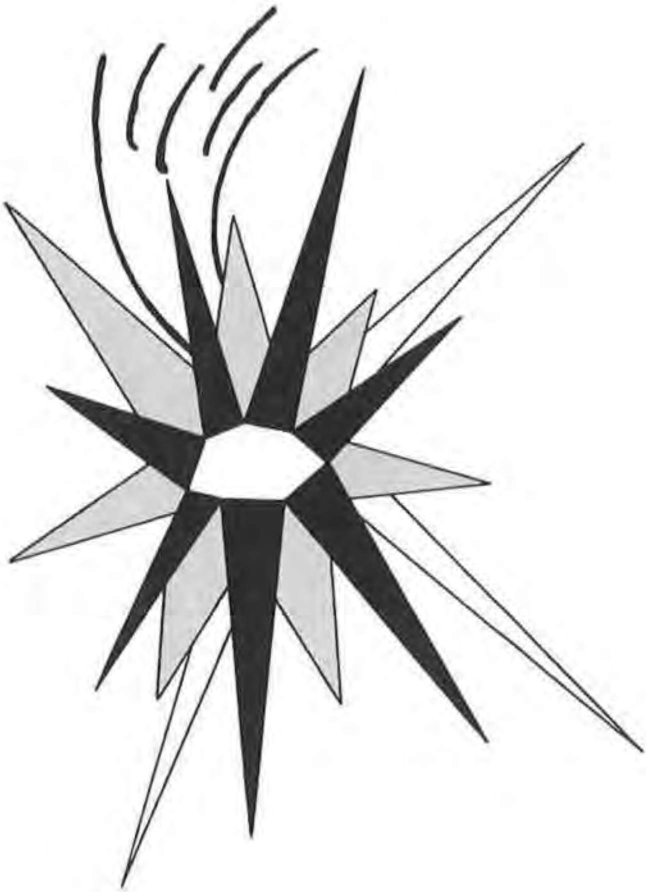
127



MATH ECOLE

MARS 1987
26e ANNÉE

MATH-ECOLE 127

26e ANNÉE | Paraît cinq fois par an | MARS 1987

Editorial

Lorsqu'un enseignement «trop bon» manque finalement son but

Cet éditorial m'a été suggéré par une leçon que j'ai eu l'occasion de voir donner récemment par un normalien, lors d'une visite de stage.

Peu importe son sujet. Cette leçon était merveilleuse, intelligente, pleine d'astuces bien choisies. Elle se déroulait agréablement, joyeusement. Les élèves étaient contents, ils comprenaient au fur et à mesure,...

C'est vrai qu'une telle leçon satisfait tout le monde: les élèves, le maître qui constate que ses élèves suivent bien, les parents par contre-coup. Et, d'abord, moi-même je m'y suis laissé prendre. Pourtant, ... si l'on y réfléchit! Quel est le but essentiel de l'enseignement mathématique? S'agit-il d'initier les élèves aux rudiments de cette science? Oui, bien sûr! ... en partie. Si c'était le seul but à atteindre, la leçon dans laquelle les élèves sont conduits soigneusement vers un savoir toujours plus élaboré serait parfaitement adaptée dans tous les cas.

Mais, on le sait, il y a autre chose. Le but est aussi d'apprendre à résoudre des problèmes, à se débrouiller face à des questions toujours nouvelles. C'est pourquoi il ne suffit pas de s'ingénier à supprimer les difficultés; au contraire, il faut exercer les élèves à les aborder. Si je puis risquer une image: non pas tellement mener les élèves à s'élever graduellement le long d'une pente, mais également y aménager des marches à gravir. Beaucoup de petites marches, et de temps en temps même une plus haute.

Dans l'enseignement mathématique, le sens pédagogique de l'enseignant ne devrait pas servir seulement à aplanir les difficultés, mais aussi à en soumettre qui soient habilement dosées, graduées.

Théo Bernet

Langages de raisonnement et langues de communication

par Jean-Blaise Grize

Ce texte est la version écrite de l'exposé que j'ai eu le plaisir de faire le 29 novembre passé à Fribourg, dans le cadre des manifestations qui marquaient le vingt-cinquième anniversaire de Math Ecole. J'y ai distingué les termes de langue et de langage. Par *langue,* j'entends les langues naturelles avec leurs caractères propres et par *langages,* des constructions plus ou moins artificielles telles LOGO (M. Ferrario 1986: 21–26) et, plus généralement les langages logiques et mathématiques.

1. Les langages de raisonnement

Partons d'une anecdote qui concerne le sophiste Grec Protagoras (Ve siècle avant J.C.) et son élève Eulathus. Ce dernier n'était guère fortuné et Protagoras avait accepté de n'être payé pour ses leçons qu'après qu'Eulathus aurait gagné son premier procès. Celui-ci cependant se gardait bien de plaider, au point que Protagoras le menaça de lui intenter un procès:

- *Si tu gagnes contre moi, selon notre convention, tu devras me payer et si tu perds, c'est le juge qui te condamnera à me payer.*
- *Absolument pas, répliqua Eulathus. Si je perds contre toi, selon notre convention, je ne te dois rien et si je gagne, c'est le juge qui me dispensera de te payer.*

On objectera que les deux partenaires jouent avec les mots, comme dans nombre d'autres exemples que rapporte la tradition, et c'est exact. Mais la question se pose d'abord de savoir ce que veut dire «jouer avec les mots» et ensuite de savoir comment discipliner l'usage de la langue pour qu'il devienne impossible d'y tenir de faux raisonnements. La solution consiste à introduire un certain nombre de contraintes, en d'autres termes de construire un langage de raisonnement.

On sait que c'est à Aristote (384–322) que l'on doit le premier et le plus fameux langage de raisonnement totalement fiable: il s'agit de la théorie du syllogisme. Je me contenterai de rappeler trois des artifices retenus.

1. D'abord toutes les propositions doivent être ramenées à une seule et même forme:

   Sujet Copule Prédicat

   comme, par exemple:

   «Les baleines (sujet) *sont* (copule) *des mammifères* (prédicat)).

   Il est bien évident qu'une telle disposition est de nature à exprimer certains faits de façon peu conforme à l'usage. Ainsi, pour dire

   «Les baleines nagent»

   il faut poser

   «Les baleines sont des nageantes».

2. Ensuite, on ne retiendra que quatre sortes de propositions:

   - les affirmatives universelles: *«Tous les hommes sont mortels*
   - les négatives universelles: *«Aucun homme n'est parfait»*
   - les affirmatives particulières: *«Quelques hommes sont philosophes»*
   - les négatives particulières: *«Quelques hommes ne sont pas philosophes».*

   Ainsi sont exclues des propositions aussi utiles que

   «Je vous aime» et
   «Il est temps de passer au point suivant».

3. Enfin, tout raisonnement valide doit être constitué de deux prémisses, la première qui contient deux termes **a** et **b**, la seconde qui contient deux termes **b** et **c** et d'une conclusion qui contiendra aussi deux termes, qui seront **a** et **c** . Notons encore que les conditions d'élimination du terme **b** sont soumises à tout un ensemble de règles précises mais complexes.

   Peu importent ici les détails. Ce qui compte c'est que ce langage de raisonnement a joué le rôle de logique pendant plus de deux mille ans et ceci au point que lorsque, en 1787, Kant réédite sa *Critique de la raison pure,* il a pu écrire dans la préface:

   Il est... digne de remarquer que, jusqu'ici, elle [la logique] n'a pu faire un seul pas en avant, et qu'aussi, selon toute apparence, elle semble arrêtée et achevée.

La prophétie de Kant s'est révélée fausse et c'est peut-être qu'il n'a pas accordé une attention suffisante à un phénomène historique d'importance, c'est que cette autre construction raisonnée qui, elle aussi est restée valable plus de deux mille ans, je veux dire les **Eléments** d'Euclide, ne s'est jamais servie de la théorie du syllogisme. Il y a là l'indice qu'elle était trop faible pour la géométrie: il y manquait, en particulier, une logique des relations.

Avant de poursuivre, je voudrais souligner un point d'importance. C'est que le premier langage de raisonnement est né d'*une crise de la pensée* – la présence de sophismes – et qu'il a consisté à prendre des distances avec la langue naturelle, celle de la communication.

L'étape suivante, qui a suivi de peu la déclaration de Kant, va introduire une nouvelle dimension dans les langages de raisonnement: la dimension du calcul. Si sa première réalisation est due à G. Boole (1847), elle avait été déjà pressentie par Leibniz. Un jour viendra, disait-il, où

«Lorsque les opinions divergeront, il ne sera pas plus question de débats entre deux philosophes qu'entre deux calculateurs. Il suffira, en effet, de prendre la plume, de s'asseoir devant une feuille de papier et de se dire l'un à l'autre: calculons **(calculemus)**»

(Phil. VII: 200. Ma traduction).

Il ne semble pas, hélas, que l'Iran et l'Irak en soient là, ce qui n'empêche pas que l'on soit en présence de l'idée de langage algorithmique.

J'ajouterai, mais sans insister sur les détails, que l'application même du nouveau langage logique à la mathématique a conduit à une nouvelle crise de la pensée. Elle est résultée de la mise en évidence de contradictions au sein de la théorie des ensembles, comme celle-ci est la base de l'édifice mathématique (cf. l'avenue ER!), c'est «la reine des sciences», le modèle de «l'esprit de géométrie» qui était en cause; ce fut l'occasion de pousser les langages de raisonnement à leur extrême limite et d'en faire des systèmes formels, au sens le plus fort du terme.

Je laisse de côté la question de savoir si l'apprentissage d'un langage algorithmique, plus ou moins formel, est de nature à développer le raisonnement chez nos élèves, pour retenir un point essentiel mis en évidence par A. et J.-A. Calame.

Le style de certains manuels, écrivent-ils, «*reste impersonnel et ne s'adresse pas directement au lecteur*» (1986: 14). C'est là une façon de souligner trois aspects fondamentaux des langages de raisonnement.

1. Il s'agit de langages sans véritables sujets énonciateurs.
2. Ils sont hors situation, dans la mesure où la vérité logique doit être la même en deçà et au-delà des Pyrénées.
3. Enfin,ils portent sur des objets univoquement déterminés et réduits à un petit nombre de traits explicites.

Ce dernier point importe assez pour que je le développe brièvement. Considérons par exemple, l'objet de pensée **groupe.** En français, langue de communication, il peut s'agir de bien des choses: ensemble de personnes plus ou moins aléatoire, comme en cas d'accident; ensemble de personnes que réunit une même finalité, tel le Groupe d'études latines; une unité de combat; une réunion d'industriels; une formation politique au parlement; et j'en passe. Par contraste, dans le langage mathématique, il s'agit d'un ensemble d'éléments quelconques qui satisfont à des axiomes précis. Et **il ne s'agit que de cela.**

On ne comprend alors la portée de l'observation de A. et J. -A. Calame: ce langage ne s'adresse effectivement pas au lecteur, il ne fait que se dérouler devant lui.

2. Les langues de communication

Le schéma standard de la communication se présente de la façon suivante. D'une part, il existe un émetteur, disons **A,** qui a quelque chose à transmettre. Il code ce quelque chose dans sa langue et constitue par là un message. Ce message est transmis par un canal approprié jusqu'à un récepteur, disons **B,** qui le décode – dans la mesure tout au moins où il connaît la langue de **A,** ce qui n'est pas toujours de cas, lorsque **A** est le maître et **B** l'élève –.

Une telle représentation suffit sans doute aux problèmes que posent les télécommunications, mais elle est impropre à rendre compte de la complexité psycho-sociale du discours et de l'écriture, de l'écoute et de la lecture. En fait **A** est un locuteur, un auteur. En fonction de ce qu'il sait, de sa culture, de sa finalité, à l'aide de la langue phénomène social, il **construit** une représentation symbolique de ce qu'il veut communiquer. (Nous appelons «schématisation» une telle construction). Cette construction, il la fait devant **B,** auditeur ou lecteur, et **B** ne se contente nullement d'un décodage. Il **reconstruit** la schématisation qui lui est proposée.

Je dois reconnaître qu'une telle façon de voir ne va pas sans soulever bien des problèmes. Je me contenterai de signaler les quatre plus importants.

1. D'abord **A** doit parler la langue de **B**, ce qui est loin d'être trivial. Nous savons tous très bien que nous ne nous adressons pas de la même façon à un enfant et à un adolescent, à un ami et à un inconnu, au plombier et à un conseiller d'état.

2. Il faut aussi aider l'interlocuteur dans sa tâche de reconstruction, ce qui explique que, dans tout discours de communication, on trouve toujours autre chose que des informations. Si je dis:

   «En bref, ce qui précède montre que la communication est un phénomène complexe»,

   je ne fournis qu'une information, savoir

   «que la communication est un phénomène complexe».

   «En bref» est là pour aider à faire le point et «ce qui précède montre que» sert tout à la fois à convaincre **B** et à lui permettre de vérifier si sa reconstruction est suffisamment proche de ce que je lui propose.

3. Les interlocuteurs doivent aussi partager des préconstruits culturels communs. C'est cette exigence qui rend parfois si difficile la communication avec des Africains ou des Asiatiques, même s'ils parlent parfaitement le français. Sans aller si loin, si je dis:

   «Mon frère a eu un accident de voiture. Il roulait malheureusement à gauche».

   je n'aurai rien expliqué du tout, et si l'accident a eu lieu en Angleterre, l'adverbe «malheureusement» serait même dépourvu de sens.

4. Reste un dernier point qui est lié aux mots eux-mêmes. J'ai déjà parlé de la zone de flou dont sont entourés les mots des langues naturelles. Il y a évidemment là une source de malentendus possibles, de sorte qu'une grande part de l'activité discursive est consacrée à limiter ce flou, à préciser le sens des termes. Mais c'est aussi ce qui fait la richesse de la langue, ce qui permet les figures de rhétorique, les jeux de mots et la poésie.

   «Tes pas, enfants de mon silence,
   Saintement, lentement placés,
   Vers le lit de ma vigilance
   Procèdent muets et glacés» (Valéry):

   Cela ne peut se dire en aucun langage logique...et cela compte aussi.

Il découle de ce qui précède que communiquer c'est toujours dialoguer. Comme l'écrit avec perspicacité S. Roller dans **Convergences**:

«La langue fait sortir l'individu de son isolement: elle le met en contact **avec le réel** *comme* **avec autrui** *et de ce contact jaillit la lumière»* (1977: 75).

Souvent, certes, le dialogue reste virtuel. Il l'est à la TV et à la radio, malgré la possibilité plus ou moins effective de téléphoner au studio: il l'est dans l'écrit où, si dialogue il y a, il est en tout cas différé. Mais, et le grand linguiste Benveniste y a insisté, il n'y a pas de langue naturelle sans un Je et sans un Tu. Bien entendu, ils peuvent être effacés en surface, comme dans

«La marquise sortit à cinq heures»,

énoncé fameux que Valéry disait ne pouvoir se résoudre à écrire! Cela n'empêche pas qu'il s'agit toujours d'un dialogue et de trois façons.

1. Celui qui parle ou qui écrit ne peut le faire sans disposer d'un certain nombre de représentations de son interlocuteur et, en particulier, de ce qu'il sait. J'y reviendrai plus loin.

2. On ne parle ni n'écrit que dans des situations d'interlocutions spécifiques. Pour m'en tenir à l'écrit, les situations manuel scolaire, article de revue, article d'encyclopédie sont bien différentes les unes des autres, ce qui est bien de nature dialogique.

3. Tout discours de communication, donc dans la perspective que je défends, tout dialogue a nécessairement un double aspect argumentatif. D'abord, il faut amener **B** à reconstruire une schématisation aussi isomorphe que possible à celle qu'on lui propose: de là les aides discursives dont j'ai parlé plus haut. Ensuite, l'interlocuteur qui est aussi un locuteur en puissance, peut toujours opposer un contre-discours au discours qui lui est tenu, quitte à ce qu'il le fasse «dans sa tête». Il faut donc argumenter pour, si possible, l'en empêcher.

3. Langage mathématique et langue maternelle

Je partirai d'une déclaration de R. Hutin:

«La réforme conduite sous l'étiquette des mathématiques modernes a connu ses grandeurs, ses excès, ses perversions peut-être, notamment dans le domaine du langage et du formalisme.» (1986: 5).

«Perversion», c'est-à-dire renversement. Mais pourquoi? Ce qui précède suggère ma réponse. Je suis d'avis qu'il y a deux attitudes distinctes, complémentaires puisque expression d'une même intelligence mais qu'il faut néanmoins identifier.

Peut-être ai-je tort. A. Delessert écrit, en effet, que l'un des défauts du premier programme des mathématiques modernes péchait en ce qu'*«il ne prenait pas en compte les personnes chargées de parler cette langue [celle des mathématiques]: le mathématicien, l'élève». (1986: 19).*

Il va de soi que je partage entièrement son avis puisque enseigner c'est communiquer. Mais il écrit plus loin:

«Un effort doit être poursuivi en vue de substituer la langue maternelle au jargon pseudo-mathématique.» (1986: 20).

Si je laisse de côté l'habile préfixe «pseudo», je dois reconnaître que, sur ce point, je ne suis pas d'accord avec A. Delessert. Il me paraît inopportun, voire dangereux, de chercher à utiliser les mots de tous les jours pour désigner tous les objets mathématiques. Je sais la coquetterie bourbakiste qui aime à parler de «boules» et de «pavés», mais ce qui peut amuser le spécialiste peut aussi perturber l'élève. Voyons donc la question d'un peu plus près. Je me limiterai d'abord à une seule opération de pensée, celle que l'on nomme «si...alors» et à laquelle A. et J.-A Calame font allusion (1986: 17). Je crois pouvoir affirmer que le «si...alors» logico-mathématique n'a pratiquement rein à voir avec le «si» de la langue maternelle.

Pour le mathologicien, ainsi que l'appelle Y. Gentilhomme (1985), «si **p** alors **q**» est une proposition qui n'est fausse que dans le cas où **p** est vraie et où **q** est fausse. Qu'il y ait là de l'arbitraire, que l'on soit conduit à considérer que

«Si les éléphants sont roses, alors les flamants ont une trompe»

est une proposition vraie, n'empêche en rien qu'il s'agisse d'une définition utile et il n'y a rien à redire à cela. Mais qu'en est-il dans la langue maternelle de nos élèves?

- *«Si la température descend au-dessous de zéro, l'eau gèlera»:* causalité.
- *«Si le public a applaudi, c'est que la pièce était bonne»:* parce que.
- *«Si je la voyais, j'étais heureux»:* chaque fois que.
- *«Si j'aime Bach, je préfère Mozart»:* bien que.
- *«Si tu as soif, il y a de la bière à la cave»:* information plus permission.

Il est facile de multiplier les exemples, mais, ce qui me paraît pédagogiquement important, c'est qu'il faut faire coexister dans la tête de l'élève le «si...alors» du mathématicien avec tous les «si» de sa langue maternelle. Or, selon mon opinion, une des difficultés provient tout justement de ce que des opérations très différentes ont le même nom.

Il s'agit d'ailleurs là d'un problème dont la portée est beaucoup plus générale. Quel que soit son âge, en effet, l'élève dispose toujours d'un certain nombre de représentations, représentations que S. Moscovici appelle sociales, et qui sont acquises par l'enfant. Dès lors, notre tâche d'enseignant n'est pas de les effacer – cela ne se peut et, même après Galilée, nous disons tous que le soleil **se** lève à l'Est – mais de les rendre compatibles avec celles de la science. Il me paraît bon pour cela de distinguer avec soin langage de raisonnement et langue (maternelle) de communication: ils sont essentiellement différents.

Mes mérites scientifiques sont modestes et j'en appellerai donc à R. Thom (médaille Fields 1958, le Nobel des mathématiques) pour corroborer cette opinion. Dans un article qui a fait quelque bruit: *«Les mathématiques 'modernes': une erreur pédagogique et philosophique?»* (1970), il oppose fortement ce que j'ai appelé langage de raisonnement et langue de communication. Je ne lui emprunterai qu'un exemple. Il concerne l'opération de disjonction «ou». Celui qui dirait:

«J'ai perdu mon crayon rouge **ou** *mon crayon bleu»*

devrait bénéficier le plus rapidement possible d'une psychothérapie. Mais qui demande

«Avez-vous perdu votre crayon rouge **ou** *votre crayon bleu?»*

pose une question pleine de sens.

L'ennui, c'est que l'interrogation appartient aux langues de communication - avec leurs interlocuteurs - et pas du tout aux langages de raisonnement.

J'ajouterai un exemple qui concerne «et», d'abord parce qu'il est vécu et, surtout, parce qu'il montre à l'évidence que les problèmes les plus essentiels ne peuvent être abordés qu'en collaboration avec ceux qui les affrontent quotidiennement.

Il s'agit d'une question que m'avait posée une institutrice. Après avoir enseigné avec le plus grand soin la notion d'intersection d'ensembles, «les objets carrés **et** rouges», elle a proposé à ses jeunes élèves d'imaginer eux-mêmes des exemples.

«Les rideaux à carrés rouges **et** *blancs»*

a dit l'un d'eux.

– Que dois-je répondre, m'a-t-elle demandé?
– Je n'en sais rien, ai-je répondu.

Et je n'en sais pas d'avantage aujourd'hui.

Mais je voudrais revenir à R. Thom. Il écrivait:

«Ils [les maîtres] viennent proposer aux élèves des exercices d'algèbre booléienne où il est question de 'cubes larges et bleus', de 'Parisiens chauves ou riches'. Ces exercices sont non seulement bizarres et inutiles, ils pourraient, si l'on persistait dans cette voie, se révéler nuisibles à l'équilibre intellectuel des enfants. C'est en effet une contrainte fondamentale de la pensée juste que d'éviter le mélange des champs sémantiques disjoints, ce mélange a un nom: cela s'appelle le délire. En voulant attacher un sens à toutes les expressions construites, en langue ordinaire, par le formalisme booléien, le logicien procède à une reconstruction de l'univers à la fois **fantômatique** *et* **délirante***». (1970: 235).*

R. Thom parle de «champs sémantiques» et, selon moi, il le fait avec raison. Le choc provoqué par l'Ecole bourbakiste, l'épistémologie piagétienne, voire ce que F. Gonseth a appelé «La physique de l'objet quelconque», tout cela a conduit à accorder aux structures une attention particulière exclusive même parfois. Ainsi que l'écrit Ch. Burdet:

«Un 'éclairage' nouveau a été donné aux objets étudiés. La connaissance intuitive des notions liées aux ensembles, aux relations, en particulier aux fonctions, aux structures, a fait partie du bagage mathématique de tout enfant de l'école primaire». (1986: 12).

Tout cela est juste, à condition de ne pas oublier que c'est insuffisant. S'il est parfaitement possible de raisonner sur des structures abstraites, on ne communique jamais qu'à travers des contenus. Les objets mathématiques sont réduits à peu de chose. Ce disant, je ne voudrais blesser personne – je suis mathématicien de formation. Mais comparons seulement le concept de triangle mathématique avec celui des Frères-trois-points. On voit sans peine que le premier n'aurait jamais permis à Mozart d'écrire **La flûte enchantée:** perte qui eût été considérable pour l'espèce animale que les spécialistes appellent «homo sapiens sapiens».

Si j'insiste un peu, c'est que je crains que ce qui précède laisse entendre qu'il n'y a de raisonnement valide qu'au sein de langages spécialisés, logicomathématiques ou informatiques. Or, il n'en est rien. Nous raisonnons aussi dans nos langues maternelles et souvent avec subtilité, même si nous courons le risque d'être pris au piège de quelque sophisme. Toutefois, il ne s'agit pas exactement de raisonnement de même espèce. Pour le faire voir rapidement, donc de façon un peu caricaturale, je dirai ce qui suit.

1. Le raisonnement logico-mathématique est de nature déductive. Il repose essentiellement sur le «si...alors» du logicien et ceci à tel point que la logique a pu être définie comme la théorie de la déduction.

2. Le raisonnement coutumier, lui, procède par étayage. Le locuteur avance quelque chose et il l'appuie, parfois sur des explications, parfois sur des raisons, mais toujours sur des éléments qui n'étaient pas déjà tous implicitement contenus dans les prémisses. Ce type de raisonnement aménage donc les objets dans la perspective argumentative à laquelle j'ai fait allusion plus haut.

Conclusion

J'ai tenté avec plus ou moins de succès – le lecteur **B** qui reconstruit ma schématisation en sera seul juge – de m'exprimer dans une langue de communication. Je souhaitais défendre trois idées.

1. La première, que les langages de raisonnement, et en particulier celui des mathématiques, ont des aspects spécifiques. Ils n'ont pas d'énonciateurs à proprement parler. En revanche, ils ont une qualité essentielle: ils permettent à la raison de parler à la raison, de sorte que, comme le dit G. Th. Guilbaud:

   «En mathématiques on n'est pas forcé de tout savoir, puisqu'on peut inventer» (1985: 80).

   Mais personne, jamais, n'a inventé sa langue maternelle.

2. La deuxième est que ces langages de raisonnement, plus ou moins artificiels, correspondent à un moment, mais à un moment seulement, de la connaissance. Avant d'être exposé, un savoir doit être élaboré, inventé ou découvert. Il y a donc nécessairement une étape de recherche qui exige le dialogue au sens large du terme, donc une langue de communication.

3. Enfin, je pense que les deux systèmes sémiotiques en question sont liés. Ils s'appuient l'un sur l'autre, ils sont complémentaires. Et cela me conduit à suggérer qu'il n'est jamais trop tôt pour rendre nos élèves conscients de la chose, pour les aider à ne pas les confondre et pour leur apprendre à se servir de chacun selon ce dont il s'agit.

Notes

1. Les citations de Ch. Burdet, A. et J.-A Calame, A. Delessert, M. Ferrario et R. Hutin sont toutes tirées de MATH-ECOLE, n° 125, novembre 1986. La page est indiquée après les deux points.
2. Le livre de Y. Gentilhomme s'intitule: «Essai d'approche microsystémique». Il est paru chez P. Lang à Berne.
3. La citation de G. Th. Guilbaud est empruntée à son ouvrage «Leçon d'à peu près», Christian Bourgeois, Paris.
4. L'ouvrage de S. Roller est paru chez P. Lang à Berne.
5. L'article de R. Thom est paru dans «L'Age de la Science», III.3.

«... L'obscurantisme pédagogique cherche asile et refuge dans la technicité. Il aborde les problèmes de l'enseignement par le détail des facultés humaines, se proposant d'éduquer l'attention, la mémoire, l'imagination, ou par le détail des spécialités didactiques, se donnant alors pour tâche de faciliter l'apprentissage du calcul, du latin ou de l'orthographe...

... Le maître authentique est celui qui n'oublie jamais, quelle que soit la spécialité enseignée, que c'est de la vérité qu'il est question. Il y a des programmes, bien sûr, et des activités spécialisées. Il faut, autant qu'il est possible respecter les programmes. Mais les vérités particulières réparties à travers les programmes ne sont que des applications et figurations d'une vérité d'ensemble, qui est une vérité humaine, la vérité de l'homme pour l'homme...»

Georges Gusdorf: «*Pourquoi des professeurs?*»

(Editorial Math Ecole 78, mai 1977.

Langage de raisonnement

par Marcel Pagnol, «Jean de Florette»

«Bien sûr que j'y ai pensé, dit Ugolin... La source est belle, mais c'est à quatre cents mètres d'hauteur: en hiver, il y a la gelée blanche tous les matins, et ça, c'est la mort des œillets... Et puis surtout, n'oublie pas que c'est encore un bien de Pique-Bouffigue!

– C'est vrai, dit le Papet... Alors, il n'y a que le bassin. Essayons d'en faire un grand près de Massacan au fond du vallon, avec des rigoles pour ramasser la pluie... Mais il faudrait savoir de quelle grandeur. Il a dit dix mille plantes. Demande-lui combien de litres par plante. Et puis aussi, le prix des boutures. Moi, en ce moment, je peux pas écrire comme il faut, parce que les douleurs m'ont gagné la main.»

Ugolin écrivit une longue lettre à Attilio, les doigts crispés sur le porte-plume, et la langue entre les dents.

Quelques jours plus tard, tandis qu'il taillait ses pêchers, il vit monter le Papet, qui lui apportait une lettre arrivée au village. Elle venait d'Antibes, c'était la réponse. Ils allèrent s'asseoir sur la margelle du puits.

Collègue,

Je t'ai pas répondu de suite pourquoi ma sœur s'est marié avec Egidio, celui qui la chaspait tout le temps. Mintenant, s'est sont droit. Pour les boutures, naturèlement que je t'en fais cadot. Mon père Monsieur Tornabua est d'acort. Je lui ai pas dit que tu m'a demandé le prix. Cà lui aurait fait pêne. Elles seront prête pour le mois d'April. Prépare le champ, et surtout l'eau. Mon père Monsieur Tornabua dit que pour dix mille plante il te faut une réserve d'au moins quatre cents mètres cubes. Si tu les as pas sur sur sur, c'est pas la peine de comencer pour pas finir. Tu as bien compris? Quatre cent mètres. Et pas des mètres de longueur. C'est des cube, les mêmes qu'au certificat d'études: qu'à cause de ces mètres j'ai jamais pu le passer, et mintenant je m'en sers pour gagner des sous bien plus que l'essituteur! C'est çà la vie! Ecrit moi encore, mais fais un peu entention à ton ortografe! On ni comprend rien, il faut toultan deviner! Je dis pas sa pour te vexer. Moi aussi, samarive de pas bien connaître un mot comment ça s'écrie: alors, à la place, j'en met un autre!

Ton ami Attilio

Ma sœur me dit que je te demande si tu parpeulaige toujours.

Mais cette plaisanterie amicale ne fit même pas sourire Ugolin.

«Quatre cents mètres! dit-il... J'ai peur que ça donne un bassin aussi grand que le port de Marseille.

– Mais non! Ne t'effraye pas! Fais le calcul, et puis tu verras.»

Ugolin se gratta la tête, perplexe...

«Le calcul, en réfléchissant bien, je saurais le faire. Mais ce qui m'embrouille, c'est la virgule. On sait jamais où la mettre...»

Le Papet sourit, et dit:

«Moi, les virgules, je les connais. Ce soir à dîner, je te donnerai la réponse.»

Le Papet savait bien compter, et les virgules ne lui faisaient pas peur; mais parce qu'il était parti du principe qu'un mètre cube c'est cent litres, il déclara le soir même qu'il suffirait de creuser un trou de 4 mètres par 4 sur 3 mètres de profondeur... Ugolin, ayant réfléchi, lui dit que «ça lui paraissait plutôt petit».

Le lendemain, à l'apéritif, ils consultèrent Philoxène. Celui-ci réfléchit à son tour, puis déclara: «Moi, je connais pas très bien les mètres cubes. Mais il me semble que c'est plus gros qu'un hectolitre. Beaucoup plus gros... A mon idée, c'est au moins un muid!»

Par bonheur, la vieille institutrice passait par là, avec son cabas, sous une mantille de dentelle noire. Ils l'arrêtèrent. Dès que lui fut posé le problème du bassin, cette femme extraordinaire, sans même prendre le temps de réfléchir, répondit tout à la file qu'un mètre cube, c'était mille litres; qu'il faudrait un bassin carré de 10 mètres de côté et de 4 de profondeur, ce qui entraînerait l'extraction de 400 000 litres de terre, qui pèserait au moins 2 kilos par litre, soit 800 000 kilos, ce qui exigerait une année et demie de travail d'un terrassier de métier. Enfin, pour le revêtement intérieur, de 0,25 m d'épaisseur, pour une surface de 260 mètres carrés, il faudrait 65 mètres cubes de maçonnerie, à 2 tonnes le mètre cube, soit 130 tonnes. Puis, comme l'église sonnait la demie de six heures, elle les quitta au trot, stupéfaits de cette virtuosité, mais consternés par ses résultats.

«Les parents restent désireux de transmettre leur savoir à leurs jeunes et sous la forme même où il leur a été enseigné. Quel n'a pas été leur désarroi devant les mathématiques modernes et la nomenclature grammaticale bouleversée? Leurs réticences, autant sinon plus que celles des enseignants, ont empêché la diffusion de méthodes pédagogiques nouvelles dans nos écoles. Par ce désir de transmettre un héritage culturel, un comportement social inscrit dans la mémoire collective, l'homme ne se différencie guère des autres espèces animales; il doit se faire violence pour ne pas se laisser paralyser par la nostalgie d'un «hier» embelli par ses souvenirs d'enfance et il lui est difficile d'admettre, entre autres exemples, que la connaissance de la table de multiplication soit moins indispensable qu'hier à l'écolier d'aujourd'hui.

«Le lièvre et la tortue», Catherine et Guy Vermeil
(Stock/Laurence Pernoud, 1986)

Langue de communication

par Cavanna, «Les Ritals»

Les Ritals trouvent très tordu, très vicieux le système français pour compter l'argent. Ils n'arrivent jamais complètement à s'y faire, c'est pourquoi on les voit sortir leurs sous un à un de leur porte-monnaie croûteux de ciment (jamais directement du fond de la poche: l'argent, ça se respecte) et les examiner attentivement sur les deux faces en fronçant les sourcils avant de les poser à regret sur le zinc du bistrot. C'est à cause des sous et des francs.

Même aux gosses français il leur faut des années avant de s'en sortir. Tu comprends, il y a deux systèmes qui s'ignorent et qui s'entremêlent, faut savoir comment sauter de l'un à l'autre sans se mélanger les pieds, et surtout savoir quand on doit sauter de l'un à l'autre. Je t'explique.

Il y a les francs, qui vont de dix en dix, un franc fait cent centimes. Bon. Il y a les pièces de cinq francs, de dix francs et de vingt francs en nickel simili-argent, qui sont d'ailleurs doublées par les vieux billets cradingues. Ensuite, il y a les pièces de un franc et de deux francs en laiton tout jaune si tu l'astiques bien tu dirais de l'or, il y a les pièces de cinq centimes, de dix et de vingt-cinq centimes, en nickel, avec un trou au milieu, c'est celles que je préfère, des fois on en voit qui servent de rondelles sur des gonds pour rehausser une porte, le type n'avait que ça sous la main comme rondelles, faut croire, alors nous, avec une barre de fer, on fait sauter la porte de ses gonds et on va s'acheter des bégots à la Parade, je vous dirai tout à l'heure ce que c'est que des bégots et ce que c'est que la Parade. Après, il y a les pièces de un et de deux centimes en bronze rouge, de gros vieux machins lourds comme le diable au fond des poches, avec dessus, tout usée, la tête de Napoléon III, empereur des Français, un barbichu pète-sec qui portait un bouquet de thym et de laurier sur les oreilles. Mais ces pièces-là, on en voit de moins en moins.

Ça n'a pas l'air bien méchant, d'accord. Jusque-là. Mais attends, voilà les sous qui rappliquent. Les sous, ça n'existe pas. Interdit de compter en sous, d'afficher les prix en sous. Le mot «sou» n'est gravé sur aucune pièce de monnaie. Seulement, dans la vie, tout le monde n'emploie que les sous. Les sous vont de vingt en vingt, ils ont leurs façons à eux, et si tu sais pas compter en sous à toute vitesse dans ta tête, et traduire aussitôt les prix en francs que tu lis en sous qu'on te cause, tu te fous dedans tu te fais baiser à tous les coups.

Un franc, c'est vingt sous. Un sou, c'est cinq centimes. Ça fait qu'un franc cinquante c'est trente sous, que quatre sous c'est vingt centimes, etc. Avec de l'habitude, tu y arrives. Pareil pour les poids. La loi oblige les commerçants à annoncer les prix en kilos, fractions de kilo et multiples de kilo. Mais en fait on compte par livres, vieille unité parisienne qui, valant à peu près un demi-kilo, s'est confondue avec. Une livre égale cinq cents grammes. On gambade dans les sous-multiples de la livre: «Vous m'en mettrez une demi-livre, un quart, un demi-quart... (sous-entendu «de livre», et non «de kilo»). C'est pour ça que le beurre se vend par 250 g, 125 g... quantités bizarres si l'on se réfère au système métrique, laïque et républicain. On ne dit jamais un kilo et demi, on dit: trois livres. J'aime bien tous ces petits détails agaçants qui font qu'on se sent chez soi. Mais imagine la paysanne ritale fraîche débarquée qui a lu sur l'ardoise que le kilogramme de patates vaut un franc trente et qui entend la maraîchère lui dire: «Ça fait pas tout à fait les trois livres, je vais jusqu'à quarante sous?»

C'est drôle, les choses. Jusqu'à deux francs (quarante sous), on compte en sous: quinze sous, vingt-huit sous, trente-trois sous, etc. Mais, au-delà de quarante sous, on compte seulement en francs. Il ne viendrait à l'idée de personne de dire: «quarante-deux sous». Pourquoi? C'est comme ça. Ça se fait pas. Personne ne pourrait expliquer, personne même ne s'est jamais rendu compte qu'il faisait comme ça, en tout cas personne ne se trompe. Une exception: cent sous. On ne dit pas «cinq francs», on dit «cent sous». Mais on ne dit pas «deux cents sous»! Marrant, non? Ça me fait le même effet que pour l'âge des bébés. Si je demande: «Quel âge il a? Un an?» On me rectifie: «Il a douze mois.» Moi, je veux bien. A partir de quel âge est-il convenable de compter en années?

Nous, les mômes, on compte en ronds et en balles. Pas devant les vieux. Quand je m'oublie à ça, maman me fout une paire de baffes. Enfin, elle essaie. «Tu finiras à Biribi!» Remarquez, les balles, c'est valable qu'à partir de dix balles. On ne dit pas «une balle» pour «un franc». Ça ferait rigoler tout le monde. Ni «deux balles», ni «sept balles»... Pour cinq francs on dit «une thune». J'aime bien. C'est un mot formidable. Surtout à cause du H qu'il y a dedans. On dit «deux thunes», «une demi-thune»...

Langue de communication!

– *J'ai sept ans et demi, très exactement.*

– *Si vous avez sept ans et demi, dit la Reine, pouquoi alors dites-vous: treize, exactement?*
Comment voulez-vous qu'on vous croie?

d'après Lewis Carroll

Faire un compte rendu d'une leçon de mathématique. Est-ce utile? Intéressant? Risqué? [1]

par J.-F. Perret, J. Brun, N. Guillet, F. Jaquet, M. Jaton, M. Theurillat

A la lecture de Math-Ecole, chacun peut le constater: ce sont généralement des formateurs et des étudiants en sciences de l'éducation qui rédigent des comptes rendus d'activités mathématiques conduites en classe. Peu d'enseignants se lancent à relater leurs expériences en la matière.

Ce constat interroge. Lorsqu'on pense à toutes les classes dans lesquelles l'enseignant, sur la base de son expérience, adapte les activités mathématiques pour favoriser les apprentissages, la qualité du travail et des échanges au sein de la classe, il y a de quoi être frappé par le silence qui règne sur ces efforts, sur les tâtonnements et sur les trouvailles faites jour après jour, année après année.

Chacun est-il censé faire discrètement ses propres expériences, passer et repasser par les mêmes interrogations, les mêmes doutes et recherches que ses collègues? Au-delà de quelques échanges à mi-mot, en salle des maîtres, la pratique concrète d'enseignement est-elle incommunicable? A qui, à quoi peut bien servir la discrétion, voire le silence, en la matière?

Dans une période où l'avenir du curriculum scolaire et de sa rénovation requiert, peut-être plus que jamais, un esprit de recherche et d'innovation, l'absence d'échanges sur les expériences des uns et des autres est, à notre avis, pure perte d'énergie.

Si parler de sa pratique, de ses expériences, de ses essais, échecs et succès, n'est pas plus fréquent, c'est que la chose, manifestement, ne va pas de soi. D'importants freins doivent jouer. C'est le but de cet article que de tenter de les élucider. Nous examinerons trois sources possibles de réticences.

a) Peut-on simultanément enseigner et observer?

Relater une leçon suppose son observation. A propos de l'observation, deux affirmations apparemment contradictoires sont souvent entendues. D'un côté, on estime qu'il n'est guère possible d'enseigner et d'observer en même temps, les deux tâches étant à la fois trop différentes et trop prenantes. D'un autre côté, dans la perspective d'une évaluation formative interactive, l'observation des élèves est reconnue comme une activité constante de l'enseignant qui ajuste en permanence son action pédagogique en fonction des réactions des élèves.

[1] L'article reprend quelques réflexions échangées au sein du groupe de travail «Recherches didactiques» de la CEM.

Notons que le terme «observation» utilisé dans les deux cas renvoie en fait à des connotations, sinon à des sens différents. Si l'on pense à l'observation systématique et objective dans un contexte de recherche scientifique, on imagine très vite des procédures complexes et lourdes, non conciliables avec la tâche d'enseignement. Mais, observer peut aussi être pris dans un sens plus ordinaire, en tant que conduite intrinsèquement liée à toute action humaine et à sa régulation. Dans ce dernier sens, l'observation continue de la classe par l'enseignant est bien réelle, mais pas nécessairement objectivée. Les observations s'inscrivent dans le feu de l'action, dans le flux de la vie de la classe, et n'ont souvent pas de raison d'être consignées ou gardées en mémoire.

b) Pourquoi, pour qui écrire?

Le passage à l'écrit pour mettre en forme les observations effectuées, ne requiert pas seulement quelque habileté à rédiger, ou quelque technique d'observation. Il renvoie à des interrogations plus larges. Dans quel but rédiger un compte rendu? Pourquoi communiquer une expérience d'enseignement concrète, locale? Qu'est-ce qui mérite d'être relevé dans tout ce qui peut être vécu et observé en classe? A qui s'adresse un compte rendu? Qui peut-il intéresser? Quelle utilisation en fera-t-on?

La visée d'un compte rendu n'est pas, à première vue, évidente. Il est à craindre que le flou, l'incertitude en la matière, agissent chez d'aucuns comme un frein.

On peut remarquer que les auteurs de comptes rendus ne s'arrêtent pas longuement à la question des intentions poursuivies lorsqu'ils publient un article. On trouve parfois, en introduction, quelques éléments sur le sujet. Donnons-en quelques exemples:

«Nous avons tenté, dans cette partie (séquences pédagogiques), de retranscrire aussi intégralement et fidèlement que possible quelques séances de travail en classe. Il nous a semblé important de pouvoir donner une idée de ce qu'on peut attendre des enfants à propos d'une séquence donnée: leurs réflexions, leurs tâtonnements, la façon dont ils s'expriment, etc. Nous avons retranscrit également les réponses et consignes de l'enseignant, telles qu'elles se sont exprimées spontanément. Il est intéressant de voir sur des exemples comment on peut permettre aux enfants de découvrir et de s'approprier certains concepts; ces leçons n'ont pas été choisies parce qu'elles étaient particulièrement bien réussies. Elles sont critiquables comme l'est toute leçon que l'on analyse a posteriori. Ce ne sont que des «flashes» sur un ou plusieurs moments de la classe.» (p. 7)

(INRP–ERMEL Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. SEMAP OCDL, Paris, 1977)

«...Notre démarche à propos de la balance mathématique s'inspire de ces réflexions-questions; nous tenterons de vous faire part d'une série de moments-clés pour que chacun de vous puisse vivre la problématique à partir d'exemples concrets.» (p. 4)

(Schubauer-Leoni M.-L., Schubauer R. La balance mathématique. Math-Ecole, n° 89, 1979)

«Trois institutrices témoignent de leur expérience avec modestie et honnêteté, dans le but d'encourager les collègues qui ont déjà vécu des activités de ce type avec leurs élèves à persévérer et ceux qui n'ont pas encore osé se lancer, à le faire sans plus tarder. (...) Dans les propos qui suivent, nous ne désirons pas transmettre au lecteur de Math-Ecole des protocoles de séances ou des marches à suivre. Nous relevons quelques moments-clés qui marquent l'évolution de la démarche des élèves.» (p. 11)

(Boget A. La progression des activités des élèves dans une «situation» mathématique. Math Ecole, n° 114, 1984)

«Cet article est un compte rendu d'une activité mathématique sans grandes prétentions, vécue par une classe, comme pourraient la vivre d'autres classes en tout temps et en toute occasion. (...) Les observations que j'ai faites au cours de cette activité m'ont paru si révélatrices et parfois si surprenantes, que je souhaite les partager avec d'autres enseignants. Je les livre ici, telles que je les ai prises, sur le vif, avec les questions qu'elles me posent et les informations minimales nécessaires à leur compréhension.» (p. 11)

(Jaquet F. Le plan de la cour. Math Ecole, n° 116, 1985)

Observer et relater une leçon recouvre manifestement des buts divers, selon que les auteurs souhaitent inciter, suggérer, encourager, illustrer, décrire, partager, ou encore questionner.

c) Un compte rendu peut-il présenter autre chose qu'une leçon modèle?

Communiquer le déroulement d'une leçon peut certes donner à d'autres enseignants des idées d'activités nouvelles et enrichir le répertoire des approches didactiques de chacun. Le compte rendu a pour but, alors, de susciter la curiosité, l'intérêt pour un point de départ, un matériel, une situation. En communiquant l'esprit dans lequel le travail a été conduit dans une classe, le but est bien d'inciter le lecteur à essayer et à conduire sa propre expérience. C'est dans cette perspective que la plupart des comptes rendus sont effectivement rédigés.

Probablement que chez plus d'un lecteur, la visée incitatrice est la seule perçue. Tout article relatant une leçon, devient alors source de suggestions méthodologiques. Nous ne nous prononcerons pas ici sur le bien-fondé de ce mode de lecture, mais on peut se demander si celui-ci ne joue pas comme frein à la rédaction de comptes rendus. En effet, si un compte rendu est essentiellement une manière de suggérer de bonnes idées didactiques, il faut que le rédacteur se sente légitimé à le faire. Des enseignants se demandent sans doute au nom de quoi ils adresseraient des suggestions à leurs collègues.

Pour éviter ce type d'obstacle, il nous paraît important de promouvoir un type de compte rendu dont la fonction première serait de décrire, et non de suggérer ou d'inciter.

Pour des comptes rendus «simplement» descriptifs

La simple description d'une leçon ne va pas de soi, bien que la tâche paraisse à première vue la plus facile. Pourquoi, en effet, décrire fidèlement ce qui se passe en classe, lorque l'on sait qu'une leçon réelle est malheureusement toujours assez distante de la leçon idéale projetée? Pourquoi, en particulier, relever toutes les hésitations, les incompréhensions, les malentendus, les temps perdus, dont est faite une leçon?

Dans une perspective de recherche didactique, la chronique fidèle des événements est certes un matériel d'analyse indispensable pour tenter de dégager les processus en jeu. Mais, en dehors de ce cadre précis de recherche, le compte rendu détaillé d'une leçon a-t-il encore un sens?

Pour communiquer ce qu'a été une leçon réelle, il faut avoir de bonnes raisons de penser que cela mérite intérêt. Par rapport, en tous cas, à l'intention de prescrire, cela demande probablement un changement radical de perspective, changement qui met peut-être en cause l'image que l'on a de ce qu'est une leçon. Si celle-ci est conçue comme l'application d'une démarche bien programmée, conduite de mains de maître, l'imprévu qui se présentera ne manquera pas d'être perçu comme une perturbation, un parasitage ou un dysfonctionnement, à éliminer au plus vite, ou tout au moins à taire.

Si la leçon est perçue comme un temps d'échanges, de dialogues à propos d'un objet, d'une situation, d'un problème, l'angle de vue se modifie. Dans un échange, rien ne garantit une compréhension immédiate. Une fonction de l'échange verbal est précisément de permettre une compréhension progressive par ajustements successifs des hypothèses sur ce que l'autre veut dire.

L'interaction de l'élève avec une tâche didactique est de nature analogique; c'est au cours de tâtonnements et d'essais que l'élève élabore et adapte simultanément sa représentation de la tâche et ses actions. Pour caractériser cette interaction, certains auteurs parlent d'ailleurs de dialogue avec les objets.

Penser le travail scolaire comme un temps de construction de significations communes, autrement dit, un temps où maître et élèves tentent progressivement de parler de la même chose, modifie le regard porté par exemple sur des moments de «flottement». Des temps jugés morts peuvent alors être vus comme des moments privilégiés d'un processus didactique. Le flottement passager dans une leçon peut en effet révéler une recherche de sens où les élèves tentent de s'orienter sur ce qu'ils vont faire, et sur ce que l'on attend d'eux. Dans une leçon, ces moments sont probablement plus fréquents que ceux où les élèves sont sur des pistes de travail sûres et certaines. Déplorer cette situation traduit une valorisation des pistes de travail bien balisées. N'y a-t-il pas là une vision rassurante mais tronquée de ce qu'est l'apprentissage mathématique?

Si l'on valorise la recherche active, la réflexion personnelle des élèves, alors le temps d'orientation dans une activité n'est pas à déprécier; il fait partie intégrante de la démarche d'apprentissage. Que sait-on de ces moments où, manifestement, les élèves explorent des pistes de travail inattendues, que le maître n'a pas prévues? De ces moments où le maître se lance dans des explications dont il constate d'emblée le manque de transparence pour les élèves? Comment se gèrent de telles situations, non pas dans l'idéal, mais concrètement, jour après jour?

Comment les élèves en viennent-ils à élargir leurs connaissances mathématiques au travers d'activités, d'un travail scolaire, qui ne sont jamais aussi programmés qu'on veut bien le dire?

Se pencher sur des comptes rendus descriptifs de leçons est sans aucun doute un moyen privilégié pour approcher ces questions. Cela suppose encore une fois la communication de ce qui se passe de fait dans une leçon (la pédagogie réelle), sans sélectionner par trop les faits observés au filtre des normes en usage (la pédagogie idéale).

Nous sommes conscients qu'il ne suffit pas de promouvoir de tels échanges pour qu'ils existent. Ils requièrent un contexte favorable, des conditions facilitantes, sur lesquels nous ne savons pas grand chose. Il y a également, là, matière à investigations et peut-être matière à un nouvel article.

Toute réaction à cet article sera la bienvenue! Dites-nous en particulier si vous lisez les comptes rendus d'activités ou de leçons publiés dans Math Ecole? Y trouvez-vous de l'intérêt? Y cherchez-vous des idées d'activités, des suggestions, des informations sur les réactions des élèves?

Avez-vous déjà écrit un compte rendu? Non? Vous n'en avez pas eu l'idée? Vous n'en voyez pas l'utilité? C'est un trop gros travail?

A propos des nombres

par Françoise Waridel

J.-F. Perret, dans une brochure de l'IRDP (*De quel apprentissage relève l'écriture des nombres?*, 1984), parle de l'apprentissage «naturel» des nombres:

«Il est trivial de rappeler qu'une première connaissance des nombres parlés s'acquiert précocement indépendamment de tout apprentissage scolaire. A quatre ans, la suite des nombres jusqu'à dix est maîtrisée sur le plan oral par la majorité des enfants (Meljac, 1979). Cet apprentissage se poursuit progressivement. Très tôt, les grands nombres («cent», «mille») sont explorés aussi bien sur le plan langagier que sur le plan mathématique (ou pré-mathématique), par observation notamment de l'effet que produit sur l'interlocuteur l'énoncé d'un grand nombre dans une situation, par exemple, de surenchère.
C'est également précocement que l'enfant s'intéresse aux nombres écrits qu'il rencontre quotidiennement dans son environnement. Sans pouvoir initialement distinguer lettres et chiffres, le jeune enfant s'engage, avec la connivence de l'adulte, dans l'exploration de cet univers de signes qu'il s'agit de discriminer et d'identifier.
Cette découverte progressive de la numération parlée et écrite relève d'un apprentissage «naturel» au sens de Halbwachs (1981): «J'appellerai **apprentissage naturel** *celui qui participe au développement spontané du système cognitif en présence de tous les stimuli produits par l'environnement et la vie quotidienne» (p. 16).»*

L'idée développée par J.-F. Perret confirme des expériences que j'ai vécues avec des enfants. Parmi celles-ci, signalons:

- Joëlle, 4 ans, jouait à compter des objets.
  – Un, deux, trois, quatre, cinq, huit, dix, trois, cinq.
  Je lui demandais alors:
  – Pourquoi répètes-tu des nombres déjà dits?
  Réponse logique: – Toi aussi, quand tu comptes, tu répètes!
  C'est vrai, je n'avais pas pensé à cela. Cet enfant avait déjà saisi dans le langage des grandes personnes des répétitions de mots qui lui convenaient à merveille pour «bien» compter. Première ébauche d'un schéma de numération?

- Valérie, 4 ½ ans, comptait ses poupées.
  – Un, deux, trois, quatre, cinq, cinq et un, cinq et deux.
  Romain, 4 ½ ans aussi, jouait à compter les boutons du bloc-cuisine:
  – Un, deux, trois, ... huit, neuf.
  Un temps d'arrêt et de perplexité, puis:
  – Un-zéro, un-un, un-deux.
  Les réflexions que l'on peut avoir à propos de ce comptage sont vraisemblablement les suivantes:

Valérie et Romain connaissent très bien oralement la suite des nombres. De plus, ils ont entendu et saisi que parfois les noms des chiffres sont associés. Par conséquent, ils créent leur propre formulation. Il est intéressant de remarquer que les deux comptages sont en base cinq et en base dix. Et on ose affirmer que la main de Valérie et les mains de Romain ne sont pas indifférentes au travail de réflexion de ces deux enfants.

- D'autre part en tant qu'enseignant, nous avons souvent rencontré des enfants qui enchaînaient naturellement: dix, dix-un, dix-deux, etc. A l'un d'eux à qui je faisais remarquer que l'on dit onze, douze..., l'enfant m'a répondu: «Je sais, mais c'est plus juste avec dix-un, dix-deux!» Il faut préciser que cet enfant était très à l'aise avec les bases de la numération, base dix et autres bases et qu'il avait très bien intériorisé tous les nombres. Mais il préférait aux incohérences du comptage usuel son système plus logique!

- Et que peut-on dire de Matthieu, 6 ½ ans, de langue maternelle française, qui refusait de mémoriser un nombre? Il comptait:
  – Douze, treize, celui que je ne sais pas, quinze, etc.
  Il savait écrire la suite des nombres 12, 13, 14, 15 et réalisait même de petites opérations telles que $10 + 4 = 14$, $13 + 1 = 14$, sans jamais prononcer quatorze. Cette lacune a duré quelques semaines. Matthieu me faisait penser à une personne qui apprend une langue étrangère et qui n'arrive pas à mémoriser une expression bien qu'elle en conçoive parfaitement la notion.

- Enfin, un autre cas: Blaise, enfant de 7 ans, qui comptait très bien et très loin et qui connaissait les noms des nombres au-delà de cent. A la question:
  – Jusqu'où pourrait-on compter?
  Blaise a répondu:
  – On pourrait aligner les nombres tout autour de la Terre.
  – Et quand on aura fait un tour de Terre, sera-t-on au bout des nombres?
  – On pourra faire encore et encore des tours jusqu'à la fin du temps.
  Cette déclaration peut nous surprendre, mais elle nous permet de penser que les enfants ont très tôt la notion d'infini.

Si j'évoque ces quelques souvenirs, c'est avant tout pour inviter les enseignants à relire la brochure de l'IRDP et à prendre connaissance d'une nouvelle étude établie aussi par J.-P. Perret: *Comprendre l'écriture des nombres.* Collection Exploration. Berne: Lang, 1985.

Au moment où l'enfant arrive à l'école, il dispose d'un capital «chiffres et nombres» fortement marqué par son origine sociale et il s'en sert avec beaucoup de spontanéité. Et il est vrai que l'enseignement ne doit pas négliger ces apprentissages «naturels». Ceux-ci sont des témoins du développement de l'enfant, de son vécu, de son environnement, de sa capacité à saisir le monde des nombres, de la construction personnelle de sa pensée, de sa manière de faire quelque chose même s'il ne sait pas comme l'adulte. Mais il faut aussi que l'enseignant sache écouter, sache questionner, inviter l'enfant à donner une explication, poser des questions «ouvertes», mettre en confiance son élève, deviner que derrière les réponses parfois drôles, maladroites ou incorrectes se cachent la genèse du savoir et des réflexions toutes de finesse et lourdes de signification bien qu'elles ne soient pas conformes aux conventions mathématiques en usage. Enfin, les apprentissages systématiques dispensés à l'école ne doivent pas faire fi des apprentissages «naturels» ou se substituer à eux. Ces deux pratiques doivent se juxtaposer et ainsi bénéficier réciproquement des apports des unes et des autres.

PERRET, J.-F. - *Comprendre l'écriture des nombres.* Berne: Peter Lang, 1985. Coll. Exploration.

MELJAC, C. - *Décrire, agir et compter.* Paris: PUF, 1979.

NOT, L. - *L'enseignement des mathématiques au cycle d'observation.* Toulouse: CRDP, 1966.

HALBWACHS, F. - Apprentissage des structures et apprentissage des significations. *Revue française de pédagogie,* 1981, nº 57, 0. 15-21.

FISCHER, J.-P. - Développement et fonctions du comptage chez l'enfant de 3 à 6 ans. *Re-*

La différence entre un enfant qui maîtrise la notation et un enfant qui ne la maîtrise pas n'est pas la différence entre un enfant intelligent et un enfant sot. C'est la différence entre un enfant conscient et un qui ne l'est pas. L'art du maître, en tous domaines, est de rendre l'enfant conscient. Les miracles pédagogiques ne s'expliquent que par là.

Madeleine Goutard

Quand on écrit pour dire quelque chose, on se trouve vers ce qu'on pense, vers ce qu'on veut dire, au lieu de se tourner vers quelque chose d'extérieur, d'étranger, cherchant à se rappeler ou à copier ce qu'un autre a déjà écrit.

L'enfant doit inventer sa notation comme il invente sa pensée. On doit lui présenter les symboles et la grammaire mathématique comme des conventions commodes, et comme si on les inventait pour les besoins de la cause.

L'écriture doit être au service de la pensée, et non l'inverse. Celui qui n'a rien à dire n'a pas besoin d'écrire.

Lucette Julien

J. A. 1211 GENEVE 6

TABLE DES MATIÈRES

Fondateur: Samuel Roller

Comité de rédaction:

MM. Th. Bernet, F. Brunelli, A. Calame, R. Délez, M. Ferrario, F. Jaquet, Y. Michlig, F. Oberson, D. Poncet.

Rédacteur responsable: R. Hutin

Abonnements:

Suisse: F 15.—, Etranger F 17.—, CCP 12 - 4983. Paraît 5 fois par an. Service de la Recherche Pédagogique; 11, r. Sillem, CH 1207 Genève. (Tél. (022) 35 15 59).

Adresse: Math-Ecole; 11, rue Sillem, Ch-1207 Genève; CCP 12 - 4983

Imprimerie Florina, 1950 Sion