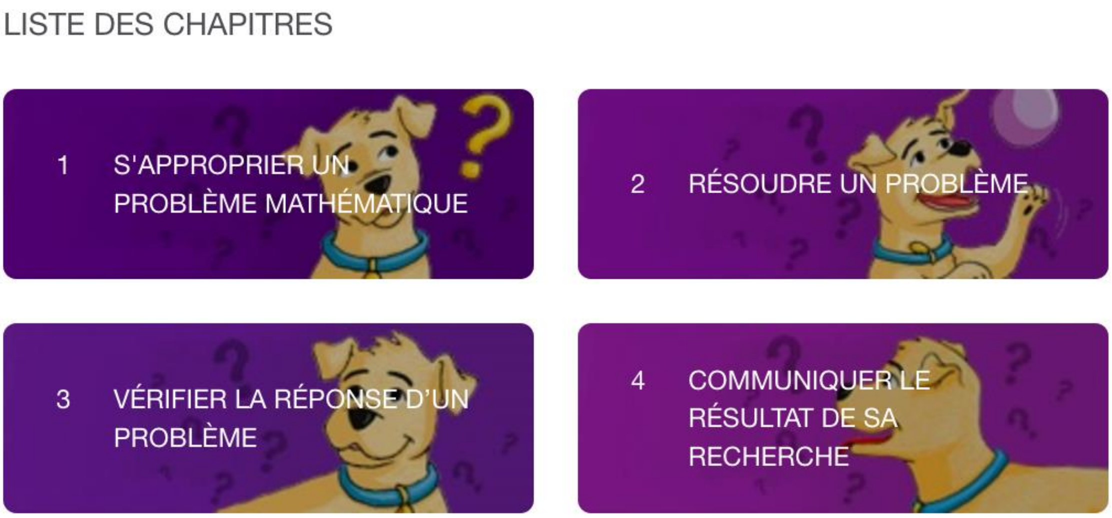


Fig. 1 : La liste des chapitres sur la plate-forme ESPER

La figure 1 montre les quatre chapitres qui composent l'axe, chapitres que l'on retrouve à tous les niveaux à partir de la classe de 3H. Ce découpage nous amène à supposer que les auteurs considèrent que d'une part, ce sont des étapes dans la résolution de problèmes et d'autre part que celles-ci peuvent être travaillées indépendamment. Le premier point est effectivement précisé dans le texte de cadrage même si ce qui est écrit entre parenthèses semble modérer l'affirmation. Il est à noter que les auteurs parlent de « représentation de l'énoncé » et non du problème sans que cette distinction soit davantage explicitée.

> Une fois que l'élève s'est construit une représentation de l'énoncé, il cherche une procédure de résolution et ensuite exécute cette procédure. C'est ce que nous appelons : résoudre un problème. (Il va de soi que souvent il y a un aller-retour entre la construction de la représentation de l'énoncé et la recherche de la procédure).

On retrouve donc là un modèle proche de celui de Pólya avec des différences : le chapitre 4 relève des contraintes scolaires : en classe, l'élève doit non seulement résoudre les problèmes mais aussi montrer à l'enseignant.e comme il a procédé (la réponse seule ne suffisant pas). Le chapitre 2 intitulé « résoudre un problème » nous questionne puisque le thème même de l'axe est la résolution de problèmes. Enfin vérifier la réponse nous amène à penser que l'activité de contrôle serait reléguée à la fin de la résolution. Nous pensons donc que cette structure est problématique car elle risque de favoriser l'idée que l'activité de résolution de problèmes est séquentielle, ce qui est fortement remis en cause actuellement comme nous l'avons dit plus haut, et par conséquent, que les aides elles-mêmes peuvent ne porter que sur un des éléments.

Ce phénomène de séquentialisation de la résolution de problèmes n'est pas nouveau : en France, dans le programme de 1995, il était indiqué que pouvaient être travaillées des « compétences transversales » (nous reprenons le terme tel qu'indiqué) pour la résolution de problèmes comme « reconnaître, trier, organiser et traiter les données utiles à la résolution d'un problème ; formuler et communiquer sa démarche et ses résultats ; argumenter à propos de la validité d'une solution, etc » (MEN, 1995, p. 62). À la suite de ça, étaient apparues dans les manuels scolaires des activités spécifiquement centrées sur l'une ou l'autre de ces « compétences ». En étudiant ces activités proposées dans des classes, nous avions montré que l'activité mathématique des élèves était réduite, que peu ou pas de connaissances mathématiques étaient mobilisées et que très souvent, tout l'enjeu portait sur la lecture et la prise d'information dans le texte, comme si la difficulté de la résolution de problèmes se situait à ce niveau (Balmes & Coppe, 1999 ; Coppé & Houdement, 2002). En conclusion nous nous interrogions sur la pertinence de telles activités pour la résolution de problèmes (voire même de façon plus générale pour la classe) et sur l'aide qu'elles pouvaient apporter.

Dans cet article, nous nous concentrons sur les activités proposées dans les chapitres 1, 3 et 4 que nous allons maintenant analyser.

SAVOIR CE QU'EST UN PROBLÈME

Nous nous intéressons ici aux activités proposées dans les chapitres 1 des classes de 3H et 4H. Pour ces deux niveaux, ce chapitre est composé de deux parties : Reconnaitre un énoncé de problème mathématique et lire des tableaux, des illustrations dans un énoncé. Nous n'analysons que ce qui est proposé dans la première.

Reconnaitre un problème *: Les petits textes et Problèmes ?* en 3H

En 3H, deux activités semblables sont proposées : *Les petits textes* et *Problèmes ?* (voir en annexe 1). Elles sont composées de quinze textes simples (huit pour la première et sept pour la seconde), avec quelques illustrations. Les élèves doivent décider « s'il s'agit de problèmes mathématiques ». Les commentaires sur cette activité ne précisent pas davantage son enjeu. Il est seulement indiqué qu'elle doit déboucher sur cette « institutionnalisation » qui se trouve également dans l'aide-mémoire :

> Dans un problème mathématique, il y a un énoncé (qui peut être un texte, un dessin, un tableau, …) qui donne des indications pour répondre à une ou plusieurs demandes. La réponse ne se trouve pas directement dans l'énoncé. Tu dois utiliser des informations données et des connaissances mathématiques pour trouver la solution.

Cette définition nous semble tout à fait discutable puisque depuis plusieurs années les chercheur.ses s'accordent sur le fait qu'un problème est ce qui pose problème et qu'il provient avant tout d'une relation entre le sujet et la situation comme le souligne Brun (1990).

> Dans une perspective psychologique, en effet, un problème est généralement défini comme une situation initiale avec un but à atteindre, demandant à un sujet d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but. Il n'y a problème que dans un rapport sujet / situation, où la solution n'est pas disponible d'emblée, mais possible à construire. C'est dire aussi qu'un problème pour un sujet donné peut ne pas être un problème pour un autre sujet, en fonction de leur niveau de développement intellectuel par exemple. (Brun, 1990, p. 2)

Notre analyse sur le choix des textes montre que les auteurs ont fait référence à des situations familières aux élèves. Les textes sont relativement simples (maximum deux phrases, ce qui se justifie car les élèves ne sont pas tous encore à l'aise avec la lecture), huit comportent des nombres entiers petits et dix une question. Par ces choix, on peut se demander si les auteur.trices veulent indiquer que les critères questions et présence de nombres ne sont ni nécessaires ni suffisants pour avoir un énoncé de problème. On peut noter que répondre aux questions posées dans chaque texte ne s'avère pas difficile pour les élèves. Par conséquent, d'un point de vue didactique, on peut donc se demander si l'enjeu de définition d'un problème (tel qu'énoncé dans l'aide-mémoire) peut être atteint, d'une part à cause de sa complexité pour des élèves de cet âge et, d'autre part puisque les énoncés proposés ne posent pas vraiment problème aux élèves.

Mais plus généralement on peut se demander s'il faut considérer que savoir ce qu'est un problème est utile, nécessaire pour pouvoir en résoudre. Et quand bien même on le saurait, en quoi est-ce une aide ?

Nous avons expérimenté cette activité dans une classe de 3H au mois de mars 2019. L'enseignante avait choisi de donner ensemble les deux activités pour avoir un nombre important d'énoncés. Les élèves travaillaient par deux sur un seul énoncé, se mettaient d'accord, puis revenaient sur les petits bancs pour la mise en commun qui devait amener à un classement des textes. Voici ce qu'ont fait les élèves, ce qui montre que l'enjeu de la tâche n'a pas été atteint.

Quand c'était possible, ils répondaient à la question posée dans le texte (comme nous l'avions prévu, cela ne leur a pas posé de difficulté) et non à celle portant l'activité. L'enseignante a donc dû rappeler ce point sans arrêt. Le seul texte qui leur a posé problème est « Pierre est plus petit que … ».

- Pour les textes fortement liés à un contexte familier comme celui de « Ali mange… » ou « Un castor… » ou « Julie se promène », ils faisaient de nombreux développements en racontant des anecdotes. Là encore, l'enseignante a dû intervenir pour interrompre les discussions.

En annexe 2, se trouve le classement finalement retenu avec un fort guidage de l'enseignante. Deux catégories sont apparues :

celle avec les textes où l'on doit faire quelque chose, il y a une question, il y a combien, et des nombres ;

- celle où on explique (le castor et le dompteur), mais il y a aussi combien.

Restent quatre textes qui n'ont pas pu être classés : « Pierre est plus petit que … » ce qui est à mettre en lien avec la difficulté à trouver la réponse et les trois textes qui ont suscité les commentaires les plus importants alors qu'ils comportaient pourtant une question.

Pour conclure, nous nous demandons encore quel est l'enjeu mathématique de cette activité. Nous avons constaté que les élèves repéraient bien les questions et que naturellement ils tentaient d'y répondre ce qui, en plus, était facile pour eux. En revanche, ils n'ont pas pris en compte le but de l'activité (classer les textes selon que ce sont des problèmes ou non) et c'est finalement l'enseignante qui l'a pris en charge. Notons également que ce classement distingue les textes selon leur proximité mais qu'il ne répond pas à la question de la désignation d'un problème mathématique. En fait on peut se dire que seul le texte « Pierre est plus petit que … » constituait un problème pour les élèves de cette classe et il n'a pas été classé. Le lien avec le texte de l'institutionnalisation est lointain et nous semble très abstrait pour les élèves de cet âge. Enfin on peut se demander si ce type d'activité métacognitive est vraiment adaptée à des élèves aussi jeunes et qui ont peu rencontré les problèmes avant.

Ce travail se poursuit en 4H par la caractérisation des problèmes. C'est ce que nous allons étudier dans le paragraphe suivant.

Utiliser des critères pour reconnaitre un problème : *Quel est le problème ? (1) et (2)*

La définition d'un problème proposée en 3H est reprise en 4H et déclinée en quatre critères qui doivent être testés par les élèves dans les activités *Quel est le problème ? (1) et (2)* (cf. Annexe 3) pour vérifier si un texte est un problème ou non. Dans les commentaires de l'activité il est précisé : « À la fin, lors d'une mise en commun, il est relevé que pour qu'un texte soit un problème mathématique, il faut répondre « oui » à toutes les questions.

- Y a-t-il un énoncé ?
- Y a-t-il une demande ?
- Y a-t-il des informations pour trouver la réponse ?
- Faut-il des connaissances mathématiques pour résoudre le problème ? »

Examinons chacun des critères. Pour le premier et le troisième, il nous semble impossible d'imaginer un problème sans énoncé (d'autant plus qu'il est précisé que « cela peut être un texte, un dessin, un tableau, … ») ou un texte sans informations. Imaginons le texte minimal suivant AAA, on pourrait toujours dire qu'il y a 3 A, qu'ils sont écrits en majuscules…, ce qui constitue des informations. Or une information n'est pas donnée en soi, elle le devient parce qu'il y a un contexte et éventuellement une question.

Quelquefois celle ou celui qui résout ne se rend compte de ce qui était une information qu'à la fin de la résolution. Donc ces deux critères ne nous paraissent pas pertinents.

Pour le second, le terme « demande » est utilisé car certains problèmes ne comportent pas de question. Cependant il y a un risque de confondre la question du problème et la tâche demandée à l'élève. Enfin le quatrième critère nous semble très délicat à trancher et sujet à de nombreuses discussions : la nature des connaissances mathématiques, leur nécessité, leur détermination a priori, etc. Nous conseillons aux lecteur.trices de réfléchir sur ce dernier critère pour le texte de l'annexe 3 sur les formes. Suite à cette analyse, nous n'avons pas souhaité tester cette activité dans les classes.

Ensuite, on trouve deux autres activités dites d'entrainement qui portent sur les données utiles/inutiles. L'enjeu annoncé est « Savoir que dans un énoncé il peut y avoir des données inutiles ». Là encore, cette question est délicate car, pour celle ou celui qui résout, il n'est pas simple de décider ce qui est utile/inutile et plus précisément pour quoi. En effet, pour pouvoir mieux comprendre un texte, nous avons quelquefois besoin de ces « données inutiles ». Analysons le problème suivant pour lequel les élèves doivent répondre aux cinq questions :

> Paul naît le 12 juin 2019. Ses parents Jules et Juliette ont désormais 3 enfants. L'aîné Fred a 7 ans et Aline a 3 ans de moins que Fred. Quel est l'âge d'Aline ?
>
> Pour résoudre ce problème, est-il utile de savoir que :
>
> - les parents s'appellent Jules et Juliette ?
> - Paul est né le 12 juin 2019 ?
> - Fred a 7 ans ?
> - il y a trois enfants ?
> - Aline a 3 ans de moins que Fred ?

Lorsque nous avions fait l'étude en France en 1995 (Balmes & Coppe, 1999) nous avions trouvé de façon fréquente ce type d'activité dans les manuels et nous avions constaté que les dates de naissance constituaient la majorité des données inutiles, certainement car elles contiennent des nombres. Mais les élèves ne sont pas dupes ! De plus, comme ici, les problèmes posés n'étaient pas difficiles à résoudre : la soustraction est utilisée dans un sens classique, le « de moins » est congruent à la soustraction. Donc ce problème n'est pas vraiment un problème, y compris pour des élèves jeunes. Donc la tâche demandée semble avoir un enjeu peu justifiable.

De plus, si on évoque Paul dans ce texte, il est important d'avoir quelques informations sur lui, donc la précision « ses parents ont 3 enfants » nous permet de mieux nous représenter cette famille. De plus, si l'on supprimait tout ce qui est « inutile », il y un risque que le texte soit extrêmement réduit (est-il utile de connaitre les prénoms ?). Nous pensons donc que ce type d'activité ne constitue pas une aide et nous avons du mal à lui trouver un enjeu d'enseignement/apprentissage, d'autant plus si cela se substitue à des résolutions de problèmes plus consistants.

Enfin, du point de vue de la résolution on peut donc se demander si les informations sont utiles en elles-mêmes ou bien par leurs relations entre elles. Prenons les deux problèmes suivants dont les textes sont très proches, l'un est facile et bien réussi et l'autre est difficile. Les « données utiles » sont les mêmes, mais ce sont leurs relations entre elles qui posent problème et il nous semble que tout le travail qui peut être fait pour aider les élèves doit porter sur ce point.

> Marie a 5 billes dans la main droite et 7 dans la main gauche. Combien a-t-elle de billes en tout ?
>
> Anton vient de perdre 5 billes ; il en a maintenant 7. Combien en avait-il avant de jouer ?

Dit autrement, comprendre un problème pour pouvoir le résoudre ne se limite pas à la compréhension de l'énoncé et le travail à faire dépasse celui de la simple lecture. C'est ce que soulignait Julo (1995) :

> Ce sont les relations complexes entre un but donné et les conditions de réalisation de ce but (les contraintes et les aides qu'introduit l'auteur de l'énoncé) qui caractérisent ce qu'est un problème par rapport à d'autres situations de compréhension de texte. (p. 16)

VERIFIER : *POSSIBLE ? QUI A RAISON ? LA BAGUETTE*

Dans cette dernière partie, nous analysons les trois activités proposées dans le chapitre 3 « Vérifier la réponse d'un problème » : *Possible ? Qui a raison ? La baguette* (voir *Possible ?* en annexe 4). Tout d'abord nous rappelons que les vérifications ou les contrôles se font, d'une part, dans le cadre de la représentation qui a été construite et, d'autre part, tout au long de la résolution (Coppé, 1993).

Ces trois activités sont assez semblables : on donne un problème d'addition/soustraction composé d'un texte court (une phrase et une question). Les élèves doivent choisir la bonne réponse parmi deux proposées dans *Qui a raison ?* et *La baguette*. Pour *Possible ?* ils doivent indiquer si la réponse est possible (nous supposons que cela veut dire vraisemblable). Rien n'indique qu'il faut résoudre le problème.

L'analyse de ces problèmes montre, encore une fois, qu'ils se résolvent facilement puisque, en utilisant la classification de Vergnaud (1990), les sens de l'addition et de la soustraction qui sont convoqués sont la recherche du tout à partir de deux parties ou le gain/la perte à partir d'un état initial. Les nombres sont petits. On peut donc penser qu'il est plus rapide de résoudre le problème et ensuite de se prononcer sur les réponses données. A chaque fois, c'est la somme et/ou la différence qui sont proposées et dans *Qui a raison ?* c'est une autre unité (qui quelquefois n'apparait pas avant). Dans ce cas, nous faisons l'hypothèse qu'il est peu probable que les élèves choisissent cette réponse. Donc, au vu de ces choix de variables didactiques, nous pensons que cette activité n'est pas pertinente puisqu'il est facile de résoudre le problème et que les réponses fausses sont peu adaptées.

Cette analyse étant faite, nous avons testé dans la classe de 3H une activité semblable dans laquelle nous avons choisi des situations d'addition et de soustraction plus complexes, des nombres plus grands et davantage de réponses (voir annexe 5) afin de bloquer le recours à la résolution du problème. Nous avons filmé un groupe de quatre élèves pour chaque problème en choisissant un groupe d'élèves en réussite, un groupe d'élèves en difficulté et deux groupes hétérogènes. Il ressort que tous les élèves se lancent dans la résolution (et certains la trouvent dans tous les types de groupes !) sans regarder les réponses proposées, et ceci, malgré les relances de l'enseignante sur la consigne. Donc, même avec ce changement, il est difficile de faire entrer les élèves dans la demande de vérification a priori (mais au moins ils ont développé une activité mathématique intéressante et motivante). Nous voyons deux pistes d'explication :

- l'âge des élèves : comme pour l'activité *Les petits textes*, les élèves veulent répondre à la question posée et ne s'approprient pas la demande d'anticipation de la solution ;
- le type de problèmes : effectivement ils sont directement accessibles et il est relativement facile de se lancer dans leur résolution.

CONCLUSION

Nous sommes bien consciente que la résolution de problèmes est un domaine complexe et que les travaux de recherche offrent de nombreuses pistes qui ont encore du mal à être opérationnelles dans les classes. Dans cet article, nous avons montré que certains choix faits dans les nouveaux moyens d'enseignement romands nous semblent peu pertinents. Nous avons remis en cause le découpage en quatre chapitres qui donne l'impression que la résolution de problèmes est décomposable en étapes qui pourraient être travaillées pour elles-mêmes, ce qui est fortement remis en cause dans les travaux depuis les années 90 (Richard, 1990 ; Julo, 1995). Puis, à partir de l'analyse et de l'expérimentation des activités proposées dans les chapitres 1 et 3, nous avons mis en doute leur intérêt pour les apprentissages mathématiques et nous avons souligné le fait que les difficultés de résolution de problèmes ne se situaient pas au niveau de la lecture de l'énoncé.

Pour conclure, nous faisons deux propositions alternatives concernant ce travail sur la résolution de problèmes. Tout d'abord, il faudrait distinguer les deux types de problèmes qui sont proposés dans la classe à différents moments de l'enseignement/apprentissage : les problèmes qui permettent d'introduire et de travailler certaines notions mathématiques enseignées à l'école primaire (pour lesquels est visée une certaine maitrise, à un niveau donné, pour montrer que l'élève a développé des connaissances sur la notion mathématique en jeu) et les problèmes qui visent à faire chercher les élèves (Coppé & Houdement, 2002 ; Houdement, 2017). Ceci étant fait, concernant les problèmes pour chercher, il est important d'outiller les enseignants pour les aider à mieux déterminer les savoirs, savoir-faire, compétences en jeu et ainsi permettre des apprentissages plus ciblés. Un travail pourrait également être fait sur la gestion des séances de résolution de problèmes, notamment pour favoriser la dévolution, pour développer le processus d'institutionnalisation et enfin pour mieux adapter les relances.

BIBLIOGRAPHIE

Balmes, R. M. & Coppe, S. (1999*).* Les activités d'aide à la résolution de problèmes en cycle 3. *Grand N, 63*, 39-58.

Bednarz, N. & Lajoie, C. (2018). La résolution de problèmes au Québec au cours du 20e siècle. In J. L. Dorier, G. Gueudet, M. L. Peltier, A. Robert, & E. Roditi (Ed.), *Enseigner les mathématiques. Didactique et enjeux de l'apprentissage.* (pp. 421-453). Belin Education.

Brun, J. (1990). La résolution de problèmes arithmétiques : Bilan et perspectives. *Math-Ecole*, *141*, 2-15.

Chanudet, M. (2019). *Etude des pratiques évaluatives des enseignants dans le cadre d'un enseignement centré sur la résolution de problèmes en mathématiques*. Thèse de doctorat en Sciences de l'Éducation. Université de Genève.

Choquet Pineau, C. (2014). *Une caractérisation des pratiques de professeurs des écoles lors de séances de mathématiques dédiées à l'étude de problèmes ouverts au cycle*. Thèse de doctorat en didactique des mathématiques. Université de Nantes.

CIIP (2010). *Plan d'études romand. Repéré à* http://www.plandetudes.ch

Coppé, S. (1993). *Processus de vérification en mathématiques chez les élèves de première scientifique en situation de devoir surveillé.* Thèse de doctorat en didactique des mathématiques. Université Claude Bernard. Lyon I.

Coppé, S. & Houdement, C. (2002). Réflexions sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire. *Grand N*, *69*, 53-62.

Fagnant, A. & Demonty, I. (2016). *Résoudre des problèmes : Pas de problème ! Guide méthodologique et documents reproductibles en ligne 10/12 ans*. De Boeck.

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N*, *100*, 59-78.

Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques : Un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*. Presses universitaires de Rennes.

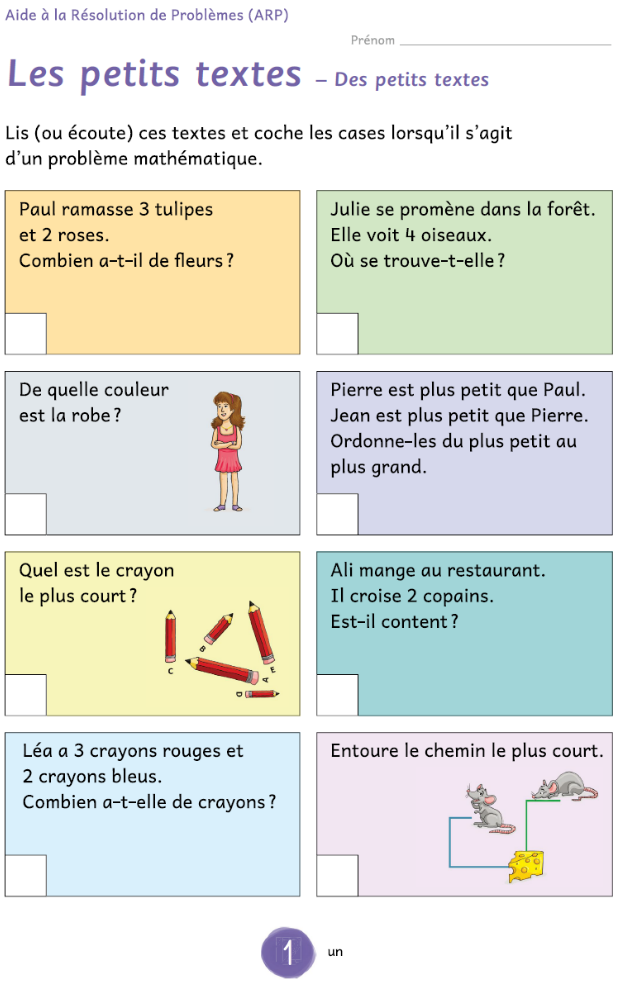
Ministère de l'Education Nationale Direction des écoles (1995). *Programmes de l'école primaire*. Paris : CNDP

Pólya, G. (1945). *How to solve It*. Princeton NJ.

Richard, J.-F. (1990). *Les activités mentales*. Armand Colin.

Vergnaud, G. (1990). Psychologie et développement cognitif et didactique des maths : Un exemple : Les structures additives. *Grand N, 22*, 51-69.

ANNEXE 1


Aide à la Résolution de Problèmes (ARP)

Prénom

Les petits textes – Des petits textes

Lis (ou écoute) ces textes et coche les cases lorsqu'il s'agit d'un problème mathématique.

Paul ramasse 3 tulipes et 2 roses. Combien a-t-il de fleurs ?

Julie se promène dans la forêt. Elle voit 4 oiseaux. Où se trouve-t-elle ?

De quelle couleur est la robe ?

Pierre est plus petit que Paul. Jean est plus petit que Pierre. Ordonne-les du plus petit au plus grand.

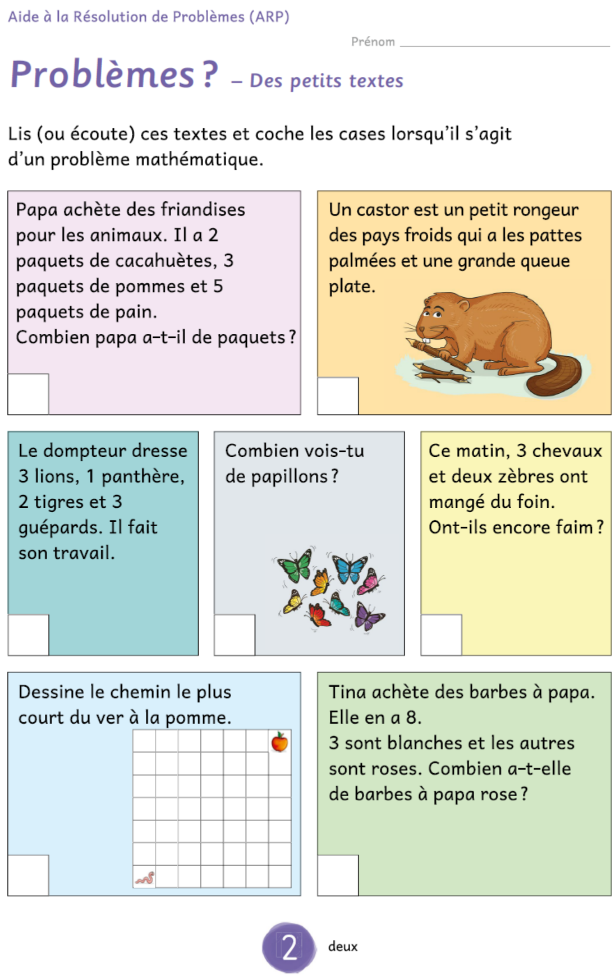
Quel est le crayon le plus court ?

Ali mange au restaurant. Il croise 2 copains. Est-il content ?

Léa a 3 crayons rouges et 2 crayons bleus. Combien a-t-elle de crayons ?

Entoure le chemin le plus court.

1 un


Aide à la Résolution de Problèmes (ARP)

Prénom

Problèmes ? – Des petits textes

Lis (ou écoute) ces textes et coche les cases lorsqu'il s'agit d'un problème mathématique.

Papa achète des friandises pour les animaux. Il a 2 paquets de cacahuètes, 3 paquets de pommes et 5 paquets de pain. Combien papa a-t-il de paquets ?

Un castor est un petit rongeur des pays froids qui a les pattes palmées et une grande queue plate.

Le dompteur dresse 3 lions, 1 panthère, 2 tigres et 3 guépards. Il fait son travail.

Combien vois-tu de papillons ?

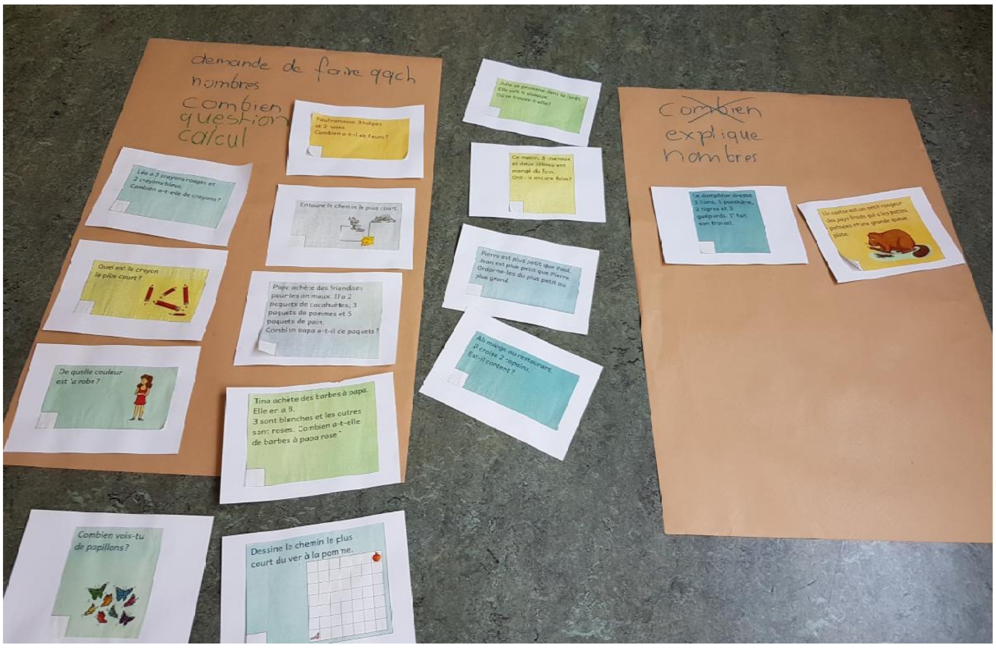
Ce matin, 3 chevaux et deux zèbres ont mangé du foin. Ont-ils encore faim ?

Dessine le chemin le plus court du ver à la pomme.

Tina achète des barbes à papa. Elle en a 8. 3 sont blanches et les autres sont roses. Combien a-t-elle de barbes à papa rose ?

2 deux

ANNEXE 2



Annexe 3

Quel est le problème ?

Quel est le problème ? (1)

Des énoncés sont proposés dans les encadrés violets.

Si tu réponds « oui » aux quatre questions, tu te trouves face à un problème mathématique.

Amélie joue avec Didier dans la cour. Elle a 14 billes et elle en perd 5. Combien lui reste-t-il de billes ?

Entoure la bonne réponse.

Y a-t-il un énoncé ?	oui	non
Y a-t-il une demande ?	oui	non
Y a-t-il des informations pour trouver la réponse ?	oui	non
Faut-il des connaissances mathématiques pour résoudre le problème ?	oui	non

Ce tableau est de Gaëlle Pecoraro. C'est une œuvre abstraite. C'est une peinture à la gouache. Aimes-tu ce tableau ?

Entoure la bonne réponse.

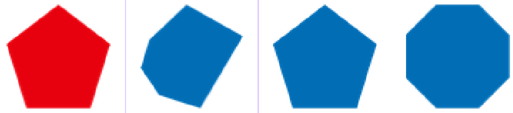
Y a-t-il un énoncé ?	oui	non
Y a-t-il une demande ?	oui	non
Y a-t-il des informations pour trouver la réponse ?	oui	non
Faut-il des connaissances mathématiques pour résoudre le problème ?	oui	non

Quel est le problème ? (2)

Des énoncés sont proposés dans les encadrés violets.

Si tu réponds « oui » aux quatre questions, tu te trouves face à un problème mathématique.

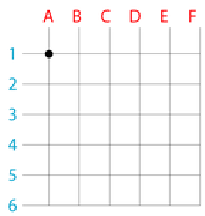
Entoure la forme bleue qui est la même que la forme rouge.



Entoure la bonne réponse.

Y a-t-il un énoncé ?	oui	non
Y a-t-il une demande ?	oui	non
Y a-t-il des informations pour trouver la réponse ?	oui	non
Faut-il des connaissances mathématiques pour résoudre le problème ?	oui	non

Ce quadrillage est dessiné sur le sol. Nous n'en avons plus besoin. Il faut l'enlever.



Entoure la bonne réponse.

Y a-t-il un énoncé ?	oui	non
Y a-t-il une demande ?	oui	non
Y a-t-il des informations pour trouver la réponse ?	oui	non
Faut-il des connaissances mathématiques pour résoudre le problème ?	oui	non

Annexe 4

Possible?

Luc a 7 bougies allumées sur son gâteau. Il en éteint 4. Combien reste-t-il de bougies allumées ?

Réponse: Il reste 3 bougies.

Sara a 7 boutons à son manteau. Elle en perd 1. Combien lui reste-t-il de boutons ?

Réponse: Il lui reste 6 boutons.

Tina fait un collier de perles. Elle a mis 5 boules bleues et 3 boules rouges. Combien a-t-elle mis de perles dans son collier ?

Réponse: Elle a 8 champignons.

Sara a 10 chocolats. Elle en donne 6 à ses camarades. Combien lui reste-t-il de chocolat ?

Réponse: Il lui reste 4 chocolats.

Luc a 8 cerises. Il en mange 2. Combien lui reste-t-il de cerises ?

Réponse: Il reste 6 grenouilles.

Dans l'enclos il y a 3 vaches et 2 moutons. Combien y a-t-il d'animaux ?

Réponse: Il y a 5 animaux.

Maman achète 2 glaces à la vanille et 4 glaces à la fraise. Combien de glaces a-t-elle acheté ?

Réponse: Elle a acheté 6 poulets.

Tim adore lire des bandes dessinées. Il en reçoit 5 à son anniversaire. Il en lit 2 le même jour. Combien lui reste-t-il de bandes dessinées à lire ?

Réponse: Il lui reste 3 billes.

Lio reçoit 3 boites de lego. Il en a déjà 7 dans sa caisse. Combien y a-t-il de boites de lego dans sa caisse ?

Réponse: Il y a 10 boîtes de lego dans sa caisse.

Lucie mange 6 bonbons. Il lui en reste 3. Combien en a-t-elle mangés ?

Annexe 5

Anton a 25 œufs. Il en casse 12. Combien lui reste-t-il d'œufs entiers ?

Barre les réponses qui te paraissent fausses.

Il ne lui en reste pas

Il lui en reste 20

Il lui en reste 13

Il lui en reste 37

Apolline a 40 billes rouges. Victor lui en donne 35. Combien Apolline a-t-elle de billes maintenant ?

Barre les réponses qui te paraissent fausses.

Elle a 45 billes

Elle a 35 billes

Elle a 75 billes

Elle a 10 billes

Thomas et ses copains ont fait des biscuits. Ils en ont mangé 28. Il en reste 15 sur la table. Combien avaient-ils fait de biscuits?

Barre les réponses qui te paraissent fausses.

Ils avaient fait 43 biscuits

Ils avaient fait 28 biscuits

Ils avaient fait 15 biscuits

Ils avaient fait 50 biscuits

Ils avaient fait 100 biscuits

Leila a 38 billes de différentes couleurs. Elle perd toutes les rouges. Combien lui reste t-il de billes ?

Barre les réponses qui te paraissent fausses.

Il lui reste 52 billes

Il lui reste 15 billes

Il ne lui reste plus de billes

A LA RECHERCHE D'UNE DIDACTIQUE MATHEMATIQUE EN ALGEBRE ADAPTEE - ÉTUDE COMPARATIVE DES MANUELS DE MATHS DE SUISSE ROMANDE ET D'IRAN AU NIVEAU 11H

Sayeh Hosseinian

Enseignante secondaire I en mathématiques

Ayant effectué une majeure partie de ma scolarité en Iran, où s'est éveillée ma passion pour les mathématiques, et enseignant depuis plusieurs années en Suisse, je me suis questionnée sur l'enseignement de l'algèbre entre ces deux institutions. Cet article présente ma rechercher sur l'analyse des manuels concernant les exercices d'algèbre de cycle 3 des écoles de Suisse romande en comparaison à celles d'Iran et analyse l'influence de cette construction sur l'apprentissage des élèves.

INTRODUCTION

Cet article provient de mon travail de mémoire soutenu en juin 2020 dans le cadre de mon master pédagogique secondaire 1 en mathématiques à la HEPVS. Je me suis astreinte à étudier et à comprendre les différences dans la manière d'enseigner en comparant les manuels officiels d'Iran et de Suisse romande de cycle 3. L'objectif était d'identifier, à l'aide de l'analyse praxéologique de la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) (Chevallard, 1985), les possibles spécificités des manuels des deux institutions et l'éventuel impact des manuels sur la construction des connaissances des élèves en mathématiques.

Cet intérêt provient de mon expérience d'enseignante en Suisse lors de laquelle j'ai été étonnée de la difficulté si importante des élèves face à l'algèbre dont je n'avais pas souvenir en Iran (ni dans mon statut d'étudiante ni en qualité d'enseignante). Cette curiosité, mêlée à ma passion pour l'algèbre, m'ont guidée à rechercher la manière dont sont construits les exercices d'algèbre au niveau 11H des écoles en Suisse romande en comparaison à celles d'Iran (équivalent de 9H)[1] et dans quelle mesure les différences et les limites entre les manuels – qui constituent les vecteurs institutionnels principaux du savoir à enseigner (Sirejacob, 2016, p.28) – pourraient avoir une influence sur l'apprentissage que les élèves font usuellement entre 12 et 15 ans.

A partir de la littérature, nous avons formulé les hypothèses suivantes :

(H1) Les manuels ne font pas travailler des équations pertinentes d'un point de vue didactique.

(H2) Les manuels iraniens introduisent plus tôt la résolution d'équation que les manuels suisses.

(H3) La différence de temporalité a une influence sur l'univers cognitif des apprenants.

Dans un premier temps, le cadre conceptuel pour l'analyse des manuels sera présenté, puis nous évoquerons la méthodologie employée en vue de corroborer ou réfuter nos hypothèses. Par la suite, le corpus d'analyse relatif aux tableaux d'observation des manuels sera introduit afin de procéder à leur analyse, nous permettant *ipso facto* une analyse comparative. Les limites de la portée de cette recherche seront considérées avant finalement de conclure sur les apports de cette dernière.

---

[1] Nous avons sélectionné les types de tâches du manuel de 11H suisse romand et ceux des manuels iraniens de 9H et 10H afin de les comparer par la praxéologie de TAD. En effet, dans le manuel iranien de 11H, les exercices de type « résolution d'équations » n'existent pas.

Concepts théoriques de l'étude

En préambule, considérons brièvement l'itinéraire de l'enseignement du calcul littéral à l'école secondaire. Autant en Suisse romande, en référence au plan d'étude romand (PER), qu'en Iran, le calcul littéral est introduit dans les manuels de 9H et se poursuit jusqu'en 11H. En 9H, les objectifs à atteindre ainsi que leur enseignement varient en fonction des niveaux propres à chaque canton. A noter que les chapitres considérés du manuel suisse romand sont sous forme d'exercices sans aucun contexte de modélisation (Ruiz-Munzón et al., 2020) contrairement au manuel iranien présentant à la fois des exercices et une démonstration du processus d'algébrisation. En revanche, dans les deux pays, le chapitre de l'algèbre est précédé par les opérations de base et le calcul arithmétique.

Épistémologie des équations

L'étude de Sirejacob (2016), à travers une analyse des programmes de 2008 et de manuels scolaires français, met en exergue de nombreuses problématiques actuelles liées à l'enseignement de l'algèbre. Selon l'auteur, le système d'enseignement ne met pas en place une organisation didactique explicite afin de prendre en charge les besoins d'apprentissage des élèves ; « un symbolisme incompris, des règles appliquées à l'aveugle, souvent fausses ou déformées, peu de sens donné à la lettre, et une incapacité à contrôler des transformations algébriques. » (Sirejacob, 2016, p.27). Dans cet article, cet auteur avertit sur le danger de l'enseignement sachant qu'il s'appuie sur des manuels qui « (…) ne se prononcent pas, viennent occulter cette identification des besoins » (Sirejacob, 2016, p.28). En ramenant cela à notre étude, il s'avère que les manuels considérés se lancent directement dans la résolution d'équations sans une définition formelle d'une équation comme si celle-ci était « supposée bien connue des étudiants – ou alors, jugée inaccessible. » (Sirejacob, 2016, p.28). Dans l'ouvrage *Les organisations de savoirs mathématiques à enseigner : les équations au collège* (Sirejacob, 2016), l'équation est définie sur un certain ensemble, généralement les nombres réels pour l'enseignement au secondaire. La résoudre signifie la recherche de « tous les éléments appartenant à cet ensemble de définition vérifiant l'égalité considérée » (Sirejacob, 2016, p.28).

Les difficultés face à la résolution des équations peuvent alors s'expliquer selon certains auteurs par le fait que les exercices des manuels invitent les élèves à résoudre arithmétiquement l'équation (par essais et erreurs en mentionnant par exemple « résous ces équations mentalement ») sans créer le besoin d'utiliser des procédures et du vocabulaire algébriques. Toutefois, Coppé (2009) mentionne une double rupture épistémologique entre arithmétique et algèbre qui se caractérise par une opposition des caractéristiques de la résolution et une opposition des modes d'appréhension des écritures algébrique et numérique. Ainsi, alors que la démarche de résolution arithmétique consiste à rechercher puis calculer les inconnues dans un ordre convenable par des stratégies en rapport au contexte, la démarche de résolution algébrique consiste à représenter formellement le problème (relations entre les inconnues et les données) puis à utiliser des procédures de traitement formel pour trouver la solution.

Dans cette veine, Ruiz-Munzón (2020), en faveur d'une reconstruction des manuels mathématiques « en situant l'algèbre en articulation avec les autres domaines des mathématiques enseignées » (p.142) encourage l'introduction de l'algèbre élémentaire dès l'enseignement à l'école primaire afin « (…) de dépasser le phénomène de l'algébrisation abrupte des mathématiques scolaires et les difficultés que celui-ci pose à un grand nombre d'élèves dans un moment clé de leur cursus scolaire. » (Ruiz-Munzón, 2020, p.141).

C'est pourquoi il est selon nous pertinent d'étudier la répartition des tâches dans les manuels en considérant notamment la proportion de résolution arithmétique et algébrique.

Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques

Dans le cadre de cette étude, nous avons mobilisé la théorie de l'Approche anthropologique du rapport au savoir en didactique des mathématiques enrichi par le mathématicien Yves Chevallard. Ce dernier a non seulement théorisé des techniques d'enseignement en mathématiques riches, mais il a également mis en évidence la complexité des individus qui deviennent des *personnes* et la difficulté qu'elles provoquent sur le système d'enseignement, à travers plusieurs notions fondamentales (Chevallard, 1985) :

- L'objet (o) correspond à toute entité matérielle ou immatérielle qui existe pour au moins un individu ;
- Le rapport personnel d'un individu à un objet (R (x, o)) ;
- Un individu et ses systèmes de rapports personnels ;
- L'institution (I) en tant que dispositif social.

De cette thèse, il ressort qu'en vue de faire apprendre quelque chose à quelqu'un, il faut entrer dans son univers cognitif qui est un ensemble non-vide d'objets et de rapports personnels avec ces objets ; « on appelle alors univers cognitif de x l'ensemble $U(x)=\{(o,R(x,o))/R(x,o)\neq\emptyset\}$ » (Chevallard, 1985, p.1). Tous les objets font partie de cet ensemble, par exemple ma brosse à dents, de la même manière que la notion d'équation du second degré ou celle de père (Chevallard, 1985) et donc le rapport de la personne avec ces objets constitue son univers cognitif qui peut changer.

Transposant cette idée à notre étude, on peut imaginer l'élève comme une personne avec ses rapports personnels (non vides) différents et le concept d'équation ou de calcul littéral ; on peut considérer la relation du concept d'équation (o) avec l'élève (x), et le manuel comme position (I). Par conséquent, l'élève appréhende l'objet (o) à travers ses types de rapports rassemblés dans son univers cognitif (non vide). Ainsi, dans le cas où l'élève est confronté en classe pour la première fois à la représentation d'un nombre par la lettre « a » ou « x » - première rencontre -, il est possible qu'il clame l'existence inutile de cette lettre dans les mathématiques, bien que cela dépende de comment sont introduites les expressions algébriques par l'enseignant. Ce moment historique est exactement le moment pour créer la relation avec cet objet, lors duquel intentionnellement l'univers cognitif de l'élève est en train de changer et d'évoluer. Par l'analyse des manuels, nous allons déterminer à partir de quel moment le rapport entre l'élève et le calcul littéral a été créé via les manuels, tout en faisant des hypothèses sur son impact dans l'apprentissage de cette thématique par les élèves. Nous étudierons aussi l'évolution de ce rapport à travers les tâches rencontrées, ce qui nous amène au concept de praxéologie de la TAD comme outil pour caractériser ce rapport. Comme nous le remarquons dans la figure 1, inspirée de l'idée originale de Chevallard (Wozniak et al., s.d.), la deuxième rencontre avec le thème du calcul littéral ne compterait même pas comme une rencontre pour l'élève ; ce dernier serait un simple spectateur sans devenir acteur de l'œuvre, contrairement à l'enseignant pour qui la matière serait déjà assimilée et qui attendrait que l'élève fasse l'exercice directement.

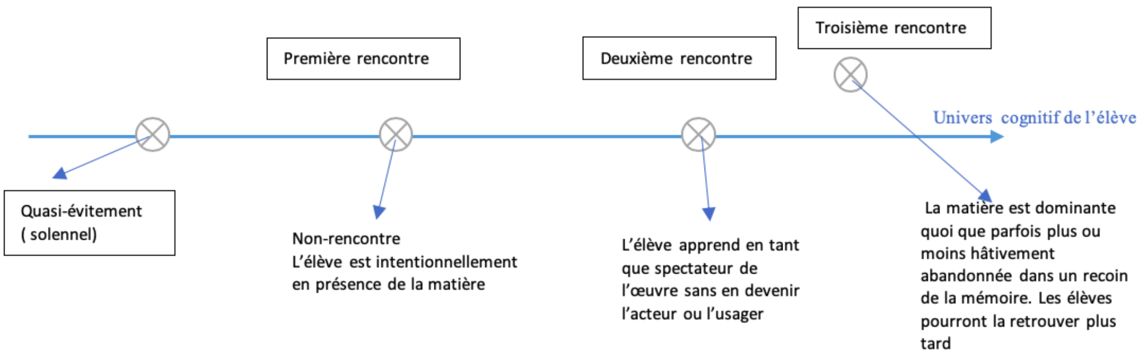


Fig. 1 : Évolution du rapport en l'élève et l'objet

MÉTHODOLOGIE ET CORPUS D'ANALYSE

Afin de corroborer ou de réfuter nos hypothèses, nous avons classé par type de tâches tous les exercices de résolution d'équations du premier degré à une inconnue du manuel suisse romand de mathématiques de 11H et les manuels iraniens de 9H et 10H, puisqu'équivalants aux types de tâches des manuels suisses romands de 11H. Ces exercices ont alors été classés selon leur organisation praxéologique en utilisant le modèle d'analyse de la TAD (concept praxéologique en annexe 3) et répertoriés dans un tableau d'observation (annexe 2) – un pour la Suisse romande et un pour l'Iran – permettant *de facto* leur comparaison.

Dans le cadre de notre méthodologie, nous considérons l'organisation praxéologique sous la forme suivante : O = [T/τ / θ/ Θ] où

T est un type de tâche : ici {résoudre une équation du premier degré à une inconnue }

τ est une technique (une manière de faire)

θ est la technologie qui justifie la technique

Θ est cette théorie qui fait exister la technologie (ici la théorie de l'algèbre)

Nous rédigeons nos analyses des exercices considérés dans les manuels des deux pays avec [T/τ / θ/Θ] en postulant sept différentes praxéologies (annexe 1). Dans le cadre de cet article, nous présentons les quatre praxéologies les plus significatives.

1) [$\boldsymbol{T}0$/ $\boldsymbol{\tau}0$/ $\boldsymbol{\theta}0$/ $\boldsymbol{\Theta}$] où

T_0 : résoudre une équation du premier (ou deuxième) degré à une inconnue

τ_0 : tâtonnement (essais successifs, erreurs) en remplaçant par une valeur particulière

θ_0 : la technologie est la définition de l'égalité

Θ la théorie de l'arithmétique ex : $3 + x = 15$ ex : $x^2 + 1 = 0$

2) [$\boldsymbol{T}1$/ $\boldsymbol{\tau}1$/ $\boldsymbol{\theta}1$/ $\boldsymbol{\Theta}$] où

T_1 : résoudre une équation du premier degré à une inconnue de la forme de **ax = b** où le coefficient **a** est non nul

τ_1 : diviser de chaque côté de l'égalité par le coefficient **a**

θ_1 : la technologie est la conservation de l'égalité quand on multiplie ou divise par un même nombre non nul les deux membres de cette équation

Θ : la théorie de l'arithmétique ex : $4x = 32$

3) [$\boldsymbol{T}2$/ $\boldsymbol{\tau}2$/ $\boldsymbol{\theta}1,2$/ $\boldsymbol{\Theta}$] où

T_2 : résoudre une équation du premier degré à une inconnue de la forme **ax + b = c** où a et b sont non nuls

τ_2 : ajouter **-b** de chaque côté de l'égalité

τ_1 Si $(c - b) \neq 0$, alors technique de τ_1

0 Si $(c - b) = 0$, alors $x = 0$ est la seule solution

θ_1 : la technologie est la conservation de l'égalité quand on multiplie ou divise par un même nombre non nul les deux membres de cette équation

θ_2 : la technologie est la conservation de l'égalité quand on ajoute ou soustrait un même nombre, un même monôme ou un même polynôme aux deux membres de cette équation

Θ la théorie de l'arithmétique ex : $4x - 7 = 3$

4) [$\boldsymbol{T}3$/ $\boldsymbol{\tau}3$/ $\boldsymbol{\theta}1,2$/ $\boldsymbol{\Theta}$] où

T_3 : résoudre une équation du premier degré à une inconnue de la forme de **ax +b = cx + d** où a, b, c sont non nuls

τ_3 : Ajouter **-b** puis **-cx** puis diviser de chaque côté de l'égalité par (a - c)

τ_1 Si $(a - c) \neq 0$, et si $(d – b) \neq 0$ on se ramène à τ_1

ex : 3x+2=5x+3

∅ Si (a - c) = 0, et si (d – b) ≠ 0 alors il n'y a pas de solution

ex : 3x+2=3x+3

0 Si (a - c) ≠ 0 et si (d – b) = 0 alors x = 0 est la seule solution

ex : 3x+2=5x+2

∞ Si (a - c) = 0, et si (d – b) = 0 alors l'égalité est vraie pour toutes les valeurs de x, il y a une infinité de solutions

ex : 3x+2=3x+2

θ_1 : la technologie est la conservation de l'égalité quand on multiplie ou divise par un même nombre non nul les deux membres de cette équation et/ou

θ_2 : la technologie est la conservation de l'égalité quand on ajoute ou soustrait un même nombre, un même monôme ou un même polynôme aux deux membres de cette équation

Θ : la théorie de l'algèbre

A titre d'exemple, considérons l'exercice FA 256 a) 12x = 60 du manuel suisse romand. Nous l'avons classifié dans la configuration T_0 par tâtonnement dans le tableau d'observation car il présente la consigne suivante : « résous ces équations mentalement ». Bien que l'exercice en question se rapporte à l'organisation praxéologique $[\ \boldsymbol{T0}\ /\ \boldsymbol{\tau0}/\ \boldsymbol{\theta0}\ /\ \boldsymbol{\Theta}]$, il peut également être considéré comme $[\ \boldsymbol{T1}\ /\ \boldsymbol{\tau1}/\ \boldsymbol{\theta1}\ /\ \boldsymbol{\Theta}]$ puisqu'étant sous forme **ax = b.** Certains élèves peuvent résoudre l'équation en appliquant la technique $\boldsymbol{\tau1}$, c'est-à-dire diviser de chaque côté de l'égalité par le coefficient **a** (ici, **60 divisé par 12)** pour résoudre l'équation. C'est pourquoi, dans le tableau d'observation, cet exercice s'inscrit dans deux configurations. Chaque exercice des deux manuels a été analysé selon ce processus, nous permettant par la suite de comparer les résultats représentés dans le tableau en annexe 2.

ANALYSE COMPARATIVE

Au regard des graphiques en Fig. 2 et 3 – générés à partir des tableaux d'observation (annexe 2), nous remarquons dans les deux contextes une forte propension des types de tâches T_0, T_1, T_2 (69% pour le manuel romand contre 77% pour les manuels iraniens). A noter que l'environnement technologico-théorique (Ruiz-Munzón, 2020) de ces exercices, majoritaires dans les manuels, est celui de l'arithmétique et non celui de l'algèbre. Par conséquent, l'absence d'exercices demandant une résolution algébrique (sous forme de T3, T4, T5) à ce niveau de scolarité va à l'encontre de ce que les chercheurs de différents pays, tels que Ruiz-Munzón (2020) et Sirejacob (2016), préconisent.

Par ailleurs, dans les deux cas, la partie la plus conséquente concerne le type de tâche T_0 et donc la technique du tâtonnement (47% pour l'Iran et 42% pour la Suisse romande), bien que ce ne soit pas toujours explicitement mentionné dans les consignes. En effet, dans certains exercices il est demandé de procéder « mentalement » qui peut laisser sous-entendre par tâtonnement (ex : Fa256 « résous ces équations mentalement ») alors que dans d'autres, l'énoncé ne mentionne pas le mot tâtonnement ou mentalement (ex : Fa254 « résous ces équations ») bien que l'élève puisse toutefois choisir cette technique (comme nous l'avons expliqué dans la méthodologie).

Une autre ressemblance concerne la sous-représentation du type de tâches T_5 et T_6 (qui correspondent aux techniques de résolution des équations du deuxième degré). Cela peut être expliqué par le fait que les élèves ne sont pas encore formés à cette technique qui sera vue ultérieurement – il s'agit donc d'une première rencontre pour l'élève avec les équations du deuxième degré pour lesquelles il peut procéder par tâtonnement/mentalement. Toutefois, sachant que les manuels iraniens considérés sont l'équivalent de la 9H, cela pourrait signifier qu'au niveau de la construction du savoir, les manuels iraniens insistent plus tôt sur les équations du degré 2.

Une autre différence concerne l'absence du type de tâche T_1 dans les manuels iraniens bien que dans le processus de résolution d'équations dans d'autres types de tâches, les élèves soient amenés à l'utiliser.

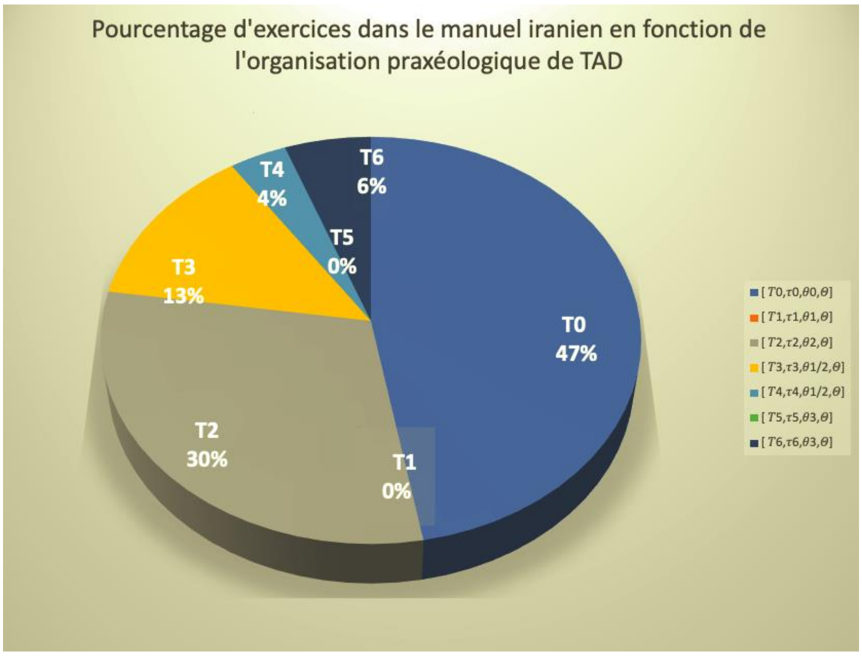


Fig. 2 : Pourcentage d'exercices dans le manuel iranien en fonction de l'organisation praxéologique de la TAD

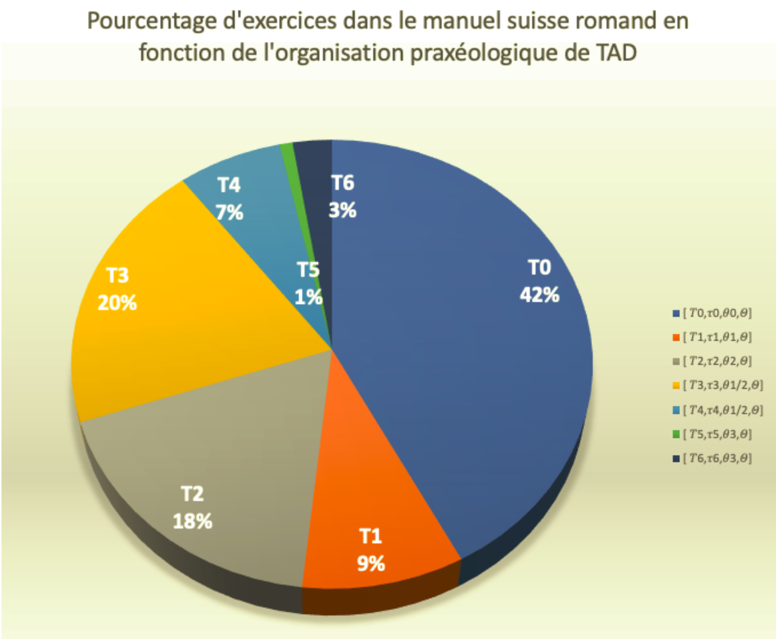


Fig. 3 : Pourcentage d'exercices dans le manuel suisse romand en fonction de l'organisation praxéologique de la TAD

En outre, il est intéressant de constater, à la vue des graphiques des fig. 4 et 5, les différences en termes de décalage. Alors que du côté du manuel suisse romand, les décalages sont constants entre le type de tâche et l'organisation praxéologique témoignant d'une mobilisation variée des techniques d'un exercice à l'autre, du côté des manuel iraniens, le net décalage concerne plus fortement le type de tâche T_0 alors que les autres colonnes conservent une certaine harmonie.

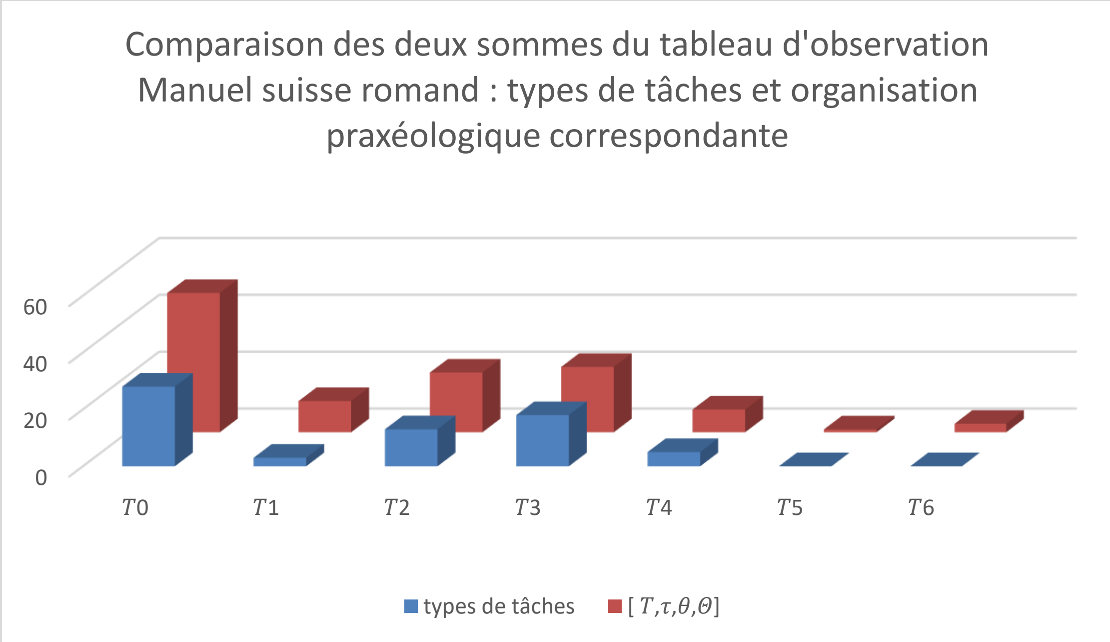


Fig. 4 : Comparaison des deux sommes du tableau d'observation Manuel suisse romand : types de tâches et organisation praxéologique correspondante

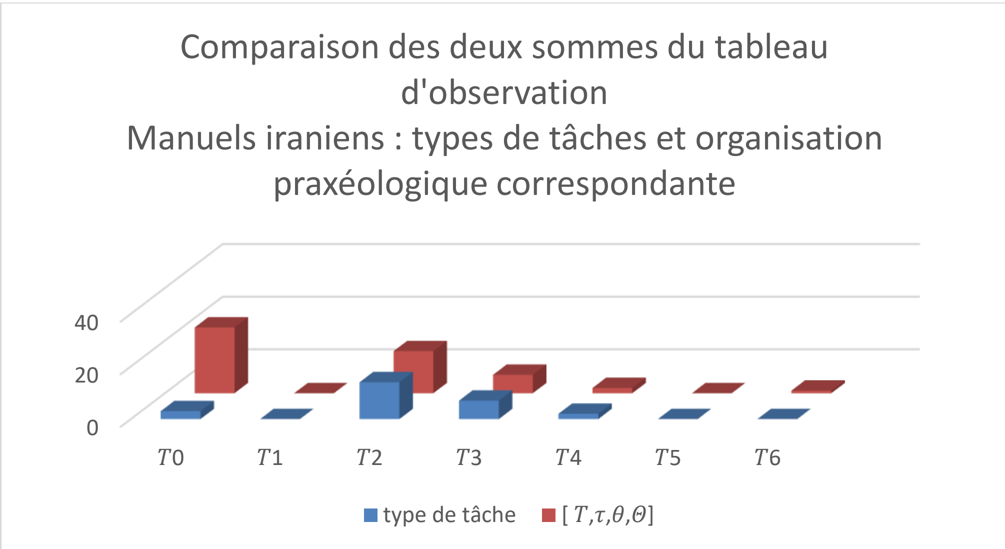


Fig. 5 : Comparaison des deux sommes du tableau d'observation

Au regard de cette analyse, il nous est loisible de corroborer l'hypothèse 1 mentionnant que les manuels ne font pas travailler des équations pertinentes d'un point de vue didactique. En effet, environ les trois quarts des exercices examinés font travailler les calculs arithmétiques et les essais-erreurs et ne sont pas propices à la résolution algébrique. Cela rejoint les constatations de Sirejacob (2016) qui met en exergue que les exercices des manuels ne créent pas chez les élèves le besoin d'utiliser et d'articuler des procédures et des expressions algébriques, ce qui engendre des difficultés dans leur cursus mathématique.

Bien que les deux manuels aient comme point commun cette absence de résolution algébrique dans leurs exercices, nous pouvons toutefois relever des différences entre l'enseignement de l'algèbre en Iran et en Romandie, à travers l'étude des présents ouvrages.

Nous remarquons que *les manuels iraniens introduisent plus tôt la résolution d'équation que les manuels suisses romands*, corroborant ainsi la deuxième hypothèse. En effet, les élèves utilisant les manuels iraniens ont eu leur première rencontre avec la résolution d'équations dès la 9H alors qu'en Suisse romande elle se déroule en 10H. Cette rencontre est caractérisée par des exercices qui ne nécessitent pas une diversité de techniques ; ces derniers peuvent très souvent être résolus arithmétiquement. En Iran, cette première rencontre, facilitée puisque se déroulant plus tôt, articule une bonne connaissance de la résolution arithmétique permettant de l'appréhender sans grande difficulté et de favoriser la transition vers l'algèbre. Ainsi, nous pourrions postuler que le manuel iranien travaille l'épaisseur de l'équipement praxéologique des élèves qu'ils développent au fur et à mesure, corroborant ainsi l'hypothèse 3, à savoir que *la différence de temporalité a une influence sur l'univers cognitif des apprenants.* Nous pouvons constater cette épaisseur de l'équipement praxéologique dans la diversité des exercices de type développement, réduction, factorisation et distributivité simple et complexe d'une expression littérale – déjà connus par les élèves depuis la 9H comme l'attestent ces manuels iraniens. Il y a en effet davantage d'exercices de ce type que de résolutions d'équations, à l'inverse du manuel suisse romand qui propose bon nombre d'exercices sous forme de « résous l'équation ». De ce fait, nous pourrions postuler qu'une personne (x) avec un bon équipement praxéologique serait ainsi équipée lorsqu'elle sera confrontée à un objet (o) encore inconnu – n'existant pas dans son univers cognitif U(x).

Analyse critique

Le sujet de notre recherche étant de prime abord très vaste, nous nous sommes restreinte au chapitre algèbre et plus précisément à la résolution d'équations du premier degré des manuels iraniens et du manuel suisse romand, en excluant certains exercices afin de rendre notre recherche réalisable. Il est donc important de considérer cette limite quant à l'inférence de nos résultats. En effet, nous n'avons pas pris en compte la résolution des équations à travers les graphiques, les fractions et la résolution de problèmes en lien avec les fonctions et l'algèbre. Concernant ce dernier point, nous étions face à une limite culturelle dans la comparaison d'un manuel à l'autre. Par exemple, certains problèmes qui font sens aux élèves romands (ex : distinguer la fonction linéaire et affine à travers l'achat des billets de cinémas individuels ou par abonnement) ne le font pas pour les élèves iraniens puisque pour des raisons politiques et sociales, l'abonnement n'existe pas et que certains élèves – notamment les filles – ne sont pas encouragés à se rendre au cinéma.

Une autre limite est que nous avons omis dans notre observation sont les différents niveaux qui existent en Suisse romande (VG ou VP, niveau 1 et niveau 2, etc.), considérant ainsi le manuel suisse romand sans faire de distinction et de manière générique. Concernant les manuels iraniens, nous ne pouvons statuer sur la présence d'éventuels niveaux, bien qu'il y a 20 ans lorsque nous y enseignions, il n'en existait pas.

Finalement, rappelons que cette étude se focalise sur les manuels alors que chaque enseignant est libre de proposer divers dispositifs pour l'apprentissage des élèves (fiches supplémentaires, activités, situations-problèmes, etc.). Nous n'avons donc pas appréhendé ici cette richesse et cette variété, car elle appartient à la partie immergée de l'iceberg du savoir.

Conclusion

Nous avons commencé ce présent travail avec plusieurs questionnements et interrogations naissant de notre curiosité à propos de la crainte et du découragement que nous rencontrons parfois chez certains élèves, dans le cadre de l'enseignement des mathématiques en Suisse romande. De cette interrogation sur les raisons de ce désintérêt, nous avons pris comme cadre d'étude les différences et les limites entre les deux manuels de mathématiques en considérant la répartition des équations degré 1 dans le chapitre d'algèbre de 11H.

En procédant par l'analyse praxéologique de la TAD (Chevallard, 1998) et l'étude épistémologique des équations, nous avons eu l'opportunité de constater les différences et les similitudes au niveau des manuels, en analysant les organisations praxéologiques, permettant ainsi de porter un regard sur ce dispositif d'enseignement officiel dans deux pays différents. Il est apparu que la répartition des tâches était dans une certaine mesure similaire d'un manuel à l'autre et que la résolution arithmétique occupait une place prépondérante, à défaut de la résolution algébrique. Des différences ont également été relevées ; alors que le manuel suisse romand encourage le passage d'une technique à une autre dans la résolution des équations, le manuel iranien propose des équations plus simples nécessitant rarement un croisement des techniques.

Cette analyse comparative nous a amené à repérer différents choix didactiques de la part des auteurs des manuels, puisque les manuels iraniens sont plus propices au développement de l'épaisseur de l'équipement praxéologique. En effet, ils incitent l'élève (x) à développer un équipement praxéologique important autour d'un type de tâches afin d'être équipé lorsqu'il sera confronté à un objet (o) encore inconnu – n'existant pas dans son univers cognitif U(x).

Cette étude nous conduit finalement à réfléchir à la construction du savoir des élèves et par voie de conséquence à la *reconstruction* de l'enseignement. En effet, la didactique est enseignée, faire savoir (Chevallard, 1998) ; elle est une scène que l'enseignant propose pour que les élèves réussissent leur rôle d'apprenant. Comment pallier à cette rupture arithmétique/algébrique ? Quels types d'exercices sélectionnés et combien (rappelons qu'il y a 68 exercices de type « résolution d'équations » pour la Suisse romande contre 28 pour l'Iran) ? Ces différentes questions invitent à la réflexion d'une reconstruction idoine de notre enseignement passant par une réforme des manuels qui tient compte des besoins des apprenants (partie immergée de l'iceberg) en vue d'assurer des fondements solides aux savoirs des élèves (partie émergée de l'iceberg).

BIBLIOGRAPHIE

Amiri, H. et al. (2018). *Riazzi 8e : Chapitre 4 algèbre et équation.* Sherkat chap va nashr ketabhay darsi iran « sahami khas ».

Chevallard, Y. (1985). *Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques*.

Chevallard, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. *Texte issu de la conférence plénière donnée à Marseille.*

Coppé, S. & Grugeon, B. (2009). Le calcul littéral au collège. Quelle articulation entre sens et technique ? *Colloque de la CORFEM*, France. Repère à https: //halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00959612.

Corminboeuf, I. & al. (2013). *Mathématiques 9-10-11 : livre 11e. Chapitre Fonctions et algèbre.* LEP Éditions Loisirs et Pédagogie SA.

Eslahpazir, B. & al.(2013). *Riazzi 7e : Chapitre 3 algèbre et équation.* Sherkat chap va nashr ketabhay darsi iran « sahami khas ».

Le Blog De L'UIA, Université de Poitiers. (2016). El-Khawarizmi, le fondateur de l'Algèbre et des Algorithmes. Repéré à http://ll.univ-poitiers.fr/llappli/wordpress/el-khawarizmi-le-fondateur-de-lalgebre-et-des-algorithme/#:~:text=Al%2DKhawarizmi%2C&text=Son%20apport%20en%20math%C3%A9matiques%20fut,%C3%A9quations%20en%20classant%20celles%2Dci.

Ruiz-Munzón, N., Bosch, M. & Gascón, J. (2020). Un modèle épistémologique de référence pour la recherche sur l'algèbre élémentaire. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation, 22(1),* 123-144.

Sirejacob, S. (2016). Les organisations de savoirs mathématiques à enseigner : les équations au collège. *Petitx. 102,* 27-55. Repéré à https://publimath.univ irem.fr/numerisation/PX/IGR16017/IGR16017.pdf.

Wozniak, F., Bosch, M. & Artaud, M. (s.d.). *La théorie anthropologique du didactique.* Consulté en ligne le 15.06.2020 sur https://ardm.eu/qui-sommes-nous-who-are-we-quienes-somos/yves-chevallard/.

Liens de manuels iraniens

Tous les manuels : http://chap.sch.ir/books/8004

Manuel maths 7ème équivalant de 9H suisse : http://chap.sch.ir/sites/default/files/lbooks/1399-1400/555/028-041-C705_0.pdf

Manuel maths 8ème : http://chap.sch.ir/sites/default/files/lbooks/1399-1400/558/051-068-C805_0.pdf

Manuel maths 9ème : http://chap.sch.ir/sites/default/files/lbooks/1399-1400/556/078-085-C905_0.pdf

ANNEXE 1 - 7 PRAXÉOLOGIES

1) [$\boldsymbol{T}0$ / $\boldsymbol{\tau}0$/ $\boldsymbol{\theta}0$ / $\boldsymbol{\Theta}$]   où

T_0 : résoudre une équation du premier (ou deuxième) degré à une inconnue

τ_0 : tâtonnement en remplaçant la valeur particulière

θ_0 : la technologie est la définition d'une égalité

Θ : la théorie de l'arithmétique ex : $3 + x = 15$ ex : $x^2 + 1 = 0$

2) [$\boldsymbol{T}1$ / $\boldsymbol{\tau}1$/ $\boldsymbol{\theta}1$ / $\boldsymbol{\Theta}$]   où

T_1 : résoudre une équation du premier degré à une inconnue sous forme de **ax = b** où le coefficient **a** est non nul

τ_1 : diviser de chaque côté de l'égalité par le coefficient de **a**

θ_1 : la technologie est la conservation de l'égalité quand on multiplie ou divise par un même nombre non nul aux deux membres de cette équation

Θ la théorie de l'arithmétique ex : $4x = 32$

3) [$\boldsymbol{T}2$ / $\boldsymbol{\tau}2$/ $\boldsymbol{\theta}1,2$/ $\boldsymbol{\Theta}$]   où

T_2 : résoudre une équation du premier degré à une inconnue sous forme **ax + b = c** où a et b sont non nuls

τ_2 : ajouter **-b** de chaque côté de l'égalité

τ_1Si (c - b) ≠0 puis technique de τ_1

0Si (c - b) =0 donc x = 0 est la seule solution

θ_1 : la technologie est la conservation de l'égalité quand on multiplie ou divise par un même nombre non nul aux deux membres de cette équation

θ_2 : la technologie est la conservation de l'égalité quand on ajoute ou soustrait un même nombre, un même monôme ou un même polynôme aux deux membres de cette équation

Θ : la théorie de l'arithmétique ex : $4x -7 = 3$

4) [$\boldsymbol{T}3$ / $\boldsymbol{\tau}3$/ $\boldsymbol{\theta}1,2$/ $\boldsymbol{\Theta}$]   où

T_3 : résoudre une équation du premier degré à une inconnue sous forme de **ax +b = cx + d** où a, b, c sont non nuls

τ_3 : Ajouter **-b** puis **-cx** puis diviser de chaque côté de l'égalité par (a - c)

τ_1Si (a - c) ≠ 0, alors si (d – b) ≠ 0 on se ramène à τ_1 ex : 3x+2=5x+3

∅ Si (a - c) = 0, alors si (d – b) ≠ 0 pas de solution ex : 3x+2=3x+3

0Si (a - c) ≠ 0 alors si (d – b) = 0 donc x = 0 est la seule solution ex : 3x+2=5x+2

∞Si (a - c) = 0, alors si (d – b) = 0 donc c'est vrai pour toutes les valeurs de x où il y a une infinité de solution ex : 3x+2=3x+2

θ_1 : la technologie est la conservation de l'égalité quand on multiplie ou divise par un même nombre non nul aux deux membres de cette équation et/ou

θ_2 : la technologie est la conservation de l'égalité quand on ajoute ou soustrait un même nombre, un même monôme ou un même polynôme aux deux membres de cette équation

Θ : la théorie de l'algèbre

5) [$\boldsymbol{T}4$ / $\boldsymbol{\tau}4$ / $\boldsymbol{\theta}1, 2$/ $\boldsymbol{\Theta}$] où

T_4 : résoudre une équation sous forme de **ax +b = cx** où a, b et c sont non nuls

τ_4 : Ajouter **-cx** puis **-b** à chaque côté de l'égalité

τ_1 Si (a - c) $\neq$0 donc on se ramène à τ_1. ex : 3x +2 = 2x

$\varnothing$ Si (a - c) = 0 donc pas de solution. ex : 3x+2 = 3x

θ_1 : la technologie est la conservation de l'égalité quand on multiplie ou divise par un même nombre non nul aux deux membres de cette équation

θ_2 : la technologie est la conservation de l'égalité quand on ajoute ou soustrait un même nombre, un même monôme ou un même polynôme aux deux membres de cette équation

Θ : la théorie de l'algèbre

6) [$\boldsymbol{T}5$ / $\boldsymbol{\tau}5$ / $\boldsymbol{\theta}3$/ $\boldsymbol{\Theta}$] où

T_5 : résoudre une équation *produit nul, ex :* (3x +2)(x – 5) = 0

τ_5 : pour résoudre une équation *produit nul*,

on écrit A×B=0 ⇔ A=0 ou B=0. On résout ensuite chacune des équations A=0 et B=0 séparément. Les solutions obtenues en résolvant ces deux équations sont celles de l'équation initiale par exemple τ_2

Ex : (3x +2)(x – 5) = *0* ⇔ (3x +2) = *0 ou* (x – 5) = *0*

Ex : x (x – 1) = 0 ⇔ x = 0 ou x – 1 = 0

θ_3 : la technologie est la propriété d'équation produit nul

Θ : la théorie de l'algèbre

7) [$\boldsymbol{T}6$ / $\boldsymbol{\tau}6$ / $\boldsymbol{\theta}3$/ $\boldsymbol{\Theta}$] où

T_6 : résoudre une équation du second degré sous forme d'une équation « produit nul »

τ_6 : pour résoudre une équation dégrée deux qui peut ramener à un type d'équation produit nul (il est parfois nécessaire de factoriser ou simplifier avant d'obtenir une telle équation) puis en résolvant deux équations du premier degré

Ex : x^2 – x = 0 factorise x => x (x – 1) = 0 et en se ramène en τ_5

θ_3 : la technologie est la propriété d'équation produit nul

Θ : la théorie de l'algèbre

N.B : la résolution d'équation sous forme de ax = cx n'est pas considérée puisque figure qu'une seule fois dans l'ensemble des exercices des deux manuels.

ANNEXE 2 – TABLEAUX D'OBSERVATION

Tableau du manuel 11H suisse

	$[T_0/\tau_0/\theta_0]$	$[T_1/\tau_1/\theta_1]$	$[T_2/\tau_2/\theta_2]$	$[T_3/\tau_3/\theta_{1,2}]$	$[T_4/\tau_4/\theta_{1,2}]$	$[T_5/\tau_5/\theta_3]$	$[T_6/\tau_6/\theta_3]$	**Somme**
T_0	FA256a FA256b FA256c FA256d FA256e FA256f FA256g FA256h FA256i FA256j FA256k FA256l FA256m FA256n FA256o FA256p FA275a FA275b FA275c FA275d FA275e FA275f FA275g FA275h FA275i FA275j FA275k FA275l	FA256a FA256b FA256f FA275c FA275e FA275f FA275j FA275l	FA256d FA256i FA256j FA256k FA256l FA256m FA256o FA256p	FA256g ∞ FA256h FA256n Ø FA275b ∞ FA275g	FA256c FA256e FA275a	FA275i	FA275d FA275h τ_5 FA275k τ_5	28
	$[T_0/\tau_0/\theta_0]$	$[T_1/\tau_1/\theta_1]$	$[T_2/\tau_2/\theta_2]$	$[T_3/\tau_3/\theta_{1,2}]$	$[T_4/\tau_4/\theta_{1,2}]$	$[T_5/\tau_5/\theta_3]$	$[T_6/\tau_6/\theta_3]$	Somme
typeT_1	FA254a FA254i FA255a	FA254a FA254i FA255a						3
	$[T_0/\tau_0/\theta_0]$	$[T_1/\tau_1/\theta_1]$	$[T_2/\tau_2/\theta_2]$	$[T_3/\tau_3/\theta_{1,2}]$	$[T_4/\tau_4/\theta_{1,2}]$	$[T_5/\tau_5/\theta_3]$	$[T_6/\tau_6/\theta_3]$	Somme
typeT_2	FA254b FA254f FA254j FA255c FA255e FA255f FA255h FA275e FA275f FA268i FA268j FA276a FA282b		FA254b τ_1 FA254f τ_1 FA254j τ_1 FA255b τ_1 FA255c FA255e τ_1 FA255f τ_1 FA255h τ_1 FA268i FA268j 0 FA276a FA276d FA282b					13

	$[T_0/\tau_0/\theta_0]$	$[T_1/\tau_1/\theta_1]$	$[T_2/\tau_2/\theta_2]$	$[T_3/\tau_3/\theta_{1,2}]$	$[T_4/\tau_4/\theta_{1,2}]$	$[T_5/\tau_5/\theta_3]$	$[T_6/\tau_6/\theta_3]$	Somme
typeT_3	FA255d FA255g			FA254c τ_1 FA254d τ_1 FA255d ∞ FA255g Ø FA255j τ_1 FA268b τ_1 FA268c τ_1 FA268d τ_1 FA268e ∞ FA268f τ_1 FA268g τ_1 FA276b FA276c FA282a τ_1 FA282c τ_1 FA282d Ø FA282e 0 FA282f τ_1				18

	$[T_0/\tau_0/\theta_0]$	$[T_1/\tau_1/\theta_1]$	$[T_2/\tau_2/\theta_2]$	$[T_3/\tau_3/\theta_{1,2}]$	$[T_4/\tau_4/\theta_{1,2}]$	$[T_5/\tau_5/\theta_3]$	$[T_6/\tau_6/\theta_3]$	Somme
typeT_4	FA268a FA255i				FA268a τ_1 FA268h Ø FA254e τ_1 FA254h τ_1 FA255i τ_1			5
	$[T_0/\tau_0/\theta_0]$	$[T_1/\tau_1/\theta_1]$	$[T_2/\tau_2/\theta_2]$	$[T_3/\tau_3/\theta_{1,2}]$	$[T_4/\tau_4/\theta_{1,2}]$	$[T_5/\tau_5/\theta_3]$	$[T_6/\tau_6/\theta_3]$	Somme
typeT_5								
	$[T_0/\tau_0/\theta_0]$	$[T_1/\tau_1/\theta_1]$	$[T_2/\tau_2/\theta_2]$	$[T_3/\tau_3/\theta_{1,2}]$	$[T_4/\tau_4/\theta_{1,2}]$	$[T_5/\tau_5/\theta_3]$	$[T_6/\tau_6/\theta_3]$	Somme
typeT_6								
T	FA254g			FA254g 0				1
Somme	49 72.06%	11 16.18%	21 30.88%	23 33.82%	8 11.76%	1 1.47%	3 4.41%	68

Tableau des manuels de 9H et 10H iraniens

	$[T_0/\tau_0/\theta_0]$	T_1/τ_1	$[T_2/\tau_2/\theta_2]$	$[T_3/\tau_3/\theta_{1,2}]$	$[T_4/\tau_4/\theta_{1,2}]$	T_5	$[T_6/\tau_6/\theta_3]$	Somme
T_0	9C3P37Ta 9C3P37Tb 9C3P37Tc		9C3P37Ta 9C3P37Tb				9C3P37Tc	3
	$[T_0/\tau_0/\theta_0]$	T_1/τ_1	$[T_2/\tau_2/\theta_2]$	$[T_3/\tau_3/\theta_{1,2}]$	$[T_4/\tau_4/\theta_{1,2}]$		$[T_6/\tau_6/\theta_3]$	
typeT_1								0
	$[T_0/\tau_0/\theta_0]$	T_1/τ_1	$[T_2/\tau_2/\theta_2]$	$[T_3/\tau_3/\theta_{1,2}]$	$[T_4/\tau_4/\theta_{1,2}]$		$[T_6/\tau_6/\theta_3]$	
typeT_2	9C3P38Ta 9C3P38Tb 9C3P38Te 9C3P38Tf 9C3P39Ea 9C3P39Eb 9C3P39Ec 9C3P39Ed 9C3P39Ee 9C3P39Ef 9C3P40E2 10C4P65Ta 10C4P65Tb 10C4P65Tf		9C3P38Ta τ_1 9C3P38Tb τ_1 9C3P38Te 9C3P38Tf τ_1 9C3P39Ea τ_1 9C3P39Eb τ_1 9C3P39Ec τ_1 9C3P39Ed τ_1 9C3P39Ee τ_1 9C3P39Ef τ_1 9C3P40E2 10C4P65Ta τ_1 10C4P65Tb τ_1 10C4P65Tf τ_1					14
	$[T_0/\tau_0/\theta_0]$	T_1/τ_1	$[T_2/\tau_2/\theta_2]$	$[T_3/\tau_3/\theta_{1,2}]$	$[T_4/\tau_4/\theta_{1,2}]$		$[T_6/\tau_6/\theta_3]$	
typeT_3	10C4P65A3a 10C4P65A3b 10C4P65Tc 10C4P65Td 10C4P65Te 10C4P68Eb			10C4P65A3a 10C4P65A3b 10C4P65A3c 10C4P65Tc τ_1 10C4P65Td τ_1 10C4P65Te τ_1 10C4P68Eb0				7
	$[T_0/\tau_0/\theta_0]$	T_1/τ_1	$[T_2/\tau_2/\theta_2]$	$[T_3/\tau_3/\theta_{1,2}]$	$[T_4/\tau_4/\theta_{1,2}]$		$[T_6/\tau_6/\theta_3]$	
typeT_4	9C3P39Eg 9C3P39Eh				9C3P39Eg 9C3P39Eh τ_1			2
	$[T_0/\tau_0/\theta_0]$	T_1/τ_1	$[T_2/\tau_2/\theta_2]$	$[T_3/\tau_3/\theta_{1,2}]$	$[T_4/\tau_4/\theta_{1,2}]$		$[T_6/\tau_6/\theta_3]$	
typeT_5								0
	$[T_0/\tau_0/\theta_0]$	T_1/τ_1	$[T_2/\tau_2/\theta_2]$	$[T_3/\tau_3/\theta_{1,2}]$	$[T_4/\tau_4/\theta_{1,2}]$		$[T_6/\tau_6/\theta_3]$	
typeT_6								0
T								
Somme	25 89.3%	0	16 57.14%	7 25%	2 7.14%		1 3.57%	

ANNEXE 3 - LE CONCEPT DE PRAXÉOLOGIE

La TAD permet de modéliser toute forme d'activité humaine à l'aide du concept de praxéologie, cette dernière comprenant les notions suivantes :

- Type de tâches (T) : il s'agit d'une mise en pratique dans un contexte concernant un objet relativement précis comme par exemple calculer la valeur d'une fonction (Chevallard, 1998). Ces types de tâches ne sont pas innés mais sans cesse reconstruits et c'est ce qui en fait un objet de didactique.
- Technique (τ) : la technique est une manière d'accomplir et de réaliser des tâches T. Chaque type de tâche T donnée contient une telle manière de faire (technique) et la praxéologie relative au type de tâche T contient donc une technique τ relative à T (Chevallard, 1998). Chevallard (1998) nomme un « bloc » $[T/\ \tau]$ bloc pratico-technique qui correspond couramment au savoir-faire. En dépit d'une pluralité de techniques possibles, les Institutions (I), en retiendront une minorité comme seule manière de faire et par conséquent, toutes autres techniques alternatives, bien que fonctionnelles, sont considérées comme artificielles. Une technique présentée comme seule manière de faire à un élève à un moment donné est comme « figée », dans le sens qu'il est difficile par la suite de lui proposer une technique alternative.
- Technologie (θ) : cette notion renvoie à un discours et à une explication sur la technique qui la rend intelligible. En effet, la technologie justifie la technique en assurant que tel type de tâches peut être réalisé par cette technique τ (Chevallard, 1998). Généralement, les technologies sont sous forme de définition, propriété, théorème (à l'instar du théorème de Thalès ou de Pythagore), etc.
- Théorie (Θ) : la théorie fait exister la technologie. Il s'agit d'un niveau supérieur de justification qui « (...) reprend, par rapport à la technologie, le rôle que cette dernière tient par rapport à la technique. » (Chevallard, 1998, p.4). Ainsi, la technologie et la théorie se présentent elles aussi sous forme de bloc, que Chevallard (s.d.) nomme « bloc » $[\theta/\ \ \Theta]$ technologico-théorique qui correspond au savoir dans le sens courant du terme.
- Savoir-faire et savoirs : le savoir correspond au bloc « technologie » et « théorie » $[\theta\ /\ \Theta]$, nommé technologico-théorique tandis que le savoir-faire renvoie au bloc « type de tâche » et « technique » $[T/\ \tau]$, appelé bloc pratico-technique (Chevallard, 1998). La structure praxéologique la plus simple qui est nommée praxéologie ponctuelle se compose des deux blocs précédents et est présentée sous cette forme $[T/\ \tau/\theta/\Theta]$.

LES DEMARCHES ET MODES DE RAISONNEMENT EN JEU DANS LES PROBLEMES DE « RECHERCHE & STRATEGIES » EN 10H[1]

Stéphane Favier, Maud Chanudet

Université de Genève, DiMaGe

Nous nous intéressons dans cet article aux problèmes proposés dans le chapitre « Recherche et Stratégies » des Moyens d'enseignement Romands[2] (MER) de 10H et aux connaissances des élèves qui sont en jeu et peuvent être développées à travers la résolution de ces problèmes[3]. Partant du constat que les documents qui accompagnent ce chapitre sont assez flous, notamment du fait qu'ils mettent sur le même plan des éléments de natures différentes, nous souhaitons proposer une manière plus opérationnelle de considérer les problèmes proposés, en vue notamment de permettre aux enseignants de construire un enseignement associé. Cela nous amène à étudier la démarche ou le mode de raisonnement en jeu lors de la résolution de ces problèmes comme un moyen de déterminer leur potentiel didactique (Georget, 2009) c'est-à-dire ce que les élèves sont susceptibles d'apprendre lorsqu'ils cherchent ces problèmes. Notons, à la suite de Georget, que ce potentiel didactique est dépendant du problème (c'est l'objet de cet article) mais également des élèves et de l'enseignant. Ainsi, après avoir caractérisé les démarches et modes de raisonnement possiblement travaillés à ce degré, nous identifions ceux en jeu dans les problèmes du chapitre « Recherche et Stratégies » en 10H. Enfin, nous précisons en quoi cette manière de considérer les problèmes nous semble pertinente dans une perspective d'enseignement.

LES STRATÉGIES DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

La résolution de problèmes occupe une place centrale dans le domaine Mathématiques et sciences de la nature (MSN) du Plan d'études romand (PER), à la fois comme moyen de développer les connaissances mathématiques des élèves, mais aussi comme un objet d'apprentissage pour elle-même. Cette deuxième finalité est notamment au cœur du chapitre « Recherche et Stratégies » des MER. Le document des ressources didactiques consacrée à la résolution de problèmes précise en effet que ce chapitre « a pour objectif de développer chez les élèves les compétences et stratégies de résolution de problèmes, en tout temps et hors du contexte thématique d'une séquence d'enseignement. » (CIIP, 2012, p. 2). Mais qu'entend-on par « stratégie » ?

L'aide-mémoire considère qu'il s'agit d'un « processus qui permet d'élaborer la procédure de résolution d'un problème ». Diverses « stratégies » sont alors présentées, sous forme de liste et sans que des précisions théoriques n'éclairent les choix retenus, à savoir le chaînage avant/arrière ; le tâtonnement réfléchi ; la démarche scientifique (ou démarche d'investigation) ; l'étude systématique des cas ; l'analogie et la modélisation. Ces « stratégies » ne nous semblent cependant pas être de même nature. Nous y revenons ci-après.

Les visées prioritaires du domaine MSN mettent de plus en avant l'apprentissage et la mobilisation de démarches et de raisonnements propres aux mathématiques lors de la résolution de problèmes. Demonty et Fagnant caractérisent par ailleurs la résolution de problèmes vue comme objet d'enseignement comme

---

[1] L'année de 10H correspond à des élèves de 13-14 ans.

[2] Les MER constituent le manuel officiel et institutionnel au niveau de la scolarité obligatoire en Suisse romande.

[3] Précisons que cette problématique s'inscrit dans le cadre d'un projet plus large financé par le Fonds National Suisse qui s'intitule: «La résolution de problèmes comme objet ou moyen d'enseignement au cœur des apprentissages dans la classe de mathématiques : un point de vue fédérateur à partir d'études dans différents contextes » Subside n° 100019_173105/1.

ayant pour finalité de « développer l'apprentissage de démarches et de processus de résolution de problèmes. » (2012, p. 1752). Houdement (2009) souligne elle aussi que les « problèmes pour chercher » proposés à l'école primaire peuvent amener les élèves à développer des apprentissages liés aux manières de valider et de raisonner en mathématiques. Ainsi, considérer les démarches et les modes de raisonnement, c'est-à-dire des formes particulières de raisonnement mathématique[4], comme objectif d'apprentissage en résolution de problèmes est pertinent, aussi bien du point de vue de la recherche que des prescriptions institutionnelles (PER).

Cela nous amène à nous demander, dans les « stratégies » retenues, lesquelles relèvent de modes de raisonnements mathématiques, de démarches ? Sont-elles toutes de cette nature ? Et de manière plus large : quels sont les démarches et les modes de raisonnement propres aux mathématiques c'est-à-dire en existe-t-il d'autres qui ne relèvent pas de ces « stratégies » ? Comment peut-on catégoriser plus finement les « stratégies » mises en avant ?

Nous précisons dans une première partie les démarches et les modes de raisonnements qui nous semblent pouvoir faire l'objet d'apprentissages chez les élèves au niveau du secondaire I. Nous revenons ensuite sur les problèmes proposés dans le chapitre « Recherche et Stratégies » des MER de 10H pour voir lesquels y sont en jeu.

Nous avons choisi de nous intéresser au degré 10H car à Genève, en plus de son utilisation dans le cours ordinaire, le chapitre « Recherche et Stratégies » sert de support (en complément d'une réserve d'activités) à un cours ciblant exclusivement le développement des compétences des élèves en résolution de problèmes (appelé cours de « Démarches Mathématiques et Scientifiques »), ce qui lui donne une importance certaine.

LES DÉMARCHES ET RAISONNEMENTS MATHÉMATIQUES

Nous avons mené une étude[5] de la littérature relative au raisonnement mathématique qui peut être travaillé à l'école primaire ou au secondaire I. Nous retenons le point de vue de Jeannotte (2015) qui considère le raisonnement mathématique en prenant en compte un double point de vue ; celui de la structure du raisonnement, c'est-à-dire de la nature et de l'articulation des pas de raisonnement ; et celui des processus en jeu considérant ainsi la finalité, le but qui guide les actions de la personne qui raisonne et la chronologie de ces actions.

Nous utilisons le terme de modes de raisonnement pour parler de formes spécifiques de raisonnements mathématiques liées à sa structure, et le terme de démarches quand il est nécessaire de prendre en compte les processus en jeu.

La dimension structurelle amène notamment à distinguer les raisonnements inductifs des raisonnements déductifs. Un pas de raisonnement déductif est ainsi caractérisé par des données à partir desquelles une règle va permettre d'obtenir une affirmation dont on aura, de plus, l'assurance qu'elle est correcte dès lors que la règle et les données utilisées sont vraies. Nous en proposons une schématisation (Fig. 1) dans laquelle l'encadrement met en exergue l'élément obtenu grâce à ce pas de raisonnement :

[4] Nous revenons dans la partie suivante sur l'objet « modes de raisonnement » et sur ses racines communes et sa distinction avec ce que nous appelons démarches.

[5] Cette étude fait l'objet d'un autre article en cours d'écriture.

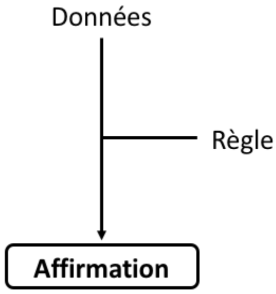


Fig. 1 : Modèle d'un pas de raisonnement déductif

Différents types de raisonnements déductifs, caractérisés par des articulations spécifiques de pas déductifs ou par la nature de la règle convoquée, peuvent être travaillés avec les élèves au secondaire I :

- Le **raisonnement par implication logique** est un raisonnement déductif dont la règle est seulement liée aux notions de logique (par exemple la règle du tiers exclus).
- Le **raisonnement hypothético-déductif** est un raisonnement déductif dont la règle est en lien avec des savoirs mathématiques au sens de savoirs savants dans la transposition didactique (Chevallard, 1985), c'est-à-dire des objets d'enseignement identifiés dans les programmes et travaillés explicitement avec les élèves.
- Le **raisonnement par exhaustivité des cas** (dit aussi par exhaustion de cas) qui consiste de manière générale à tester l'une après l'autre, après les avoir énumérées, toutes les solutions potentielles du problème (Battie, 2003, p. 48).
- Le **raisonnement par disjonction de cas** qui consiste à ramener la résolution d'un problème à l'étude d'un nombre fini de cas. Pour cela, on partitionne les éléments de l'ensemble considéré (en nombre a priori infini) et on traite séparément chacun des cas (Battie, 2003).

Le raisonnement inductif intervient dès lors que l'on cherche à inférer une règle à partir des données et de régularités observées (notées affirmation dans le schéma de la Figure 2). La Fig. 2 schématise un tel pas de raisonnement. Là encore, l'encadrement met en évidence l'élément obtenu par ce type de raisonnement.

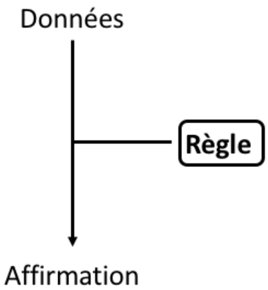


Fig. 2 : Modèle d'un pas de raisonnement inductif

Pólya (1957) caractérise l'induction comme « une manière de raisonner qui conduit à la découverte de lois générales en partant de l'observation d'exemples particuliers et de leur combinaison » (p. 110). Le raisonnement inductif est en jeu dans des démarches de type expérimental, sans pour autant suffire à les caractériser.

Pour les raisonnements inductifs, il semble alors utile de prendre en compte l'aspect processuel du raisonnement que Jeannotte (2015) distingue en deux catégories : les processus de recherche de similitudes et de différences, comme généraliser, conjecturer, identifier une régularité, comparer et classifier ; et les processus de recherche de validation. Ces différents processus peuvent de plus prendre appui sur un processus d'exemplification.

Considérer l'aspect processuel du raisonnement permet ainsi de caractériser deux autres types de démarches importantes en mathématiques :

- la **démarche expérimentale** qui articule des phases d'expérimentations (faire des expériences, en observer les résultats et en inférer des conclusions), avec des phases de formulation de conjectures et de tentative de preuve (Gardes, 2013), et qui amène donc à mobiliser principalement les processus d'exemplification, d'identification d'une régularité, de conjecture, et de généralisation.
- la **démarche d'ajustements d'essais successifs** qui consiste à « rechercher la solution d'un problème en faisant différents essais en tenant compte chaque fois des résultats des essais précédents » (CIIP, 2019) pour laquelle il s'agit de mettre en œuvre des processus d'exemplification, de comparaison de l'écart entre le résultat obtenu et celui attendu afin d'ajuster ses essais pour s'en approcher.

Soulignons une différence significative entre ces deux démarches au niveau de la fonction des *essais*. Dans une démarche d'ajustements d'essais successifs, les essais réalisés sont potentiellement des solutions du problème (Favier, 2018) tandis que dans le cas de la démarche expérimentale, l'expérience permet un enrichissement du milieu et ainsi de favoriser le repérage des régularités afin d'émettre une conjecture.

Il nous semble donc que parmi les « stratégies » retenues dans l'aide-mémoire, le tâtonnement réfléchi (démarche d'ajustements d'essais successifs), la démarche scientifique (démarche expérimentale) et l'étude systématique des cas (raisonnement par exhaustivité des cas) relèvent de modes de raisonnements et de démarches mathématiques spécifiques.

L'élément « analogie » est défini dans l'aide-mémoire comme : « Se souvenir d'un problème que l'on a déjà fait et qui ressemble à celui qu'on est en train de résoudre. Ainsi, on peut s'en inspirer afin d'élaborer une solution. » (CIIP, 2019, p. 138) Nous retrouvons la question, qui a valeur d'heuristique, proposée par Pólya (1989) : « connaissez-vous un problème qui s'y rattache ? » ou encore les éléments « exploiting analogies » et « exploiting related problems » qui sont considérés également comme des heuristiques par Schoenfeld (1985). De même, les « chainage avant » et « chainage arrière » qui semblent être les traductions de « working forward from the data » et « working backward » sont aussi classées comme des heuristiques (Schoenfeld, 1985) c'est-à-dire « des règles générales pour réussir à résoudre les problèmes, des suggestions qui aident à mieux comprendre un problème ou à progresser vers sa solution »[6] (notre traduction, p. 23). Ainsi, ces trois éléments, de par leur nature heuristique, peuvent intervenir durant la résolution de problèmes, en complément des démarches et modes de raisonnement.

Concernant la modélisation, Houdement (2009) rajoute ce processus à la liste des apprentissages possibles associés aux problèmes de type « problèmes pour chercher ». Elle avance l'idée de choisir des problèmes selon « leur potentialité de création de modèles non encore rencontrés dans l'enseignement » (p. 47). Ceci montre selon nous que la modélisation est lui aussi un élément qui, s'il peut intervenir au cours de la résolution du problème indépendamment de la démarche ou du mode de raisonnement mathématique, est d'une nature encore différente. Nous renvoyons le lecteur intéressé par les potentialités didactiques en lien avec cette question de la modélisation à l'article de Burgermeister et Dorier (2013).

Cette classification plus fine des différentes « stratégies » proposées nous semble nécessaire pour permettre aux enseignants de mieux cibler leurs interventions auprès des élèves, mais aussi pour identifier plus finement les apprentissages que l'on peut ainsi chercher à développer chez les élèves par la confrontation à des problèmes bien choisis. En ce sens, les autres raisonnements mis en avant précédemment (par implication logique, hypothético-déductif et par disjonction de cas) sont, selon nous, aussi susceptibles de faire l'objet d'un travail avec les élèves.

---

[6] Notre traduction de « rules of thumb for successful problem solving, general suggestions that help an individual to understand a problem better or to make progress toward its solution » (p. 23).

Dans cette perspective d'enseignement/apprentissage, nous précisons dans la suite de l'article, quelques points méthodologiques avant de dresser un tableau synthétique qui présente le potentiel didactique de l'ensemble des problèmes proposés dans le chapitre « Recherche et Stratégies » des MER de 10H, en termes de démarches et modes de raisonnements en jeu.

Une analyse du potentiel didactique des problèmes de « Recherche et Stratégies » des MER de 10H en termes de démarches et de modes de raisonnement

Méthodologie

Pour parvenir aux résultats présentés dans le tableau (voir Fig. 3), nous avons résolu chaque problème (livre et fichier de l'élève) du chapitre « Recherche et Stratégies » des MER de 10H en nous plaçant du point de vue de l'élève c'est-à-dire avec les connaissances dont ils disposent (et non du point de vue d'un enseignant par exemple). Ensuite, nous avons cherché à identifier le ou les démarches et modes de raisonnement principaux, c'est-à-dire qui nous paraissent le ou les plus prégnants dans cette résolution. Cela ne signifie donc pas que du point de vue mathématique ces démarches et modes de raisonnement identifiés et retenus sont les seuls en jeu, mais nous estimons qu'ils sont suffisamment importants pour être mis en évidence du point de vue didactique ; donc que ces problèmes présentent un intérêt pour travailler telle démarche ou tel mode de raisonnement retenu. Cette identification du potentiel didactique est illustrée pour quatre problèmes en annexe.

Dans certains problèmes, il est possible que plusieurs démarches ou modes de raisonnement interviennent de manière conjointe. Dans ce cas, nous considérons que la démarche ou mode de raisonnement premier (abrégé DMR1 dans la 2e colonne du tableau) est celui qui correspond à la structure globale du raisonnement tandis que la démarche ou mode de raisonnement second (abrégé DMR2 dans la 3e colonne du tableau) intervient de manière plus locale.

Dans la plupart des problèmes, la démarche ou le mode de raisonnement que les élèves vont a priori mobiliser ne dépend pas de ce qui aura été travaillé pendant l'année et donc pas du moment où le problème va être proposé. Mais ce n'est pas toujours le cas comme l'illustre le problème RS14 intitulé « la suite d'Olivia » pour lequel, les élèves peuvent acquérir au cours de l'année des outils plus performants pour les résoudre. En effet, les élèves peuvent mettre en œuvre une démarche d'ajustements d'essais successifs dès le début de l'année mais aussi mobiliser un raisonnement hypothético-déductif après avoir abordé l'algèbre. Il est donc important, pour certains problèmes, de prendre en compte le moment où on va le proposer pour anticiper ce que les élèves sont susceptibles de mettre en œuvre. Pour notre analyse, nous avons fait le choix de nous situer en début d'année, c'est-à-dire avant que, dans la plupart des classes, les notions relatives à l'algèbre ne soient travaillées.

Résultats

Nous présentons dans la figure 3 un tableau synthétisant la ou les démarches et modes de raisonnement que nous retenons donc qui nous semblent être un enjeu intéressant en termes d'apprentissage pour chacun des problèmes.

	DMR1	DMR2
RS1	Exhaustivité des cas	Implication logique
RS2	Démarche Expérimentale	
RS3	Implication logique	
RS4	Hypothético-déductif	
RS5	Implication logique	
RS6	Implication logique	
RS7	Implication logique	
RS8	Exhaustivité des cas	
RS9	Essais-ajustements	
RS10	Exhaustivité des cas	Implication logique
RS11	Implication logique	
RS12	Exhaustivité des cas	Implication logique
RS13	Essais-ajustements	
RS14	Essais-ajustements	
RS15	Démarche Expérimentale	Exhaustivité des cas
RS16	Démarche Expérimentale	Exhaustivité des cas
RS17	Démarche Expérimentale	Exhaustivité des cas
RS18	Hypothético-déductif	
RS19	Hypothético-déductif	
RS20	Démarche Expérimentale	Exhaustivité des cas
RS21	Essais-ajustements	
RS22	Exhaustivité des cas	Implication logique
RS23	Exhaustivité des cas	
RS24	Exhaustivité des cas	
RS25	Démarche Expérimentale	
RS26	Hypothético-déductif	
RS27	Hypothético-déductif	
RS28	Hypothético-déductif	
RS29	Hypothético-déductif	
RS30	Implication logique	Exhaustivité des cas

Fig. 3 : Synthèse des démarches et modes de raisonnement retenus pour chaque problème du chapitre « Recherche & Stratégies » des MER de 10H

Nous mettons ci-dessous en lumière des éléments saillants qui ressortent de cette analyse.

Il apparait que lorsque des problèmes se ressemblent d'un point de vue global (forme de la question, domaine mathématique en jeu, forme de l'énoncé, etc.), la manière de les résoudre est semblable. Par exemple, les problèmes qui prennent la forme de jeux (RS15, RS16, RS17 et RS20) amènent tous à mobiliser une démarche expérimentale et un raisonnement par exhaustivité des cas. En effet, bien que les choix concernant la mise en œuvre de ces jeux en classe varient d'un enseignant à l'autre, on peut imaginer que de manière générale les élèves vont être tout d'abord invités à jouer quelques parties. Le fait que la question posée porte sur la stratégie gagnante invite à organiser de manière systématique les essais effectués, et donc à raisonner par exhaustivité des cas, dans le but de conjecturer des positions ou des configurations gagnantes. Les élèves peuvent alors prouver ces conjectures en raisonnant là encore par exhaustivité des cas.

De même, les problèmes qui sont formulés dans le cadre géométrique (RS4, RS18, RS19, RS27, RS28 et RS29) amènent tous à mobiliser un raisonnement hypothético-déductif, à l'appui de propriétés, formules d'aires et de périmètres de polygones ou de cercles/disques. Un seul autre problème (RS26) impliquant un raisonnement hypothético-déductif s'appuie sur des propriétés différentes, en l'occurrence relatives aux fractions.

Il nous semble intéressant de discuter des effets que cette ressemblance entre la forme du problème et le type de démarche ou raisonnement en jeu peut engendrer. Elle peut certes permettre de travailler sur des problèmes proches afin de permettre aux élèves de réinvestir les démarches et raisonnements déjà rencontrés. Mais il nous semble aussi que cela risque d'induire des effets de contrat didactique. En effet, on peut imaginer qu'après plusieurs problèmes se ressemblant, le contexte ou plus généralement la forme similaire du nouveau problème peut amener les élèves à recourir presque de facto au type de démarche ou raisonnement déjà utilisé, et ainsi limiter leur prise d'initiative et leur réflexion quant au choix de la démarche à adopter.

A l'inverse, le raisonnement par implication logique est mobilisé différemment dans plusieurs problèmes de ce chapitre. Il permet, et est suffisant, pour en résoudre certains (RS3, RS5, RS6, RS7 et RS11), dont ceux pour lesquels le recours à un logigramme est efficient (RS5, RS6, RS7 et RS11). D'autres problèmes nécessitent de l'articuler à un raisonnement par exhaustivité des cas (RS1, RS10, RS12, RS22 et RS30). Ainsi, les problèmes tels que RS3, RS5 et RS10 sont en apparence très proches bien qu'ils ne se résolvent pas de la même manière. En particulier l'utilisation d'un logigramme n'est pertinente que pour le deuxième. Réciproquement, RS12 et RS30 sont différents sur la forme bien qu'ils mobilisent les mêmes modes de raisonnement.

Ces subtilités, qui ne sont pas perceptibles sans une analyse fine des démarches et des raisonnements en jeu, nous paraissent importantes dans une perspective d'enseignement. En effet, l'aide apportée aux élèves en cours de recherche mais aussi les éléments qui peuvent être mis en avant à l'issue de la recherche vont être différents d'un problème à l'autre (l'organisation pour un problème mobilisant un raisonnement par exhaustivité des cas, le choix des essais et leur articulation avec la conjecture émise dans le cas d'une démarche expérimentale ou encore le choix et la validité de la règle utilisée au vue des données lors d'un raisonnement hypothético-déductif par exemple).

De plus, nous avons vu que les quatre jeux proposés dans ce chapitre amènent à mobiliser une démarche expérimentale. Seuls deux autres problèmes, RS2 et RS25, invitent à recourir à une telle démarche, avec une conjecture quasi immédiate concernant RS2. En l'état, la ressource ne propose donc pas de problème véritablement consistant quant aux conjectures à élaborer. Or la formulation de conjectures est centrale dans la démarche expérimentale qui est elle-même souvent considérée comme l'enjeu d'apprentissage principal de la résolution de problèmes (par exemple dans le cadre du problème ouvert (Arsac et al., 1991) ou des problèmes pour chercher (Charnay et al., 2005)).

Enfin, il apparait que les problèmes menant à conduire un raisonnement hypothético-déductif et qui sont fortement axés sur des notions mathématiques au programme de 10H (aires et périmètres de triangles, carré, rectangle et cercle) sont semblables à certains de ceux présents dans les chapitres associés. L'enjeu est, pour les élèves résolvant ces problèmes, de choisir et de mobiliser correctement les propriétés mathématiques pertinentes. On peut dès lors se demander si ces problèmes n'auraient pas davantage leur place au sein des chapitres thématiques associés. D'autres problèmes s'appuient certes sur des notions mathématiques (comme c'est le cas des puissances dans RS2) sans en faire pour autant un objet d'étude mais davantage un contexte pour entrainer à la résolution de problèmes (en l'occurrence la démarche expérimentale).

Conclusion

Nous avons cherché dans cet article à proposer une piste pour analyser les problèmes des chapitres « Recherche & Stratégies » par le prisme de leur potentiel didactique (Georget, 2009). Cela nous semble permettre de compléter les documents accompagnant cette ressource. Il semble en effet que les ressources proposées actuellement aux enseignants autour de ce chapitre centré sur la résolution de problèmes rendent difficiles à la fois le choix des problèmes, leur articulation, l'identification des apprentissages qui peuvent être visés et donc les éléments qui peuvent être institutionnalisés à l'issue de la recherche de tels problèmes.

Nous avons vu que les « stratégies » mises en avant comme enjeu de ces problèmes correspondent soit à des démarches ou modes de raisonnement soit à des heuristiques c'est-à-dire à des éléments qui ne sont pas de même nature. Il semble important que l'enseignant soit au clair avec cette distinction en particulier en vue des régulations qu'il peut apporter au cours du travail des élèves. On peut en effet raisonnablement penser que proposer aux élèves de recourir à des heuristiques n'aura pas les mêmes effets sur leur activité mathématique que les orienter sur le mode de raisonnement ou la démarche à employer pour résoudre le problème.

Le tableau synthétique proposé (Fig. 3) a pour but d'identifier a priori le potentiel didactique en termes de démarches et de modes de raisonnement en jeu lors de la résolution de ces problèmes puisque les « stratégies » en jeu ne sont la plupart du temps pas précisées dans les ressources didactiques associées (correction ou document d'accompagnement pour l'enseignant).

Enfin, les problèmes sont actuellement proposés de manière non organisée, ou sans que les critères d'organisation ne soient explicités. Cette manière d'analyser les problèmes en termes de démarches et modes de raisonnement nous paraît être un outil pour l'enseignant quant au choix et à l'articulation des problèmes sur le long terme.

Cela nous semble de plus transférable aux problèmes des chapitres « Recherche & Stratégies » pour les autres degrés et de manière plus générale pour tous les problèmes lorsqu'ils sont proposés pour travailler la résolution de problèmes pour elle-même.

Nous sommes toutefois conscients que malgré une clarification quant à la nature des apprentissages associés, l'institutionnalisation reste une question vive sur ce sujet.

Bibliographie

Arsac, G., Germain, G. & Mante, M. (1991). *Problème ouvert et situation-problème*. IREM de Lyon.

Battie, V. (2003). *Spécificités et potentialités de l'arithmétique élémentaire pour l'apprentissage du raisonnement mathématique*. Thèse de doctorat. Université Paris 7 Diderot.

Burgermeister, P.-F. & Dorier, J.-L. (2013). La modélisation dans l'enseignement des mathématiques en Suisse romande. *Petit x*, *91*, 5-24.

Charnay, R., Dossat, L., Fromentin, J., Houdement, C., Pigot, N., Matulik, N. & Planchette, P. (2005). Les problèmes pour chercher. In *Documents d'accompagnement des programmes—Mathématiques* (p. 7-14). MEN, Sceren - Cndp édition.

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné.* La pensée sauvage.

Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique de la Suisse romande et du Tessin. (2012). *La résolution de problèmes. Ressources didactiques. Mathématiques 9-10-11*. LEP.

CIIP (2019). *Aide-mémoire*. LEP.

Demonty, I. & Fagnant, A. (2012). Les différentes fonctions de la résolution de problèmes sont-elles présentes dans l'enseignement primaire en communauté française de Belgique ? In J.-L. Dorier & S. Coutat (Éds.), *Enseignement des mathématiques et contrat social : Enjeux et défis pour le 21 e siècle – Actes du colloque EMF2012 (SPE3)* (pp. 1752-1760).

Favier, S. (2018). Zoom sur la stratégie « ajustements d'essais successifs » au travers de l'activité Des points partout (1H-2H). *RMé*, *230*, 15-22.

Gardes, M.-L. (2013). *Étude de processus de recherche de chercheurs, élèves et étudiants, engagés dans la recherche d'un problème non résolu en théorie des nombres*. Thèse d doctorat. Université Claude Bernard - Lyon I.

Georget, J.-P. (2009). *Activités de recherche et de preuve entre pairs à l'école élémentaire : Perspectives ouvertes par les communautés de pratique d'enseignants*. Thèse de doctorat. Université Paris Diderot.

Houdement, C. (2009). Une place pour les problèmes pour chercher. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *14*, 31-59.

Jeannotte, D. (2015). *Raisonnement mathématique : Proposition d'un modèle conceptuel pour l'apprentissage et l'enseignement au primaire et au secondaire*. Thèse de doctorat, Université du Québec à Montréal.

Pólya, G. (1957). *Comment poser et résoudre un problème (Traduit de : How to solve it)* (Dunod).

Pólya, G. (1989). *Comment poser et résoudre un problème (Traduit de : How to solve it)*. J. Gabay.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press Inc.

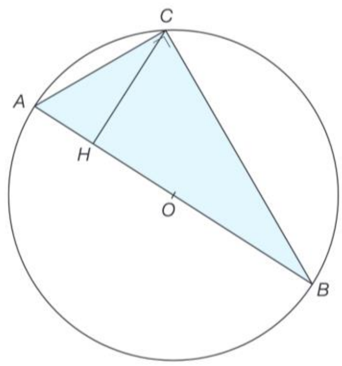
Annexe

Dans cette annexe, nous souhaitons proposer quelques exemples permettant d'illustrer la classification des différents problèmes. Nous présentons ainsi pour quatre d'entre eux, extraits du chapitre « Recherche et Stratégies » des MER de 10H, les grandes lignes (plus ou moins détaillées selon les problèmes) d'une résolution mathématique du point de vue des élèves. À partir de cette résolution, nous dégageons le potentiel didactique en termes de démarches et de modes de raisonnement. Nous rappelons toutefois que ce potentiel didactique ne dépend pas seulement du problème mais aussi des élèves et de l'enseignant.

Probleme RS18 « Quel perimetre ? »

Calcule le périmètre du cercle de centre O, sachant que AB est un diamètre de ce cercle.

AC = 6 cm, BC = 8 cm et la hauteur CH du triangle mesure 4,8 cm.

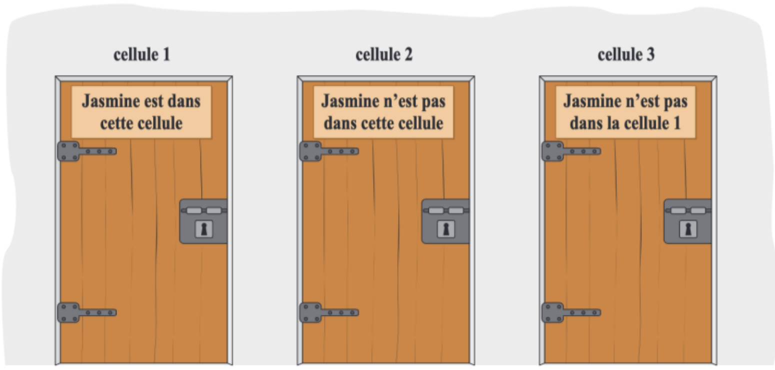


L'objet de ce problème consiste en calculer le périmètre d'un cercle. Pour cela, il faut déterminer son diamètre (ou son rayon) et appliquer la formule correspondante. Les élèves peuvent calculer le diamètre en ayant recours au théorème de Pythagore ou à l'égalité des formules d'aire du triangle rectangle ABC inscrit. Dans ce cas, il s'agit d'un raisonnement déductif dont la règle est en lien avec des savoirs mathématiques (Théorème de Pythagore ou formule d'aire du triangle) ce que nous nommons raisonnement hypothético-déductif.

PROBLEME RS12 « LE RAPT DE JASMINE »

Le terrible Jafar a enlevé la princesse Jasmine et la retient prisonnière dans une des trois cellules de son palais.

Aladin, accouru pour libérer Jasmine, se trouve devant les trois portes des cellules, portant chacune une indication, dont une seule dit la vérité.



Aladin sait qu'il ne pourra ouvrir qu'une seule cellule avant que les gardes arrivent.

Quelle porte va-t-il ouvrir ?

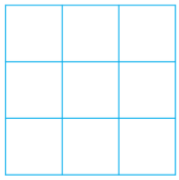
Pour être sûr de la porte qu'Aladin devra choisir, il y a trois cas à étudier : chacun correspondant au fait que l'indication inscrite sur la porte est la seule à dire la vérité.

- Étude du 1er cas : l'indication de la cellule 1 dit vrai c'est-à-dire que l'affirmation « Jasmine est dans cette cellule » est vraie donc Jasmine se trouverait dans la cellule 1. Dans ce cas, d'après les données de l'énoncé, les deux autres indications doivent être fausses et en particulier celle de la cellule 2 « Jasmine n'est pas dans cette cellule ». Or comme Jasmine n'est effectivement pas dans cette cellule 2, cette indication est vraie. Ceci vient contredire les données du problème et nous permet d'en conclure que ce ne peut pas être l'indication de la cellule 1 qui dit vrai.
- Étude du 2e cas : l'indication de la cellule 2 dit vrai c'est-à-dire que l'affirmation « Jasmine n'est pas dans cette cellule » est vraie donc Jasmine se trouverait soit dans la cellule 1, soit dans la cellule 3. Les indications portées par les deux autres portes doivent donc être fausses. Ainsi, pour la cellule 1 « Jasmine est dans cette cellule » amène à déduire que Jasmine se trouverait alors dans la cellule 3. Pour la cellule 3, « Jasmine n'est pas dans la cellule 1 » étant faux permet de déduire que Jasmine se trouverait dans cette cellule 1. Ces deux dernières déductions rentrent en contradiction ce qui permet de conclure que l'indication portée par la cellule 2 ne peut pas être celle qui dit vrai.
- Étude du 3e cas : l'indication portée par la cellule 3 dit vrai c'est-à-dire que l'affirmation « Jasmine n'est pas dans la cellule 1 » est vraie. Nous en déduisons donc que Jasmine peut être dans la cellule 2 ou la cellule 3 et que les indications des deux autres cellules doivent être fausses. La cellule 1 indique « Jasmine est dans cette cellule », ce qui est effectivement faux car la cellule 3 dit vrai. La cellule 2 « Jasmine n'est pas dans cette cellule » doit être fausse également ce qui amène à conclure que Jasmine se trouve dans cette cellule 2.

Le raisonnement se structure sur les différents cas à étudier c'est-à-dire en mettant en œuvre un raisonnement par exhaustivité des cas. L'étude de chacun de ces cas repose sur un raisonnement déductif dont les règles sont en lien avec les notions de logique que nous appelons par implication logique. L'étude des 2e et 3e cas (et possiblement du 1er) requiert également un parcours exhaustif des autres portes sans lequel il n'est pas possible de conclure de manière certaine. Ce problème est donc intéressant pour travailler ces deux modes de raisonnement : exhaustivité des cas et implication logique.

Probleme RS9 « 36 chandelles »

Place tous les diviseurs de 36 dans les cases, de telle sorte que les produits des nombres de chaque ligne, de chaque colonne et de chaque diagonale soient égaux.



La première étape de ce problème consiste à déterminer les neuf nombres à placer dans les cases c'est-à-dire les différents diviseurs de 36. Ensuite, nous pensons que les élèves vont faire des essais c'est-à-dire qu'après avoir rempli le carré avec les neuf nombres trouvés précédemment, ils vont calculer les produits des diagonales, lignes et colonnes. Ils peuvent ensuite se livrer à des ajustements c'est-à-dire d'autres essais qui tiennent compte des résultats des produits calculés précédemment. Pour réaliser ces ajustements, les élèves vont certainement effectuer quelques déductions qui sont (ou devraient être) inhérentes à cette démarche d'ajustements. Différentes idées (comme par exemple : déterminer le résultat du produit cible, placer le 6 dans la case centrale, …) peuvent émerger, venir réduire le champ des possibles et donc simplifier voire diminuer de manière importante le nombre d'essais nécessaires pour parvenir à une solution.

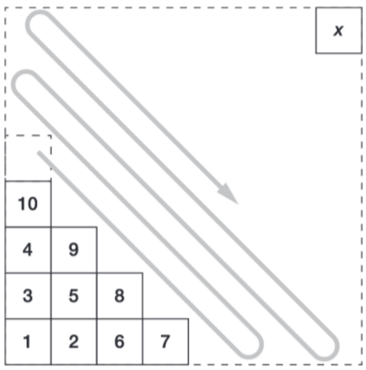
Nous avons bien conscience que cette proposition de résolution ne recouvre pas toute la contingence que peut provoquer un tel problème. Ceci étant, nous retenons que, du point de vue didactique, ce problème nous semble intéressant pour travailler la démarche d'ajustements d'essais successifs.

Probleme RS25 « En haut a droite »

Pascal dessine de grands carrés, qu'il divise ensuite en carrés plus petits. Il écrit alors les entiers successifs dans chaque petit carré dessiné, comme l'indique la figure ci-contre.

Parmi les trois valeurs proposées, quelle est celle que le nombre x ne pourra pas prendre ?

a) 256 **b)** 128 **c)** 81



La manière dont ce problème est posé, et en particulier le fait de devoir compléter le carré en suivant la procédure indiquée nous semble ne pas inviter les élèves à faire directement le lien entre le nombre représenté par x et le nombre total de cases du carré. De plus, les nombres proposés dans l'énoncé (256 ; 128 et 81) semblent suffisamment grands pour dissuader les élèves de se lancer dans le remplissage du carré. Nous pensons que les élèves vont plutôt remplir des carrés plus petits (c'est-à-dire compléter un carré de 2 par 2, 3 par 3, 4 par 4, …). Ces différents carrés peuvent permettre de repérer une régularité : le nombre représenté par x sur ces petits carrés complétés correspond à un carré parfait. Ce constat peut être généralisé et/ou prouvé facilement (puisqu'il s'agit du nombre total de cases d'un carré). Grâce à cette « courte » démarche expérimentale, le problème se réduit alors à identifier quel nombre n'est pas un carré parfait parmi les trois proposés dans l'énoncé.

Ce problème nous parait intéressant puisqu'il peut amener les élèves à réaliser des essais sur des carrés plus petits (qui n'ont pas vocation à être solution du problème mais) qui permettent d'enrichir le milieu de façon à trouver que le nombre représenté par x est forcément un carré parfait. Du point de vue didactique, nous retenons donc la démarche expérimentale comme potentiel de ce problème.

RMÉ POUR CELLES EST CEUX QUI S'INTÉRESSENT À L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES !

Vous êtes invité à proposer des contributions en rapport avec l'enseignement des mathématiques ou des sciences (articles, narrations, expériences, comptes rendus, réflexions).

Les articles doivent parvenir en version électronique à la rédaction (voir www.revue-mathematiques.ch, consignes aux auteurs). Chaque article est examiné par le rédacteur responsable et envoyé anonymisé à deux relecteurs pour avis.

Les auteurs sont informés des décisions de la rédaction à propos de leurs contributions, qui peut les accepter avec ou sans demande(s) de modifications ou les refuser.

Tous les numéros sont consultables en ligne à partir du n° 1 depuis la rubrique *Consultation*.

Contact : revue.mathematiques@gmail.com

Site internet : www.revue-mathematiques.ch